Skilningur á röðunarreglum fyrir verkniðurröðun á vélum

Grein fyrir Vélabrögð

Helga Ingimundardóttir

24. mars 2015

Í stuttu máli snýst verkefnið um að læra að bera kennsl á góðar lausnir. Ég hef einskorðað verkefnið við tilviksrannsókn á verkniðurröðun á vélum (JSP, e. job-shop scheduling problem) sem felst í raðbundinni ákvörðunartöku um hvaða verk eigi að afgreiða næst, þar sem þau keppast um sömu aðföngin. Í raun má útvíkka aðferðafræðina til hvers kyns strjála bestun.

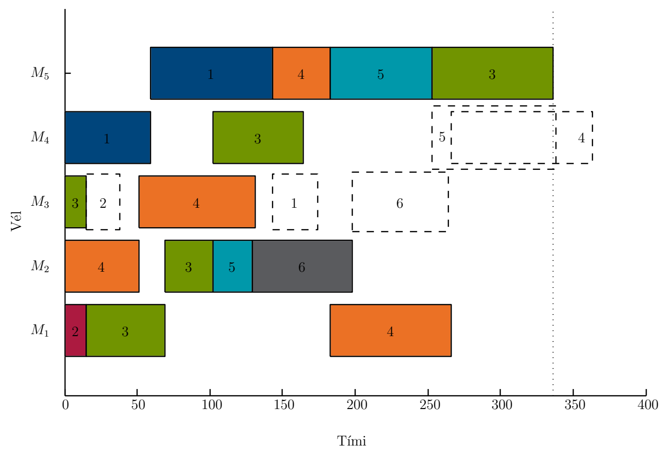
Hugmyndina að rannsókninni kviknaði þegar ég var að vinna í raunhæfu verkefni í aðgerðagreiningu í grunnnámi mínu, sem var bestun á verkniðurröðun fyrir Össur. Í eðli sínu er verkniðurröðun tiltölulega einfalt verkefni, sem skipar stóran sess hjá framleiðslufyrirtækjum, en stærðargráðan á vandamálinu gerir það að verkum að oft er erfitt að leysa verkefnið með nákvæmum aðferðum. Þetta voru mín fyrstu kynni af því að þurfa að sætta mig við einhverja lausn sem var ekki endilega hin fræðilega „besta“ lausn. Hér koma brjóstvitsaðferðir (e. heuristics) eða „þumalputtareglur“ sterkar inn, en þá er stóra spurningin hvernig má koma á sjálfvirkni í því ferli? Til að geta gert það, þá er gott að hafa skilning á því hvernig einfaldar reglur eru að takast á við verkefnið og athuga hvort hægt sé að læra eitthvað á þeim áður en hafist er handa með flóknari reiknirit. Mun því þessi grein fjalla um gæðamat á einföldum brjóstvitsaðferðum úr fræðunum.

Verkniðurröðun á vélar

Gerum ráð fyrir að við höfum $n \times m$ JSP, þar sem n verk, $\mathcal{J} = \{J_j\}_{j=1}^{n}$, eiga að vera afgreidd á m vélum, $\mathcal{M} = \{M_a\}_{a=1}^{m}$. Verkefnin þurfa að vera afgreidd í tiltekinni röð, þ.e. sérhvert verk J_j þarf að fylgja runu af m aðgerðum $\sigma_j = \{\sigma_{j1}, \sigma_{j2}, \ldots, \sigma_{jm}\}$. Rétt er að taka fram að verk getur ekki hafist handa á næstu vél fyrr en það hefur lokið núverandi aðgerð. Þar að auki getur sérhver vél aðeins meðhöndlað/unnið eitt verk í einu. Viðbættar skorður sem eru oft teknar til greina eru sleppitími og skilafrestur, en þeir eru ekki til skoðunar hér. Markfallið tímasetur öll verk þannig hámarks heildartími (e. makespan), $C_{\max}$, er lágmarkaður.

