পঞ্চম অধ্যায়

বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

বীজগণিতীয় প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত যেকোনো সাধারণ নিয়ম বা সিদ্ধান্তকে বীজগণিতীয় সূত্র বা সংক্ষেপে সূত্র বলা হয়। আমরা বিভিন্ন ক্ষেত্রে সূত্র ব্যবহার করে থাকি। এ অধ্যায়ে প্রথম চারটি সূত্র এবং এ চারটি সূত্রের সাহায্যে অনুসিদ্ধান্ত নির্ণয়ের পদ্ধতি দেখানো হয়েছে। এ ছাড়া বীজগণিতীয় সূত্র ও অনুসিদ্ধান্ত প্রয়োগ করে বীজগণিতীয় রাশির মান নির্ণয় ও উৎপাদকে বিশ্লেষণ উপস্থাপন করা হয়েছে। আবার বীজগণিতীয় রাশির সাহায্যে ভাজ্য, ভাজক, গুণনীয়ক, গুণিতক সম্পর্কে ধারণা দেওয়া হয়েছে এবং কীভাবে অনূর্ধ্ব তিনটি বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় করা যায় তা আলোচনা করা হয়েছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- বর্গ নির্ণয়ে বীজগণিতীয় সূত্রের বর্ণনা ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- বীজগণিতীয় সূত্র ও অনুসিদ্ধান্ত প্রয়োগ করে রাশির মান নির্ণয় করতে পারবে।
- বীজগণিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- গুণনীয়ক ও গুণিতক কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- অনূর্ধ্ব তিনটি বীজগণিতীয় রাশির সাংখ্যিক সহগসহ গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় করতে পারবে।

৫.১ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

সূত্র ১। $\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

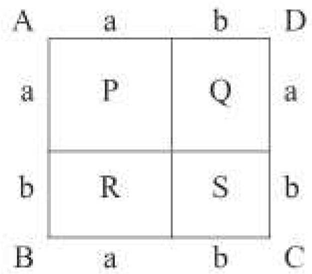
প্রমাণ : $(a+b)^2$ এর অর্থ $(a+b)$ কে $(a+b)$ দ্বারা গুণ।

$$
\begin{aligned}
\therefore (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\
&= a(a+b)+b(a+b) \quad \text{[বহুপদী রাশিকে বহুপদী রাশি দ্বারা গুণ]} \\
&= a^2+ab+ba+b^2 \\
&= a^2+ab+ab+b^2
\end{aligned}
$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

দুটি রাশির যোগফলের বর্গ = ১ম রাশির বর্গ + ২ × ১ম রাশি × ২য় রাশি + ২য় রাশির বর্গ

সূত্রটির জ্যামিতিক ব্যাখ্যা



$ABCD$ একটি বর্গক্ষেত্র যার

AB বাহু $= a + b$

BC বাহু $= a + b$

$\therefore$ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য)^2

$= (a + b)^2$

বর্গক্ষেত্রটিকে P, Q, R, S চারটি ভাগে ভাগ করা হয়েছে।

এখানে P ও S বর্গক্ষেত্র এবং Q ও R আয়তক্ষেত্র।

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য)^২ এবং আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

অতএব, P এর ক্ষেত্রফল $= a \times a = a^2$
Q এর ক্ষেত্রফল $= a \times b = ab$
R এর ক্ষেত্রফল $= a \times b = ab$
S এর ক্ষেত্রফল $= b \times b = b^2$

এখন, $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(P + Q + R + S)$ এর ক্ষেত্রফল

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$
$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

অনুসিদ্ধান্ত ১। $\boldsymbol{a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab}$

আমরা জানি, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$ [উভয়পক্ষ থেকে $2ab$ বিয়োগ করে]

বা, $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

উদাহরণ ১। $(m + n)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $(m+n)$ এর বর্গ $= (m+n)^2$

$= (m)^2 + 2 \times m \times n + (n)^2$

$= m^2 + 2mn + n^2$

উদাহরণ ২। $(3x + 4)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $(3x+4)$ এর বর্গ $= (3x+4)^2$

$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2$

$= 9x^2 + 24x + 16$

২০২৫

উদাহরণ ৩। $(2x+3y)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $(2x+3y)$ এর বর্গ $= (2x+3y)^2$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2$$
$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

উদাহরণ ৪। বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে 105 এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $(105)^2 = (100+5)^2$

$$= (100)^2 + 2 \times 100 \times 5 + (5)^2$$
$$= 10000 + 1000 + 25$$
$$= 11025$$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় কর।

১। $x+2y$ ২। $3a+5b$ ৩। $5+2a$ ৪। 15 ৫। 103

সূত্র ২। $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 - 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$

প্রমাণ : $(a-b)^2$ এর অর্থ $(a-b)$ কে $(a-b)$ দ্বারা গুণ।

$$\therefore (a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$
$$= a(a-b) - b(a-b)$$
$$= a^2 - ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

