Linearna regresia

Linearna regresia je odhad vektoru parametrov $\vec{\theta}$:

$$\vec{\theta} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\vec{y}, \tag{1}$$

kde $\vec{y}$ su realizacie nahodnej premennej, $\mathbf{W}$ je vahova matica (v tomto probleme sa neuplatini, bude identita) a $\mathbf{A}$ je modelova matica linearneho modelu, t.j. $\vec{y} \approx \vec{m} = \mathbf{A}\vec{\theta}$.

Kedze model je linearny v parametroch a, b, metoda linearnej regresie bude mat unikatne riesenie, ktore bude najlepsim odhadom parametrov a, b.

Chyby a korelacie parametrov su dane kovariancnou maticou:

$$\mathbf{C}(\vec{\theta}, \vec{\theta}) = \frac{1}{k}\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{A}\right)^{-1} \tag{2}$$

Pokial nie su zname presne hodnoty chyb na datach $\vec{y}$ faktor k je mozne odhadnut:

$$k = \frac{N - p}{\vec{\epsilon}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\vec{\epsilon}}, \tag{3}$$

kde N je pocet realizacii nahodnej premennej (pocet bodov), p pocet parametrov a $\vec{\epsilon} = \vec{y} - \vec{m}$.

Modelova matica pre tento problem ma tvar:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & x_0^2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_N^2 \end{pmatrix} \tag{4}$$