מספר התלמיד הנבחן רשום את כל תשע הספרות

# האוניברסיטה הפתוחה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

ו' בתמוז תשפ"ב

492 - מס' שאלון

ביולי 2022

5

סמסטר 2022ב

מס' מועד 88

20476 / 4

## שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

## מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.

אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.

שימו לב:

- \* בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- \* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
  - \* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- \* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

## :חומר עזר

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי. אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



## חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

## שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

**בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה.** אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

- . הוא טאוטולוגיה (p o q)  $o (\neg p \wedge q)$  ידוע ש- p,q הוא טאוטולוגיה.
  - .טאוטולוגיה  $p \vee q$  [1]
    - $p \equiv q$  [2]
  - טאוטולוגיה.  $p \wedge q$  [3]
  - כל הטענות הקדומות שגויות [5]
- $A \cap \mathbf{Q} = \emptyset$  נקי) ב. נתונה קבוצה **אינסופית** A של מספרים **ממשיים** כך ש
  - $|A| > \aleph_0$  [1]
  - $|A| \le \aleph_0$  [2]
  - (כאשר מספרים מספרים (כאשר a,b) (משרים ממשיים) (3]
    - . כך ש $A \cap (a,b)$  קבוצה אינסופית
      - [4] כל הטענות הקודמות שגויות.
    - : אז אוא גרף המילטוני על 5 צמתים. אז G אז (6 נקי)
      - הוא מישורי. G [1]
    - .אם G הוא מישורי אז הוא בהכרח אולירי.
    - . אם G הוא אוילרי אך אינו מעגל, אז G לא מישורי [3]
      - [4] כל הטענות הקודמות שגויות.

## חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב׳ כולו: 81 נקודות

#### שאלה 2

:כך: R,S יחסים מגדירים מגדירים על הקבוצה .  $A = \{0,1,2\} \times \{-2,-1,0,1\,,\,2\}$  נתונה

$$|x_1|+|y_1|=|x_2|+|y_2|$$
 אם ורק אם  $\langle x_1,y_1\rangle R\langle x_2,y_2\rangle$  ,  $\langle x_1,y_1\rangle,\langle x_2,y_2\rangle\in A$  לכל

 $|x_1| < x_2$  אם ורק אם  $|x_1| + |y_1| = |x_2| + |y_2|$  אם ורק אם ורק אם  $\langle x_1, y_1 \rangle S \langle x_2, y_2 \rangle$ ,  $\langle x_1, y_1 \rangle$ ,  $\langle x_2, y_2 \rangle \in A$  ולכל

. א. הוכיחו ש-R הוא יחס שקילות ורשמו את האיברים בכל אחת ממחלקות השקילות.

(נמקו את התשובה) ב. הראו ש- S הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא (נמקו את התשובה) ומצאו את האיברים המינימליים והמקסימליים.

### שאלה 3

: א.מיצאו את מספר הפתרונות בטבעיים של המשוואה א. 15)

$$1 \le i \le 7$$
 לכל  $x_i \ne 5$  כאשר  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 18$ 

(במילים אחרות, אף נעלם לא שווה ל- 5)

$$\left(1+x+x^2+x^3+x^4+rac{x^6}{1-x}
ight)^7$$
 בפיתוח לטור חזקות של  $x^{18}$  בפיתוח את מיצאו את מיצאו את מיצאו את בפיתוח לטור בי

## שאלה 4

. בשאלה זו a,b,c הם איברים שונים זה מזה.

 $f:\{1,2,3,4,5,6,7\} o \{a,b,c\}$  שהן על ומקיימות את מספר הפונקציות  $f:\{1,2,3,4,5,6,7\} o \{a,b,c\}$ 

(כאן | זה סימון לעוצמה!) (כאן |  $|f^{-1}[\{a\}]| \le |f^{-1}[\{b\}]| \le |f^{-1}[\{c\}]|$ 

: המקיימות את מספר הפונקציות  $f:\{1,2,3,4,5,6,7\} \rightarrow \{a,b,c\}$  המקיימות את התנאי ב. חשבו את התנאי .  $f(7) \in f[\{1,2,3\}]$ 

#### שאלה 5

נתון גרף פשוט  $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  שבו G=(V,E) שבו כל שני צמתים עון גרף פשוט G=(V,E) קיימת היים ב-  $A-b \in \{3,4,5\}$ 

(x) מסמן את הערך המוחלט של |x| אל מספר לכל (שימו לב: לכל מספר

- . מיצאו את דרגות כל הצמתים של G והראו שיש בו 12 קשתות בדיוק. א. מיצאו את דרגות כל הצמתים של
  - (פון המילטוני ואוילרי. המילטוני ואוילרי.  $\overline{G}$  הוא המילטוני ואוילרי. ב. הוכיחו ש $\overline{G}$ 
    - . גרף מישורי. חשבו את מספר הפאות שלו.  $\overline{G}$  גרף ידוע ש- 3 גרף מישורי. חשבו את מספר הפאות שלו.

#### בהצלחה!