দুটি রাশির বিয়োগফলের বর্গ = ১ম রাশির বর্গ − ২ × ১ম রাশি × ২য় রাশি + ২য় রাশির বর্গ

লক্ষ করি : দ্বিতীয় সূত্রটি প্রথম সূত্রের সাহায্যেও নির্ণয় করা যায়।

আমরা জানি, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

এখন $(a-b)^2 = \{(a+(-b)\}^2 = a^2 + 2 \times a \times (-b) + (-b)^2$ [b এর পরিবর্তে $-b$ বসিয়ে]

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

অনুসিদ্ধান্ত ২। $\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2 = (\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2 + 2\boldsymbol{ab}$

আমরা জানি, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

বা, $(a-b)^2 + 2ab = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab$ [উভয়পক্ষে $2ab$ যোগ করে]

বা, $(a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$

$\therefore\ a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$

উদাহরণ ৫। $p - q$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $(p+q)$ এর বর্গ $= (p-q)^2$

$$= (p)^2 - 2 \times p \times q + (q)^2$$
$$= p^2 - 2pq + q^2$$

উদাহরণ ৬। $(5x - 3y)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $(5x+3y)$ এর বর্গ $= (5x-3y)^2$

$$= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3y + (3y)^2$$
$$= 25x^2 - 30xy + 9y^2$$

উদাহরণ ৭। বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে 98 এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $(98)^2 = (100-2)^2$

$$= (100)^2 - 2 \times 100 \times 2 + (2)^2$$
$$= 10000 - 400 + 4$$
$$= 9604$$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় কর।
১। $5x-3$ ২। $ax-by$ ৩। $5x-6$ ৪। 95

প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের আরও কয়েকটি অনুসিদ্ধান্ত :

অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$= a^2 + b^2 - 2ab + 4ab \qquad [\because +2ab = -2ab + 4ab]$$
$$= a^2 - 2ab + b^2 + 4ab$$
$$= (a-b)^2 + 4ab$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab}$$

অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$= a^2 + b^2 + 2ab - 4ab \qquad [\because -2ab = +2ab - 4ab]$$
$$= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$$
$$= (a-b)^2 - 4ab$$

$$\therefore \boldsymbol{(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab}$$

অনুসিদ্ধান্ত ৫। $(a+b)^2 + (a-b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2$$
$$= 2a^2 + 2b^2$$
$$= 2(a^2 + b^2)$$

$$\therefore \boldsymbol{(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)}$$

অনুসিদ্ধান্ত ৬। $(a+b)^2 - (a-b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$$
$$= 4ab$$

$$\therefore \boldsymbol{(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab}$$

উদাহরণ ৮। $a+b=7$ এবং $ab=9$ হলে, a^2+b^2 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$=(7)^2-2\times9$

$=49-18$

$=31$

উদাহরণ ৯। $a+b=5$ এবং $ab=6$ হলে, $(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

$=(5)^2-4\times6$

$=25-24$

$=1$

উদাহরণ ১০। $p-\frac{1}{p}=8$ হলে, প্রমাণ কর যে, $p^2+\frac{1}{p^2}=66$

সমাধান : $p^2+\frac{1}{p^2}=\left(p-\frac{1}{p}\right)^2+2\times p\times\frac{1}{p}$ $\left[\because a^2+b^2=(a-b)^2+2ab\right]$

$=(8)^2+2$

$=64+2$

$=66$ (প্রমাণিত)

বিকল্প পদ্ধতি :

দেওয়া আছে, $p-\frac{1}{p}=8$

$\therefore \left(p-\frac{1}{p}\right)^2=(8)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $p^2-2\times p\times\frac{1}{p}+\left(\frac{1}{p}\right)^2=64$

বা, $p^2-2+\frac{1}{p^2}=64$

বা, $p^2+\frac{1}{p^2}=64+2$

$\therefore\ p^2+\frac{1}{p^2}=66$ (প্রমাণিত)

কাজ : ১। $a+b=4$ এবং $ab=2$ হলে, $(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

২। $a-\frac{1}{a}=5$ হলে, দেখাও যে, $a^2+\frac{1}{a^2}=27$

উদাহরণ ১১। $a+b+c$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, $a+b=p$

$\therefore (a+b+c)^2$

$=\{(a+b)+c\}^2$

$=(p+c)^2$

$=p^2+2pc+c^2$

$=(a+b)^2+2\times(a+b)\times c+c^2$ [p- এর মান বসিয়ে পাই]

$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

বিকল্প সমাধান :

