



POLITECNICO
MILANO 1863

**SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
E DELL'INFORMAZIONE**



Prova Finale di Propulsione Aerospaziale

LAUREA TRIENNALE IN AEROSPACE ENGINEERING - INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Autori:

10694997 SILVIA PALA
10726668 GIORGIA PALLARA
10836125 DANIELE PATERNOSTER
10711624 ALEX CRISTIAN TURCU
10702040 RESHAL ANTONINO FERNANDO WARKAKULASURIYA

Professore: CHRISTIAN PARAVAN

Anno accademico: 2022-2023

Sommario

La presente relazione di prova finale intende dare una descrizione dell'endoreattore F-1 prodotto da Rocketdyne. Cinque di questi motori vennero installati sul primo stadio S-IC del vettore Saturn V che portò il primo uomo sulla luna. L'obiettivo di questo stadio era quello di portare il razzo ad una quota di 61 km, fornendo un $\Delta v \approx 2300$ m/s. Questo primo requisito verrà mostrato attraverso un modello matematico che simula il volo dello stadio S-IC.

Di seguito verranno analizzati i principali sistemi per un singolo motore, partendo dal sistema di storaggio e alimentazione dei propellenti costituito dai serbatoi e dalla turbopompa, passando per il sistema di generazione di potenza che comprende il gas generator e la turbina. Passando dalla camera di combustione si arriva infine al sistema di espansione gasdinamico e allo studio del suo raffreddamento. Si provvederà inoltre a dare una descrizione qualitativa e quantitativa delle scelte progettuali applicate ai tempi.

La discussione dei processi di combustione del gas generator e della camera di spinta si basa su dati provenienti da simulazioni eseguite con i programmi CEAM e RPA.

Indice

Sommario	I
Indice	II
Elenco delle figure	IV
Elenco delle tabelle	V
1 Nomenclatura	VI
1.2 Analisi della missione	VI
1.3 Propellenti	VI
1.4 Serbatoi e pressurizzazione	VI
1.5 Schema termodinamico	VI
1.6 Gas generator	VII
1.7 Turbopompa	VII
1.8 Camera di spinta	VIII
1.9 Sistemi di raffreddamento	IX
2 Analisi della missione	1
2.1 Parametri lanciatore	2
3 Propellenti	2
3.1 Coppia di propellenti: RP-1 / LOX	2
3.2 Propellente ipergolico	3
4 Serbatoi e pressurizzazione	3
4.1 Serbatoi: descrizione e dimensionamento	3
4.2 Pressurizzazione e scambiatore di calore	4
5 Schema termodinamico	5
5.1 Analisi dello schema semplificato del sistema motore	5
5.2 Analisi sulla scelta del ciclo di alimentazione	5
5.3 Analisi delle variazioni di performance introdotte dal ciclo a gas	7
6 Gas generator	8
7 Turbopompa	9
7.1 Descrizione generica Mark 10	9
7.1.1 Pompe LOX e RP1	9
7.1.2 Analisi pompa LOX	10
7.2 Turbina	12
7.2.1 Descrizione turbina	12
7.2.2 Turbina - scelte progettuali	13
7.2.3 Analisi quantitativa - dimensionamento	13
8 Camera di spinta	14
8.1 Descrizione del sistema	14
8.2 Piatto d'iniezione	14
8.3 Camera di combustione	15
8.4 Modellazione dell'ugello	16
9 Sistemi di raffreddamento	18
9.1 Cooling della camera di spinta	18
9.1.1 Scambio termico convettivo e film cooling	18
9.1.2 Regenerative cooling	19
9.1.3 Dimensionamento tubi camera di spinta	19
9.1.4 Grafici andamento flusso di calore e temperatura	20
10 Conclusioni	20

Appendice	21
A Grafici di varie grandezze in funzione del tempo di volo	21
B Tabelle e immagini serbatoi	22
C Confronto peso molecolare gas generator tra caso Fuel Rich e Oxidizer Rich	23
D Prodotti gas generator analizzati con software NASA CEA	25
E Schemi del gas generator	26
F Turbopompa	26
F.1 Analisi pompa RP-1	26
F.2 Triangoli velocità Pompa LOX	27
F.3 Triangoli velocità Pompa RP-1	27
F.4 Triangoli velocità Turbina	28
G Camera di spinta	30
G.1 Piatto d'iniezione	30
G.2 Modellazione ugello	31
G.3 Confronto tra ugello 10:1 e 16:1	32
H Appendice ausiliaria capitolo 9	33
H.1 Definizione temperature usate nel cooling	33
H.2 Film cooling	33
H.3 Grafico della resistenza termica prodotta dal deposito carbonioso	34
H.4 Dettagli sul sistema di introduzione dei gas combusti sulla parete interna dell'ugello aggiunto	35
H.5 Comportamento del fluido RP1 in relazione alla pressione critica	35
H.6 Procedimento dimensionamento tubi	36
I RPA: definizione problema e funzionamento	37
J Codici MATLAB usati	41
J.1 Simulazione di volo	41
J.1.1 Parametri adimensionali lanciatore	44
J.2 Serbatoi	45
J.2.1 Serbatoio RP-1	45
J.2.2 Serbatoio LOX	46
J.3 Schema termodinamico	48
J.4 Gas generator	49
J.4.1 Grafici di interpolazione	49
J.5 Turbopompa	50
J.5.1 Pompa LOX	51
J.5.2 Pompa RP-1	58
J.5.3 Triangoli di velocità turbina	65
J.6 Camera di spinta	68
J.6.1 Camera di combustione	68
J.6.2 Modellazione ugello	69
J.7 Sistemi di raffreddamento	83
Bibliografia	92

Elenco delle figure

1	Quota in funzione del tempo	1
2	Velocità in funzione del tempo	1
3	Spinta in funzione del tempo	2
4	Traiettoria del vettore	2
5	Raffigurazione serbatoi	3
6	Schema termodinamico	5
7	Staged Combustion Cycle FR	6
8	Staged Combustion Cycle completo	6
9	Confronto tra impulsi specifici a livello mare	7
10	Schema del gas generator	8
11	Esploso del gas generator	8
12	Prospettiva e dettagli pompa LOX [21]	10
13	Turbina ad impulso VC dell'F-1 [21]	13
14	Rendimenti in funzione del rapporto di velocità	13
15	Diagrammi di velocità turbina	14
16	Piatto di iniezione	15
17	Camera di combustione	16
18	Definizioni geometriche	17
19	Strato limite sulla parete dell'ugello	18
20	Variazione di temperatura attraverso la parete	19
21	Flusso di calore in funzione della posizione assiale	20
22	Temperature di interesse in funzione della posizione assiale	20
23	Accelerazione in funzione del tempo	21
24	Drag in funzione del tempo	21
25	Massa totale in funzione del tempo	21
26	Accelerazione di gravità in funzione del tempo	21
27	Pressione ambientale in funzione del tempo	21
28	Temperatura ambientale in funzione del tempo	21
29	Numero di Mach in funzione del tempo	22
30	Grafico per K in funzione di k ($k = 1.65$) [8]	22
31	Raffigurazione serbatoi	23
32	Immagine con dati riguardo P_u [16]	23
33	Esploso dello scambiatore di calore [17]	23
34	Massa Molare prodotti in funzione di O/F	24
35	Temperatura in uscita dal GG in funzione di O/F	24
36	c_p in funzione dell' O/F	24
37	γ in funzione dell' O/F	24
38	Lavoro specifico ideale della turbina	25
39	Piatto di Iniezione UMR - Gas Generator [21]	26
40	Inducer LOX	27
41	Impeller LOX	27
42	Inducer RP-1	28
43	Impeller RP-1	28
44	Definizione grandezze	29
45	Rappresentazione piatto d'iniezione [21]	30
46	Rappresentazione piatto d'iniezione [22]	30
47	Grafico di interpolazione degli angoli per la costruzione dell'ugello	31
48	Costruzione ugello 2D 1:10	31
49	Costruzione ugello 3D 1:10	31
50	Costruzione ugello 2D 1:16	31
51	Costruzione ugello 3D 1:16	31
52	Definizione della temperatura muro - lato gas	33
53	Andamenti di σ in funzione di ϵ	33
54	Grafico deposito carbonioso in funzione di ϵ	35
55	Dettaglio scarico gas	35
56	Dettaglio parete estensione ugello	35
57	Andamenti di T e flusso di calore, parametrizzati sul valore di pressione	35
58	Definizioni grandezze ugello - RPA	38

Elenco delle tabelle

1	Parametri struttura lanciatore	2
2	Dati ideali per la coppia di propellenti RP-1 / LOX [1]	2
3	Tabella riassuntiva volumi	4
4	Tabella riassuntiva pressioni	4
5	Tabella riassuntiva spessori	4
6	Dati schema termodinamico [9][18][20]	5
7	Dati reali del gas generator, ricavati da [9][20]	9
8	Requisiti del sistema pompa LOX	11
9	Parametri prestazionali del sistema pompa LOX	11
10	Velocità del sistema pompa LOX: casing	12
11	Requisiti del sistema turbina	14
12	Dati diagrammi di velocità	14
13	Dati reali del piatto d'iniezione [6][11]	15
14	Tabella riassuntiva camera di combustione (codice in Appendice J)	16
15	Dati usati per il dimensionamento dei tubi [8]	20
16	Risultati dimensionamento tubi	20
17	Lega Alluminio 2219-T9	22
18	Dati geometrici	22
19	Dati in input CEAM	25
20	Dati in output CEAM	25
21	Percentuali in massa dei prodotti di combustione (CEAM)	26
22	Requisiti del sistema pompa RP-1 [2]	26
23	Parametri prestazionali del sistema pompa RP-1	26
24	Velocità del sistema pompa RP-1: casing	27
25	Requisiti del sistema turbina tratti da [20], dato su rapporto U/C ricavato da Figura 14 da fonte [8]: il valore 0.225 massimizza il rendimento	28
26	Ipotesi rendimenti: ugelli e palette. Ipotesi tratte da [8] dove viene trattata una turbina VC per un motore booster-stage nominato 'A-1' a coppia (RP-1/LOX) con una spinta che è circa la metà di quella dell'F-1.	28
27	Confronto tra ugello 10:1 e 16:1	32
28	Dati usati per il calcolo del film cooling punto 1:10	34
29	Risultati calcolo film cooling punto 1:10	34
30	Input - engine definition	37
31	Input - propellant specification	37
32	Input - nozzle flow model	37
33	Chamber geometry - input	38
34	GG input data	38
35	turbine input data	38
36	Oxidizer branch	38
37	Fuel branch	39
38	Proprietà termodinamiche in output da RPA - sezione performance analysis	39
39	Performance reali stimate endoreattore - con η_{rea} = 0.9856, η_{nozzle} = 0.9765 , η_{tot} = 0.9624	39
40	Performance reali stimate motore - da notare le differenze rispetto a Tabella 39 su I_s	39
41	Sistema di alimentazione LOX	39
42	Sistema di alimentazione RP-1	39
43	Sistema di potenza	40

