



POLITECNICO
MILANO 1863

Introduzione all'Analisi di Missioni Spaziali

Laboratorio 3

Gianmario Merisio
Niccolò Faraco

gianmario.merisio@polimi.it
niccolo.faraco@polimi.it

- Laboratorio 3:

- **Legge oraria (TOF):**

$$[a, e, \theta_1, \theta_2] \rightarrow \Delta t$$

- **Trasferimento standard**

- **Alternative** al trasferimento standard

- **Playground**

Obiettivo:

Dati:

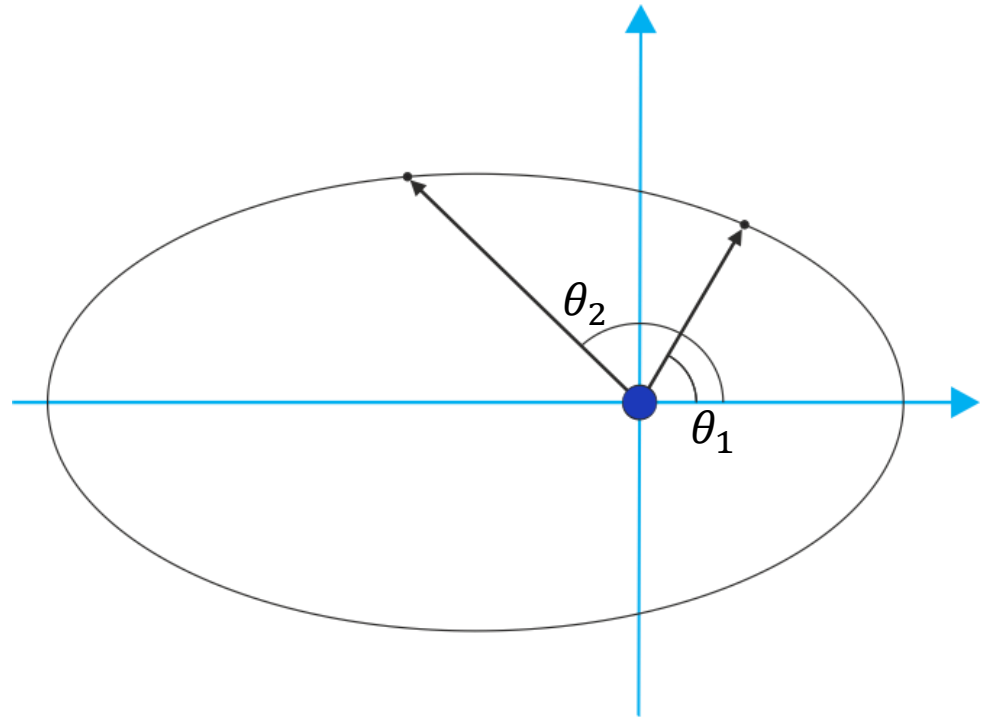
- i parametri orbitali $[a, e]$
- anomalia vera iniziale e finale $[\theta_1, \theta_2]$

Trovare:

- l'intervallo di tempo Δt necessario per andare da θ_1 a θ_2

NOTE:

- L'algoritmo che vedremo è valido soltanto per orbite ellittiche $0 < e < 1$
- Ricordate:
 - Problema diretto
 $t \rightarrow M \rightarrow E \rightarrow \theta$
 - **Problema indiretto**
 $\theta \rightarrow E \rightarrow M \rightarrow t$