$(a+b+c)^2$

$=\{(a+b)+c\}^2$

$=(a+b)^2+2\times(a+b)\times c+c^2$

$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

কাজ : ১। $a+b+c$ এর বর্গ নির্ণয় কর, যেখানে $(b+c)=m$

২। $a+b+c$ এর বর্গ নির্ণয় কর, যেখানে $(a+c)=n$

উদাহরণ ১২। $(x+y-z)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, $x+y=m$

$$\begin{aligned}
\therefore (x+y-z)^2 &= \{x+y)-z\}^2 \\
&= (m-z)^2 \\
&= m^2-2mz+z^2 \\
&= (x+y)^2-2\times(x+y)\times z+z^2 \qquad \text{[m-এর মান বসিয়ে]} \\
&= x^2+2xy+y^2-2xz-2yz+z^2 \\
&= x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz
\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৩। $3x-2y+5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $3x-2y+5z$ এর বর্গ

$=\{(3x-2y)+5z\}^2$

$=(3x-2y)^2+2\times(3x-2y)\times 5z+(5z)^2$ [$\because$ ১ম রাশি $3x-2y$, ২য় রাশি$=5z$]

$=(3x)^2-2\times 3x\times 2y+(2y)^2+2\times 5z(3x-2y)+25z^2$

$=9x^2-12xy+4y^2+30xz-20yz+25z^2$

$=9x^2+4y^2+25z^2-12xy+30xz-20yz$

উদাহরণ ১৪। সরল কর : $(2x+3y)^2-2(2x+3y)(2x-5y)+(2x-5y)^2$

সমাধান : ধরি, $2x+3y=a$ এবং $2x-5y=b$

প্রদত্ত রাশি $= a^2-2ab+b^2$

$= (a-b)^2$

$= \{(2x+3y)-(2x-5y)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= \{2x+3y-2x+5y\}^2$

$= (8y)^2$

$= 64y^2$

উদাহরণ ১৫। $x=7$ এবং $y=6$ হলে, $16x^2-40xy+25y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= 16x^2-40xy+25y^2$

$= (4x)^2-2\times 4x\times 5y+(5y)^2$

$= (4x-5y)^2$

$= (4\times 7-5\times 6)^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (28-30)^2$

$= (-2)^2$

$= (-2)\times(-2)$

$= 4$

কাজ :

১। $3x-2y-z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

২। সরল কর : $(5a-7b)^2+2(5a-7b)(9b-4a)+(9b-4a)^2$

৩। $x=3$ হলে, $9x^2-24x+16$ এর মান কত?

অনুশীলনী ৫.১

সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর (১–১৬)।

১। $a+5$	২। $5x-7$	৩। $3a-11xy$	৪। $5a^2+9m^2$
৫। 55	৬। 990	৭। $xy-6y$	৮। $ax-by$
৯। 97	১০। $2x+y-z$	১১। $2a-b+3c$	১২। $x^2+y^2-z^2$
১৩। $a-2b-c$	১৪। $3x-2y+z$	১৫। $bc+ca+ab$	১৬। $2a^2+2b-c^2$

সরল কর (১৭–২৪)।

১৭। $(2a+1)^2-4a(2a+1)+4a^2$

১৮। $(5a+3b)^2+2(5a+3b)(4a-3b)+(4a-3b)^2$
১৯। $(7a+b)^2-2(7a+b)(7a-b)+(7a-b)^2$
২০। $(2x+3y)^2+2(2x+3y)(2x-3y)+(2x-3y)^2$
২১। $(5x-2)^2+(5x+7)^2-2(5x-2)(5x+7)$
২২। $(3ab-cd)^2+9(cd-ab)^2+6(3ab-cd)(cd-ab)$
২৩। $(2x+5y+3z)^2+(5y+3z-x)^2-2(5y+3z-x)(2x+5y+3z)$
২৪। $(2a-3b+4c)^2+(2a+3b-4c)^2+2(2a-3b+4c)(2a+3b-4c)$

মান নির্ণয় কর (২৫–২৮) :

২৫। $25x^2+36y^2-60xy$, যখন $x=-4, y=-5$
২৬। $16a^2-24ab+9b^2$, যখন $a=7, b=6$
২৭। $9x^2+30x+25$, যখন $x=-2$
২৮। $81a^2+18ac+c^2$, যখন $a=7, c=-67$
২৯। $a-b=7$ এবং $ab=3$ হলে, দেখাও যে, $(a+b)^2=61$
৩০। $a+b=5$ এবং $ab=12$ হলে, দেখাও যে, $a^2+b^2=1$
৩১। $x+\frac{1}{x}=5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2=525$
৩২। $a+b=8$ এবং $a-b=4$ হলে, $ab=$ কত?
৩৩। $x+y=7$ এবং $xy=10$ হলে, x^2+y^2+5xy এর মান কত?
৩৪। $m+\frac{1}{m}=2$ হলে, দেখাও যে, $m^4+\frac{1}{m^4}=2$

সূত্র ৩। $\boldsymbol{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$

প্রমাণ : $(a+b)(a-b)=a(a-b)+b(a-b)$
$$=a^2-ab+ab-b^2$$
$$\therefore\ (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

উদাহরণ ১৬। সূত্রের সাহায্যে $3x+2y$ কে $3x-2y$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(3x+2y)(3x-2y)$
$$=(3x)^2-(2y)^2$$
$$=9x^2-4y^2$$