1. Nomenclatura

1.2. Analisi della missione

t	[s]	tempo di volo
h	[m]	quota del razzo
s	[m]	spostamento orizzontale del razzo
v_v	[m/s]	velocità verticale del razzo
v_h	[m/s]	velocità orizzontale del razzo
v_{tot}	[m/s]	modulo della velocità del razzo
a_v	[m/s ²]	accelerazione verticale del razzo
a_h	[m/s ²]	accelerazione orizzontale del razzo
ϕ	[rad]	angolo di traiettoria del razzo
θ	[rad]	angolo di beccheggio del razzo
T	[N]	spinta totale del razzo
D	[N]	drag aerodinamico sul razzo
m	[kg]	massa totale del razzo durante il volo
m_i	[kg]	massa totale iniziale del razzo
\dot{m}	[kg/s]	portata massica di propellente
g	[m/s ²]	accelerazione gravitazionale
μ	[m ³ /s ²]	costante gravitazionale terrestre
R_T	[m]	raggio terrestre
T_{vac}	[N]	spinta nel vuoto del razzo
A_e	[m ²]	area di efflusso totale
p_e	[Pa]	pressione all'efflusso
ρ	[kg/m ³]	densità dell'aria
S	[m ²]	superficie esterna del razzo
C_D	[–]	coefficiente di drag aerodinamico
M_0	[kg]	massa iniziale del sistema lanciatore
M_m	[kg]	massa motore
M_p	[kg]	massa del propellente per il primo stadio S-IC
M_s	[kg]	massa della struttura del lanciatore
M_u	[kg]	massa carico utile del lanciatore
MR	[–]	mass ratio
ϵ_s	[–]	indice strutturale delle masse inerti
ϵ_u	[–]	indice di massa del carico utile
ζ_{motore}	[–]	rapporto di massa motore
ζ_p	[–]	frazione di propellente
ζ_u	[–]	rapporto di massa del carico utile

1.3. Propellenti

$RP - 1$	[–]	cerosene aeronautico
LOX	[–]	ossigeno liquido
ρ	[kg/m ³]	densità propellenti
T_e	[K]	temperatura di ebollizione
T_c	[K]	temperatura congelamento
MM	[g/mol]	massa molecolare
I_{sp}	[s]	impulso specifico coppia RP-1/LOX
O/F_{opt}	[–]	mixture ratio ottimale coppia RP-1/LOX
T_{comb}	[K]	temperatura combustione
γ	[–]	coefficiente di dilatazione adiabatica
ρ_{prod}	[kg/m ³]	densità prodotti
MM_{prod}	[g/mol]	massa molecolare prodotti
TEB	[–]	Trietilborano
TEA	[–]	Trietilalluminio

1.4. Serbatoi e pressurizzazione

a	[m]	raggio dei serbatoi
b	[m]	
lc	[m]	altezza porzione cilindrica serbatoi
V_e	[m ³]	volume cupola ellisoidale
V_c	[m ³]	volume porzione cilindrica
V_{He}	[m ³]	volume contenitori di elio
V_{tubi}	[m ³]	volume 5 linee di aspirazione
V_u	[m ³]	volume ullage/vuoto
V_{tot}	[m ³]	volume totale
H_{prop}	[m]	altezza serbatoio occupata da propellente
H_u	[m]	altezza serbatoio ullage/vuoto
P_i	[bar]	pressione idrostatica
P_u	[bar]	pressione ullage/vuoto
P_{tot}	[bar]	pressione totale
K	[–]	fattore di stress
k	[–]	rateo dell'ellisse
ρ	[kg/m ³]	densità materiale
σ_r	[bar]	tensione di rottura
σ_y	[bar]	tensione di snervamento
Σ_r	[bar]	σ_r con fattore sicurezza
Σ_y	[bar]	σ_y con fattore sicurezza
E	[bar]	modulo di Young
ν	[–]	coefficiente di Poisson
t_e	[m]	spessore cupola ellisoidale
t_c	[m]	spessore porzione cilindrica

1.5. Schema termodinamico

LOX	[–]	ossigeno liquido
$RP - 1$	[–]	kerosene liquido
GG	[–]	gas generator
FR	[–]	fuel rich
OR	[–]	oxidizer rich
p_{in}	[bar]	pressione ingresso schema Figura 6
p_{out}	[bar]	pressione uscita schema Figura 6
T_{in}	[K]	temperatura ingresso schema Figura 6
T_{out}	[K]	temperatura uscita schema Figura 6
\dot{m}	[kg/s]	portata fluido di interesse schema Figura 6
$I_{s,oa}$	[s]	impulso specifico del sistema motore
$I_{s,tc}$	[s]	impulso specifico del sistema camera di spinta e ugello
$I_{s,gg}$	[s]	impulso specifico del GG
\dot{m}_p	[kg/s]	portata di propellente totale
$\dot{m}_{p,tc}$	[kg/s]	portata di propellente in camera di spinta
$\dot{m}_{p,gg}$	[kg/s]	portata di propellente nel GG
\dot{m}_{LOX}	[kg/s]	portata di LOX pompa
\dot{m}_{RP1}	[kg/s]	portata di RP1 pompa
ρ_{LOX}	[kg/m ³]	densità LOX
ρ_{RP1}	[kg/m ³]	densità RP1
$u_{e,tc}$	[m/s]	velocità dei gas all'efflusso camera di spinta

$u_{e,gg}$	[m/s]	velocità dei gas all'efflusso del GG	γ	[-]	coeff. espansione adiabatico dei gas
p_a	[Pa]	pressione ambiente			combusti GG
$p_{e,tc}$	[Pa]	pressione dei gas all'efflusso camera di spinta	Δh_{id}	[J]	salto entalpico ideale turbina
$p_{e,gg}$	[Pa]	pressione dei gas all'efflusso GG			
$p_{c,tc}$	[Pa]	pressione in camera di spinta	α	[deg]	angolo riferito all'orientazione di \vec{c}
$p_{c,gg}$	[Pa]	pressione in camera di combustione GG	β	[deg]	angolo riferito all'orientazione di \vec{v}
$T_{c,tc}$	[K]	temperatura in camera di spinta	β_{blp}	[deg]	angolo di back-leaning della palettatura
$T_{c,gg}$	[K]	temperatura in camera di combustione GG	η_p	[-]	rendimento pompa
γ	[-]	coeff. di espansione adiabatico gas combusti camera di spinta	ρ	[kg/m ³]	densità fluido in ingresso alla pompa
γ_{gg}	[-]	coeff. di espansione adiabatico gas combusti camera di combustione GG	ψ	[-]	head coefficient - coefficiente di prevalenza
R	[J/kgK]	costante dei gas combusti camera di spinta	ψ_{ind}	[-]	head coefficient relativo al solo inducer
R_{gg}	[J/kgK]	costante dei gas combusti camera di combustione GG	ω	[rad/s]	velocità angolare albero
$c_{p,gg}$	[J/kgK]	calore specifico a press. costante gas combusti gg	\vec{c}	[m/s]	velocità nel sistema di riferimento assoluto
\mathcal{T}	[N]	spinta singolo motore	d_s	[-]	diametro specifico
η_t	[-]	rendimento turbina	D_2	[m]	diametro impeller
η_p	[-]	rendimento pompa	g	[m/s ²]	accelerazione di gravità
ϵ	[-]	rapporto espansione turbina	Δh_s	[J/kg]	altezza di sollevamento
T_{in}	[K]	temperatura ingresso turbina	H	[m]	head rise – prevalenza della pompa
\mathcal{P}	[W]	potenza	H_e	[m]	termine di perdita di prevalenza
Δp	[Pa]	prevalenza pompa	K_v	[-]	design factor vani diffusori
1.6. Gas generator					
O/F	[-]	mixture ratio	\dot{m}	[kg/s]	portata massica
LOX	[-]	liquid oxygen (oxidizer)	n_s	[-]	velocità specifica
$RP-1$	[-]	kerosene liquido (fuel)	N	[rpm]	numero di giri al minuto
FR	[-]	miscela fuel rich	N_{SS}	[-]	suction specific velocity
OR	[-]	miscela oxidizer rich	$NPSH$	[m], [ft]	net positive suction head
GG	[-]	gas generator	$NPSH_c$	[m], [ft]	net positive suction head critico
LRE	[-]	liquid rocket engine	ΔP	[Pa]	salto di pressione a cavallo della pompa
UMR	[-]	uniform mixture ratio	P_{TOT0}	[Pa]	pressione totale all'ingresso della pompa
HCI	[-]	hot core injector	P_{TOT2}	[Pa]	pressione totale all'uscita dalla pompa
TR	[-]	turbulence ting	P_{vap}	[Pa]	pressione di vapore
T_c	[K]	temperatura di combustione GG	$pedice_0$	[-]	potenza
p_c	[bar]	pressione in camera di combustione GG	$pedice_1$	[-]	ingresso inducer
p_{out}	[bar]	pressione uscita camera di combustione GG	$pedice_2$	[-]	uscita inducer – ingresso impeller
t_p	[ms]	tempo di permanenza in camera di combustione GG	$pedice_3$	[-]	uscita impeller – ingresso vani diffusori
\dot{m}_{fuel}	[kg/s]	portata fuel	$pedice_m$	[-]	uscita vani diffusori
\dot{m}_{ox}	[kg/s]	portata oxidizer	$pedice_u$	[-]	componente meridionale della velocità
V_{cc}	[m ³]	volume necessario per la combustione	Q	[m ³ /s], [gpm]	componente tangenziale della velocità
$CEAM$	[-]	NASA CEA software on Matlab	R_2	[m]	portata volumetrica
HP	[-]	problema hp: entalpia-pressione costante	S_v	[-]	raggio impeller
MM	[kg/kmol]	massa molare prodotti di combustione GG			vane solidity tip
c_p	[kJ/kgK]	calore specifico a pressione costante dei gas combusti GG			

1.7. Turbopompa

α	[deg]	angolo riferito all'orientazione di \vec{c}
β	[deg]	angolo riferito all'orientazione di \vec{v}
β_{blp}	[deg]	angolo di back-leaning della palettatura
η_p	[-]	rendimento pompa
ρ	[kg/m ³]	densità fluido in ingresso alla pompa
ψ	[-]	head coefficient - coefficiente di prevalenza
ψ_{ind}	[-]	head coefficient relativo al solo inducer
ω	[rad/s]	velocità angolare albero
\vec{c}	[m/s]	velocità nel sistema di riferimento assoluto
d_s	[-]	diametro specifico
D_2	[m]	diametro impeller
g	[m/s ²]	accelerazione di gravità
Δh_s	[J/kg]	altezza di sollevamento
H	[m]	head rise – prevalenza della pompa
H_e	[m]	termine di perdita di prevalenza
K_v	[-]	design factor vani diffusori
\dot{m}	[kg/s]	portata massica
n_s	[-]	velocità specifica
N	[rpm]	numero di giri al minuto
N_{SS}	[-]	suction specific velocity
$NPSH$	[m], [ft]	net positive suction head
$NPSH_c$	[m], [ft]	net positive suction head critico
ΔP	[Pa]	salto di pressione a cavallo della pompa
P_{TOT0}	[Pa]	pressione totale all'ingresso della pompa
P_{TOT2}	[Pa]	pressione totale all'uscita dalla pompa
P_{vap}	[Pa]	pressione di vapore
\mathcal{P}	[W]	potenza
$pedice_0$	[-]	ingresso inducer
$pedice_1$	[-]	uscita inducer – ingresso impeller
$pedice_2$	[-]	uscita impeller – ingresso vani diffusori
$pedice_3$	[-]	uscita vani diffusori
$pedice_m$	[-]	componente meridionale della velocità
$pedice_u$	[-]	componente tangenziale della velocità
Q	[m ³ /s], [gpm]	portata volumetrica
R_2	[m]	raggio impeller
S_v	[-]	vane solidity tip