Brjóstvitsaðferðir fyrir tímaáætlanir eru yfirleitt uppbyggingar- eða umbætunaralgrím. Umbætunaralgrím byrjar á fullbúinni lausn og reynir að finna sambærilegar, en betri lausnir. Uppbyggingaralgrím byrjar aftur á móti með tómri lausn og bæta við einu verki í einu þar til lausnin er fullbúin og er það sú nálgun sem aðferðafræðin mín gengur út frá. Í þessu tilfelli þá eru yfirleitt röðunarreglur (DR, e. dispatching rules) sem ákvarða hvaða óklárað verk verður valið næst.

Það er ekki nóg að vita hvaða verkefni ætti að vera valið næst, heldur þarf líka að athuga hvar væri best að staðsetja það. Þar sem við viljum búa til samþjappaðar tímaáætlanir þá setjum við verkið af stað um leið og það er laust. Skoðum nú Gantt ritið á mynd 1 sem sýnir dæmi um 6×5 JSP þar sem verknúmerið er gefið inn



Mynd 1: Gantt rit af ókláraðri JSP stundaskrá eftir 15 aðgerðir: heilir kassar tákna χ og kassar með brotalínu tákna $\mathcal{L}^{(16)}$. Núverandi heildartími, $C_{\max}$, er gefinn upp sem punktalína.

í kassa og er breidd þess vinnslutími verksins, vélarnar eru á lóðrétta ásinum og lárétti ásinn segir til um tíma aðgerða, þar sem núverandi $C_{\max}$ er gefið sem punktalína. Búið er að setja af stað 15 aðgerðir, nefnilega,

$$\chi = (J_3, J_3, J_3, J_3, J_4, J_4, J_5, J_1, J_1, J_2, J_4, J_6, J_4, J_5, J_3)\,, \tag{1}$$

þar af leiðandi eru ókláruðu verkin eftirfarandi $\mathcal{L} = \{J_1, J_2, J_4, J_5, J_6\}$, sem lýsa þeim 5 mögulegu verkum sem geta verið afgreidd á tímapunkti $k = 16$ (athugið að verk J_3 er fullklárað) – þessi verk eru gefin upp með brotalínu og sýna hvernig staðan gæti breyst með áætlun þeirra. Við sjáum að J_2 getur verið staðsett á M_3 annaðhvort á milli J_3 og J_4, eða eftir J_4. Ef J_6 hefði nú þegar verið afgreitt, þá myndi myndast rauf á milli þess og J_4, þ.a.l. myndast þriðji möguleikinn, þ.e. fyrir J_2 er sett eftir J_6. Uppbyggingaralgrímið þarf því að ákveða hvert þessara raufa ætti að vera valið fyrir verkið og er það óháð röðunarreglunni sem er notuð. Mismunandi staðsetningaraðferðir geta verið skoðaðar, t.a.m. að velja þá rauf sem er minnsta (en nægjanlega stór) fyrir verkið. Grunnrannsóknir sýndu að slík nálgun gat í raun útilokað bestu lausn m.t.t. lágmarks heildartíma. Sú staða kemur ekki upp ef verkin eru afgreidd um leið og þau berast.

Röðunarreglur

Einfaldar röðunarreglur (SDR, e. single-based priority dispatching rule), er fall af sérkennum verka og/eða véla tímaáætlunarinnar. Sérkennin geta verið fastar eða breyst í takti við ákvarðanaferlið. Til dæmis getur forgangurinn byggst á eiginleikum vinnslutíma verkanna, til dæmis,

Stysti vinnlutími (SPT, e. shortest immediate processing time)
gráðug aðferð sem klárar verk með minnsta vinnslutíma fyrst.

Lengsti vinnslutími (LPT, e. longest immediate processing time)
gráðug aðferð sem klárar verk með stærsta vinnslutíma fyrst.

Minnsta heildarvinna (LWR, e. least work remaining)
þar sem ásetningurinn er að klára verk sem eru komin langt á veg í framvindu sinni, þ.e. að lágmarka verklistann $\mathcal{L}$.

Mesta heildarvinna (MWR, e. most work remaining)
þar sem ásetningurinn er að flýta fyrir framvindu verka sem krefjast mikinn vinnslutíma og gefur því af sér jafnari framvindu fyrir öll verk.

