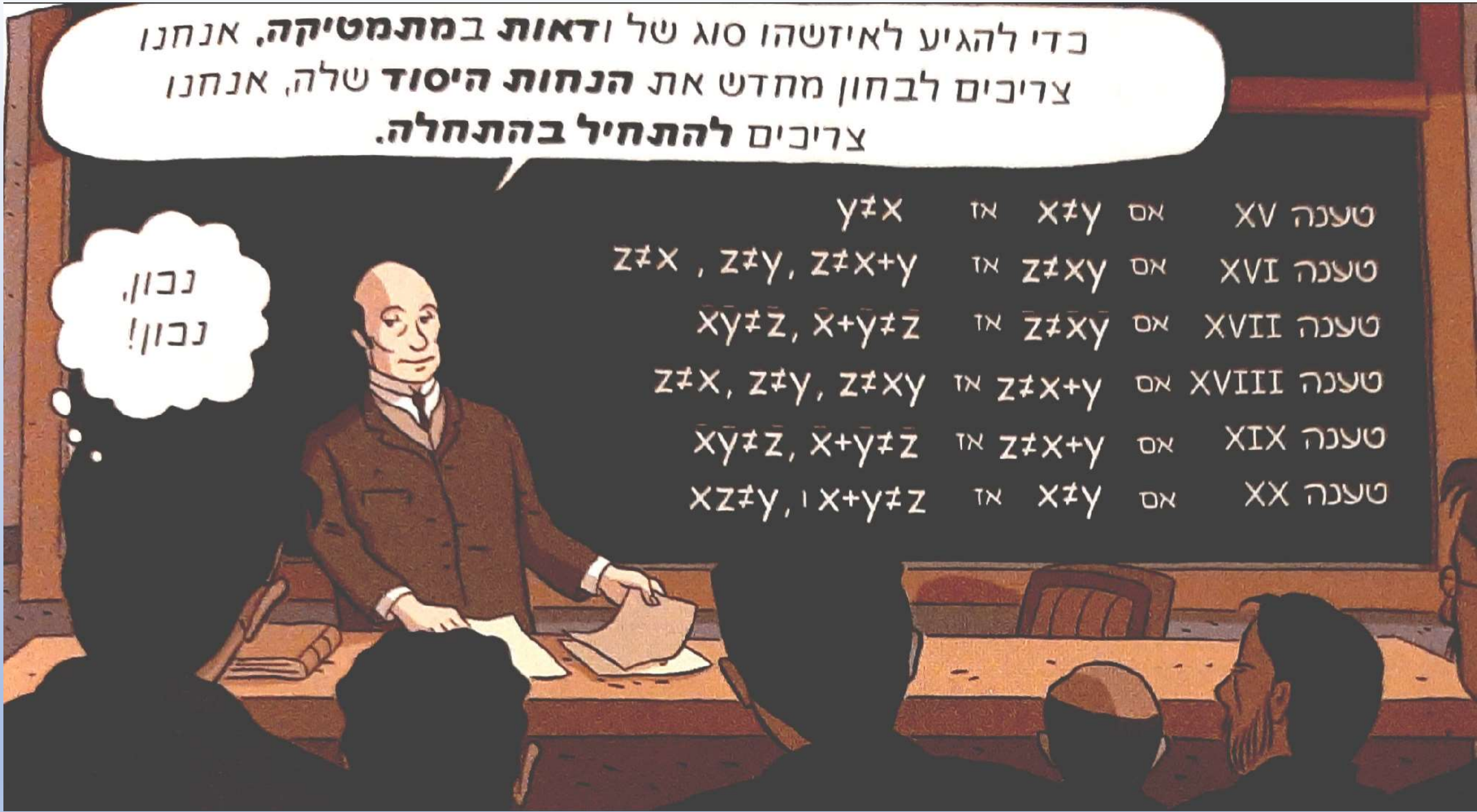
לוגיקה למדעי המחשב – שיעור 1:
מבוא
תחביר השפה הפסוקית

דוד קסלר 054-4511925

מבוא
יחידה 1 – לוגיקה ושפה פורמלית



* מתוך "לוגיקומיקס החיפוש אחר האמת" מאת דוקסיאדיס ופאפאדימיטריו

* מתוך "לוגיקומיקס החיפוש אחר האמת" מאת דוקסיאדיס ופאפאדימיטריו

שפות פורמליות

- א"ב / מקלדת: קבוצה לא ריקה של סימנים
- מחרוזת: סדרת סימנים סופית מהא"ב
- שפה: קבוצה של מחרוזות
- כללי תחביר: כללים המכריעים אם מחרוזת בשפה או לא
- ביטוי: מחרוזת בשפה
- פירוש: המשמעות של סימני השפה