\vec{u}	[m/s]	velocità periferica media di rotazione della palettatura	p_e	[bar]	pressione gas all'efflusso dell'ugello
\vec{v}	[m/s]	velocità nel sistema di riferimento relativo	T_e	[K]	temperatura gas all'efflusso dell'ugello
$v_{voluteIN}$	[m/s]	velocità ingresso vano diffusori	H	[kJ/kg]	entalpia gas all'efflusso dell'ugello
$v_{voluteOUT}$	[m/s]	velocità uscita vano diffusori	γ	[–]	coefficiente di dilatazione
VC	[–]	velocity compounded	ρ	[kg/m³]	adiabatica gas all'efflusso dell'ugello
PC	[–]	pressure compounded	v_e	[m/s]	densità gas all'efflusso dell'ugello
C_0	[m/s]	velocità di efflusso ideale	I_{vac}	[s]	velocità gas all'efflusso dell'ugello
$C_{p,gg}$	[kJ/kgK]	calore specifico a pressione costante gas combusti del GG	I_{opt}	[s]	impulso specifico nel vuoto
T_{in}	[K]	temperatura ingresso turbina	I_{sl}	[s]	impulso specifico a espansione ottima
ϵ	[–]	rapporto espansione pressione	T_{vac}	[kN]	impulso specifico a livello del mare
γ_{gc}	[–]	coeff. dilatazione adiabatica gas combusti	T_{opt}	[kN]	spinta nel vuoto
R_{gc}	[–]	costante gas combusti GG	T_{sl}	[kN]	spinta a espansione ottima
p_{in}	[bar]	pressione ingresso turbina	V_{cc}	[m³]	spinta a livello del mare
O/F	[–]	rapporto di miscela	L^*	[m]	volume cc (cilindro + convergente)
\dot{m}	[kg/s]	portata di gas in turbina	c^*	[m/s]	lunghezza caratteristica
ω_{gc}	[rad/s]	velocità angolare turbina	A_t	[m²]	velocità caratteristica
U/C_0	[–]	rapporto velocità (parametro di progetto)	p_{cc}	[Pa]	area di gola
η_{tot}	[–]	rendimento totale turbina	Γ	[–]	pressione in camera di combustione
k_n	[–]	parametro perdita di velocità attraverso gli ugelli	R	[kJ/(molK)]	funzione di Vandenkerckhove
η_n	[–]	rendimento ugelli	MM	[g/mol]	costante dei gas
k_{blade}	[–]	parametro perdita di velocità attraverso palettatura	T_{cc}	[K]	massa molecolare
u_i	[m/s]	velocità relativa	γ	[–]	temperature in camera di combustione
c_i	[m/s]	velocità assoluta	t_r	[s]	coefficiente di dilatazione adiabatica
U	[m/s]	velocità periferica di rotazione (calcolata su un raggio medio)	ϵ_{cc}	[–]	tempo di residenza
α_i	[rad]	angolo velocità assoluta	A_{cil}	[m²]	rateo di contrazione
β_i	[rad]	angolo velocità relativa	θ	[°]	sezione porzione cilindrica della cc
T_{out}	[K]	temperatura all'uscita della turbina	a	[m]	angolo del tratto convergente
			L_{conv}	[m]	differenza tra i raggi della cc
			V_{conv}	[m³]	lunghezza assiale del tratto convergente
			L_{cil}	[m]	volume tratto convergente
			V_{cil}	[m³]	lunghezza assiale parte cilindrica
			$A_{tot,int}$	[m²]	volume parte cilindrica
			ϵ	[–]	area pareti interne della cc
			θ_e	[deg]	rapporto di espansione aree
			θ_n	[deg]	angolo relativo alla sezione di uscita
			$\%bell$	[–]	angolo relativo al punto di inflessione
			E	[m, m]	percentuale di bell dell'ugello
			L_{ugello}	[m]	exit point – punto tangente alla sezione di efflusso
			L_{conico}	[m]	lunghezza ugello a campana
			N	[m, m]	lunghezza ugello tronco conico
			R_e	[m]	inflection point – punto di inflessione
			R_t	[m]	raggio della sezione di efflusso
					raggio di gola

1.8. Camera di spinta

m_f	[kg/s]	portata massica di RP-1 al piatto	θ_e	[deg]	angolo relativo alla sezione di uscita
m_{ox}	[kg/s]	portata massica di LOX al piatto	θ_n	[deg]	angolo relativo al punto di inflessione
A_f	[m²]	area totale orifizi di RP-1 sul piatto	$\%bell$	[–]	percentuale di bell dell'ugello
A_{ox}	[m²]	area totale orifizi di LOX sul piatto	E	[m, m]	exit point – punto tangente alla sezione di efflusso
Δp_f	[Pa]	perdita di pressione RP-1	L_{ugello}	[m]	lunghezza ugello a campana
Δp_{ox}	[Pa]	perdita di pressione LOX	L_{conico}	[m]	lunghezza ugello tronco conico
$\Delta \rho_f$	[kg/m³]	densità di RP-1	N	[m, m]	inflection point – punto di inflessione
$\Delta \rho_{ox}$	[kg/m³]	densità di LOX	R_e	[m]	raggio della sezione di efflusso
Δv_f	[m/s]	velocità media RP-1 in uscita da piatto	R_t	[m]	raggio di gola
Δv_{ox}	[m/s]	velocità media LOX in uscita da piatto			
$\Delta C_{D,f}$	[–]	coefficiente d'efflusso RP-1			
$\Delta C_{D,ox}$	[–]	coefficiente d'efflusso LOX			

1.9. Sistemi di raffreddamento

C_1	[–]	costante propria dell'RP-1	N	[–]	numero di tubi
c_p	[btu/lb * F]	calore specifico a pressione costante	Pr	[–]	numero di Prandtl
c_{star}	[ft/s]	parametro di merito c star	p_c	[psia]	pressione in camera di combustione
d_{int}	[in]	diametro interno dei tubi	q	[btu/in ² * s]	flusso di calore
$d_{interno}$	[cm]	diametro interno dei tubi	q_{real}	[J/m ² * s]	flusso di calore in unità di misura SI
f_{aw}	[–]	fattore di recupero dello strato limite turbolento	R	[in]	raggio di curvatura del contorno dell'ugello
f_{wg}	[–]	rapporto tra T_{wg} e la temperatura in camera di combustione	r	[–]	fattore di recupero locale
g	[–]	coefficiente di dilatazione adiabatica dei gas combusti	$rapp_A$	[–]	rapporto di espansione
gg	[ft/s ²]	accelerazione gravitazionale	R_d	[in ² * s * F/btu]	resistenza termica causata dai depositi solidi
h_c	[btu/in ² * s * F]	coefficiente di scambio termico dalla temperatura lato fluido alla temperatura media del fluido	R_t	[in]	raggio di gola
h_g	[btu/in ² * s * F]	coefficiente di scambio termico lato gas	ro	[lb/in ³]	densità dei gas combusti
h_{gc}	[btu/in ² * s * F]	conducibilità termica complessiva lato gas	σ	[–]	fattore correttivo per le variazioni delle proprietà attraverso il boundary layer
k_{fuel}	[btu/in * s * F]	conduttività termica del combustibile	T_{aw}	[R]	temperatura adiabatica della parete
MM	[lb/mol]	massa molare dei gas combusti	T_c	[R]	temperatura in camera di combustione moltiplicata per il fattore correttivo
μ_u	[lb/in * s]	viscosità del refrigerante a T_{co}	T_{co}	[R]	bulk temperature RP-1 in gola
μ_{ugg}	[lb/in * s]	viscosità dei gas combusti	T_{wc}	[R]	temperatura della parete lato refrigerante
μ_{uw}	[lb/in * s]	viscosità del refrigerante alla temperatura (locale) della parete	T_{wg}	[R]	temperatura della parete lato gas
			v	[–]	coefficiente di Poisson
			w_f	[lb/s]	portata in massa

Nota: le unità di misura delle grandezze riportate in tabella sono coerenti con le formule nelle quali esse vengono applicate.

2. Analisi della missione

La missione prevede una durata totale di funzionamento dello stadio di 161 s, durante il quale l'obiettivo principale è quello di portare il vettore di lancio ad una altitudine approssimativa di 61 km e ad una velocità di circa 2388 m/s. La sequenza di accensione prevede l'avvio del motore centrale per primo, seguito in sequenza dalle due coppie di motori simmetrici, questi accesi con un ritardo di 300 ms allo scopo di ridurre al minimo le vibrazioni sulla struttura principale; il computer di bordo attende quindi il raggiungimento del valore di spinta massimo per inviare il comando di sgancio del razzo dalla rampa di lancio. Il vettore, una volta sganciato, non può più essere fermato. Ad un'altitudine fissata di 1300 metri, il Saturn V comincia una manovra di rollio attorno al suo asse al fine di raggiungere la traiettoria corretta per il prosieguo della missione. La totalità delle informazioni riguardanti le istruzioni per l'assetto e i venti dominanti nel periodo di lancio sono pre-registrate nel programma di lancio. È inoltre necessario lo spegnimento del motore centrale a $t = 135$ s, prefissato da programma, per non superare i limiti strutturali di carico massimo sopportabile. La spinta, infatti, non è un fattore controllabile nei motori F-1 e, per ovviare a questo problema, si provvede quindi ad interrompere direttamente il flusso di propellente al motore. [4] [5]

Di seguito sono riportate le formule e i risultati di una simulazione della missione del primo stadio del Saturn V, il cui scopo è di analizzare le variazioni dei vari parametri di interesse del razzo durante tutto il tempo di volo. Tale simulazione è stata realizzata con l'ausilio del software MATLAB, con il quale è stato risolto il sistema di equazioni differenziali descritto più avanti. L'algoritmo numerico risolutivo scelto è il metodo di Eulero in avanti ([Appendice J](#)). Per la simulazione del lancio è stato sviluppato un modello con determinate ipotesi semplificative al fine di descrivere l'intera dinamica del razzo:

- è stato utilizzato un modello di Terra piatta ed irrotazionale, al fine di adottare un sistema di riferimento inerziale, trascurando dunque effetti di variazione di traiettoria dovuti allo spostamento terrestre e variazioni di quota dovute al cambiamento di latitudine durante il volo;
- i valori di pressione e temperatura ambientale al variare della quota sono stati ottenuti mediante l'uso del Modello di Atmosfera Standard, ponendo una temperatura di riferimento al suolo di 25°C;
- il valore di portata massica del propellente ai motori è assunto costante durante tutto il funzionamento dello stadio, con una variazione del suo valore soltanto a seguito dello spegnimento del motore centrale al tempo prefissato;
- per ricavare le forze di resistenza aerodinamica e l'angolo di volo sono state utilizzate le curve sperimentali presenti nel report della missione dell'Apollo 11. [5]

Il modello matematico realizzato per la descrizione del vettore di lancio consta dunque delle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} h &= \int v_v dt & s &= \int v_h dt & v_v &= \int a_v dt & v_h &= \int a_h dt & v_{tot} &= \sqrt{v_v^2 + v_h^2} \\ \phi &= \arctan \frac{v_h}{v_v} & a_v &= -g + \frac{T \cos \theta - D \cos \phi}{m} & a_h &= \frac{T \sin \theta - D \sin \phi}{m} \\ g &= \frac{\mu}{(R_T + h)^2} & m &= m_i - \dot{m}t & T &= T_{vac} - A_e p_e & D &= \frac{1}{2} \rho v_{tot}^2 S C_D \end{aligned}$$

Seppur il modello risulti semplificato rispetto alla complessa realtà fisica di funzionamento, si ottengono andamenti delle principali grandezze fisiche di interesse perfettamente in linea con gli andamenti tabellati forniti nel report del vettore di lancio. [5]

I requisiti fondamentali, ovvero il raggiungimento della quota prefissata e della velocità finale prima dello sgancio dello stadio S-IC, risultano soddisfatti e sufficientemente precisi, con valori ottenuti di 59557 m e 2353 m/s.

