רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

492 - מס' שאלון

16

ביוני 2022

מס' מועד 82

סמסטר 2022ב

י"ז בסיון תשפ"ב

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

שעות משך בחינה:

> עמודים בשאלון זה 3

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.

אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.

שימו לב:

- * בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- * מותר להסתמר על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס. כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
 - * אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי. אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

הפסוק מספרים ממשיים. את הפסוק מסמנות a,b,c האותיות להלן א. להלן נקי

ac=bc ניתן להצרין כך: ac=bc אז מ- ac=bc ואם מ

$$\forall a \forall b \forall c ((ac \neq bc) \lor (a = b) \lor (c = 0))$$
 [1]

$$\forall a \forall b \forall c ((ac \neq bc) \rightarrow ((a \neq b) \lor (c \neq 0)))$$
 [2]

$$\forall a \forall b \forall c ((ac = bc) \land (c \neq 0) \land (a = b))$$
 [3]

בל הטענות הקודמות שגויות. [4]

- אז $|A \times \mathcal{P}(B)| = \aleph_0$ כך ש- A,B כך ש- (7 נקיי) געונות קבוצות לא ריקות
 - .יכולה להיות קבוצה סופית A
 - $|P(B)| \ge |A|$ [2]
 - |B| = |A| [3]
 - $|A^B| = |A|$ [4]
 - כל הטענות הקודמות שגויות.
- 1,2,3 הוא עץ מתוייג על 6 צמתים שבו דרגות הצמתים המתוייגים ב- 1,2,3 הן (6,2,3) בהתאמה. אז מספר העצים המקיימים את תנאי השאלה הוא בהתאמה.
 - 36 **[1]**
 - 12 **[2]**
 - 6 [3]
 - [4] כל הטענות הקודמות שגויות.

חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק בי כולו: 81 נקודות

שאלה 2

:כך: R,S כיחסים מגדירים מגדירים על הקבוצה $A=\{\,\langle x,y\rangle\,|\,\,x,y\in\{0,1,2,4\}\,\}$ נתונה

 $(x_1,y_1)=x_2y_2$ אם ורק אם $(x_1,y_1)R(x_2,y_2)$, $(x_1,y_1),(x_2,y_2)\in A$ לכל

. $y_1 < y_2$ וגם $x_1y_1 = x_2y_2$ אם ורק אם $\langle x_1,y_1 \rangle S\langle x_2,y_2 \rangle$, $\langle x_1,y_1 \rangle, \langle x_2,y_2 \rangle \in A$ ולכל

. א. הוכיחו ש- R הוא האיברים שקילות ורשמו את האיברים בכל אחת ממחלקות השקילות.

(מקו את התשובה) ב. הוכיחו ש- S הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא (נמקו את התשובה) ומצאו את האיברים המינימליים והמקסימליים.

שאלה 3

בשני סעיפי השאלה נתייחס לפתרונות בטבעיים של המשוואה:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30$$

 $.\,x_4\,,\,x_5\,,\,x_6\!\le 5\,$ ו- ב- 3 המתחלקים אי- זוגיים אי- זוגיים מספרים א x_3 ו- גי x_2 , x_1

(13 נקי) א. רישמו פונקציה יוצרת שמתאימה לחישוב מספר הפתרונות המשוואה.

(14 נקי) ב. מיצאו את מספר פתרונות המשוואה.

שאלה 4

לספרה מימין מימין אבהן ,1,2,3,4 הספרות המחרוזות באורך ,חnבאורך מימין מספר את ב- a_{n}

.1 -כ מוגדר a_0 .4 מופיעה תמיד הספרה 2 ומימין לספרה 3 מופיעה 1

לדוגמה: המחרוזות 2, 4, 12, 4, 21, 34, הו חוקיות, המחרוזות 3, 21, 334, 23414 הן לא חוקיות.

 a_1, a_2 א. מיצאו בעזרת חישוב ישיר את מיצאו (7 נקי)

. מתאימים ליחס הנסיגה a_n,a_1,a_2 ובדקו שהערכים של a_0,a_1,a_2 מתאימים ליחס הנסיגה.

 a_n ל- פתרו מפורשת ל- וקבלו נוסחה מפורשת ל- פתרו את געי) ג. פתרו את יחס הנסיגה וקבלו נוסחה מפורשת ל-

שאלה 5

קיימת , $a,b \in V$ ובין כל שני צמתים אבין ע = $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ שבו G = (V,E) נתון גרף פשוט

 $|a-b| \ge 3$ אם ורק אם E

. מיצאו את דרגות כל הצמתים ב- G והראו שיש בו מסלול אוילר שאינו מעגל. מיצאו את דרגות כל הצמתים ב-

. הוכיחו ש- G הוא גרף מישורי ומיצאו את מספר הפאות שלו.

ג. הוכיחו ש- G אינו גרף דו-צדדי.

בהצלחה!