Þetta eru þær algengustu röðunarreglur í starfi vegna einfaldleika þeirra og skilvirkni, en ótal fleiri reglur koma til greina. Yfirlit yfir 100 sígildar röðunarreglur má finna í Panwalkar and Iskander [1977], einnig er greinargóð lýsing á SDR eftir Haupt [1989].

Tilraunir

Skoðum nú tvær gagnadreifingar fyrir JSP, slembin uppröðun, kölluð `j.rnd`, og einsleit uppröðun, kölluð `f.rnd`. Vinnslutíminn í báðum tilfellum er fengin með jafnri dreifingu á bilinu $[1, 99]$. Við höfum $N_{\texttt{train}} = 500$ af hvorri dreifingu og vitum bestu lausn með því að besta með hugbúnaði fyrir línuleg bestunarverkefni.

Þar sem vinnslutíminn er mismunandi þá munum við styðjast við að lágmarka frávik frá bestu lausn með eftirfarandi hætti,

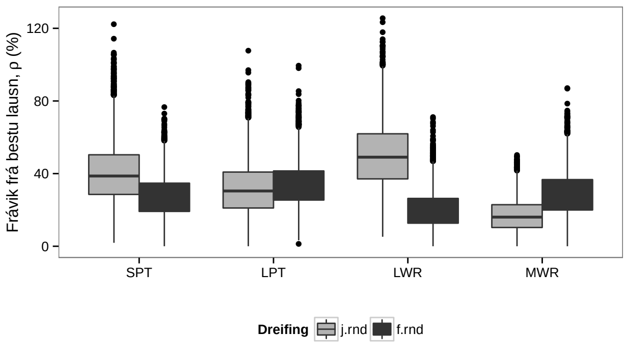
$$\rho = \frac{C_{\max}^{\text{DR}} - C_{\max}^{\text{opt}}}{C_{\max}^{\text{opt}}} \cdot 100\% \tag{2}$$

þar sem $C_{\max}^{\text{DR}}$ er fengið með DR og $C_{\max}^{\text{opt}}$ er besta lausn.

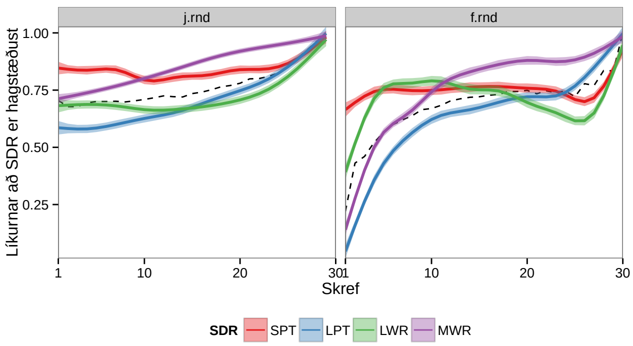
Nú eru SDR sem voru kynntar áðan notaðar a gagnasettin. Kassarit fyrir ρ er gefið upp í mynd 2. Við sjáum að það er greinilegur munur á því hvaða SDR er beitt á gögnin, t.a.m. er MWR mjög hentug regla fyrir `j.rnd`, aftur á móti er það ekki tilvikið fyrir `f.rnd` þar sem gagnstæð regla, LWR, kemur umtalsvert betur út.

Í mörgum tilfellum þá er látið staðar numið við þessar niðurstöður og sú DR sem kom best út er valin fyrir verkefnið. En það sem við viljum vita er hvað aðgreinir þessar reglur? Af hverju er svona mikill munur á niðurstöðum? Sérstaklega í ljósi þess að innblástur þeirra virðist ekki vera svo ólíkur; SPT svipar til LWR og LPT til MWR. Einnig er SPT andstæða LPT og LWR fyrir MWR. Af hverju er einsleit verkumröðun `f.rnd` að velja LWR fram yfir MWR og öfugt? Einnig hvenær fer að greina á gæði lausnanna með þessum aðferðum?

