

► 5.1. Tìm một số nguyên  $n$  nhỏ nhất sao cho  $f(x)$  là  $O(x^n)$  đối với các hàm  $f(x)$  sau

a)  $f(x) = 2x^3 + x^2 \log x$ .

b)  $f(x) = 2x^3 + (\log x)^4$ .

c)  $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3 + 1}$ .

d)  $f(x) = \frac{x^5 + 5 \log x}{x^4 + 1}$ .

► 5.2. Chứng minh rằng

a)  $x^2 + 4x + 7$  là  $O(x^3)$ , nhưng  $x^3$  không là  $O(x^2 + 4x + 17)$ .

b)  $x \log x$  là  $O(x^2)$ , nhưng  $x^2$  không là  $O(x \log x)$ .

► 5.3. Cho một đánh giá big-O đối với các hàm cho dưới đây. Đối với hàm  $g(x)$  trong đánh giá  $f(x)$  là  $O(g(x))$ , hãy chọn hàm đơn giản có bậc thấp nhất.

a)  $n \log(n^2 + 1) + n^2 \log n$ .

b)  $(n \log n + 1)^2 + (\log n + 1)(n^2 + 1)$ .

c)  $n^{2^n} + n^{n^2}$ .

► 5.4. Cho  $H_n$  là số điều hoà thứ  $n$

$$H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

Chứng minh rằng  $H_n$  là  $O(\log n)$ .

- ▷ 5.5. Lập một thuật toán tính tổng tất cả các số nguyên trong một bảng.
- ▷ 5.6. Lập thuật toán tính  $x_n$  với  $x$  là một số thực và  $n$  là một số nguyên.
- ▷ 5.7. Mô tả thuật toán chèn một số nguyên  $x$  vào vị trí thích hợp trong dãy các số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  xếp theo thứ tự tăng dần.
- ▷ 5.8. Tìm thuật toán xác định vị trí gặp đầu tiên của phần tử lớn nhất trong bảng liệt kê các số nguyên, trong đó các số này không nhất thiết phải khác nhau.
- ▷ 5.9. Tìm thuật toán xác định vị trí gặp cuối cùng của phần tử nhỏ nhất trong bảng liệt kê các số nguyên, trong đó các số này không nhất thiết phải khác nhau.
- ▷ 5.10. Mô tả thuật toán đếm số các số 1 trong một chuỗi bit bằng cách kiểm tra mỗi bit của chuỗi để xác định nó có là bit 1 hay không.
- ▷ 5.11. *Thuật toán tìm kiếm tam phân.* Xác định vị trí của một phần tử trong một bảng liệt kê các số nguyên theo thứ tự tăng dần bằng cách tách liên tiếp bảng liệt kê đó thành ba bảng liệt kê con có kích thước bằng nhau (hoặc gần bằng nhau nhất có thể được) và giới hạn việc tìm kiếm trong một bảng liệt kê con thích hợp. Hãy chỉ rõ các bước của thuật toán đó.
- ▷ 5.12. Lập thuật toán tìm trong một dãy các số nguyên số hạng đầu tiên bằng một số hạng nào đó đứng trước nó trong dãy.
- ▷ 5.13. Lập thuật toán tìm trong một dãy các số nguyên tất cả các số hạng lớn hơn tổng tất cả các số hạng đứng trước nó trong dãy.
- ▷ 5.14. Cho đánh giá big-O đối với số các phép so sánh được dùng bởi thuật toán trong Bài tập 10.
- ▷ 5.15. Đánh giá độ phức tạp của thuật toán tìm kiếm tam phân được cho trong Bài tập 5.11.
- ▷ 5.16. Đánh giá độ phức tạp của thuật toán trong Bài tập 5.12.
- ▷ 5.17. Mô tả thuật toán tính hiệu của hai khai triển nhị phân.

▷ 5.18. Lập một thuật toán để xác định  $a > b$ ,  $a = b$  hay  $a < b$  đối với hai số nguyên  $a$  và  $b$  ở dạng khai triển nhị phân.

▷ 5.19. Đánh giá độ phức tạp của thuật toán tìm khai triển theo cơ số  $b$  của số nguyên  $n$  qua số các phép chia được dùng.

▷ 5.20. Hãy cho thuật toán đệ quy tìm tổng  $n$  số nguyên dương lẻ đầu tiên.

▷ 5.21. Hãy cho thuật toán đệ quy tìm số cực đại của tập hữu hạn các số nguyên.

▷ 5.22. Mô tả thuật toán đệ quy tìm  $x^n \bmod m$  với  $n, x, m$  là các số nguyên dương.

▷ 5.23. Hãy nghĩ ra thuật toán đệ quy tính  $a^{2^n}$  trong đó  $a$  là một số thực và  $n$  là một số nguyên dương.

▷ 5.24. Hãy nghĩ ra thuật toán đệ quy tìm số hạng thứ  $n$  của dãy được xác định như sau

$$a_0 = 1, a_1 = 2 \text{ và } a_n = a^{n-1}a^{n-2} \text{ với } n = 2, 3, 4, \dots$$

▷ 5.25. Thuật toán đệ quy hay thuật toán lặp tìm số hạng thứ  $n$  của dãy trong Bài tập 5.24 là có hiệu quả hơn?