Di seguito sono riportati i grafici di alcune grandezze in funzione del tempo di volo (ulteriori grafici possono essere consultati in [Appendice A](#)):

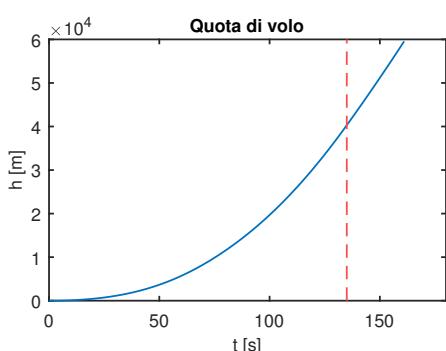


Figura 1: Quota in funzione del tempo

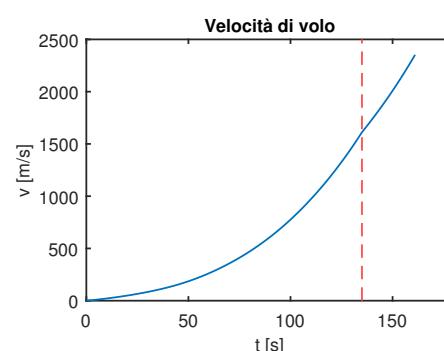


Figura 2: Velocità in funzione del tempo

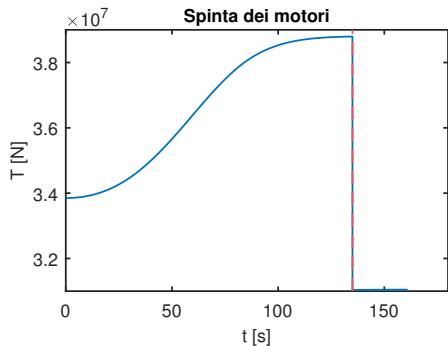


Figura 3: Spinta in funzione del tempo

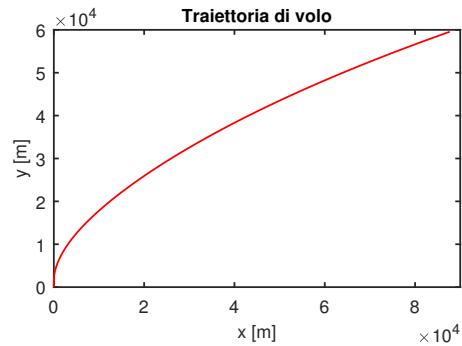


Figura 4: Traiettoria del vettore

Le evidenze sperimentali permettono quindi di assumere il modello implementato come effettivamente rappresentativo del lancio del Saturn V avvenuto nella realtà.

2.1. Parametri lanciatore

A partire dai dati sulle masse ottenuti applicando il modello matematico è possibile andare a calcolare una serie di parametri adimensionali per una descrizione della struttura del lanciatore relativamente al suo primo stadio S-IC (in appendice codice MATLAB dei conti effettuati e dei relativi risultati estrapolati)

ϵ_u [-]	ζ_u [-]	ϵ_s [-]	MR [-]	ζ_p [-]	ζ_{motore} [-]
0.3975	0.2844	0.1167	0.2844	0.7156	0.0146

Tabella 1: Parametri struttura lanciatore

3. Propellenti

3.1. Coppia di propellenti: RP-1 / LOX

Lo stadio S-IC utilizza la coppia di propellenti ossigeno liquido (LOX) e cherosene (RP-1), ovvero una coppia semi-criogenica. Questa combinazione offre un buon equilibrio tra efficienza e semplicità.

L'ossigeno liquido è un ossidante che reagisce facilmente con i combustibili, come il cherosene e l'idrogeno liquido, per produrre una combustione ad alta temperatura e alta pressione: difatti può produrre una maggiore spinta per unità di massa di propellente rispetto ad altri ossidanti. La temperatura di ebollizione molto bassa (-182.96°C) lo rende un propellente criogenico, il che significa che deve essere mantenuto ad una temperatura uguale o minore rispetto a quella di ebollizione durante lo stoccaggio e l'utilizzo. Tuttavia, a causa delle sue proprietà criogeniche, richiede una conservazione e una manipolazione estremamente accurate e può essere pericoloso se non gestito correttamente.

Il cherosene (RP-1), d'altra parte, è un combustibile ad alta densità energetica che brucia in modo pulito e consente un impulso specifico elevato rispetto ad altri combustibili idrocarburici, oltre ad essere facilmente reperibile e relativamente economico. L'RP-1 è un tipo di cherosene raffinato, ovvero una miscela liquida di idrocarburi, che viene prodotto mediante il raffinamento del petrolio grezzo che permette di rimuovere le impurità e migliorarne la stabilità e la consistenza. Il prodotto finito ha un alto contenuto di idrocarburi a catena lunga, caratteristica che lo rende un combustibile altamente efficiente.

La scelta di questi propellenti ha preso in considerazione anche fattori come la sicurezza, l'affidabilità e la facilità di gestione.

	ρ [kg/m^3]	T_e [K]	T_c [K]	MM [g/mol]
RP-1	810	460/540	225	175
LOX	1141	90	54.4	32

	I_{sp} [s]	O/F_{opt}	T_{comb} [K]	γ	ρ_{prod} [kg/m^3]	MM_{prod} [g/mol]
RP-1/LOX	285.4	2.24	3571	1.24	1020	21.9

Tabella 2: Dati ideali per la coppia di propellenti RP-1 / LOX [1]

3.2. Propellente ipergolico

Oltre ai due propellenti utilizzati per il funzionamento del motore è stato necessario l'utilizzo di un propellente ipergolico, ovvero un fluido ausiliario. L'accensione del fluido ausiliario è un metodo per cui un liquido o un gas ipergolico, oltre al combustibile normale e all'ossidante, viene iniettato nella camera di combustione per un breve periodo durante l'operazione di avviamento del motore. Questo fluido produce una combustione spontanea a contatto con il combustibile o con l'ossidante. Durante il processo di accensione dell'F-1 sono stati utilizzati Trietilborano (TEB - 85%) e Trietilalluminio (TEA - 15%), che messi a contatto con l'ossigeno liquido sono in grado di avviare la combustione istantaneamente.

4. Serbatoi e pressurizzazione

4.1. Serbatoi: descrizione e dimensionamento

Il primo stadio ha un diametro di circa 10 m e un'altezza di 42 m. La maggior parte del volume interno alla struttura è occupato dai serbatoi, ovvero il serbatoio di LOX, posto più in alto, e quello dell'RP1.

Il serbatoio dell'ossidante ha una forma cilindrica, chiusa alle due estremità da paratie ellisoidali, per un'altezza totale di 19.53 m, mentre il diametro è approssimabile al diametro della struttura interna, ossia 10.06 m e il volume di ossigeno liquido contenuto è $1.266 \cdot 10^6$ litri. La struttura si compone di una skin in lega 2219-T87, una lega di alluminio con rame come legante principale che si presta all'utilizzo grazie alle alte proprietà meccaniche in un ampio range di temperatura, dai -270°C ai 300°C circa, nel quale ricade la temperatura di stoccaggio del LOX; è inoltre un materiale con buona saldabilità, elevata tenacità a frattura e alta resistenza a cricche da corrosione e da sforzo. Dal serbatoio di ossidante partono 5 linee di aspirazione isolate di diametro 43.18 cm passanti attraverso il serbatoio di combustibile fino ai motori. Il serbatoio termina con un dispositivo centrale e paratie cruciformi che hanno lo scopo di evitare la formazione di vortici man mano che l'ossidante defluisce. All'interno della struttura del serbatoio di LOX, ancorate ai deflettori ad anello, vi sono quattro bombole di elio ad alta pressione dal volume di 0.88 m^3 ciascuna, necessarie alla pressurizzazione.

Il collegamento tra i due serbatoi è rappresentato dall'intertank, una struttura composta da cinque telai e pannelli ondulati in lega di alluminio 7075-T6 ad altissima resistenza meccanica.

Il serbatoio di combustibile ha geometria analoga al serbatoio di ossidante, con un'altezza di 13.13 m e un volume di $7.9 \cdot 10^5$ litri. La struttura è anch'essa costituita da una skin di lega di alluminio 2219-T87. [15]

Di fondamentale importanza per lo studio dei serbatoi è il dimensionamento dello spessore delle pareti, poiché è necessario ottimizzare il peso senza però mettere a rischio il funzionamento della struttura. I carichi strutturali ai quali è sottoposta la parete sono diversi, tra cui quelli dovuti alle pressioni interne, carichi assiali di spinta, carichi aerodinamici e termodinamici e quelli prodotti dalla disposizione di montaggio. È possibile procedere con il dimensionamento delle pareti sviluppando una serie di calcoli partendo da valori di progetto, come il volume dei propellenti necessari al funzionamento, l'ingombro esterno dei singoli serbatoi e considerando noto il materiale utilizzato. (Tabelle dati geometrici e materiale in [Appendice B](#))

Il volume totale all'interno del serbatoio non è composto unicamente dal propellente, ma ci sono anche degli altri volumi da considerare come il volume vuoto necessario alla pressurizzazione.

Come primo passo si calcolano i volumi fondamentali dei serbatoi, ovvero quelli della parte cilindrica e delle due cupole ellisoidali, conoscendone il raggio e le altezze, per poi calcolare il volume totale interno del serbatoio considerando anche il volume occupato dalle bombole di elio nel serbatoio del LOX e dalle cinque linee di aspirazione passanti attraverso il serbatoio dell'RP-1: ([Appendice J](#), [8])

$$V_e = \frac{2\pi a^2 b}{3} \quad V_c = \pi a^2 l_c \quad V_{He} = 4V_{1He} \quad V_{tubi} = 5\pi r_t^2 l_t$$

$$V_{totRP-1} = 2V_{e_{RP-1}} + V_{c_{RP-1}} - V_{tubi} \quad V_{totLOX} = 2V_{e_{LOX}} + V_{c_{LOX}} - V_{He}$$

Noto il volume totale occupato dal propellente liquido si ricavano le dimensioni della parte del serbatoio necessaria alla pressurizzazione, ovvero il volume vuoto, e di conseguenza l'altezza sia del volume vuoto che del propellente:

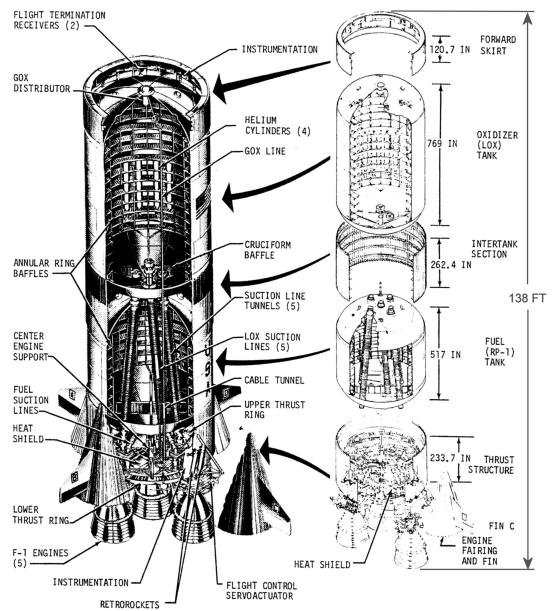


Figura 5: Raffigurazione serbatoi

$$V_u = V_{tot} - V_{prop} \quad H_{prop} = lc + 2b - H_u$$

La pressione nel serbatoio non è nota, ma va calcolata, mentre quella del volume vuoto è un dato di progetto del motore. (Appendice B, Figura 32) Con quanto ricavato in precedenza si calcolano le pressioni interne dei serbatoi e le pressioni totali

$$P_i = \rho g H \quad P_{tot} = P_i + P_u$$

È ora possibile procedere al calcolo degli spessori introducendo alcuni parametri come il fattore di stress K e il rateo dell'ellisse k, cioè il rapporto tra l'asse maggiore e l'asse minore

$$K = 0.8 \quad (\text{Figura 30}) \quad k = \frac{a}{b}$$

$$t_e = \frac{P_{tot}a(K + 0.5k)}{2\Sigma_y} \quad t_c = \frac{P_{tot}a}{\Sigma_y}$$

	$V_{prop} [m^3]$	$V_c [m^3]$	$V_e [m^3]$	$V_{tubi/He} [m^3]$	$V_{tot} [m^3]$	$V_u [m^3]$
RP-1	791.1995	557.0794	161.4723	9.5970	870.4271	79.2275
LOX	1266.297	1065.7171	161.4723	3.5115	1385.150	118.8526

Tabella 3: Tabella riassuntiva volumi

	$P_u [bar]$	$P_i [bar]$	$P_{tot} [bar]$
RP-1	1.7375	0.9225	2.66
LOX	1.5858	1.9250	3.5108

Tabella 4: Tabella riassuntiva pressioni

	$t_e [mm]$	$t_c [mm]$
RP-1	3.4572	4.2550
LOX	4.5630	5.6159

Tabella 5: Tabella riassuntiva spessori

I valori ottenuti risultano essere gli spessori minimi; in realtà lo spessore dovrebbe essere leggermente maggiore per consentire la saldatura, l'instabilità e la concentrazione delle sollecitazioni.