Ef við skoðum bestu lausnir fyrir verkefnin og athuga hvenær þær væru jafngildar að beita SDR, líkt og mynd 3 sýnir, þá fyrir `j.rnd` má sjá að oftar en ekki er LWR og LPT verri en að velja verk að handahófi sé best (brotalína), sem útskýrir slakar niðurstöður þeirra. Einnig má sjá að SPT sýnir hegðun sem er líklegri til að hagstæðri en MWR – en aðeins til að byrja með. Eftir það fer MWR að vera vænlegri til vinnings. En því miður



Mynd 2: Kassarit fyrir SDR



Mynd 3: Líkurnar að SDR sé hagstæðust, brotalínan lýsir að verk að handhófi sé hagstæðast.

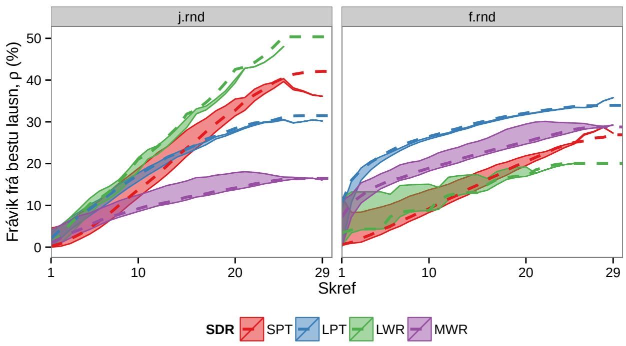
er ekki hægt að beita SPT fyrst (segjum frá skrefi 1-10) og láta svo MWR taka svo við, því þá erum við nú þegar búin að stilla tímaáætlunina á þann veg að MWR nær ekki að rétta sig af.

Deila má hvort þetta sé nægjanlegur samanburður. Því það sem verið er að gera hér er að „elta“ bestu lausn og reyna að skoða *eftir á* hvernig hefði mátt velja samsvarandi SDR sem hefði gefið sömu lausn, úr *bestu* stöðu. Vandamálið felst einna helst í því að um leið og „röng“ ákvörðun er tekin þá er byrjað að afvegaleiða lausnina í ástandsrúminu. Því skiptir máli að lágmarka afleiðingu þess í hvert sinn, þar sem yfirleitt eru gerðar ítrekaðar rangar ákvarðanir. Jafnframt skal huga að því að velja a.m.k. „góðar“ rangar ákvarðanir.

Ef við skoðum nú hvernig eru reglurnar að breytast frá öðrum verkum sem eru ekki valin? Með öðrum orðum, sambærilegt og áður í mynd 3, nema nú eltum við SDR í stað bestu lausnar. Mynd 4 sýnir hvernig frávikið á ρ er að breytast sem fall af ákvörðunarskrefi með því að fylgja ákveðinni SDR (brotalína). Einnig er skoðað hvernig besta og versta frávik væri frá þeirri sömu stöðu, þ.e. ef við fylgdum ekki reglunni. Þá sést glögglega að MWR er stöðugt að ná betri stöðu en SPT, jafnvel þótt bestu lausnirnar virtust fylgja SPT hegðun til að byrja með.

Með því að líta á frávikin frá reglunum, þá eru augljóslega tækifæri að betrumbæta reglurnar upp á einhverju marki, þ.e. þegar besta frávik er lægra heldur en að fylgja reglunni. Þetta stenst við fræðin, því ef vandað er til verks þá eru samsettar röðunarreglur (CDR, e. composite dispatching rules) iðulega betri en þær einar og sér [Jayamohan and Rajendran, 2004].