INPUT: $[a, e, \theta_1, \theta_2], (\mu)$

1. Calcolare le anomalie eccentriche E_1 e E_2

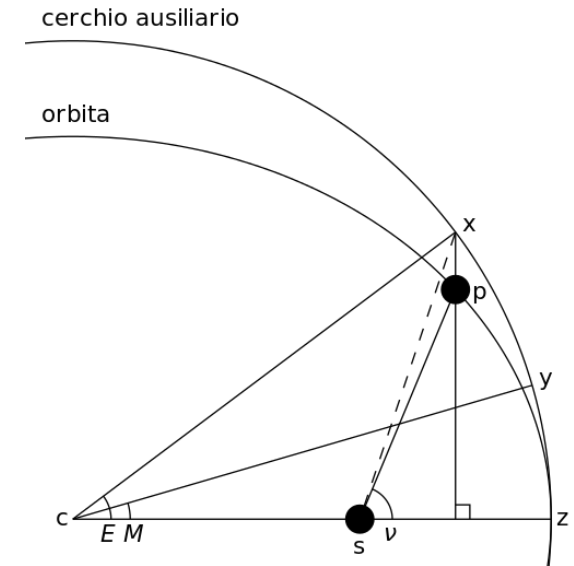
$$\tan \frac{E_{1,2}}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta_{1,2}}{2}$$

- ## 2. Calcolare il **tempo di volo**

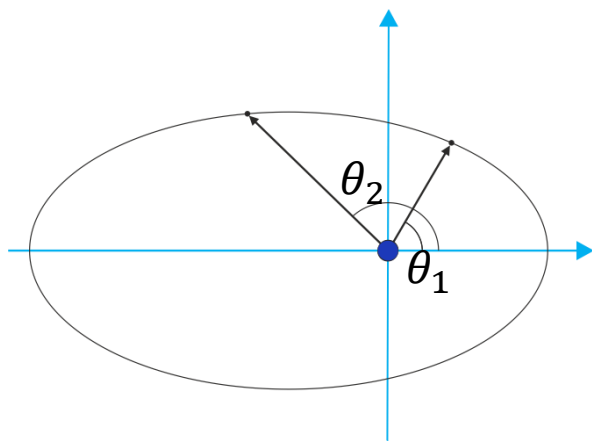
Sapendo che $M = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}(t - t_p)$ e che $M = E - e \sin E$ (*legge di Keplero*), ottengo

$$\Delta t = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} ((E_2 - E_1) - e(\sin E_2 - \sin E_1))$$

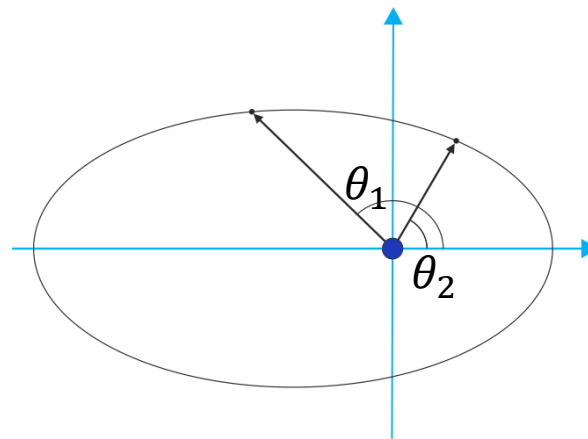
OUTPUT: Δt



- **Attenzione!** Se $\theta_2 < \theta_1$, dobbiamo fare una piccola modifica.



$$\text{Se } \theta_2 > \theta_1 \rightarrow \Delta t = t_2 - t_1$$



$$\text{Se } \theta_2 < \theta_1 \rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 + T$$

- La soluzione per il problema diretto $([a, e, \theta_1, \Delta t] \rightarrow \theta_2)$ non è così immediata. Richiede di risolvere l'**equazione implicita** $E_2 - e \sin E_2 = k(\Delta t, \theta_1)$ es. usando l'algoritmo di Newton o *fsolve*. Questa *function* **non** è **necessaria** per l'elaborato.

```
function deltat = TOF(a, e, th1, th2, mu)
```

```
% Time of Flight
```

```
%
```

```
% deltat = TOF(a, e, th1, th2, mu)
```

```
%
```

```
% -----
```

```
% Input arguments:
```

% a	[1x1]	semi-major axis	[km]
% e	[1x1]	eccentricity	[-]
% th1	[1x1]	initial true anomaly	[rad]
% th2	[1x1]	final true anomaly	[rad]
% mu	[1x1]	gravitational parameter	[km ³ /s ²]

```
%
```

```
% -----
```

```
% Output argument:
```

% deltat	[1x1]	time of flight	[s]
----------	-------	----------------	-----

```
%
```