4.2. Pressurizzazione e scambiatore di calore

La pressurizzazione del serbatoio di LOX è affidata al GOX, ossia ossigeno in forma gassosa. Una linea di rilevamento fornisce un feedback di pressione a valvole che controllano il flusso del GOX e permettono di mantenere la pressione di riempimento del serbatoio, man mano che l'ossidante defluisce, tra 18 e 22 psia durante le fasi di volo. La pressurizzazione dei serbatoi è un requisito necessario dall'avviamento del motore fino a fine missione per stabilire e mantenere un gradiente di pressione positivo.

Durante il volo la sorgente di pressurizzazione del serbatoio di combustibile è invece l'olio ad alta pressione. Tramite l'utilizzo di valvole viene mantenuta l'alta pressione all'interno del serbatoio mentre la pressione nei contenitori di olio decresce. I condotti trasportano l'olio verso gli scambiatori di calore dei motori F-1 e dopo essere passato attraverso ad essi, i condotti di ritorno riportano l'olio gassoso riscaldato ed espanso nella parte superiore del serbatoio del carburante, ad una pressione di circa 25 psia.

L'olio è stato scelto rispetto ad altre soluzioni, come l'azoto, per via della sua bassa densità (0.1785 kg/m^3) che permette di risparmiare peso. I serbatoi di olio sono posizionati all'interno del serbatoio di LOX perché la bassa temperatura dell'ambiente interno criogenico aumenta la densità dell'olio ed è possibile utilizzare serbatoi di alluminio più piccoli e leggeri. I quattro contenitori di olio sono lunghi circa 6 m, hanno un diametro di 56 cm e un volume di 0.88 m^3 .

Per permettere la pressurizzazione nei serbatoi è necessario l'utilizzo di uno scambiatore di calore. I serbatoi trasferiscono principalmente i propellenti alle turbopompe, per cui è necessaria la pressurizzazione per evitare il fenomeno di cavitazione all'ingresso della turbopompa. Per il motore F-1 si utilizza uno scambiatore di calore a fascio tubiero con 4 bobine e come fonte di calore per permettere lo scambio è utilizzato il gas di scarico della turbina. Tuttavia, è difficile trovare in letteratura metodi di prova appropriati o metodologie di progettazione per tali scambiatori di calore, poiché per la previsione accurata delle prestazioni, l'ottimizzazione del peso del veicolo di lancio e le prestazioni dello scambiatore di calore vengono valutate mediante test di prova. Per collegare lo scambiatore con i serbatoi sono presenti quattro condotti: due linee di andata verso lo scambiatore e due di ritorno verso i serbatoi. L'olio fornito dalle bombole conservate nel serbatoio LOX viene indirizzato allo scambiatore di calore, espanso e quindi indirizzato al serbatoio dell'RP-1 tramite una linea di distribuzione situata all'estremità superiore del serbatoio per garantirne la pressurizzazione. Il LOX ad alta pressione viene invece prelevato dal LOX

dome, indirizzato allo scambiatore di calore, dove viene espanso in ossigeno gassoso e in seguito diretto al serbatoio tramite la linea di distribuzione del GOX.

Le dimensioni esatte dello scambiatore di calore del motore F-1 dipendono dalla versione specifica del motore, poiché il motore F-1 è stato sottoposto a una serie di miglioramenti, tuttavia, in generale, ha una lunghezza di circa 1 metro e mezzo e un diametro che varia da 1 metro all'uscita della turbina a 60 cm al collettore di scarico della turbina. (Immagine esploso scambiatore in Appendice B) [15] [10]

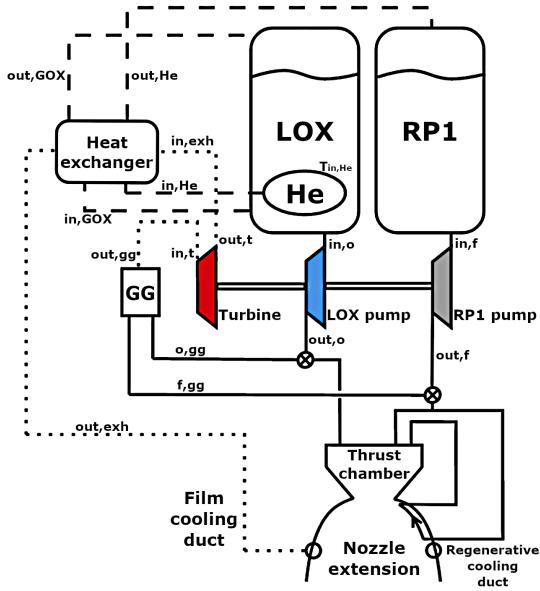
5. Schema termodinamico

5.1. Analisi dello schema semplificato del sistema motore

Lo schema termodinamico semplificato del sistema propulsivo F-1 viene presentato di seguito. Per poter trattare le principali grandezze termodinamiche quali la pressione p , la temperatura T e la portata massica \dot{m} , sono stati consultati i manuali del motore per poter estrapolare uno schema semplificativo a blocchi [20]. Nello schema presentato viene introdotto il sistema a ciclo generatore di gas che permette l'alimentazione della turbopompa. Supponendo il funzionamento a regime (Main Stage), l'alimentazione è completamente auto sostenuta finché non viene soppressa dai computer di bordo (al termine del t_{burn}) o viene esaurito il propellente.

Qualitativamente, dai due serbatoi di LOX e RP-1 viene spillata una portata, che viene trattata dalla turbopompa per portare in pressione i due liquidi. La turbopompa sarà trattata in dettaglio nei paragrafi successivi, data la sua complessità costruttiva. Ai fini dello schema proposto è sufficiente sapere che essa ha il compito di portare ad una certa pressione i due liquidi. Per poter alimentare le pompe, viene calettata sullo stesso asse in comune una turbina, la quale viene mossa da gas caldi combusti in una piccola camera di combustione. Questo sottosistema viene chiamato Gas Generator (GG), e viene alimentato da una portata spillata dopo le turbopompe della stessa coppia RP-1/LOX, con un eccesso di combustibile per evitare temperature elevate all'ingresso della turbina. I gas caldi in uscita dal GG vengono inoltre sfruttati per scaldare e quindi pressurizzare l'elio; successivamente tali gas di scarico vengono convogliati in un tubo circonferenziale all'ugello, nella posizione in cui il rapporto tra aree del divergente è pari a 10:1, dove vengono scaricati sulla parete interna dell'estensione dell'ugello. Questo viene fatto per creare un film di gas relativamente freddi che hanno il compito di alleviare il carico termico sopportato dalla porzione finale dell'ugello (vedi sottosezione 9.1.1). Il raffreddamento della parte superiore dell'ugello viene effettuato facendo passare il combustibile in diversi tubi esterni posti nella sezione tra gola e divergente 10:1; il combustibile riscaldato viene poi introdotto in camera di combustione.

In Tabella 6 e Figura 6 si vedono alcuni dati rappresentativi dell'intero sistema. Si è ipotizzato di trattare i gas come perfetti e di assumere come dati alcuni rendimenti e alcune grandezze caratteristiche.



	p_{in} [bar]	p_{out} [bar]	\dot{m} [kg/s]	T_{in} [K]	T_{out} [K]
RP1 pump	3.1026	128.93	849.13	90.15	90.15
LOX pump	4.4816	110.45	1828.43	298.15	298.15
GG	68.94	66.63	77.25	1062	1062
Turbine	64.05	3.93	77.25	1062	888.38
HH (He)	207.86	–	0.2268	90.15	433.15
HH (OX)	96.52	93.08	3.1752	95.37	380.37
HH (EXH)	–	–	77.25	888.38	879.17

Tabella 6: Dati schema termodinamico [9][18][20]

Figura 6: Schema termodinamico

5.2. Analisi sulla scelta del ciclo di alimentazione

Per via della presenza di un sistema a turbopompe per l'alimentazione del propellente, è necessario scegliere il design ottimale per il ciclo di potenza che alimerterà la turbina e di conseguenza le due pompe stesse. La scelta del tipo di ciclo di potenza ha ripercussioni sulla filosofia del design dell'intero impianto e la sua introduzione può implicare una variazione in termini di prestazioni del sistema motore. Nel motore F-1 è stato scelto un ciclo di alimentazione a Gas Generator: risulta il sistema più leggero e semplice tra tutti, e data la ridotta complessità è il più economico in

termini di sviluppi. Inoltre, è l'unico ciclo di alimentazione tra i principali ad avere un flusso di gas in parallelo alla camera di spinta: questa peculiarità ha ripercussioni sulle prestazioni del motore.

Altri principali tipi di cicli di alimentazione sono l'*Expander Cycle* e lo *Staged Combustion Cycle*. Oltre a questi, diversi ne sono stati sviluppati con combinazioni di diversa complessità che però in alcuni casi hanno portato a migliorare notevolmente le prestazioni globali del sistema motore. Nell'*Expander Cycle* la turbina viene alimentata grazie al riscaldamento rigenerativo del combustibile attraverso le pareti dell'ugello (permettendo quindi anche il raffreddamento delle pareti). Il fuel, che viene vaporizzato, espande in turbina e successivamente entra in camera di combustione. La temperatura in entrata alla turbina è limitata, non ci sono combustioni prima di essa: questo limita l'energia ricavabile dalla turbina e limita anche la pressione ottenibile in camera. Il necessario cambio di fase è un fattore limitante nell'utilizzo di tale ciclo: al crescere della dimensione del motore bisogna aumentare la portata in turbina in modo da aumentare la potenza, ma tale portata è limitata da fattori geometrici, poiché deve passare nelle pareti dell'ugello ed essere adeguatamente portata a vaporizzazione. Inoltre, la necessità di avere vaporizzazione immediata concentra l'utilizzo di questo ciclo per combustibili criogenici come l'idrogeno. Tale ciclo viene dunque usato per motori a spinte non troppo elevate e per stadi alti, e non poteva essere applicato al boost stage del primo stadio S-IC.

