האוניברסיטה

יש להדביק כאן את מדבקת הנבחן

483 - מס' שאלון

17

ביולי 2023

87 מס' מועד סמסטר 2023ב

כ"ח בתמוז תשפ"ג

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

שעות משך בחינה:

> עמודים בשאלון זה 3

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.

אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.

שימו לב:

- * בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- * מותר להסתמר על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס. כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
- * אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי. אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

- א. להלן האות x מסמנת מספר ממשי. את הפסוק אהלן האות x להלן האות x (6 נקי) אי. ייהריבוע של כל מספר ממשי ששונה מאפס הוא גדול מאפסיי ניתן להצרין כך:
 - $\forall x((x \neq 0) \land (x^2 > 0))$ [1]
 - $\forall x((x^2 \le 0) \to (x = 0))$ [2]
 - $\forall x((x > 0) \lor (x < 0) \lor (x^2 > 0))$ [3]
 - . כל הטענות הקודמות שגויות. [4]
 - a < b כלומר a, (a, b) ב. בשאלה זו נתייחס רק לקטעים פתוחים לא ריקים (7) ב. נתונה קבוצה אינסופית ובת מניה A של מספרים ממשיים . אז
 - . $A \cap (a,b) = \aleph_0$ כך ש- (a,b) כקיים קטע פתוח [1]
 - . $A \cap (a,b) \neq \aleph_0$ כך ש- (a,b) כקיים קטע פתוח [2]
 - . $(\mathbf{R} \setminus A) \cap (a,b) = \aleph_0$ כך ש- (a,b) קיים קטע פתוח [3]
 - בל הטענות הקודמות שגויות.
 - : גרף אם G גרף אם מלא ופשוט על 6 צמתים אז (6 נקי) גרף אם G אם לוכף אם (6 נקי)
 - לא מישורי. G [1]
 - לא המילטוני. G [2]
 - אוילרי. G אוילרי G אוילרי.
 - [4] כל הטענות הקודמות שגויות.

חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק בי כולו: 81 נקודות

שאלה 2

R,S כך: מגדירים יחסים $A = \{1,2,3,4\} imes \{1,2,3,4\}$ על הקבוצה

. $\min\{x_1,y_1\}=\min\{x_2,y_2\}$ אם ורק אם $\langle x_1,y_1\rangle R\langle x_2,y_2\rangle$, $\langle x_1,y_1\rangle,\langle x_2,y_2\rangle\in A$ לכל

 $\min\{a,b\}$ הוא המספר הקטן ביותר בקבוצה $\min\{a,b\}$).

 $x_1 < y_2$ אם ורק אם $x_1 < x_2$ אם ורק אם $\langle x_1, y_1 \rangle S \langle x_2, y_2 \rangle$, $\langle x_1, y_1 \rangle, \langle x_2, y_2 \rangle \in A$ לכל

(11 נקי) א. הראו ש-R יחס שקילות ורשמו את האיברים בכל אחת ממחלקות השקילות שלו.

סדר הראו ש- S הוא יחס סדר ב. 1. הראו ש- S

2. רשמו כל איבר שהוא לא מינימלי ולא מקסימלי.

3. רשמו כל איבר שהוא גם מינימלי וגם מקסימלי.

.האם S הוא יחס משווה? נמקו את התשובה.

שאלה 3

4 -ב D מפזרים 4 כדורים מסוג C ו- 4 כדורים מסוג D כדורים מסוג D ב- 4 כדורים מסוג D

(10 נקי) א. חשבו את מספר כל הפיזורים האפשריים.

(17 נקי) ב. חשבו את מספר הפיזורים שבהם אין אף תא המכיל כדורים מכל הסוגים.

שאלה 4

אות אכל מימין מימין אבהן , A,B,C,D,E שבחותיות באותיות באורך באורך מימין מספר את מספר נסמן ב-

.1 -כ מוגדר a_0 . D או או מהאותיות מהאותיות חייבת להופיע חייבת B חייבת לכל אות A

. לא חוקיות A,B,AEC,ABC,BDAA הן מילים חוקיות, אבל C,D,E,AC,BC,BDCAC למשל:

 a_1, a_2 א. מיצאו בעזרת חישוב ישיר את מיצאו א. (7 נקי)

. מתאימים ליחס הנסיגה a_0, a_1, a_2 של שהערכים ליחס הנסיגה ל-יחס הנסיגה (7) ב. מיצאו יחס נסיגה ל-יחס הנסיגה

 a_n ל- פתרו את יחס הנסיגה וקבלו נוסחה מפורשת ל- 13)

שאלה 5

נתון עץ מתוייג T שצמתיו $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ו- $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ סדרת פרופר שלו.

הוא הגרף **הפשוט** המתקבל מ- T על -ידי הוספת קשתות בין כל שני עלים של G (מבלי להוסיף גם קשתות אחרות).

(9 נקי) א. הוכיחו ש- G גרף אוילרי.

(9 נקי) ב. הוכיחו ש- G הוא לא גרף מישורי.

. ג. מיצאו את מספר הצביעה של G (הסבירו מדוע אין ל-G צביעה בפחות צבעים).

בהצלחה!