דוגמה – שפת תרגילי חשבון במס' טבעיים

- א"ב / מקלדת: $\sum = \{+,-,x,/,0,1,\ldots,9\}$
- מחרוזת – 22/34, 333///3, -43+7
- שפה – שפת התרגילים החוקיים במס' טבעיים (מתחיל במספר, אין שתי פעולות רצופות, מסתיים במספר)
- כללי תחביר – כללים המכריעים אם מחרוזת בשפה או לא
  - מספר – רצף ספרות מתחיל ב"-" או לא
  - תרגיל – שני מספרים ובאמצע פעולה, או שני תרגילים ובאמצע פעולה
- ביטוי – מחרוזת בשפה (למשל 22+34)
- פירוש – המשמעות של סימני השפה. הפירוש לתרגילי חשבון

הגדרת קבוצה / שפה באינדוקציה מבנית

- מגדירים אברי בסיס שיהיו שייכים לקבוצה
- מגדירים כללי יצירה: עבור אברים בקבוצה, אם מפעילים עליהם כללי יצירה מקבלים אברים נוספים בקבוצה. שום איבר חוץ מהבסיס ואברים שהתקבלו מכללי יצירה לא בקבוצה.
- לדוגמה: קבוצת הטבעיים:
  - בסיס: $\{0\}$.
  - כלל יצירה: אם x בקבוצה גם $x+1$ בקבוצה.

יחידה 2 – תחביר לוגיקה פסוקית

השפה הפסוקית / שפת תחשיב הפסוקים

- א"ב / מקלדת:
$$\Sigma_n = \{P_1, \dots, P_n, \neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)\}$$
- הגדרה באינדוקציה מבנית:
  - בסיס: הפסוקים האלמנטריים $P_1, \dots, P_n$ הם פסוקים
  - כללי יצירה:
    - אם φ פסוק אזי גם $\neg\varphi$ פסוק
    - אם φ ו-ψ פסוקים אזי גם
$$(\varphi \wedge \psi), (\varphi \vee \psi), (\varphi \rightarrow \psi), (\varphi \leftrightarrow \psi)$$
פסוקים

הצרנה

- ניסוח המשמעות בשפה פורמלית למשל –
- אם אאמץ כלב אלך לטיולים, אבל אם לא אאמץ כלב לא אהיה מאושר
  - P – אאמץ כלב
  - Q – אלך לטיולים
  - R – אהיה מאושר

$$((P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg R))$$

הוכחה באינדוקציה מבנית

- אם מתקיימים:
  - לכל פסוק אלמנטרי יש את התכונה R
  - אם לפסוק φ יש את התכונה R גם לפסוק $\neg\varphi$ יש אותה
  - לכל קשר דו מקומי $@$ אם לפסוקים φ ו-ψ יש את התכונה R אזי גם לפסוק $(\varphi @ \psi)$ יש את התכונה R
- אזי לכל פסוק יש את התכונה R

הוכחה באינדוקציה מבנית – דוגמה 1 – למת ספירת הסוגריים

- כל פסוק מאוזן סוגריים: מס' הסוגריים השמאליים שווה לימניים
- בכל רישא של פסוק מס' הסוגריים השמאליים ≤ מס' הסוגריים הימניים (בסיפא הפוך)
- כל קשר דו מקומי בפסוק רואה משמאלו יותר סוגריים שמאליים, ומימינו יותר סוגריים ימניים

