

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP.HCM

ĐỀ THI CUỐI KÌ – MÔN ĐẠI SỐ B1

Các lớp ngành Vật Lý, Hải dương học, Điện tử - Viễn thông (Khóa 2011)

Thời gian làm bài: 90 phút (Sinh viên không được sử dụng tài liệu)

Bài 1: Cho V là một không gian vectơ trên R và $u, v \in V$. Chứng minh rằng $\{u, v\}$ độc lập tuyến tính khi và chỉ khi $\{u + v, u - v\}$ độc lập tuyến tính.

Bài 2: Tìm cơ sở và chiều cho không gian nghiệm W của hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

Bài 3: Cho $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ và $B' = \{u'_1, u'_2, u'_3\}$ là hai cơ sở của R^3 sao cho $u_1 = (1; -1; 1)$, $u_2 = (1; 2; 3)$, $u_3 = (2; -1; 3)$ và ma trận chuyển cơ sở từ B sang B' là $(B \rightarrow B') = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Hãy xác định cơ sở B' .

b) Hãy xác định ma trận chuyển cơ sở từ B' sang B .

Bài 4: Cho toán tử tuyến tính $f \in L(R^3)$ xác định bởi:

$$f(x, y, z) = (x + 2y + 3z, 2x + y - 3z, x + 3y + 6z).$$

a) Tìm một cơ sở của $\text{Im } f$ và một cơ sở của $\text{Ker } f$.

b) Tìm ma trận biểu diễn f theo cơ sở $B = \{(1; 0; -1), (0, -1, 1), (-1, 1, 1)\}$ của R^3 .

- - - HẾT - - -