Nelle diverse tipologie di *Staged Combustion Cycle* si introducono uno o più preburner in modo da suddividere la combustione in diverse zone, oltre alla camera di spinta principale. Questo ciclo ha migliori prestazioni rispetto al ciclo a gas, poiché il flusso in uscita non viene scaricato in atmosfera ma introdotto nella camera principale. Questo aumenta l'efficienza del sistema, per contro lo sviluppo di questo ciclo aumenta notevolmente i costi e i tempi di sviluppo data la sua elevata complessità. Per poter comprendere le difficoltà ingegneristiche da affrontare si deve riconoscere che in un ciclo chiuso non si potrebbe semplicemente scaricare i gas combusi del GG, dopo aver attraversato la turbina, direttamente in camera: la pressione troppo bassa in uscita dalla turbina non sarebbe compatibile con l'alta pressione richiesta dalla camera di spinta, e i prodotti di combustione di una miscela FR (Fuel Rich) di combustibili a idrocarburi come RP-1 provocherebbero difficoltà agli iniettori del piatto principale, intasandoli. Da notare inoltre che nel ciclo chiuso FR tutto il fuel passa nel preburner, mentre nel gas generator vengono spillate delle piccole portate di fuel e oxidizer a monte. Questo implica che il sistema di preburner deve essere abbastanza grande da contenere una combustione controllata e generalmente a portate elevate di propellenti (a pressioni molto alte), soprattutto per quanto riguarda i booster stage. Un altro accorgimento è la suddivisione in stadi della turbopompa del fluido che viene spillato (l'ossidante nel caso mostrato in Figura 7). L'ossidante in questo caso deve essere pressurizzato ad alta pressione per la camera, e una sua piccola percentuale deve essere portata a quasi il doppio del valore di pressione di camera per entrare nel preburner. Oltre a queste complicazioni, il ciclo chiuso FR non viene utilizzato con combustibili a lunga catena carboniosa come RP-1, per il problema legato ai suoi prodotti di combustione. Si preferisce usare questo ciclo con combustibili come idrogeno o metano (come nei nuovi motori sviluppati da SpaceX). I motori con cicli chiusi e OR (Oxidizer Rich), storicamente sviluppati dai russi dall'inizio degli anni '50, venivano alimentati anche con carburanti come il kerosene.

Concludendo, si può dire che la scelta del ciclo di alimentazione per il motore F-1 è ricaduta su un ciclo a gas per una combinazione di fattori, quali: esigenze prestazionali del singolo motore, elevate in termini di potenza e per quel tipo di combinazione di propellenti (con un trade-off sulla perdita di prestazione, come visto in seguito); limitazioni date dallo sviluppo degli altri cicli di alimentazione in quel periodo storico; minore complessità del sistema stesso.

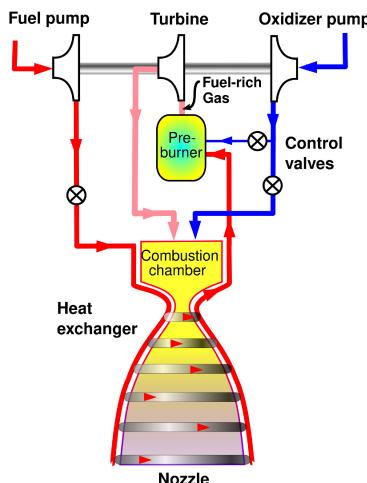


Figura 7: Staged Combustion Cycle FR

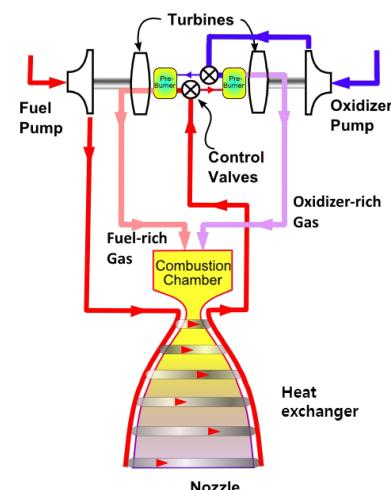


Figura 8: Staged Combustion Cycle completo

5.3. Analisi delle variazioni di performance introdotte dal ciclo a gas

In questa sezione verrà analizzato come l'introduzione del ciclo a gas ha delle ripercussioni sulle performance del sistema stesso, in particolare sull'impulso specifico del sistema motore, che verrà denotato come $I_{s,oa}$ (l'abbreviativo *oa* si riferisce al termine "overall"). Importante è la distinzione tra l'impulso specifico del motore intero (appena introdotto) e quello della camera di spinta (più ugello), che sarebbe quello teorico e denotato come $I_{s,tc}$.

Per poter trattare teoricamente le limitazioni, si parte dal presupposto che a parità di altri fattori (come quota, mixture ratio, rapporto di espansione, ecc.) un aumento di pressione in camera di combustione aumenti le prestazioni del sistema. Infatti, analizzando la spinta si vede che:

$$T = \dot{m}_{p,tc} u_e + A_e (p_a - p_e) \quad \text{dove} \quad u_{e,tc} = u_{e,tc}(p_c) = \sqrt{\frac{2\gamma RT_c}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

Si nota come aumentando la pressione in camera, a questo livello di approssimazione, la spinta aumenti indefinitamente, per cui anche l'impulso specifico $I_{s,tc}$ aumenterà poiché esso è definito da:

$$I_{s,tc} = \frac{T(p_{c,tc})}{\dot{m}_{p,tc}} = u_{e,tc}(p_{c,tc}) + \frac{A_e(p_a - p_{e,tc})}{\dot{m}_{p,tc}}$$

Questo ci permetterebbe di concludere che un aumento di pressione illimitato in camera di combustione aumenti indefinitamente le prestazioni, sia perché l'ugello può espandere da una pressione più alta, sia per il contributo statico. Introducendo però un sistema di alimentazione di potenza in parallelo come il GG, si ha in realtà un calo di prestazioni rispetto all'andamento teorico.

Questo fatto può essere compreso a livello qualitativo considerando che, in un tale sistema, aumentare la pressione in camera significa aumentare le prestazioni richieste dalle pompe, richiedendo quindi più potenza dalla turbina. A parità di salto di pressione in turbina (limitato dalla progettazione della stessa) e prodotti di combustione del GG, l'unico modo che si ha per aumentare la potenza prodotta dalla turbina è aumentare lo spillamento di portata dal flusso che andrà poi in camera. Questo flusso, oltre a non conseguire una combustione ottimale (ovvero con rapporto O/F molto diverso da quello della camera), viene espanso a velocità molto più basse e questo implica una perdita di prestazioni che può essere quantificata nel modo seguente [7][13]:

$$\begin{aligned} I_{s,oa} &= \left(1 - \frac{\dot{m}_{p,gg}}{\dot{m}_p} \right) I_{s,tc} + \frac{\dot{m}_{p,gg}}{\dot{m}_p} I_{s,gg} \quad I_{s,gg} = I_{s,gg}(u_{e,gg}, p_{c,gg}, \dot{m}_{p,gg}) \\ I_{s,tc} &= I_{s,tc}(u_{e,tc}, p_{c,tc}, \dot{m}_{p,tc}) \quad p_{c,gg} = 0.85 \cdot p_{c,tc} \\ u_{e,gg} &= u_{e,gg}(p_{c,gg}) = \sqrt{\frac{2\gamma_{gg} R_{gg} T_{c,gg}}{\gamma_{gg} - 1} \left[1 - \left(\frac{p_{e,gg}}{p_{c,gg}} \right)^{\frac{\gamma_{gg}-1}{\gamma_{gg}}} \right]} \quad \dot{m}_{p,gg} = \dot{m}_{p,gg}(\mathcal{P}, \eta_t, \epsilon, T_{in}, c_{p,gg}) = \frac{\mathcal{P}}{\eta_t c_{p,gg} T_{in} \epsilon} \\ u_{e,tc} &= u_{e,tc}(p_{c,tc}) = \sqrt{\frac{2\gamma_{tc} R_{tc} T_{c,tc}}{\gamma_{tc} - 1} \left[1 - \left(\frac{p_{e,tc}}{p_{c,tc}} \right)^{\frac{\gamma_{tc}-1}{\gamma_{tc}}} \right]} \quad \dot{m}_{p,tc} = \dot{m}_p - \dot{m}_{p,gg} \\ \mathcal{P} &= \mathcal{P}_{LOX} + \mathcal{P}_{RP1} = \frac{\Delta p_{LOX} \dot{m}_{LOX}}{\eta_{p,LOX} \rho_{LOX}} + \frac{\Delta p_{RP1} \dot{m}_{RP1}}{\eta_{p,RP1} \rho_{RP1}} \end{aligned}$$

Si è ipotizzato, come best practice, che la pressione in camera del GG sia l'85% della pressione nella camera principale. Si ipotizza inoltre, in prima approssimazione, che il salto di pressione attraverso le pompe sia proporzionale alla pressione in camera, con costante di proporzionalità ottenuta dalla divisione delle due quantità note: prevalenza della pompa (sia LOX che RP-1) e pressione in camera nominale dell'F-1 [7]. Sono state implementate tali equazioni in MATLAB, imponendo un range esteso di pressioni, per poter notare l'effetto dell'introduzione del gas generator nel sistema.

Si nota come, al valore di pressione associato al motore F-1, ci sia un calo di prestazione rispetto al teorico. Il valore di impulso cala da 291 secondi a circa 285 secondi (a livello mare). Questo modello non considera perdite prestazionali dovute al flusso 3D (con eventuali separazioni asimmetriche e considerazioni sulle onde d'urto): in questa situazione l'ugello considerato è in condizione sovra-espansa. Queste perdite sono successivamente considerate nella modellazione tramite il software RPA.

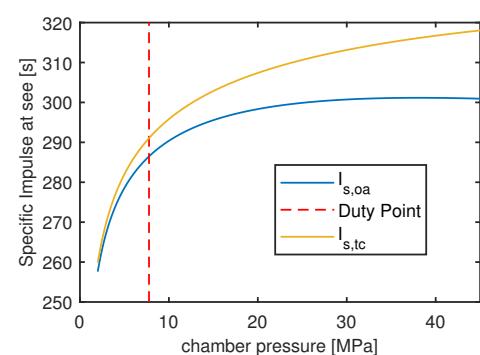


Figura 9: Confronto tra impulsi specifici a livello mare

Dai grafici precedenti si nota anche come l'ottimo prestazionale per l'impulso specifico del sistema complessivo sia a pressioni in camera molto elevate (attorno ai 30 MPa, ovvero 300 bar). Un valore di pressione così elevato richiede una revisione di tutti i sistemi di alimentazione, a partire dalla turbopompa. Tale valore di pressione si trova tuttora nei motori LRE di nuova generazione come il Raptor, che tra l'altro non possiedono il ciclo a gas.

6. Gas generator

Il gas generatore del motore F-1 è il sistema adibito alla produzione di gas caldi per alimentare la turbopompa. Tale sistema è composto da una camera di combustione progettata ad hoc per questo tipo di sottosistema. Vengono utilizzati gli stessi propellenti utilizzati nella camera principale ma con diverso rapporto O/F (valore in [Tabella 7](#)). La necessità di avere un O/F lontano dal valore stechiometrico è dettata dal contenere le temperature del flusso che impatterà sulla turbina: questo lo si ottiene con miscele ricche in ossidante o ricche in combustibile. In questo caso è stata scelta una miscela ricca in combustibile per molteplici motivi: evitare ossidazioni di componenti che sarebbero convenute con una miscela ad alta percentuale in LOX, diminuire la possibilità di eventuali guasti causati da flussi surriscaldati (più probabili nel caso Oxider Rich) e contenere il consumo specifico della turbina, poiché il peso molecolare dei gas risulta minore nel caso Fuel Rich ([Appendice C](#)).