הוכחה באינדוקציה מבנית –
דוגמה 1 – למת ספירת הסוגריים

- בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P אין סוגריים ואין קשר דו מקומי ומימלא מתקיים.
- נניח שנכון עבור הפסוקים φ וψ
  - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – לפי הנחת האינדוקציה מתקיים לφ . מכאן, מתקיים גם עבור $\neg\varphi$ – הסוגריים לא השתנו.
  - עבור $(\varphi @ \psi)$:
    - לפי הנחת האינדוקציה φ וψ מאוזני סוגריים. הוספנו סוגר אחד מכל סוג ולכן מתקיים איזון סוגריים
    - בכל רישא של φ) – מהנחת האינדוקציה מס' הסוגריים השמאליים ≤ מס' הסוגריים הימניים בφ . הוספנו עוד סוגר שמאלי ולכן מתקיים. כנ"ל בכל רישא של $(\varphi @ \psi$ (φ מאוזן סוגריים).
    - בφ כל קשר דו מקומי לפי הנחת האינדוקציה רואה יותר סוגריים שמאליים, הוספנו עוד סוגר שמאלי אז עדיין מתקיים (באופן דומה מוכיחים לψ). הקשר @ רואה סוגר אחד שמאלי יותר מימני משמאלו כי לפי הנחת האינדוקציה φ מאוזן סוגריים

הוכחה באינדוקציה מבנית – תרגיל 1

- הוכח באינדוקציה שכל פסוק המכיל קשר דו מקומי מסתיים ב"(",
  וכל פסוק שאינו מכיל קשר דו מקומי מסתיים בפסוק אלמנטרי

- בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P אין קשר דו מקומי ומסתיים בפסוק אלמנטרי.
- נניח שנכון עבור הפסוקים φ וψ
  - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – לפי הנחת האינדוקציה מתקיים לφ . מכאן מתקיים גם עבור $\neg\varphi$ כי לא הוספנו קשר דו מקומי ולא שינינו את הסיומת.
  - עבור $(\varphi @ \psi)$ מכיל קשר דו מקומי ואכן מסתיים ב"(".

הוכחה באינדוקציה מבנית – תרגיל 2

- הוכח באינדוקציה שפסוק אינו יכול להכיל מחרוזות מהצורה $(\neg\varphi)$ כאשר φ פסוק
  - בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P אין סוגריים וממילא מתקיים.
  - נניח שנכון עבור הפסוקים φ וψ
    - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – לפי הנחת האינדוקציה מתקיים לφ . מכאן מתקיים גם עבור $\neg\varphi$ כי אין מחרוזת פנימית כזו והקשר $\neg$ שהוספנו לא עטוף בסוגריים.
    - עבור $(\varphi@\psi)$
      - לפי הנחת האינדוקציה φ וψ לא מכילים מחרוזת כזו.
      - נשאר רק לבדוק את המקרה שכל המחרוזת היא מהצורה $(\neg\theta)$, כאשר θ פסוק. אבל אז $\varphi@\psi$ פסוק, ו@ רואה משמאלו סוגריים מאוזנים בסתירה ללמת ספירת הסוגריים

הוכחה באינדוקציה מבנית – תרגיל 3

- הוכח ש$((Q \vee R)\neg P)$ לא פסוק
- נמצא תכונה שכל פסוק מקיים והפסוק הזה לא ונוכיח באינדוקציה. נוכיח שבכל פסוק מס' הפסוקים האלמנטרים (פ"א) = מס' הקשרים הדו מקומיים (ק"ד) + 1
- בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P – פסוק אלמנטרי אחד ואין קשרים דו מקומיים אז מתקיים.
- נניח שנכון עבור הפסוקים φ וψ
  - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – לפי הנחת האינדוקציה מתקיים לφ . מכאן מתקיים גם עבור $\neg\varphi$ לא הוספנו קשרים דו מקומיים ולא פסוקים אלמנטריים.
  - עבור $(\varphi@\psi)$ - מספר הפ"א = מס' הפ"א בφ + מס' הפ"א בψ = (הנחת האינדוקציה) מס' ק"ד בφ + 1 + מס' הק"ד בψ + 1 = מס' הק"ד $(\varphi@\psi)$ +1

הוכחה באינדוקציה מבנית – תרגיל 4

- הוכח/י שרישא ממש של פסוק אינה פסוק

- בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P – הרישא ממש היחידה היא המחרוזת הריקה שאינה פסוק
- נניח שנכון עבור הפסוקים φ וψ
  - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – נניח בשלילה שיש רישא ממש $\neg\theta$ שהיא פסוק. אבל אז θ פסוק והיא רישא ממש לφ וזו סתירה להנחת האינדוקציה.
  - עבור $(\varphi @ \psi)$ - כל רישא של φ מכילה לפחות סוגריים שמאליים כמספר הסוגריים הימניים וכנ"ל כל רישא של ψ ולכן כל רישא ממש של $(\varphi @ \psi)$ לא מאוזנת סוגריים ואינה פסוק.

