

▷ 6.1. Cho  $G$  là đồ thị có  $v$  đỉnh và  $e$  cạnh, còn  $M, m$  tương ứng là bậc lớn nhất và nhỏ nhất của các đỉnh của  $G$ . Chứng tỏ rằng

$$m \leq \frac{2e}{v} \leq M.$$

▷ 6.2. Chứng minh rằng nếu  $G$  là đơn đồ thị phân đôi có  $v$  đỉnh và  $e$  cạnh, khi đó  $e \leq \frac{v^2}{4}$ .

▷ 6.3. Trong một phương án mạng kiểu lưới kết nối  $n = m^2$  bộ xử lý song song, bộ xử lý  $P(i, j)$  được kết nối với 4 bộ xử lý  $(P(i \pm 1) \bmod m, j), P(i, (j \pm 1) \bmod m)$ , sao cho các kết nối bao xung quanh các cạnh của lưới. Hãy vẽ mạng kiểu lưới có 16 bộ xử lý theo phương án này.

▷ 6.4. Hãy vẽ các đồ thị vô hướng được biểu diễn bởi ma trận liên

kề sau: a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ , b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , c)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

▷ 6.5. Nêu ý nghĩa của tổng các phần tử trên một hàng (t.ư. cột) của một ma trận liên kề đối với một đồ thị vô hướng? Đối với đồ thị có hướng?

▷ 6.6. Tìm ma trận liên kề cho các đồ thị sau

a)  $K_n$ , b)  $C_n$ , c)  $W_n$ , d)  $K_{m,n}$ , e)  $Q_n$ .

▷ 6.7. Có bao nhiêu đơn đồ thị không đẳng cấu với  $n$  đỉnh khi

a)  $n = 2$ ,      b)  $n = 3$ ,      c)  $n = 4$ .

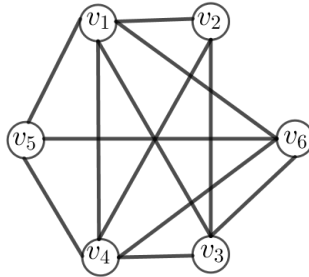
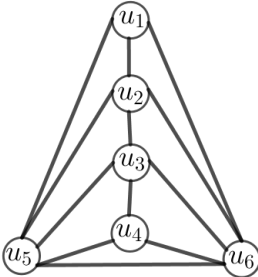
▷ 6.8. Hai đơn đồ thị với ma trận liên kề sau đây có là đẳng cấu không?

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

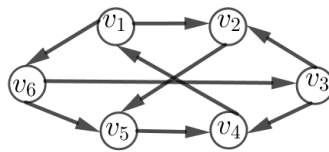
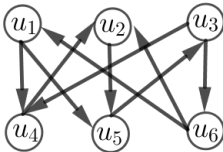
▷ 6.9. Hai đơn đồ thị với ma trận liên kề sau đây có là đẳng cấu không?

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

▷ 6.10. Các đồ thị  $G$  và  $G'$  sau có đẳng cấu với nhau không?



a)



b)

▷ 6.11. Cho  $V = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  và  $E$  là tập hợp các cặp phân tử  $(u, v)$  của  $V$  sao cho  $u < v$  và  $u, v$  nguyên tố cùng nhau. Hãy vẽ đồ thị có hướng  $G = (V, E)$ . Tìm số các đường đi phân biệt độ dài 3 từ đỉnh 2 tới đỉnh 8.

▷ 6.12. Hãy tìm số đường đi độ dài  $n$  giữa hai đỉnh liên kề (t.ư. không liên kề) tùy ý trong  $K_{3,3}$  với mỗi giá trị của  $n$  sau

a)  $n = 2$ ,      b)  $n = 3$ ,      c)  $n = 4$ ,      d)  $n = 5$ .

- ▷ **6.13.** Một cuộc họp có ít nhất ba đại biểu đến dự. Mỗi người quen ít nhất hai đại biểu khác. Chứng minh rằng có thể xếp được một số đại biểu ngồi xung quanh một bàn tròn, để mỗi người ngồi giữa hai người mà đại biểu đó quen.
- ▷ **6.14.** Một lớp học có ít nhất 4 sinh viên. Mỗi sinh viên thân với ít nhất 3 sinh viên khác. Chứng minh rằng có thể xếp một số chẵn sinh viên ngồi quanh một cái bàn tròn để mỗi sinh viên ngồi giữa hai sinh viên mà họ thân.
- ▷ **6.15.** Trong một cuộc họp có đúng hai đại biểu không quen nhau và mỗi đại biểu này có một số lẻ người quen đến dự. Chứng minh rằng luôn luôn có thể xếp một số đại biểu ngồi chen giữa hai đại biểu nói trên, để mỗi người ngồi giữa hai người mà anh ta quen.
- ▷ **6.16.** Một thành phố có  $n$  ( $n \geq 2$ ) nút giao thông và hai nút giao thông bất kỳ đều có số đầu mỗi đường ngầm tới một trong các nút giao thông này đều không nhỏ hơn  $n$ . Chứng minh rằng từ một nút giao thông tùy ý ta có thể đi đến một nút giao thông bất kỳ khác bằng đường ngầm.