La scelta di optare per una miscela FR ha anche alcuni aspetti negativi, tra cui la complessità della cinetica del processo chimico dovuta alla produzione di idrocarburi, che solitamente creano depositi solidi ([Appendice D](#)). Anche con questi valori bassi di O/F, la combustione nel GG viene completata in camera (quindi è molto rapida); al contrario, i processi di evaporazione e di mixing sono molto lenti. Tale problema si riscontra in maniera tangibile nei GG, mentre è meno evidente nelle camere di spinta dei LRE, dove tali processi sono più veloci. Per avere una buona evaporazione dei propellenti è necessaria una zona di combustione molto larga (più iniettori con portate minori), mentre per avere un buon mixaggio è necessaria una camera allungata in direzione del flusso: questi due problemi vengono ovviati tramite scelte di design specifiche trattate di seguito.

Nella creazione di un elemento GG, in particolare la sua camera di combustione, si devono considerare dei prerequisiti fondamentali per il suo corretto funzionamento:

- dato che l'atomizzazione degli iniettori spesso non è sufficiente, essa viene relegata anche ad effetti aerodinamici ottenuti tramite la geometria della camera, in modo il flusso del gas venga differenziato in zone di alta e bassa velocità che favoriscono la vaporizzazione;
 - deve essere forzato il mixing tra prodotti di combustione e eccesso di combustibile per fornire una temperatura uniforme in uscita, in modo da evitare un guasto in turbina causato da zone calde, che solitamente sono localizzate al centro del flusso;
 - forma e dimensione devono essere adattate all'ingombro del resto del motore, per avere un sistema il più compatto possibile;
 - le perdite di pressione prodotte nella camera non devono essere troppo elevate.

Di seguito troviamo raffigurato il GG di nostro interesse (più particolari in Appendice E):

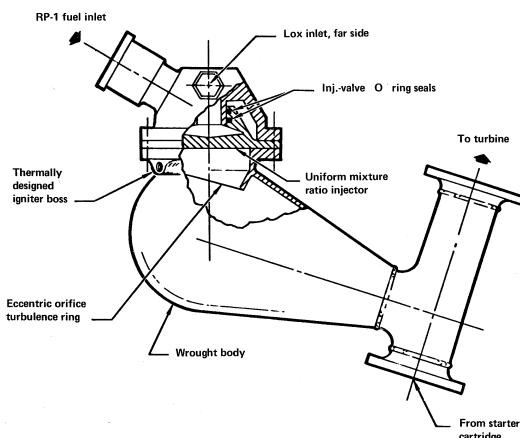


Figura 10: Schema del gas generator

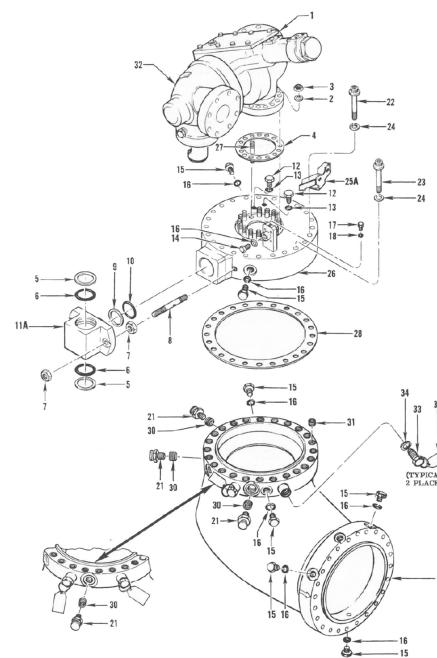


Figura 11: Esplosione del gas generatore

In base alle considerazioni sopra citate si spiegano alcune scelte progettuali per questo componente.

- La forma del GG, per cui lo scarico dei gas avviene in maniera inclinata rispetto alla direzione del piatto di iniezione, è dettata da requisiti di spazio e disposizione rispetto alle altre componenti.
- La scelta di camera sferica e non assiale permette di aumentare il livello di mixing di gas combusti e combustibile vaporizzato in eccesso.
- Il fondo della camera è incurvato e reso planare per non accumulare i prodotti di scarico.
- La zona di ingresso dei gas in turbina è composta da una sezione ad area costante, in modo da rendere il flusso il più uniforme possibile prima dell'ingresso in turbina.
- Il corpo della camera di combustione è convergente in maniera da differenziare la velocità e ottenere migliore atomizzazione.
- Il piatto di iniezione scelto per il GG è un semi-UMR, ovvero ha le zone esterne più ricche in combustibile per ottenere film cooling, mentre la maggior parte dell'iniezione avviene a O/F predefinito. Altri iniettori, come HCI, hanno una stratificazione dei gas e delle temperature: ciò non è consigliabile per gas che devono impattare sulle palettature. Inoltre, un iniettore HCI non è compatibile con la forma arrotondata del corpo poiché provocherebbe un surriscaldamento del fondo della camera.
- L'iniettore deve avere diametri più ristretti possibile per migliorare atomizzazione, compatibilmente con quelli fabbricabili.
- Il TR (Turbulence Ring) visibile in Figura 10 viene posizionato poco dopo il piatto d'iniezione per rimediare ai problemi di basso ratio di mixing attraverso la creazione di un reverse flow. Questo permette un alto livello di mescolamento tra specie presenti per uniformare così la temperatura ed evitare stratificazioni del flusso, le quali causerebbero il fenomeno di "momentum separation", un flusso chiaramente non sostenibile dalla turbina. Questo reverse flow è reso più efficace grazie alla porzione circolare della camera che accoglie questo moto vorticoso. La posizione del TR è scelta per evitare il surriscaldamento dello stesso, dato che a monte della camera i gas vaporizzati devono ancora essere igniti e hanno dunque temperature relativamente basse. Il TR deve inoltre essere in grado di non provocare alte cadute di pressione: questo è ottenuto rendendo il TR conico.
- L'ignitore deve essere posizionato poco dopo il piatto di iniezione (una best practice è tra 2.5 e 3.8 cm dal piatto). Viene inoltre posizionato in zone molto vicine ai punti di ristagno del flusso, in cui la combustione viene resa efficace.

$T_c [K]$	$p_c [bar]$	$p_{out} [bar]$	$t_p [ms]$	O/F	$\dot{m}_{fuel} [kg/s]$	$\dot{m}_{ox} [kg/s]$
1062	67.57	65.15	5	0.416	53.52	22.23

Tabella 7: Dati reali del gas generator, ricavati da [9][20]

Una stima quantitativa del volume totale necessario alla camera di combustione per adempiere alle richieste della stessa è basato su un tempo di permanenza, ricavato nel caso dei GG per ogni coppia di propellente. Nel caso del GG dell'F-1 si ha:

$$V_{cc} = t_p \frac{\dot{m}_{gg}}{\rho_{gc}} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{53.52 + 22.23}{18.3406} \right) m^3 = 0.02065 m^3$$

7. Turbopompa

7.1. Descrizione generica Mark 10

Il gruppo turbopompa Mark 10 è montato parallelamente alla mezzeria longitudinale della camera di spinta ed è sostegni principalmente da due gruppi stabilizzatori a tre gambe saldati al corpo della camera e dai quattro condotti del propellente ad alta pressione installati tra la turbopompa e la camera di spinta. Il gruppo è composto da due pompe centrifughe montate schiena contro schiena (back-to-back) su un albero comune e azionate direttamente da una turbina a gas ad impulso. Le componenti rotanti sono collegate direttamente all'albero e sono bilanciate dinamicamente. L'albero è supportato da due gruppi di cuscinetti a sfere riscaldati elettricamente e raffreddati a carburante nell'area della pompa del LOX (per mantere l'ossigeno in fase liquida) e da un gruppo di cuscinetti a rulli raffreddati a carburante nell'area della turbina, mentre, per isolare i propellenti, il fluido di raffreddamento e i gas caldi, sono presenti un insieme di guarnizioni in carbonio, plastica (Kel-F, Teflon) e gomma sintetica (Buna-N, Viton-A). [15]

7.1.1 Pompe LOX e RP1

L'esigenza di avere un sistema a turbopompa in uno stadio di lanciatore nasce dalla richiesta di elevati requisiti di missione quali quelli caratterizzanti lo stadio S-IC. In generale l'introduzione di un sistema di alimentazione

a turbopompa, a patto di un corretto dimensionamento, permette di diminuire pesi e ingombri a discapito di un aumento del livello di complessità globale del progetto. Lo sviluppo moderno di tali sistemi prevede studi preliminari con tecniche assodate, come tabelle di valori specifici per le varie esigenze, basate su dati raccolti durante gli anni di sviluppo. Al giorno d'oggi si conclude e si implementa la progettazione teorica tramite uno studio a CFD che non verrà trattato in queste pagine.

L'F-1 è dotato di due pompe del sistema Mark 10 di tipo centrifugo, una per l'ossidante e una per il combustibile; questa tipologia permette di ottenere un salto di pressione ΔP maggiore per singolo stadio (rotore + statore) rispetto alle pompe assiali, a discapito di un leggero decremento dell'efficienza. Per pompe con fluido di lavoro a densità simile, come RP-1 e LOX, e simili pressione di scarico, si può mantenere la velocità angolare costante e uguale per entrambe le componenti. Il progetto di una turbopompa ricerca principalmente la massimizzazione della velocità operativa poiché questo permette di ridurre le dimensioni della pompa stessa e di conseguenza il suo peso. Tuttavia, possibili effetti di cavitazione all'ingresso della pompa e sforzi dovuti alla forza centrifuga, vistosi nell'impeller (girante) e nella turbina, impongono un limite massimo alla velocità raggiungibile nelle zone periferiche dei componenti.

7.1.2 Analisi pompa LOX

Si considera il funzionamento in condizione di regime e si propone un'analisi della pompa LOX del sistema. Partendo da ragionevoli ipotesi e dati ricavati dai principali manuali di interesse [2][7], verranno costruiti i triangoli di velocità di inducer e impeller e nel processo si cercherà di fornire un'analisi globale dei vari componenti costituenti.