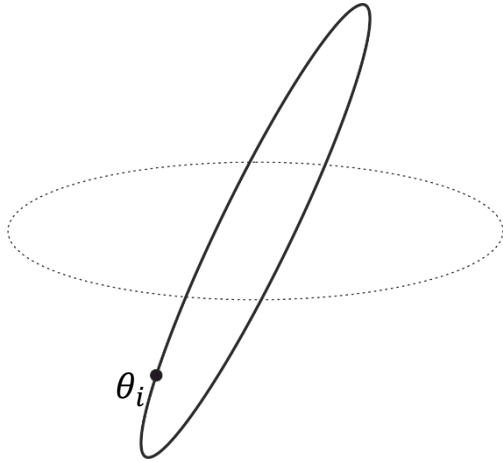
```
% -----
```

Strategia standard (Esempio: Pericentro-Apocentro)

Punto iniziale

$$\begin{array}{c} [\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i] \\ \downarrow \\ [a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_i] \end{array}$$

0. Da cartesiane a parametriche

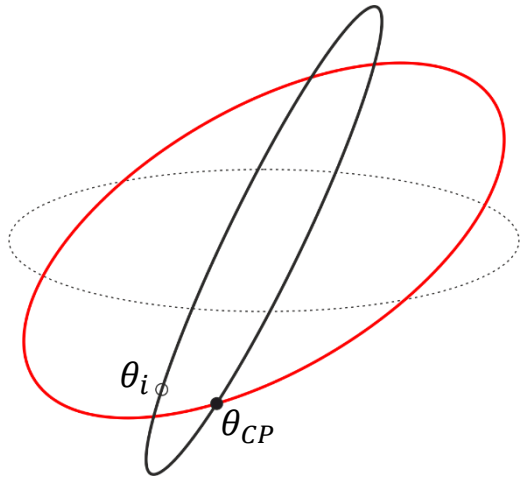


Pseudocodice:

$$[a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_i] = \text{par2car}([\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i])$$

Strategia standard (Esempio: Pericentro-Apocentro)

Punto iniziale



$$\begin{aligned} & [\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_i] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_{CP}] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_2, \theta_{CP}] \end{aligned}$$

0. *car2par*

1. Attesa fino al punto di manovra
cambio piano
2. Cambio piano

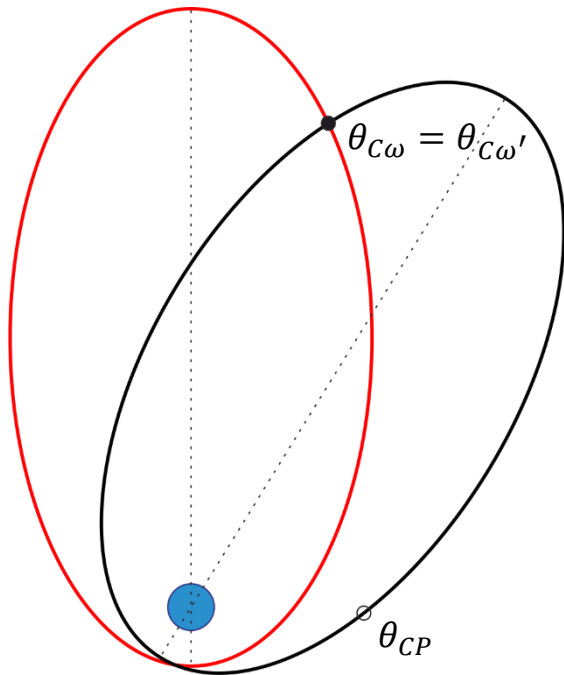
Pseudocodice:

$$[\Delta \mathbf{v}_{CP}, \omega_2, \theta_{CP}] = \text{changeOrbitalPlane}([a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, i_f, \Omega_f])$$

$$\Delta t_1 = \text{TOF}([a_i, e_i, \theta_i, \theta_{CP}])$$

Strategia standard (Esempio: Pericentro-Apocentro)