הגדרת פונקציה באינדוקציה מבנית

- ניתן להגדיר פונ' f מקבוצת הפסוקים לקב' A כלשהי באמצעות אינדוקציה מבנית:
  - מגדירים את f מקב' הפסוקים האלמנטריים לקב' A
  - מגדירים את $f(\neg\varphi)$ בהתבסס על הערך של $f(\varphi)$
  - מגדירים את $f((\varphi @ \psi))$ עבור כל קשר דו מקומי $@$ בהתבסס על ערכי $f(\varphi)$ ו-$f(\psi)$.

דוגמה 1: הגדרת העומק הקשרי של פסוק

- הפסוקים האלמנטריים $P_1, \dots, P_n$ הם פסוקים בהם $d(\varphi) = 0$
- אם $d(\varphi) = n$ אזי $d(\neg\varphi) = n + 1$
- אם φ ו-ψ פסוקים אזי

$$d((\varphi @ \psi)) = \max\big(d(\varphi), d(\psi)\big) + 1$$

דוגמה 2: הגדרת קב' הפסוקים החלקיים

- עבור פסוק אלמנטרי P, $sub(P) = \{P\}$
- אם φ פסוק אזי
  $sub(\neg\varphi) = sub(\varphi) \cup \{\neg\varphi\}$
- אם φ ו-ψ פסוקים אזי
  $$sub((\varphi@\psi)) = sub(\varphi) \cup sub(\psi) \cup \{(\varphi@\psi)\}$$

תרגיל – הגדרה באינדוקציה של מספר התווים בפסוק

- הפסוקים האלמנטריים $P_1, \dots, P_n$ הם פסוקים בהם $c(\varphi) = 1$
- אם φ פסוק אזי $c(\neg\varphi) = c(\varphi) + 1$
- אם φ ו-ψ פסוקים אזי $c((\varphi @ \psi)) = c(\varphi) + c(\psi) + 3$

משפט הקריאה היחידה

- כל פסוק הוא בדיוק מאחת מהצורות הבאות:
  - פסוק אלמנטרי
  - פסוק שלילה מהצורה $\neg\varphi$ כאשר φ פסוק
  - פסוק מקושר מהצורה $(\varphi @ \psi)$ כאשר φ וψ פסוקים
- כל פסוק מקושר הוא מהצורה $(\varphi @ \psi)$ עבור קשר $@$ יחיד ועבור זוג פסוקים יחיד φ וψ. לאחר מחיקת הסוגריים החיצוניים הקשר $@$ הוא הקשר היחיד שהקטע משמאלו מאוזן סוגריים.

משפט הקריאה היחידה - תרגילים

- האם המחרוזות הבאות פסוקים?
  - $\neg\varphi$ כאשר φ אינו פסוק
    - לא. עפ"י משפט הקריאה היחידה פסוק שלילה, ומכאן φ חייב להיות פסוק.
  - $\rightarrow(PVQ)$
    - לא. לא מתחיל בפסוק אלמנטרי, שלילה או סוגר שמאלי ולכן לפי משפט הקריאה היחידה לא פסוק.

משפט הקריאה היחידה

הקשר הראשי

$$(\varphi @ \psi)$$

המרכיבים הראשיים

הקשר הראשי

המרכיב הראשי

$$\neg\varphi$$

בניית עץ המבנה של פסוק

- מטרות האלגוריתם:
  - לקבוע אם מחרוזת היא פסוק
  - למצוא את הקשר הראשי ואת המרכיבים הראשיים (אם יש)
  - להמשיך לנתח את המרכיבים הראשיים עד לפסוקים אלמנטריים
  - להציג את תוצאות הניתוח בעץ

בניית עץ המבנה של פסוק

- תיאור האלגוריתם:
  - אם φ פסוק אלמנטרי רושמים אותו וסיימנו
  - אם φ מהצורה $\neg\psi$ רושמים את ψ מתחת ל- φ
  - אם φ מהצורה $(\alpha@\beta)$ רושמים את α ו-β מתחת ל- φ.

