Câu 1. Ánh xạ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính từ $\mathbb{R}^3$ vào $\mathbb{R}^2$?

a) $f\left(x,y,z\right)=\left(2x-3xy+4z;x-3y+z\right)$;

b) $f\left(x,y,z\right)=\left(2x-3y+4z;x-3xy+z\right)$;

c) $f\left(x,y,z\right)=\left(2x-y+z+1,x-3y+z\right)$;

d) $f\left(x,y,z\right)=\left(2x-3y+4z;x-3y+z\right)$.

Câu 2. Ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ ma trận biểu diễn theo cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ với

$+f\left(x,y,z\right)=\left(x-y+4z;x-3y+z;x\right)$

$+f(x,y,z)=(x-y,y-z,-x+z)$

Câu 3. a. $f\left(x,y\right)=\left(x+2y,x+3y\right)$ có ma trận biểu diễn theo cặp cơ sở chính tắc B_0 của $\mathbb{R}^2$ và cơ sở $B=\left\{\left(0,1\right),\left(-1,0\right)\right\}$ là?

b. $f\left(x,y\right)=\left(x+2y,x+3y\right)$ có ma trận biểu diễn theo cặp cơ sở $B=\left\{\left(0,1\right),\left(-1,0\right)\right\}$ và cơ sở chính tắc B_0 của $\mathbb{R}^2$ là?

c. $f(x,y)=(x,0)$. Ma trận của f đối với cơ sở $F=\left\{(1;2),\,(1;3)\right\}$ là ?

d. $f(x,y)=(0,x)$. Ma trận của f đối với cơ sở $F=\left\{(1;1),\,(1;0)\right\}$ là ?

e. $f(x,y,z)=(x-y,y-z,-x+z)$. Tìm ma trận của f đối với cơ sở $F=\left\{(1;1;0),\,(0;1;1),(1;0;1)\right\}$

Câu 4. a. ma trận của f đối với cơ sở $E=\left\{(1;0),\,(0;1)\right\}$ là $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$. Biểu thức của f?

b. ma trận biểu diễn của f theo cặp cơ sở $B=\left\{\left(1,1\right),\left(0,1\right)\right\}$ và cơ sở chính tắc B_0 là $\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}$. Biểu thức của f?

c.M.trận của f đối với cơ sở $F=\left\{(2;1),\,(1;1)\right\}$ là $\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$. Biểu thức của f?

d.ma trận của f đối với cơ sở $F=\left\{(1;2),\,(3;4)\right\}$ là $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$. Biểu thức của f

e.ma trận biểu diễn của f đối với cơ sở chính tắc B_0 là $\begin{pmatrix}1&2\\-1&-3\end{pmatrix}$. Biểu thức của f ?

f. ma trận của f đối với cơ sở $F=\left\{(1;1;0),\,(0;1;1),(1;0;1)\right\}$ là $\begin{pmatrix}1&1&1\\2&1&-1\\-1&0&1\end{pmatrix}$. Biểu thức của f ?

Câu 3.

a. ma trận biểu diễn của f theo cặp cơ sở $B=\left\{\left(2,0\right),\left(1,4\right)\right\}$ và cơ sở $V=\left\{(1,0,0),(0,-2,0),(0,0,-1)\right\}$ là $\begin{bmatrix}1&2\\1&0\\2&-1\end{bmatrix}$, và $\left[x\right]_B=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$. Tìm $\left[f(x)\right]_V$?

b. ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ thỏa $f\left(2,0\right)=\left(1,1,1\right)$, $f\left(1,4\right)=\left(1,2,0\right)$ Cho $B=\left\{\left(2,0\right);\left(1,4\right)\right\}$ và $C=\left\{\left(1,2,-2\right),\left(-1,2,1\right),\left(1,-1,1\right)\right\}$.

i.Tính $\left[f\right]_B^C$ ii. Cho $\left[x\right]_B=\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$. Tìm $\left[f(x)\right]_C$

Câu 4. Tìm đa thức đặc trưng của ma trận:

a. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\5&3&-2\end{pmatrix}$. b. $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$

c. $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ d. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Câu 5. Tìm giá trị riêng λ của ma trận

a. $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ b. $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ c. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

d. $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ e. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Câu 6. Tìm các giá trị riêng của phép biến đổi tuyến tính với

a. $f(x,y,z)=(2x, y+4z, 2y-z)$.

b. $f(x,y,z,t)=(x+4y+3z+4t, -y+2z+3t, 2z+3t, -2t)$

(Hướng dẫn : Tìm ma trận biểu diễn *f* trong cơ sở chinh tắc, trị riêng của ma trận cũng là trị riêng của *f*)

Câu 7. Với giá trị nào của *m* thì vector

a. $u=(m,1)$ là vector riêng của ma trận $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

b. $u=(m,m)$ là vector riêng của ma trận $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

c. $u=(m,m,m)$ là vector riêng của $A=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

Câu 8. Với giá trị nào của m thì

a. $u=(m,1,0)$ là vector riêng của phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ định bởi: $f(x,y,z)=(x+y+z, x+y+z, x+y+z)$.

b. $u=(m,0,m-1)$ là vector riêng của phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ định bởi: $f(x,y,z)=(x+y, y+z, z)$.

(Hướng dẫn : làm giống câu 6)

Câu 9. Tìm các vector giá trị riêng ứng với trị riêng

a. $\lambda=-1$ của $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. b. $\lambda=2$ của $A=\begin{pmatrix} 27 & -5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\lambda=0$ của ma trận $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Câu 10

a. Véctơ $x=(2,-2)$ là véctơ riêng của $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng ?

b. Véctơ $x=(-2,2)$là véctơ riêng của ma trận $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

c. Véctơ $x=(7,7)$ là véctơ riêng của $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

d. Véctơ $x=(2,4)$ là véctơ riêng của ma trận $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

Câu 11. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$. Ứng với trị riêng $\lambda=1$, ma trận A, B có bao nhiêu véctơ riêng độc lập tuyến tính?