Punto iniziale



$$\begin{aligned} & [\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_i] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_{CP}] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_2, \theta_{CP}] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_2, \theta_{C\omega}] \\ & \downarrow \\ & [a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_f, \theta_{C\omega'}] \end{aligned}$$

0. Da cartesiane a parametriche

1. Attesa fino al punto di manovra cambio piano
2. Cambio piano
3. Attesa fino a punto di manovra cambio anomalia del pericentro
4. Cambio anomalia del pericentro

Pseudocodice:

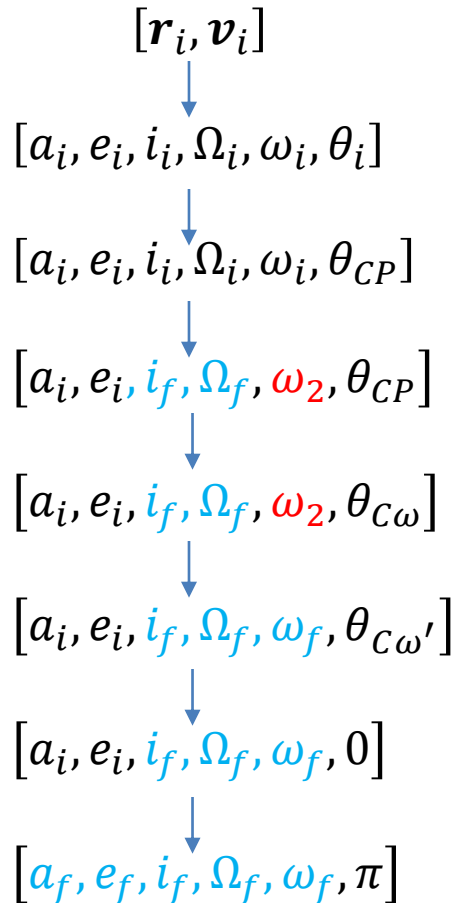
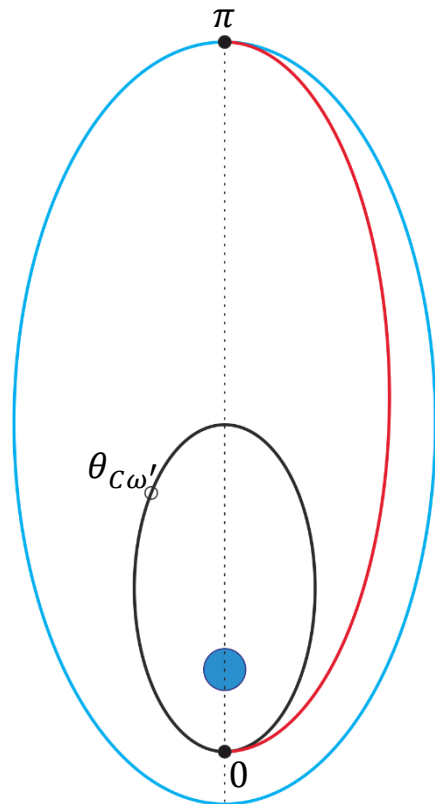
$$[\Delta \mathbf{v}_{C\omega}, \theta_{C\omega}^{1,2}, \theta_{C\omega'}^{1,2}] = \text{changePericenterArg}([a_i, e_i, \omega_i, \omega_f])$$

Selezionare θ opportuni

$$\Delta t_2 = \text{TOF}([a_i, e_i, \theta_{CP}, \theta_{C\omega}])$$

Strategia standard (Esempio: Pericentro-Apocentro)