  מוחקים סוגריים חיצוניים ומחפשים קשר שמשמאלו סוגריים מאוזנים.
- אם מגיעים לעלים פסוקים אלמנטריים – סיימנו. אם נתקעים – לא פסוק
- מספר הרמות בעץ (בספירה מ0) זהו העומק הקשרי של הפסוק

בניית עץ המבנה של פסוק – דוגמה 1

$$\left(\neg(P_0 \vee \neg P_1) \leftrightarrow (P_1 \vee \neg P_0)\right)$$

$$\neg(P_0 \vee \neg P_1) \qquad (P_1 \vee \neg P_0)$$

$$(P_0 \vee \neg P_1) \qquad P_1 \qquad \neg P_0$$

$$P_0 \qquad \neg P_1 \qquad P_0$$

$$P_1$$

בניית עץ המבנה של פסוק – דוגמה 2

$$\neg\big((P_0 \rightarrow P_1) \wedge (\neg P_1 \vee P_0)\big)$$

$$\big((P_0 \rightarrow P_1) \wedge (\neg P_1 \vee P_0)\big)$$

$$(P_0 \rightarrow P_1) \qquad (\neg P_1 \vee P_0)$$

$$P_0 \qquad P_1 \qquad \neg P_1 \qquad P_0$$

$$P_1$$

בניית עץ המבנה של פסוק – דוגמה 3

$$\neg\Big((P_0 \to P_1) \wedge ((\neg P_1) \vee P_0)\Big)$$

$$\Big((P_0 \to P_1) \wedge ((\neg P_1) \vee P_0)\Big)$$

$$(P_0 \to P_1) \qquad ((\neg P_1) \vee P_0)$$

$$P_0 \qquad P_1 \qquad {\color{red}(\neg P_1)} \qquad P_0$$

בניית עץ המבנה של פסוק – דוגמה 4

$$\neg\left(\left(P_0 \vee P_1\right) \wedge \left(P_1 \wedge P_0\right)\right)\right)$$

$$\left(\left(P_0 \vee P_1\right) \wedge \left(P_1 \wedge P_0\right)\right)\right)$$

$$\left(P_0 \vee P_1\right) \qquad \left(P_1 \wedge P_0\right)\right)$$

$$P_0 \qquad P_1 \qquad P_1 \qquad P_0)$$

תרגילים נוספים בזיהוי פסוקים

- נתון φ ו- ψ לא פסוקים. האם יתכן ש$(\varphi \rightarrow \psi)$ פסוק?
  - לא. נניח בשלילה שפסוק. ננסה לבנות את עץ המבנה. פסוק מקושר ולכן נפריד לφ ולψ . הם לא פסוקים ולכן ניתקע.
- נתון φ ו-ψ לא פסוקים. האם יתכן ש-$\psi \rightarrow \varphi$ פסוק?
  - כן. למשל $(P = \varphi$ ו-$(Q = \psi$. מתקבל $\varphi \rightarrow \psi = (P \rightarrow Q)$ שהוא פסוק.
- נתון φ פסוק. האם יתכן ש $\varphi\varphi$ פסוק?
  - לא. הוכחנו שרישא ממש של פסוק אינה פסוק.

למת המחרוזת החלקית, הצבה והחלפת תת פסוק

- כל מחרוזת חלקית של פסוק שהיא גם פסוק היא כל הפסוק או מחרוזת חלקית של מרכיב ראשי שלו
- ניתן להחליף מחרוזת חלקית שהיא פסוק (פסוק חלקי) במחרוזת חלקית אחרת שהיא פסוק ולקבל פסוק חוקי
- **הצבה** – מקרה פרטי שבו המחרוזת המוחלפת פסוק אלמנטרי
- $\varphi[\psi/Q]$ – הפסוק המתקבל מסדרת הצבות בהן כל פסוק אלמנטרי Q מוחלף ב-ψ

תרגיל - הוכחת חוקיות ההצבה

נוכיח שהפסוק α' המתקבל בהצבה של הפסוק β במקום הפסוק האלמנטרי P בפסוק α הינו פסוק חוקי

- בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P – מתקיים α=P ולכן $\alpha' = \beta$ שהוא פסוק חוקי.
- נניח שנכון עבור הפסוקים φ וψ
  - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – מתקיים $(\neg\varphi)' = \neg\varphi'$. φ' פסוק לפי הנחת האינדוקציה ולכן גם $\neg\varphi'$.
  - עבור $(\varphi@\psi)$ - P נמצאת בφ או בψ . נניח בψ (ההוכחה המקבילה דומה) אזי מתקיים $(\varphi@\psi)' = (\varphi@\psi')$ שהוא פסוק על סמך הנחת האינדוקציה וחוקי בניית פסוקים

מבנה פסוק bottom up

- מסמנים ב-0 את הפסוקים האלמנטריים
- מסתכלים על המחרוזות בסימון **n** ומסמנים ב **n+1** את המחרוזות $\neg\psi$ או $(\alpha@\beta)$ כאשר α, β ו-ψ מחרוזות בסימון עד **n**.
- אם נתקעים באמצע – לא פסוק.