Câu 12. Giả sử A là một ma trận vuông cấp 3 có 3 vector riêng là $(1,2,1);(1,0,1);(1,0,0)$ lần lượt ứng với các trị riêng là 1, 2, 3 và Đặt $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào sau đúng ?

a) A được chéo hóa và $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

b) A được chéo hóa và $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

c) A được chéo hóa và $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) Các khẳng định trên đều đúng.

Câu 13. Giả sử A là một ma trận vuông cấp 3 có 3 vector riêng là $(2,2,1);(1,1,1);(2,0,0)$ lần lượt ứng với các trị riêng là 3, 2, 4 và Ma trận P nào sau đây thỏa đẳng thức $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

a) $P = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) P= $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ d) P= $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 14. Giả sử A là một ma trận vuông cấp 3 có đa thức đặc trưng là $\varphi(\lambda) = \lambda(\lambda-2)(\lambda-4)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) A chéo hóa được

b) A chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 0, A có hai vector riêng độc lập tuyến tính.

c) A chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 2, A có hai vector riêng độc lập tuyến tính.

d) A chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 4, A có hai vector riêng độc lập tuyến tính.

Câu 15. Giả sử A là một ma trận vuông cấp 3 có đa thức đặc trưng là

$\varphi(\lambda) = (\lambda-2)^2(\lambda-4)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

a) A không chéo hóa được vì A không có hai trị riêng phân biệt

b) A chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 2, A có hai vector độc lập tuyến tính.

c) A chéo hóa được d) Các khẳng định trên đều sai.

Câu 16. Cho phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ có ma trận biểu diễn A, trong đó A có đa thức đặc trưng là $\varphi(\lambda) = (\lambda-2)^2(\lambda-4)$. Hơn nữa, các vector riêng của A ứng với trị riêng 2 là $u = (0,\alpha,0)$, $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$; các vector riêng của A ứng với trị riêng 4 là $u = (0,\alpha,\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) f không chéo hóa được vì f chỉ có hai trị riêng phân biệt.

b) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 2, f chỉ có 1 vector ĐLTT.

c) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 4, f chỉ có 1 vector ĐLTT.

d) f chéo hóa được.

Câu 17. Cho phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ có ma trận biểu diễn A, trong đó A có đa thức đặc trưng là $\varphi(\lambda) = (\lambda-2)^2(\lambda-4)$. Hơn nữa, các vector riêng của f ứng với trị riêng 2 là $u = (0,\alpha,\beta)$, $\alpha^2+\beta^2>0$; các vector riêng của f ứng với trị riêng 4 là $u = (\alpha,\alpha,\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) f không chéo hóa được vì f chỉ có hai trị riêng phân biệt.

b) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 2, f chỉ có một vector ĐLTT

c) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 4, f chỉ có một vector ĐLTT

d) f chéo hóa được.

Câu 18. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

a) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

b) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

c) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

d) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

Câu 19. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

a) A không chéo hóa được.

b) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

c) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

d) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

Câu 20.Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ m & 0 \end{pmatrix}$ với $m\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đúng ?

a) *A* chéo hoá được khi và chỉ khi $m=0$

b) *A* không chéo hoá được khi và chỉ khi $m=0$

c) *A* chéo hóa được với mọi *m*

d) *A* chỉ có một trị riêng.

Câu 21. Cho dạng toàn phương $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3+2x_1x_3$ Bằng phép biến đổi trực giao, và với cơ sở trực chuẩn

$$y_1=\left(\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right), y_2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}};0;-\frac{1}{\sqrt{2}}\right), y_3=\left(-\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{2}{\sqrt{6}};-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

dạng toàn phương này có thể đưa về dạng chính tắc là:

a) $g(y)=7y_1^2+4y_2^2+4y_3^2$

b) $g(y)=4y_1^2+7y_2^2+4y_3^2$

c) $g(y)=4y_1^2+7y_2^2+4y_3^2$

d) Cả ba a), b), c) đều đúng.

Câu 22. Cho dạng toàn phương $f(x_1,x_2,x_3)=10x_1^2+10x_2^2+10x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3+2x_1x_3$. Bằng phép biến đổi trực giao, và với cơ sở trực chuẩn

$$y_1=\left(\frac{1}{\sqrt{2}};0;\frac{-1}{\sqrt{2}}\right),\ y_2=\left(\frac{-1}{\sqrt{6}};\frac{2}{\sqrt{6}};\frac{-1}{\sqrt{6}}\right),\ y_3=\left(\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

dạng toàn phương này có thể đưa về dạng chính tắc là:

a) $g(y)=12y_1^2+9y_2^2+9y_3^2$

b) $g(y)=9y_1^2+9y_2^2+12y_3^2$

c) $g(y)=9y_1^2+12y_2^2+9y_3^2$

d) Cả ba a), b), c) đều đúng.

Câu 23. Cho dạng toàn phương $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3$. Bằng phép biến đổi trực giao hóa,dạng toàn phương này có thể đưa về dạng chính tắc là :

a. $g(y)=2y_1^2+y_2^2+5y_3^2$

b. $g(y)=-2y_1^2-y_2^2+5y_3^2$

c. $g(y)=2y_1^2-y_2^2-5y_3^2$

d. $g(y)=2y_1^2-y_2^2+5y_3^2$

Câu 24 Cho $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Đặt $B=A^7-2A^6-3A^5+2I_3$.Tính det(B)?

a.16 b.6 c.8 d.12