উদাহরণ ১৭। সূত্রের সাহায্যে ax^2+b কে ax^2-b দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(ax^2+b)(ax^2-b)$
$$=(ax^2)^2-(b)^2$$
$$=a^2x^4-b^2$$

উদাহরণ ১৮। সূত্রের সাহায্যে $3x+2y+1$ কে $3x-2y+1$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(3x+2y+1)(3x-2y+1)$

$=\{(3x+1)+2y\}\{(3x+1)-2y\}$

$=(3x+1)^2-(2y)^2$

$=9x^2+6x+1-4y^2$

$=9x^2-4y^2+6x+1$

দুটি রাশির যোগফল × এদের বিয়োগফল = রাশি দুটির বর্গের বিয়োগফল

সূত্র ৪। $\boldsymbol{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$

প্রমাণ : $(x+a)(x+b)=(x+a)x+(x+a)b$

$=x^2+ax+bx+ab$

$=x^2+(a+b)x+ab$

অর্থাৎ, $(x+a)(x+b)=x^2+($$a$ এবং b এর বীজগণিতীয় যোগফল$)$ $x+($$a$ এবং b এর গুণফল$)$

উদাহরণ ১৯। $a+3$ কে $a+2$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(a+3)(a+2)$

$=a^2+(3+2)a+3\times 2$

$=a^2+5a+6$

উদাহরণ ২০। $px+3$ কে $px-5$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(px+3)(px-5)$

$=(px)^2+\{3+(-5)\}px+3\times(-5)$

$=p^2x^2+(3-5)px-15$

$=p^2x^2+(-2)px-15$

$=p^2x^2-2px-15$

উদাহরণ ২১। p^2-2r কে p^2-3r দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $(p^2-2r)(p^2-3r)$

$=(p^2)^2+(-2r-3r)p^2+(-2r)\times(-3r)$

$=p^4-5rp^2+6r^2$

$=p^4-5p^2r+6r^2$

উদাহরণ ২২। সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর: $(2x+y)$, $(2x-y)$, $(4x^2+y^2)$

সমাধান : $(2x+y)(2x-y)(4x^2+y^2)$

$=\{(2x)^2-y^2\}(4x^2+y^2)$

$=(4x^2-y^2)(4x^2+y^2)$

$=(4x^2)^2-(y^2)^2$

$=16x^4-y^4$

কাজ : ১। $(2a+3)$ কে $(2a-3)$ দ্বারা গুণ কর।

২। $(4x+5)$ কে $(4x+3)$ দ্বারা গুণ কর।

৩। $(6a-7)$ কে $(6a+5)$ দ্বারা গুণ কর।

অনুশীলনী ৫.২

সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর :

১। $(4x+3),\ (4x-3)$

২। $(13-12p),\ (13+12p)$

৩। $(ab+3),\ (ab-3)$

৪। $(10-xy),\ (10+xy)$

৫। $(4x^2+3y^2),\ (4x^2-3y^2)$

৬। $(a-b-c),\ (a+b+c)$

৭। $(x^2-x+1),\ (x^2+x+1)$

৮। $\left(x-\frac{1}{2}a\right),\ \left(x-\frac{5}{2}a\right)$

৯। $\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}y\right),\ \left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}y\right)$

১০। $(a^4+3a^2x^2+9x^4),\ (9x^4-3a^2x^2+a^4)$

১১। $(x+1),\ (x-1),\ (x^2+1)$

১২। $(9a^2+b^2),\ (3a+b),\ (3a-b)$

৫.২ বীজগণিতীয় রাশির উৎপাদক

আমরা জানি, $6=2\times 3$

এখানে, 2 ও 3 হলো 6 এর দুইটি উৎপাদক বা গুণনীয়ক।

৩ নং সূত্র থেকে আমরা জানি, $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

তাহলে, $(a+b)$ ও $(a-b)$ বীজগণিতীয় রাশি a^2-b^2 এর দুটি উৎপাদক বা গুণনীয়ক।

> কোনো বীজগণিতীয় রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথম রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়।

বীজগণিতীয় বিভিন্ন সূত্র এবং গুণের বিনিময়বিধি, সংযোগবিধি ও বণ্টনবিধি ব্যবহার করে বীজগণিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা হয়।

গুণনের বণ্টনবিধির সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ

উদাহরণ ২২। $20x+4y$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $20x+4y=4\times 5x+4\times y$

$=4(5x+y)$ [গুণের বণ্টনবিধি অনুযায়ী]

উদাহরণ ২৩। $ax-by+ax-by$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $ax-by+ax-by$

$=ax+ax-by-by$

$=2ax-2by$ [গুণের বণ্টনবিধি অনুযায়ী]

$=2(ax-by)$

উদাহরণ ২৪। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $2x-6x^2$

সমাধান : $2x-6x^2=2x(1-3x)$

উদাহরণ ২৫। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^2+4x+xy+4y$

সমাধান : $x^2+4x+xy+4y$

$=x(x+4)+y(x+4)$ [গুনের বন্টনবিধি অনুযায়ী]