מבנה פסוק bottom up - דוגמה

$$\left(\neg(P_0 \vee \neg P_1) \leftrightarrow (P_1 \vee \neg P_0)\right)$$

סימון 0: $P_0 \quad P_1 \quad P_1 \quad P_0$

סימון 1: $\neg P_1 \quad \neg P_0$

סימון 2: $(P_0 \vee \neg P_1) \quad (P_1 \vee \neg P_0)$

סימון 3: $\neg(P_0 \vee \neg P_1)$

סימון 4: $\left(\neg(P_0 \vee \neg P_1) \leftrightarrow (P_1 \vee \neg P_0)\right)$

מתקבל עץ זהה לעץ המבנה (רק הפוך)

סדרת בנייה / יצירה של פסוק

- סדרת מחרוזות סופית $\varphi_1 \dots \varphi_n$ היא סדרת בנייה לפסוק φ_n אם כל מחרוזת בסדרה היא:
  - פסוק אלמנטרי
  - עבור מחרוזת φ_i קיים φ_j כך ש $i < j$ ומתקיים $\varphi_i = \neg\varphi_j$
  - עבור מחרוזת φ_i קיימות φ_j ו- φ_k כך $j,k < i$ ומתקיים $\varphi_i = (\varphi_j @ \varphi_k)$

דוגמה לסדרת בניה 1

- בנו סדרת בניה עבור הפסוק $\left(\neg(P_0 \vee \neg P_1) \leftrightarrow (P_1 \vee \neg P_0)\right)$

$$P_0, P_1, \neg P_0, \neg P_1, (P_0 \vee \neg P_1),$$
$$\neg(P_0 \vee \neg P_1), (P_1 \vee \neg P_0),$$
$$\left(\neg(P_0 \vee \neg P_1) \leftrightarrow (P_1 \vee \neg P_0)\right)$$

דוגמה לסדרת בניה 2

- בנו סדרת בניה עבור הפסוק
$$\neg\big((P_0 \to P_1) \land (\neg P_1 \lor P_0)\big)$$

$$P_0, P_1, \neg P_1, (\neg P_1 \lor P_0), (P_0 \to P_1),$$
$$\big((P_0 \to P_1) \land (\neg P_1 \lor P_0)\big),$$
$$\neg\big((P_0 \to P_1) \land (\neg P_1 \lor P_0)\big)$$

דקדוק BNF

- שיטה נוספת לתיאור שפות המוגדרות בצורה רקורסיבית
- השפה הפסוקית:
  - המקלדת $\Sigma = \{P_1, \dots, P_n, \dots, \neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)\}$
  - כללי גזירה:

$$Q ::= P_1 | P_2 | \dots | P_n | \dots$$

$$\varphi ::= Q | \neg\varphi | (\varphi \vee \varphi) | (\varphi \wedge \varphi) | (\varphi \rightarrow \varphi) | (\varphi \leftrightarrow \varphi)$$

דקדוק BNF - דוגמה ליצירת פסוק

- ניצור את הפסוק $\neg\big((P_0 \to P_1) \wedge \neg P_1\big)$ באמצעות הדקדוק

$$\varphi ::= \neg\varphi ::= \neg(\varphi \wedge \varphi) ::= \neg\big((\varphi \to \varphi) \wedge \varphi\big)$$
$$::= \neg((\varphi \to \varphi) \wedge \neg\varphi) ::= \neg((Q \to Q) \wedge \neg Q)$$
$$::= \neg((P_0 \to P_1) \wedge \neg P_1)$$