Li and Olafsson [2005] hafa til að mynda notað ákvarðanatré til að læra LPT fyrir JSP. Vankanturinn þar var sá að þá var verið að reyna að læra regluna án þess að umbuna þau frávik sem hefðu leitt til betri niðurstöðu. Væri því rökrétt að læra frekar af væntri niðurstöðu, þ.e. afleitt $C_{\max}$ fyrir gefna ákvörðun m.t.t. bestu lausnar, líkt og gert var síðar í Malik et al. [2008], Russell et al. [2009] og Olafsson and Li [2010]. Þannig má finna CDR sem betrumbætir LPT regluna sem hún byggist á. Slík var nálgunin hjá mér í Ingimundardottir and Runarsson [2015], þar sem skoðuð voru 13 sérkenni JSP lausna, sem innblástur var mikið til sóttur til sígildra SDR. Þar var framkvæmdur forgangslærdómur (e. preference learning) til að finna línulegt fall sérkenna byggt á þjálfunargögnum þar sem stöður sem leiddu af sér hagstæðra $C_{\max}$ voru teknar fram yfir óhagstæðari. Niðurstöður leiddu í ljós að það gott að búa til módel sem byggjast á bestu lausnum. Aftur á móti geta þjálfunargögnin verið einsleit og þar af leiðandi ekki nægjanlega lýsandi fyrir ástandsrúmið. Þá var brugðið á það ráð að bæta við þjálfunargögnum sem byggðust á góðum SDR til að veita meiri fjölbreytileika til að læra af og til að takast á við að festast í staðbundnu lággildi, með góðum niðurstöðum. Mögulega er breytileikinn á milli gagna of mikil með slíkri nálgun. Núverandi rannsóknir ganga út á eftirlíkingarlærdóm (e. imitation learning) í anda Ross and Bagnell [2010] og Ross et al. [2011] þar sem búið er til módel sem lærir forgang af bestu lausnum (sbr.



Mynd 4: Breyting frávik sem fall af áætlunarskrefi fyrir gefið SDR.

Ingimundardottir and Runarsson [2011, 2015]), sem er síðan notað til að búa til ný þjálfunargögn. Þetta er gert á endurkvæman hátt, þar sem í hverri ítrun nær módelið að endurspegla þjálfunargögnin betur og betur. Fyrstu niðurstöður liggja fyrir og ýtir aðferðin uppá við afköst núverandi aðferðafræði.

Heimildir

S. S. Panwalkar and Wafik Iskander. A survey of scheduling rules. *Operations Research*, 25(1):45–61, 1977.

R. Haupt. A survey of priority rule-based scheduling. *OR Spectrum*, 11:3–16, 1989.

M.S. Jayamohan and Chandrasekharan Rajendran. Development and analysis of cost-based dispatching rules for job shop scheduling. *European Journal of Operational Research*, 157(2):307–321, 2004.

Xiaonan Li and Sigurdur Olafsson. Discovering dispatching rules using data mining. *Journal of Scheduling*, 8: 515–527, 2005.

Sigurdur Olafsson and Xiaonan Li. Learning effective new single machine dispatching rules from optimal scheduling data. *International Journal of Production Economics*, 128(1):118–126, 2010.

Abid M. Malik, Tyrel Russell, Michael Chase, and Peter Beek. Learning heuristics for basic block instruction scheduling. *Journal of Heuristics*, 14(6):549–569, December 2008.

Tyrel Russell, Abid M. Malik, Michael Chase, and Peter van Beek. Learning heuristics for the superblock instruction scheduling problem. *IEEE Trans. on Knowl. and Data Eng.*, 21(10):1489–1502, October 2009.

Helga Ingimundardottir and Thomas Philip Runarsson. Generating training data for supervised learning linear composite dispatch rules for scheduling. In *9th international conference on Learning and Intelligent Optimization (LION'09)*, 2015.

Stéphane Ross and Drew Bagnell. Efficient reductions for imitation learning. In Yee W. Teh and D. M. Titterington, editors, *Proceedings of the Thirteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS-10)*, volume 9, pages 661–668, 2010.

Stéphane Ross, Geoffrey J. Gordon, and Drew Bagnell. A reduction of imitation learning and structured prediction to no-regret online learning. In Geoffrey J. Gordon and David B. Dunson, editors, *Proceedings of the Fourteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS-11)*, volume 15, pages 627–635. Journal of Machine Learning Research - Workshop and Conference Proceedings, 2011.

Helga Ingimundardottir and Thomas Philip Runarsson. Supervised learning linear priority dispatch rules for job-shop scheduling. In Carlos Coello, editor, *Learning and Intelligent Optimization*, volume 6683 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 263–277. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011.