$=(x+4)(x+y)$

লক্ষ করি : দুটি রাশি এমনভাবে নির্বাচন করতে হবে যেন বন্টনবিধি প্রয়োগ করে প্রাপ্ত রাশি দুটির মধ্যে একটি সাধারণ উৎপাদক পাওয়া যায়।

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। $28a+7b$ ২। $15y-9y^2$ ৩। $5a^2b^4-9a^4b^2$

৪। $2a^2+3a+2ab+3b$ ৫। $x^4+6x^2+4x^3+24x$

বীজগণিতীয় সূত্রের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ

উদাহরণ ২৬। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $25-9x^2$

সমাধান : $25-9x^2=(5)^2-(3x)^2=(5+3x)(5-3x)$

উদাহরণ ২৭। $8x^4-2x^2a^2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $8x^4-2x^2a^2=2x^2(4x^2-a^2)$ [বন্টনবিধি অনুযায়ী]

$=2x^2\{(2x)^2-(a)^2\}=2x^2(2x+a)(2x-a)$

উদাহরণ ২৮। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $25(a+2b)^2-36(2a-5b)^2$

সমাধান : ধরি, $a+2b=x$ এবং $2a-5b=y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=25x^2-36y^2$

$=(5x)^2-(6y)^2$

$=(5x+6y)(5x-6y)$

$=\{5(a+2b)+6(2a-5b)\}\{5(a+2b)-6(2a-5b)\}$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$=(5a+10b+12a-30b)(5a+10b-12a+30b)$

$=(17a-20b)(40b-7a)$

উদাহরণ ২৯। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : x^2+5x+6

সমাধান : x^2+5x+6

$=x^2+(2+3)x+2\times 3$

$=(x+2)(x+3)$

$\because (x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

এখানে, $a=2$ এবং $b=3$

উদাহরণ ৩০। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $4x^2-4xy+y^2-z^2$

সমাধান : $4x^2-4xy+y^2-z^2$

$=(2x)^2-2\times 2x\times y+(y)^2-z^2$

$=(2x-y)^2-(z)^2$

$=(2x-y+z)(2x-y-z)$

উদাহরণ ৩১। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $2bd-a^2-c^2+b^2+d^2+2ac$

সমাধান : $2bd-a^2-c^2+b^2+d^2+2ac$

$=b^2+2bd+d^2-a^2+2ac-c^2$ [সাজিয়ে]

$=(b^2+2bd+d^2)-(a^2-2ac+c^2)$

$=(b+d)^2-(a-c)^2$

$=(b+d+a-c)(b+d-a+c)$

$=(a+b-c+d)(b-a+c+d)$

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। a^2-81b^2 ২। $25x^4-36y^4$ ৩। $9x^2-(2x+y)^2$

৪। $x^2+7x+10$ ৫। m^2+m-30

অনুশীলনী ৫·৩

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। $x^2+xy+zx+yz$

২। $a^2+bc+ca+ab$

৩। $ab(px+qy)+a^2qx+b^2py$

৪। $4x^2-y^2$

৫। $9a^2-4b^2$

৬। $a^2b^2-49y^2$

৭। $16x^4-81y^4$

৮। $a^2-(x+y)^2$

৯। $(2x-3y+5z)^2-(x-2y+3z)^2$

১০। $4+8a^2+9a^4$

১১। $2a^2+6a-80$

১২। $y^2-6y-91$

১৩। $p^2-15p+56$

১৪। $45a^8-5a^4x^4$

১৫। $a^2+3a-40$

১৬। $(x^2+1)^2-(y^2+1)^2$

১৭। $x^2+11x+30$

১৮। $a^2-b^2+2bc-c^2$

১৯। $144x^7-25x^3a^4$

২০। $4x^2+12xy+9y^2-16a^2$

৫·৩ ভাজ্য, ভাজক, গুণনীয়ক ও গুণিতক

x, y ও z তিনটি রাশি। ধরি,

$x \div y = z$

ভাজ্য ভাজক ভাগফল

এখানে একটি ভাগ প্রক্রিয়া দেখানো হয়েছে। x কে ভাগ করা হয়েছে, তাই x ভাজ্য। আবার, y দ্বারা ভাগ করা হয়েছে, ফলে y ভাজক এবং z হলো ভাগফল।

যেমন, $10 \div 2 = 5$

এখানে, $10 \longrightarrow$ ভাজ্য

$2 \longrightarrow$ ভাজক

$5 \longrightarrow$ ভাগফল

এক্ষেত্রে $10, 2$ এর একটি গুণিতক। আবার $10, 5$ এরও একটি গুণিতক। অপরদিকে 2 এবং 5 উভয় 10 এর উৎপাদক।