Punto iniziale



0. Da cartesiane a parametriche

1. Attesa fino al punto di manovra cambio piano

2. Cambio piano

3. Attesa fino a punto di manovra cambio anomalia del pericentro

4. Cambio anomalia del pericentro

5. Attesa fino a pericentro

6. Manovra pericentro-apocentro

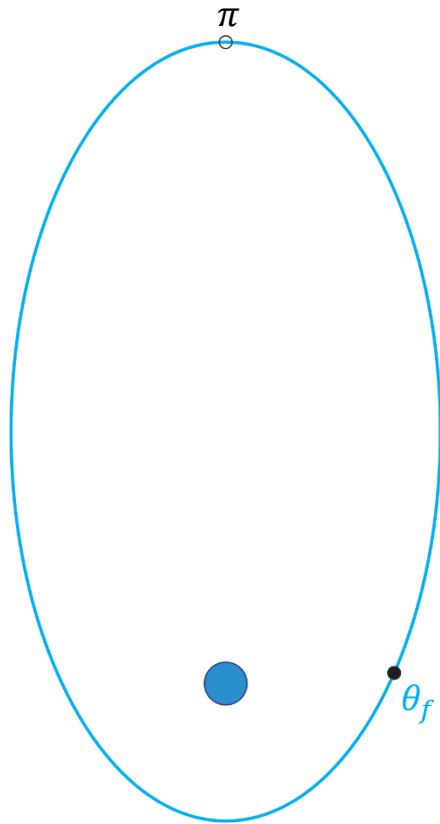
Pseudocodice:

$$\Delta t_3 = \text{TOF}([a_i, e_i, \theta_{C\omega'}, 0])$$

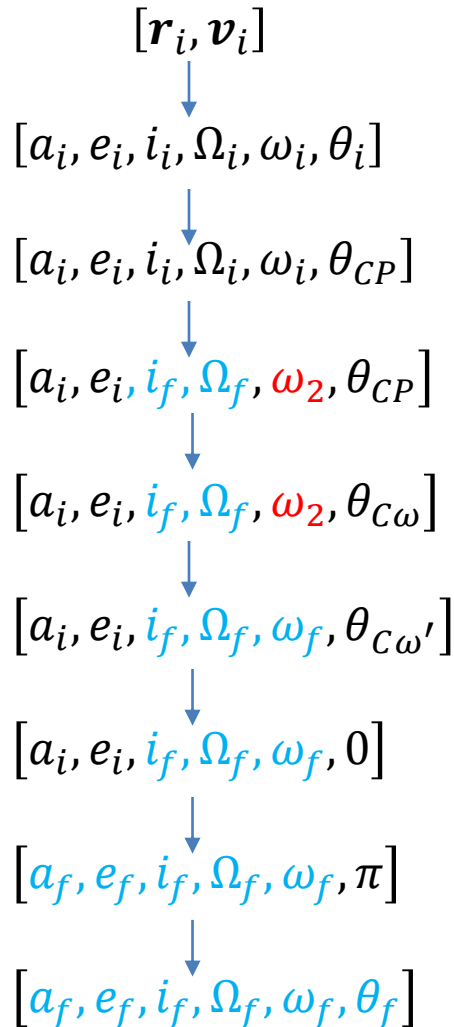
$$[\Delta v_{PA1}, \Delta v_{PA2}, \Delta t_4] = \text{bitangentTransfer}([a_i, e_i, a_f, e_f, 'pa'])$$

Strategia standard (Esempio: Pericentro-Apocentro)

Punto iniziale



Punto finale



0. Da cartesiane a parametriche

1. Attesa fino al punto di manovra cambio piano
2. Cambio piano
3. Attesa fino a punto di manovra cambio anomalia del pericentro
4. Cambio anomalia del pericentro
5. Attesa fino a pericentro
6. Manovra pericentro-apocentro
7. Attesa fino a punto finale

$$\Delta t_5 = \text{TOF}([a_f, e_f, \pi, \theta_f])$$

Strategia standard (Esempio: Pericentro-Apocentro)

Punto iniziale

$$[\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i]$$

$$[a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_i]$$

$$[a_i, e_i, i_i, \Omega_i, \omega_i, \theta_{CP}]$$

$$[a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_2, \theta_{CP}]$$

$$[a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_2, \theta_{C\omega}]$$

$$[a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_f, \theta_{C\omega'}]$$

$$[a_i, e_i, i_f, \Omega_f, \omega_f, 0]$$

$$[a_f, e_f, i_f, \Omega_f, \omega_f, \pi]$$

$$[a_f, e_f, i_f, \Omega_f, \omega_f, \theta_f]$$

Punto finale

0. Da cartesiane a parametriche

1. Attesa fino al punto di manovra cambio piano

2. Cambio piano

3. Attesa fino a punto di manovra cambio anomalia del pericentro

4. Cambio anomalia del pericentro

5. Attesa fino a pericentro

6. Manovra pericentro-apocentro

7. Attesa fino a punto finale

$$\Delta \mathbf{v}_{TOT} = |\Delta \mathbf{v}_{CP}| + |\Delta \mathbf{v}_{C\omega}| + |\Delta \mathbf{v}_{PA1}| + |\Delta \mathbf{v}_{PA2}|$$

$$\Delta t_{TOT} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 + \Delta t_5$$