תרגיל סיכום 1

- הוכיחו באינדוקציה מבנית שאם מספר סימני השלילה זוגי אורך הפסוק אי זוגי ולהיפך
- בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P – אין שלילה (זוגי) ואורך הפסוק אי זוגי (1)
- נניח שנכון עבור הפסוקים φ ו-ψ
  - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – אם האורך של φ זוגי האורך של $\neg\varphi$ אי זוגי ולהיפך.
  - עבור $(\varphi@\psi)$ -
    - אם האורך של φ אי זוגי ו-ψ זוגי (או להיפך) – אורך הפסוק זוגי (זוגי + אי זוגי + 3). מספר סימני השלילה אי זוגי (זוגי + אי זוגי).
    - אם האורך של φ זוגי ו-ψ זוגי – אורך הפסוק אי זוגי (זוגי + זוגי + 3) ומספר סימני השלילה זוגי (אי זוגי + אי זוגי)
    - אם האורך של φ אי זוגי ו-ψ אי זוגי – אורך הפסוק אי זוגי (אי זוגי + אי זוגי + 3) ומספר סימני השלילה זוגי (זוגי + זוגי)

תרגיל סיכום 2

- יהי ψ פסוק שהתקבל ממחיקת תו אחד מהפסוק φ. איזה תו נמחק?
- נוכיח באינדוקציה שניתן למחוק $\neg$ ככל שרוצים ולהישאר עם פסוק, ושלא ניתן למחוק שום תו יחיד אחר.
- בסיס: עבור פסוק אלמנטרי P – אין שלילה ואי אפשר למחוק את P
- נניח שנכון עבור הפסוקים φ וψ
  - עבור הפסוק $\neg\varphi$ – ניתן למחוק את השלילה ולקבל פסוק. מהנחת האינדוקציה בתוך φ ניתן למחוק רק תוי שלילה. ממשפט הקריאה היחידה $\neg\varphi$ פסוק אמ"ם φ פסוק.
  - עבור $(\varphi@\psi)$ - מהנחת האינדוקציה בתוך φ,ψ נשארים פסוק אמ"ם מוחקים שלילה. אולם, ממשפט הקריאה היחידה (ניסיון לבנות עץ) $(\varphi@\psi)$ פסוק אמ"ם φ,ψ פסוקים. אם מוחקים את), (לא פסוק (למת ספירת הסוגריים). איך מוכיחים שאם מוחקים את @ לא פסוק?

תרגיל סיכום 3

- כמה סדרות יצירה באורך 6 יש לפסוק $\neg\big((P_0 \to P_1) \wedge \neg P_1\big)$?
- בכל סדרת יצירה חייבים להופיע כל תתי הפסוקים של הפסוק. נכתוב סדרת יצירה אחת באורך 6. היא לא מכילה פסוקים שאינם תתי פסוקים:

$$P_0, P_1, \neg P_1, (P_0 \to P_1), \big((P_0 \to P_1) \wedge \neg P_1\big), \neg\big((P_0 \to P_1) \wedge \neg P_1\big)$$

- שתי האחרונות חייבות להופיע בסוף. ניתן "לשחק" בסדר של 4 הפסוקים הראשונים כל עוד $\neg P_1$ אחרי P_1 ו-$(P_0 \to P_1)$ אחרי P_0, P_1.
  - אם $(P_0 \to P_1)$ בסוף – 3 אפשרויות (לפי מיקום P_0)
  - אם $\neg P_1$ בסוף – 2 אפשרויות (משחק רק עם P_0, P_1)
- סה"כ 5 אפשרויות

תרגיל סיכום 4

- ב"שפת הסוגריים המלאה" גם שלילה מוקפת בסוגריים. הגדר באינדוקציה פונקציה הממירה פסוק מהשפה הפסוקית לשפת הסוגריים המלאה, וכתוב את עץ הפסוק לפסוק $\left(\neg((P_0 \to P_1) \wedge \left((\neg P_1) \vee P_0\right))\right)$. מה העומק הקשרי שלו?
- עבור פסוק אלמנטרי P, $f(P) = P$
- עבור $\neg\varphi$

$$f(\neg\varphi) = (\neg f(\varphi))$$

- עבור $(\varphi @ \psi)$

$$f((\varphi @ \psi)) = (f(\varphi) @ f(\psi))$$

תרגיל סיכום 4 המשך

$$\left(\neg\left((P_0 \to P_1) \land \left(((\neg P_1) \lor P_0)\right)\right)\right)$$

$$\left((P_0 \to P_1) \land ((\neg P_1) \lor P_0)\right)$$

$$(P_0 \to P_1) \qquad ((\neg P_1) \lor P_0)$$

$$P_0 \qquad P_1 \qquad (\neg P_1) \qquad P_0$$

$$P_1$$

- עומק קשרי 4

תודה רבה ☺