একটি রাশি (ভাজ্য) অপর একটি রাশি (ভাজক) দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের একটি গুণিতক (*multiple*) বলা হয় এবং ভাজককে ভাজ্যের গুণনীয়ক বা উৎপাদক (*factor*) বলে।

৫·৪ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)

পাটিগণিত থেকে আমরা জেনেছি,

12 এর গুণনীয়কগুলো 1, 2, 3, 4, 6, 12

18 " " 1, 2, 3, 6, 9, 18

24 " " 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

$12, 18$ ও 24 এর সাধারণ গুণনীয়কগুলো $2, 3$ ও 6। এদের মধ্যে বড় গুণনীয়কটি 6।

$\therefore$ $12, 18$ ও 24 এর গ.সা.গু. 6

বীজগণিতে,

xyz এর গুণনীয়কগুলো যথাক্রমে x, y, z

$5x$ এর গুণনীয়কগুলো যথাক্রমে $5, x$

$3xp$ এর গুণনীয়কগুলো যথাক্রমে $3, x, p$

$\therefore$ $xyz, 5x, 3xp$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক x

$\therefore$ রাশিগুলোর গ.সা.গু. x

যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক, ঐ রাশিকে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলা হয়।

দুই বা ততোধিক রাশির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) হলো এমন একটি রাশি যা সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় মানের একটি রাশি এবং যা দ্বারা প্রদত্ত রাশিগুলো নিঃশেষে বিভাজ্য হয়।

গ.সা.গু. নির্ণয়ের নিয়ম

- পাটিগণিতের নিয়মে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হয়।
- বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করতে হয়।
- সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু. এবং প্রদত্ত রাশিগুলোর বীজগণিতীয় সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর ধারাবাহিক গুণফল হচ্ছে নির্ণেয় গ.সা.গু.।

উদাহরণ ৩২। $8x^2yz^2$ এবং $10x^3y^2z^3$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : $8x^2yz^2 = 2\times2\times2\times x\times x\times y\times z\times z$

$10x^3y^2z^3 = 2\times5\times x\times x\times x\times y\times y\times z\times z\times z$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে সাধারণ গুণনীয়কগুলো $2, x, x, y, z, z.$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $2\times x\times x\times y\times z\times z \ = \ 2x^2yz^2$

উদাহরণ ৩৩। $2(a^2-b^2)$ এবং $(a^2-2ab+b^2)$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ১ম রাশি $= 2(a^2-b^2) = 2(a+b)(a-b)$

২য় রাশি $= a^2-2ab+b^2 = (a-b)(a-b)$

এখানে সাংখ্যিক সহগ 2 ও 1 এর গ.সা.গু. $=1.$

এবং সাধারণ মৌলিক উৎপাদক বা গুণনীয়ক $(a-b)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $1\times(a-b)$

$=(a-b)$

উদাহরণ ৩৪। $x^2-4, 2x+4$ এবং x^2+5x+6 এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ১ম রাশি $= x^2-4 = (x+2)(x-2)$

২য় রাশি $= 2x+4 = 2(x+2)$

৩য় রাশি $= x^2+5x+6 = x^2+2x+3x+6$ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে

$= x(x+2)+3(x+2) = (x+2)(x+3)$

এখানে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ $1, 2$ এবং 1 এর গ.সা.গু. $=1$

সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $= (x+2)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $1\times(x+2) = (x+2)$

কাজ : গ.সা.গু. নির্ণয় কর :
১। $3x^3y^2,\ 2x^2y^3$ ২। $3xy,\ 6x^2y,\ 9xy^2$
৩। $(x^2-25), (x-5)^2$ ৪। $x^2-9,\ x^2+7x+12,\ 3x+9$

৫·৫ লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

পাটিগণিতে আমরা জানি,

4 এর গুণিতকগুলো হচ্ছে $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \ldots\ldots\ldots\ldots$

6 " " " $6, 12, 18, 24, 30, 36, \ldots\ldots\ldots\ldots$

4 এবং 6 এর সাধারণ গুণিতক হচ্ছে $12, 24, 36, \ldots\ldots\ldots\ldots$

4 এবং 6 এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক হচ্ছে 12.

> দুই বা ততোধিক সংখ্যার ল.সা.গু. হচ্ছে এমন একটি সংখ্যা যা প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে ছোটো।

বীজগণিতীয় রাশির ক্ষেত্রে,

$x^2y^2 \div x^2y = y$

এবং $x^2y^2 \div xy^2 = x$

অর্থাৎ, x^2y ও xy^2 এর প্রত্যেকটি দ্বারা x^2y^2 নিঃশেষে বিভাজ্য।

সুতরাং, x^2y^2 হলো x^2y ও xy^2 এর একটি সাধারণ গুণিতক।

আবার, $x^2y = x \times x \times y$

$xy^2 = x \times y \times y$

এখানে রাশি দুটিতে x আছে সর্বোচ্চ দুইবার এবং y আছে সর্বোচ্চ দুইবার।

$\therefore$ ল.সা.গু. $= x \times x \times y \times y = x^2y^2$

মন্তব্য : ল.সা.গু. $=$ সাধারণ উৎপাদক $\times$ সাধারণ নয় এরূপ উৎপাদক।

> দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাতের গুণফলকে রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.) বলা হয়।

