# מספר התלמיד הנבחו

רשום את כל תשע הספרות

## האוניברסיטה

י"ג באדר א' תשפ"ב

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

מס' שאלון - 488

14

בפברואר 2022

סמסטר 2022א

20476 / 4

מס' מועד 87

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

שעות משך בחינה:

> עמודים בשאלון זה 3

## מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות. אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות

הראשונות.

שימו לב:

- \* בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- \* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
  - \* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- \* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

## חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי. אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה

## חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

#### שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

**בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה.** אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

- אז p,q נתונים פסוקים א**.** (6 נקי) אי
- $p \rightarrow (p \land q) \equiv p \rightarrow (p \land \neg q)$  [1]
- $p \rightarrow (p \land q) \equiv p \rightarrow (\neg p \lor q)$  [2]
- $p \rightarrow (p \land q) \equiv p \rightarrow \neg (p \land q)$  [3]
  - כל הטענות הקדומות שגויות [4]
- . ערכית. ד-חד-ערכית שהיא על ואינה  $f:A\to B$  ופונקציה A,B ופונות קבוצות 7)
  - |A| > |B| [1]
  - |P(A)| > |B| [2]
  - $|A| > |\mathcal{P}(B)|$  [3]
  - $|A| = |\mathcal{P}(B)|$  [4]
  - $T_1$ , היא סדרת פרופר של עץ מתוייג (1,2,3,3,2,4) . ג. (6) נקי)

אז . $T_2$  היא סדרת פרופר של סדרת פרופר (1,2,3,3,2)

- . יש אותו מספר צמתים  $T_2$  יש אותו מספר צמתים [1]
  - . יש אותו מספר עלים  $T_2$  יש אותו מספר עלים [2]
- . יש אותו מספר צמתים שאינם עלים.  $T_2$  ו-  $T_1$  יש אותו
  - בל הטענות הקודמות שגויות. [4]

## חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק בי כולו: 81 נקודות

#### שאלה 2

: כך: R,S כיחסים מגדירים אל הקבוצה Aהקבוצה ה $A=\{\,\langle x,y\rangle\,|\,\,x,y\in\{0,1,\sqrt{2},\sqrt{3}\,\}\,\}$  נתונה

$$(x_1^2+y_1^2=x_2^2+y_2^2)$$
 אם ורק אם  $(x_1,y_1)R(x_2,y_2)$  ,  $(x_1,y_1),(x_2,y_2)\in A$  לכל

 $x_1 < x_2$  אם ורק אם  $x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$  אם ורק אם  $\langle x_1, y_1 \rangle S \langle x_2, y_2 \rangle$  ,  $\langle x_1, y_1 \rangle, \langle x_2, y_2 \rangle \in A$  ולכל

. הראו ש- R הוא יחס שקילות, ורישמו את כל מחלקות השקילות שלו. R הראו ש- R הוא יחס שקילות, ורישמו את כל מחלקות השקילות שלו.

(נמקו את התשובה) ב. הראו ש-S הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא (נמקו את התשובה) ומיצאו בו את האיברים המינימליים ואת האיברים המקסימליים.

## שאלה 3

 $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  בסעיפים אי ו- בי נתייחס לפתרונות בטבעיים של משוואה

 $x_2 \neq 5$  ו-  $x_1 \neq 2$  ו-  $x_2 \neq 5$  ו- 1 ו- 3 א. חשבו את מספר הפתרונות של המשוואה כאשר

 $x_2 \notin \{2,5\}$  וגם  $x_1 \notin \{2,5\}$  ב. חשבו את מספר הפתרונות של המשוואה כאשר ב. חשבו את מספר הפתרונות המשוואה באשר

$$\left(\frac{1}{1-x}-x^2-x^5\right)^2\cdot\frac{1}{1-x}$$
 בביטוי ביטוי את מיצאו את מיצאו את מיצאו את מיצאו את כיטוי

#### שאלה 4

A קבוצת כל המחרוזות שבהן מופיעות הספרות 1,2,3,4,5,6,7 בלבד. נסמן:

. ואין אורך שסמוכות מ-1 שסמוכות מ-1 אורך אורך ואין בהן אורך n שסמוכות A שסמוכות המחרוזות מספר מספר מ

 $a_0 = 1$  -ש כתון גם ש- 122 אך את  $a_3$  אך את פרים כשמחשבים את (למשל את 212 סופרים כשמחשבים את  $a_3$ 

. (נוסחת נסיגה)  $a_{n-2}$  - ו $a_{n-1}$  בעזרת  $a_n$  בעזרת הביעו את  $n \geq 2$  א. עבור כל 9)

 $a_1$  אי עבור  $a_2$  אי עבור אי ב. חשבו את מוסחה שמצאתם את נכונות הנוסחה ואת  $a_1$  אי עבור  $a_2$ 

 $a_n$  ג. מיצאו נוסחה כללית עבור (פ נקי)

#### שאלה 5

בגרף **פשוט וקשיר** n, 4,4,4,3,3 צמתים של 5 צמתים של m+n+5 על G על בגרף בגרף בגרף בעלי דרגות m+n+5 צמתים בעלי דרגה m -1 2 ברגה 2 יש

G נקי) א. הוכיחו שהמספר m הוא זוגי וחשבו את מספר הקשתות של 9.

הצמתים הלוי במספר הצמתים הוא גרף מישורי ושמספר הפאות שלו אינו הלוי פיספר הצמתים (9 נקי) בעלי דרגה 2.

... כמה עלים יהיו ב- G במקרה שהוא עץ! נמקו את התשובה.

### בהצלחה!