Il trasferimento standard potrebbe non **essere efficiente** sotto molti punti di vista.

Es: Se cerchiamo Δv_{min}

- Se $a_f/a_i \gg 1$, potrebbe essere conveniente utilizzare un **trasferimento biellittico**.
- Il cambio di piano è **meno costoso** se effettuato **lontano** dal corpo attrattore. Un'idea potrebbe essere quella di effettuare il **cambio di piano su un'orbita ausiliaria eccentrica** o cambiare piano **durante il trasferimento biellittico**.
- A volte **cambiare forma e poi cambiare piano** potrebbe essere vantaggioso.

Es: Se cerchiamo Δt_{min}

- Il trasferimento **pericentro-apocentro** di solito **non è il più breve**
- **Cambiare sequenza** o tipo di manovre potrebbe **ridurre le attese** (perché cambierebbero i punti di manovra)

NOTE:

NON effettuare mai il **cambio di anomalia del pericentro** prima di **cambiare piano**. La manovra di cambio piano inevitabilmente modifica ω .

Prova Scritta

- 10 Domande di Teoria (selezione multipla)

- 1 Esercizio (risposta aperta)

- Prova superata se

- Teoria corretta $> 18/30$

- Esercizio corretto $> 18/30$ (con valori numerici corretti)

Valutazione

- Idoneo / Non-Idoneo

Date esami

- 9 novembre 2021 (al posto della prova in itinere)

- gennaio 2022, febbraio 2022, ...

Date presentazioni

- 11-18-25 novembre 2021

- gennaio 2022, febbraio 2022, ...

- Per poter svolgere la prova occorrerà disporre di un pc/tablet con connessione alla rete.
- La prova sarà svolta in forma scritta e sarà basata su 2 test in sequenza, su Microsoft Forms.
- Il primo test, della durata di 15 minuti, prevede 10 domande di teoria a risposta multipla o con risposta numerica basata su semplici calcoli.
- Chi supera la parte di teoria (almeno 6 risposte corrette) accede al secondo test, un esercizio la cui soluzione richiede calcoli realizzabili con una calcolatrice scientifica. Il tempo a disposizione per la soluzione dell'esercizio sarà di 1 ora. Le risposte numeriche all'esercizio andranno caricate in Forms.
- L'esame si intende superato se saranno sufficienti le valutazioni dei 2 test.
- Le domande di teoria e l'esercizio saranno basati su:
 - materiale didattico caricato sulla pagina WeBeep dell'insegnamento;
 - quanto esposto nel corso delle lezioni;
 - quanto svolto nel corso delle esercitazioni.


Svolgimento Elaborato (in Gruppi di 3)

- Esercizio
 - Dati:
 - Orbita Iniziale
 - Orbita Finale
 - Richieste:
 - Caratterizzazione orbita iniziale
 - Caratterizzazione orbita finale
 - Identificazione strategia di trasferimento
 - Calcolo delle manovre e del tempo di trasferimento
 - Relazione in Inglese
- Presentazione del lavoro (tutti i membri presenti)
- Voto in XX/30

- Le presentazioni devono essere di 10 min
- Ci si potrà iscrivere indicando la preferenza
- L'elaborato va consegnato tramite WeBeep, nella apposita cartella di consegna ed almeno 5 giorni prima della data della presentazione

Griglia di valutazione:

Core part: Orbits characteriz. + Standard transfer /20	Alternative sequences /5	Critical analysis /2	Writing /3	Report /30	Presentation /2	Total /32
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>



19