ল.সা.গু. নির্ণয়ের নিয়ম

ল.সা.গু. নির্ণয় করার জন্য প্রথমে সাংখ্যিক সহগগুলোর ল.সা.গু. বের করতে হবে। এরপর উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাত বের করতে হবে। অতঃপর উভয়ের গুণফলই হবে প্রদত্ত রাশিগুলোর ল.সা.গু.।

উদাহরণ ৩৫। $4x^2y^3z,\ 6xy^3z^2$ এবং $8x^3yz^3$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ $4, 6$ ও 8 এর ল.সা.গু. 24

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো যথাক্রমে x^3, y^3 ও z^3

নির্ণেয় ল.সা.গু. $24x^3y^3z^3$

উদাহরণ ৩৬। $a^2 - b^2$ ও $a^2 + 2ab + b^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ১ম রাশি $= a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

২য় রাশি $= a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

প্রদত্ত রাশিগুলোর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো $(a-b)$ ও $(a+b)^2$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $(a-b)(a+b)^2$

উদাহরণ ৩৭। $2x^2y + 4xy^2, 4x^3y - 16xy^3$ এবং $5x^2y^2(x^2 + 4xy + 4y^2)$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ১ম রাশি $= 2x^2y + 4xy^2 = 2xy(x+2y)$

২য় রাশি $= 4x^3y - 16xy^3 = 4xy(x^2 - 4y^2) = 4xy(x+2y)(x-2y)$

৩য় রাশি $= 5x^2y^2(x^2 + 4xy + 4y^2) = 5x^2y^2(x+2y)^2$

সাংখ্যিক সহগ $2, 4$ ও 5 এর ল.সা.গু. 20

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো $x^2, y^2, (x+2y)^2, (x-2y)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $20x^2y^2(x-2y)(x+2y)^2$

কাজ : ল.সা.গু. নির্ণয় কর।	
১। $3x^2y^3$, $9x^3y^2$ ও $12x^2y^2$	২। $3a^2 + 9$, $a^4 - 9$ ও $a^4 + 6a^2 + 9$
৩। $x^2 + 10x + 21$, $x^4 - 49x^2$	৪। $a - 2, a^2 - 4$, $a^2 - a - 2$

উদাহরণ ৩৮। $x^3 - 3x^2 - 10x$, $x^3 + 6x^2 + 8x$ এবং $x^4 - 5x^3 - 14x^2$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক) $(3a + 2b - c)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

খ) ১ম ও ২য় রাশির গ.সা.গু নির্ণয় কর।

গ) রাশি তিনটির ল.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) $(3a + 2b - c)$ এর বর্গ

$= (3a + 2b - c)^2$

$= \{(3a + 2b) - c\}^2$

$= (3a + 2b)^2 - 2(3a + 2b).c + c^2$

$= (3a)^2 + 2.3a.2b + (2b)^2 - 6ca - 4bc + c^2$

$= 9a^2 + 12ab + 4b^2 - 6ca - 4bc + c^2$

$= 9a^2 + 4b^2 + c^2 + 12ab - 4bc - 6ca$

খ) ১ম রাশি $= x^3 - 3x^2 - 10x$

$= x(x^2 - 3x - 10)$

$= x(x^2 - 5x + 2x - 10)$

$= x\{x(x-5) + 2(x-5)\}$

$= x(x+2)(x-5)$

২য় রাশি $= x^3+6x^2+8x$

$= x(x^2+6x+8)$

$= x(x^2+2x+4x+8)$

$= x\{x(x+2)+4(x+2)\}$

$= x(x+2)(x+4)$

$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু $= x(x+2)$

গ) ১ম রাশি $= x(x+2)(x-5)$; [খ হতে প্রাপ্ত]

২য় রাশি$= x(x+2)(x+4)$; [খ হতে প্রাপ্ত]

৩য় রাশি $= x^4-5x^3-14x^2$

$= x^2(x^2-5x-14)$

$= x^2(x^2+2x-7x-14)$

$= x^2\{x(x+2)-7(x+2)\}$

$= x^2(x+2)(x-7)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু $= x^2(x+2)(x+4)(x-5)(x-7)$

অনুশীলনী ৫·৪

১। $a-5$ এর বর্গ কোনটি?

(ক) $a^2+10a+25$ (খ) $a^2-10a+25$ (গ) $a^2+5a+25$ (ঘ) $a^2-5a+25$

২। $(x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$ এর মান কোনটি?

(ক) $8x^2$ (খ) $8y^2$ (গ) $4x^2$ (ঘ) $4y^2$

৩। $a+b=4$ এবং $a-b=2$ হলে, ab এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 8 (গ) 12 (ঘ) 16

৪। একটি রাশি অপর একটি রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের কী বলা হয়?

