רשום את כל תשע הספרות

# האוניברסיטה

כ"ז בחשון תשפ"ג

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

מס' שאלון - 518

בנובמבר 2022

מס' מועד 92

סמסטר 2022ג

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

שעות משך בחינה:

> עמודים בשאלון זה 3

## מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.

אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.

שימו לב:

- \* בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- \* מותר להסתמר על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס. כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
  - \* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- \* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

## חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי. אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



# חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

### שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

**בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה.** אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

- A מסמן יחס על R ו- A מסמנים אברים מסמנים אברים מסמן יחס על (6 נקי) אז, את הפסוק R הוא יחס אנטי סימטרי R ניתן להצרין כך:
  - $\forall a(\neg(\exists b(aRb \lor bRa)))$  [1]
  - $\forall a(\neg(\exists b(aRb \land bRa)))$  [2]
    - $\forall a \forall b (aRb \land \neg bRa)$  [3]
      - $\forall a \forall b (aRb \vee bRa)$  [4]
    - A,B אם A,B קבוצות אז: 7)
      - $2^{|A \setminus B|} \neq |A \cup B| \quad [1]$
    - $2^{|A \cap B|} \neq |A \cup B| \quad [2]$
    - $|A| \cdot 2^{|B|} = |B| \cdot 2^{|A|}$  [3]
  - בל הטענות הקודמות שגויות.
- $T_1, T_2$  אמתוייגים באותם המספרים העוקבים  $T_1, T_2$ , כאשר (6 נקי) אונים עצים עצים  $T_1, T_2$  שמתוייגים באותם המספרים העוקבים  $T_1$ , כאשר בעופר של בעופר של  $T_1$  ו-  $T_2$  היא סדרת פרופר של  $T_2$  היא סדרת פרופר של  $T_1$  יסמן את קבוצת השכנים של צומת  $T_2$  בעץ  $T_3$ . אז יסמן את קבוצת השכנים של צומת  $T_3$ 
  - .בכל אחד משני העצים יש בדיוק 2 עלים.
  - $\Gamma_{T_1}(\mathbf{5})\cap\Gamma_{T_2}(\mathbf{5})\neq\varnothing$  -ו 5 ב- 5 וגם ב- 7 יש צמתים המתוייגים ב- 5 וגם ב-  $T_1$  (2)
  - $\Gamma_{T_1}(6) \cap \Gamma_{T_2}(6) = \varnothing$  ו 6 ב- 7 יש צמתים המתוייגים המתוייגים ב- 6 ו  $T_1$  [3]
    - (4] אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה.

#### חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק בי כולו: 81 נקודות

#### שאלה 2

K כך: R,S כך: על הקבוצה K מגדירים יחסים  $K=\mathcal{P}(\{1,2,3\}\}\setminus\{\emptyset\}$  נתונה

 $\min A$  אם ורק אם  $\min A$  אם ורק אם  $\min A$  אם ורק אם  $\min A$  אם ורק אם לכל

.  $\min A < \min B$  אם ורק אם ASB ,  $A,B \in K$  לכל

. הראו ש- R הוא יחס שקילות ורשמו באופן מפורט את מחלקות השקילות שלו. R הראו ש- R הוא יחס שקילות ורשמו באופן מפורט את

האיברים המינימליים ואת האיברים המינימליים ואת האיברים הוא יחס סדר, מיצאו בו את האיברים המינימליים ואת האיברים ב- S איבר ראשון או איבר אחרון. נמקו את התשובה.

## שאלה 3

14) א. חשבו את מספר הפתרונות בטבעיים של המשוואה

 $1 \le i \le 6$  לכל אבי לכל המקיימים  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10$ 

הסבירו את התשובה.

 $\left(1+x+x^2+\frac{x^4}{1-x}\right)^6$ (1+ $x^9$ ) ב. מיצאו את המקדם של  $x^{10}$  בפיתוח לטור מיצאו של (13)

.

#### שאלה 4

עבור כל  $n\in {\bf N}$  נסמן ב-  $a_n$  את מספר המילים הכתובות מספר את מחפר  $a_n$  נסמן ב-  $n\in {\bf N}$  עבור כל ב- כ-  $a_0$  נסמן שתי אותיות מתוך הקבוצה  $\{A_1,A_2,A_3\}$  שסמוכות זו לזו.  $a_0$ 

. מתאימים ליחס הנסיגה  $a_{0},a_{1},a_{2}$  של ובדקו שהערכים ליחס נסיגה ל- $a_{n}$  ובדקו שהערכים של ... (14)

 $a_n$  -ל פתרו את יחס הנסיגה וקבלו נוסחה מפורשת ל- 13)

#### שאלה 5

 $1-3-5-7-4-1:C_2$  נתונים המעגל הפשוט <br/>  $1-2-3-4-5-6-1:C_1$ המעגל הפשוט המעגל המ

(9 נקי) א. הוכיחו ש- G הוא גרף אוילרי.

. ב. הוכיחו ש-G מקיים את תנאי משפט קורטובסקי ומיצאו את מספר הפאות שלו. G

. מיצאו את מספר הצביעה של G . הסבירו מדוע אין צביעה נאותה בפחות צבעים.

#### בהצלחה!