(ক) ভাগফল (খ) ভাগশেষ (গ) গুণিতক (ঘ) গুণনীয়ক

৫। $a, a^2, a(a+b)$ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক কোনটি?

(ক) a (খ) a^2 (গ) $a(a+b)$ (ঘ) $a^2(a+b)$

৬। $2a$ ও $3b$ এর গ.সা.গু. কত?

(ক) 1 (খ) 6 (গ) ab (ঘ) $6ab$

a, b বাস্তব সংখ্যা হলে-

৭। (i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(ii) $4ab = (a+b)^2 + (a-b)^2$

(iii) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

$(x^3y - xy^3)$ ও $(x-y)(x+2y)$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

উপরের তথ্যের আলোকে ৮-১০নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৮। প্রথম রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?

(ক) $(x+y)(x-y)$ (খ) $x(x+y)(x-y)$

(গ) $y(x+y)(x-y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x-y)$

৯। বীজগণিতীয় রাশি দুটির গ.সা.গু. নিচের কোনটি?

(ক) $(x+y)$ (খ) $(x-y)$

(গ) $y(x+y)$ (ঘ) $x(x-y)$

১০। বীজগণিতীয় রাশি দুটির ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

(ক) $x(x+y)(x-y)$ (খ) $y(x+y)(x-y)$

(গ) $xy(x^2-y^2)(x+2y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x+2y)$

১১। $9x^2 - 25y^2$ এবং $15ax - 25ay$ এর ল.সা.গু কত?

(ক) $(3x+5y)$ (খ) $(3x-5y)$

(গ) $(9x^2 - 25y^2)$

(ঘ) $5a\,(9x^2 - 25y^2)$

১২। x^3y^5 ও $a^2 - b^2$ এর গ.সা.গু কত?

(ক) x^3y^5 (খ) x^2a^2

(গ) xy^4 (ঘ) 1

১৩। $x - \frac{1}{x} = 0$ হলে,

(i) $x = 1$

(ii) $x = -1$

(iii) $x = \pm 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii

(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪। $a+\dfrac{1}{a}=4$ হলে a^2-4a+1 এর মান কত?

(ক) 4 (খ) 3

(গ) 2 (ঘ) 0

১৫। $a+5$ এর বর্গ কোনটি?

(ক) $a^2+10a+25$ (খ) $a^2-10a+25$

(গ) $a^2+5a+25$ (ঘ) $a^2+5a-25$

১৬। $a+b=8, a-b=4$ হলে $ab=$ কত?

(ক) 8 (খ) 10

(গ) 12 (ঘ) 18

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১৭ – ২৬)।

১৭। $3a^3b^2c, 6ab^2c^2$

১৮। $5ab^2x^2, 10a^2by^2$

১৯। $3a^2x^2, 6axy^2, 9ay^2$

২০। $16a^3x^4y, 40a^2y^3x, 28ax^3$

২১। a^2+ab, a^2-b^2

২২। $x^3y-xy^3, (x-y)^2$

২৩। $x^2+7x+12, x^2+9x+20$

২৪। $a^3-ab^2, a^4+2a^3b+a^2b^2$

২৫। $a^2-16, 3a+12, a^2+5a+4$

২৬। $xy-y, x^3y-xy, x^2-2x+1$

ল.সা.গু. নির্ণয় কর (২৭ – ৩৬)।

২৭। $6a^3b^2c, 9a^4bd^2$

২৮। $5x^2y^2, 10xz^3, 15y^3z^4$

২৯। $2p^2xy^2, 3pq^2, 6pqx^2$

৩০। $(b^2-c^2), (b+c)^2$

৩১। x^2+2x, x^2+3x+2

৩২। $9x^2-25y^2, 15ax-25ay$

৩৩। $x^2-3x-10, x^2-10x+25$

৩৪। $a^2-7a+12, a^2+a-20, a^2+2a-15$

৩৫। $x^2-8x+15, x^2-25, x^2+2x-15$

৩৬। $x+5, x^2+5x, x^2+7x+10$

৩৭। $a=2x-3$ এবং $b=2x+5$

(ক) $a+b$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) সূত্রের সাহায্যে a^2 এর মান নির্ণয় কর।

(গ) সূত্রের সাহায্যে a ও b এর গুণফল নির্ণয় কর। $x=2$ হলে, $ab=$ কত?

৩৮। $x^4 - 625$ এবং $x^2 + 3x - 10$ দুটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

(খ) রাশি দুটির গ.সা.গু নির্ণয় কর।

(গ) রাশি দুটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

৩৯। $x^2 - 3x\ -10,\ x^3 + 6x^2 + 8x$ এবং $x^4 - 5x^3 - 14x^2$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক) $(3x - 2y + z)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

খ) ১ম ও ২য় রাশির গ.সা.গু নির্ণয় কর।

গ) রাশি তিনটির ল.সা.গু নির্ণয় কর।