Per permettere al motore di generare la spinta per cui è stato progettato, la pompa deve essere in grado di fornire un adeguato valore di 'prevalenza della pompa' ed elaborare allo stesso tempo la portata volumetrica richiesta. Per la performance nel caso della pompa, al posto dell'incremento di pressione, è comune infatti usare il valore di prevalenza - headrise H - definito come l'altezza a cui può essere sollevato 1 kg di fluido con il lavoro compiuto idealmente per unità di massa dalla pompa. Si può usare la seguente formula per ricavarne il valore:

$$H = \frac{\Delta h_s}{g} = \int_{P_0}^{P_2} \frac{dP}{\rho g}$$

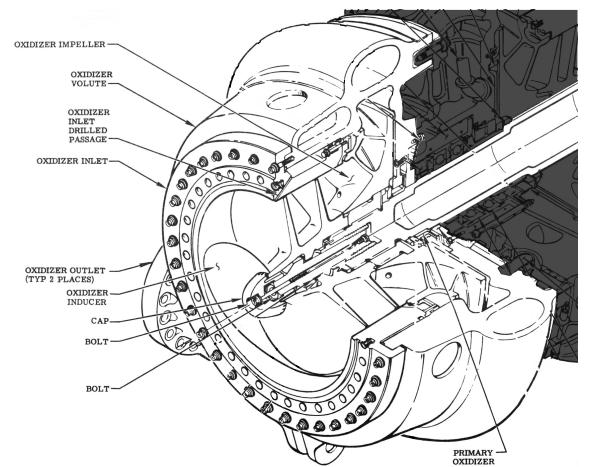


Figura 12: Prospettiva e dettagli pompa LOX [21]

Δh_s è direttamente legata al lavoro della pompa, rappresenta il salto entalpico specifico del fluido di lavoro, anche nel caso di fluido con elevata comprimibilità, e si può sempre scrivere:

$$\frac{\text{Lavoro}}{\text{Massa}} = \Delta h_s = \frac{gH}{\eta_p}$$

dove con η_p si intende il rendimento della pompa. La prevalenza della pompa è inoltre direttamente proporzionale alla velocità periferica del disco della girante e alla velocità di efflusso dipendente da β_{blp} , angolo di back-leaning della palettatura, e v_{m2} , velocità meridionale di uscita del flusso. Quest'ultimo termine è legato alla portata volumetrica Q della pompa, ovvero un ulteriore requisito di progetto che dev'essere soddisfatto e che viene principalmente dettato dalle condizioni presenti in camera di combustione e nel gas generator, tenendo conto di eventuali perdite di carico, per attrito, lungo le tubazioni. Dal bilancio del momento della quantità di moto è possibile ricavare la coppia necessaria a mantenere in moto la girante e risalire di conseguenza alla potenza:

$$\mathcal{P} = \dot{m}(\omega R_2)^2 \left(1 - \frac{v_{m2}}{\omega R_2} \tan \beta_{blp}\right) = \dot{m} \frac{gH}{\eta_p}$$

Al valore di potenza è legato il termine ψ coefficiente di prevalenza -head coefficient- della pompa:

$$\psi = \eta_p \left(1 - \frac{v_{m2}}{\omega R_2} \tan \beta_{blp}\right) = \frac{gH}{(\omega R_2)^2}$$

e per un design ottimale di pompa centrifuga deve essere contenuto tra 0.2 e 0.8. Valori maggiori dell'unità sono indicativi di palette realizzate per impartire in avanti il flusso e il ΔP tenderebbe a crescere all'aumentare della portata portando ad una generale instabilità del sistema di pressurizzazione.

- **Parametri adimensionali**

La pompa è progettata, come detto precedentemente, per fornire una specifica prevalenza e portata volumetrica. Queste due quantità vengono usate per ricavare due parametri adimensionali:

$$\text{Diametro specifico } d_s = \frac{D(gH)^{\frac{1}{4}}}{Q^{\frac{1}{2}}} \quad \text{Velocità specifica } n_s = \frac{\omega Q^{\frac{1}{2}}}{(gH)^{\frac{3}{4}}}$$

Si verifica facilmente che il prodotto dei due parametri $n_s d_s = 2/\sqrt{\psi}$ e poiché le pompe centrifughe, per costruzione, hanno un coefficiente di prevalenza ψ minore dell'unità allora $n_s d_s > 2$. Diagrammi empirici nel piano (n_s, d_s) permettono di fare considerazioni sulle prestazioni delle pompe e l'individuazione di zone ottimali di funzionamento a regime tenendo anche conto, solo ad un livello semplificato, di eventuali tolleranze di costruzione e rugosità interne che potranno poi essere modificate dopo prove al banco.

Sono forniti i seguenti requisiti costruttivi della pompa: [2]

$\eta_p [-]$	$P_{TOT0} [\text{bar}]$	$P_{TOT2} [\text{bar}]$	$\rho [\text{kg/m}^3]$	$Q [\text{m}^3/\text{s}]$	$D_2 [\text{m}]$	$\omega [\text{rad/s}]$
0.746	4.4816	110.4500	1141	1.5898	0.4953	575.12

Tabella 8: Requisiti del sistema pompa LOX

da cui si ricavano i principali parametri prestazionali caratterizzanti la pompa in esame (il codice MATLAB con il dettaglio di tutti i conti eseguiti è riportato in [Appendice J](#)).

$H [\text{m}]$	$\Delta h_s [\text{J/kg}]$	$\psi [-]$	$\mathcal{P} [\text{kW}]$	$d_s [-]$	$n_s [-]$	$n_s d_s [-]$
944.7827	$1.2424 \cdot 10^4$	0.4569	$2.2440 \cdot 10^4$	3.8543	0.7677	2.9588

Tabella 9: Parametri prestazionali del sistema pompa LOX

Il punto di partenza nella progettazione della pompa è la scelta di un valore ottimale di velocità specifica n_s , definita sopra in condizioni di design e relazionabile al numero di giri al minuto N prestabiliti in condizioni stazionarie. Questo valore permette di effettuare una prima selezione tra le varie tipologie di pompe (in particolare forma e tipologia di impeller) esistenti per concentrare lo studio su quella che meglio si potrebbe adattare ai requisiti di missione.

- **Analisi inducer**

L'inducer è la prima interfaccia tra il fluido di lavoro e il sistema pompa e deve essere progettato con l'intento di evitare il più possibile eventuali fenomeni di cavitazione che portano ad un grande degrado delle prestazioni generali. Il rischio di cavitazione è alto soprattutto nella zona di ingresso -inlet- della pompa, dove il fluido di lavoro alla pressione minore che si riscontra in questa parte del ciclo, dovendo ancora cominciare la pressurizzazione, viene compresso grazie ai contributi di aumento di velocità meridionale e velocità di rotazione della palettatura. Per caratterizzare la condizione di cavitazione bisogna introdurre una nuova grandezza, detta NPSH (Net Positive Suction Head), indice di merito della pressione in ingresso alla pompa. In particolare:

$$(NPSH) = \frac{P_{TOT0} - P_{vap}}{\rho g}$$

In fase di progettazione si utilizza il parametro $(NPSH)_c$ come valore critico all'ingresso per evitare la cavitazione, determinato dal design globale del motore, ed è necessario che sia verificata la relazione $(NPSH) > (NPSH)_c$. In aggiunta, per comparare le caratteristiche di aspirazione tra differenti geometrie e organizzazioni del sistema pompa si utilizza un parametro derivante direttamente dalla velocità specifica n_s , la suction specific velocity N_{ss} :

$$N_{ss} = \frac{N \sqrt{Q}}{(NPSH)_c^{0.75}}$$

Alti valori di N_{ss} sono indicativi della presenza di un inducer, a monte dell'impeller. Questo elemento contribuisce attivamente a migliorare la prestazione globale della pompa dal momento che permette di ampliare il range di velocità rotazionali ammissibili senza incorrere nella cavitazione, portando quindi ad una diretta riduzione del peso della pompa a parità di livello di potenza e prevalenza forniti al fluido.

È ora possibile andare a calcolare le velocità in ingresso, sezione 0, e in uscita, sezione 1, dall'inducer della pompa. Si effettua una ragionevole ipotesi sul valore del coefficiente di prevalenza ψ_{ind} , pari a 0.06, relativo al solo tratto iniziale [7]; da questo dato si trovano in cascata la velocità di rotazione riferita al valore medio del raggio della

palettatura inducer e i relativi diametri effettivi della palettatura e dell'albero motore nelle sezioni 0 e 1. Dalla conoscenza del valore di portata volumetrica all'ingresso dell'inducer, leggermente maggiore di quello presente nel corpo impeller per tenere conto di eventuali perdite, si sfrutta l'equazione di continuità per ricavare i vettori velocità nel sistema di riferimento assoluto e solidale con il case della pompa. Tali velocità sono indicate con \vec{c}_0 e \vec{c}_1 , rispettivamente per inlet e outlet dell'inducer, e sono costituite da c_u per indicare la componente tangenziale della velocità assoluta e da c_m per riferirsi alla velocità meridionale, ovvero le componenti della velocità assoluta che appartengono al piano radiale e assiale. Sono anche noti i valori di \vec{u} , vettore velocità periferica media di rotazione della palettatura nelle sezione di ingresso e uscita, dal momento che si sono ricavati i diametri effettivi ed è noto il numero di giri al minuto effettuati. Usando le relazioni trigonometriche, e la conservazione della componente meridionale della velocità tra la velocità assoluta \vec{c} e la velocità espressa nel sistema di riferimento relativo solidale con la palettatura in rotazione, \vec{v} , si compone il triangolo di velocità complessivo e si determinano infine gli angoli di orientazione β , riferito all'inclinazione di \vec{v} , e α , riferito invece all'orientazione di \vec{c} . È anche possibile andare a trovare la velocità all'estremo superiore -tip- della paletta per valutare un ulteriore parametro di progetto, la -vane solidity tip S_v , grandezza adimensionale definita in relazione alla sezione anulare, normale alla direzione della velocità assiale di effettivo passaggio del fluido di lavoro.

• Analisi impeller

Bisogna anche in questo caso fare riferimento ad una ragionevole ipotesi sulla perdita di prevalenza H nella sezione anulare di passaggio del fluido a causa di attriti e conseguente dissipazione di energia, dal manuale risulta $H_e = 0.3H$ come termine di perdita [7], e a questo punto è possibile calcolare la prevalenza effettiva fornita dalla sezione della girante -impeller-. Sono inoltre noti il diametro nella sezione 1 -outlet inducer/inlet impeller- e nella sezione 2 -outlet impeller-. Con un ragionamento del tutto analogo a quello relativo all'inducer è possibile costruire il triangolo di velocità dato dalla composizione della velocità assoluta \vec{c} , della velocità relativa \vec{v} , con i rispettivi angoli di orientazione α e β e della velocità periferica media di rotazione \vec{u} . Per i procedimenti di analisi della conservazione della portata e di calcolo effettivo mediante relazioni trigonometriche passo per passo si rimanda al codice MATLAB POMPA_{LOX} allegato in [Appendice J](#).

• Analisi casing pompa: vani diffusori

Il principale compito del casing è quello di convertire l'elevata energia cinetica del fluido di lavoro in uscita dalla sezione 2 dell'impeller in pressione statica; questo elemento non contribuisce quindi in alcun modo alla generazione di un valore di prevalenza. Il casing può essere formalmente diviso in due sezioni: una frontale nominata -suction nozzle- con il compito di convogliare debitamente il flusso nella seconda sezione, definita di uscita, -volute / (voluta in italiano)- che invece si occupa della effettiva conversione energetica. La sezione frontale ha una lughezza ridotta per limitare al minimo le perdite di pressione per attrito contro le pareti rigide. Con i dati in possesso si procede al dimensionamento di un casing con geometria double-volute (180°) e singola sezione di efflusso.

Per calcolare la velocità media del flusso all'interno della voluta si assume come riferimento un parametro K_v determinato sperimentalmente tramite prove al banco di differenti tipologie di vani diffusori. Per i calcoli $K_v = 0.337$ da manuale [7].

$$c_3 = K_v \sqrt{2gH}$$

Si procede al calcolo dell'area del tratto divergente della voluta, imponendo per ciascuna sezione un valore di α_{volute} compreso tra 0° e 180°. Nota la geometria e servendosi dell'equazione di continuità è infine possibile ricavare i valori di velocità relativi alla sezione di ingresso della voluta e di efflusso finale per valutare il corretto funzionamento del sistema pompa e l'incremento di pressione statica che riesce ad imporre al fluido.

$v_{voluteIN} [m/s]$	$v_{voluteOUT} [m/s]$
103.7019	29.1447

Tabella 10: Velocità del sistema pompa LOX: casing

Si rimanda a [Appendice F](#) per l'analisi della pompa RP-1.

7.2. Turbina

7.2.1 Descrizione turbina

La turbina che fornisce la potenza necessaria alle pompe del sistema motore F-1 è definita come turbina a impulso (variazione di pressione statica solamente negli statori), e cosiddetta 2 row - velocity compounded (VC), ovvero costituita da 2 file di rotorini intramezzati da uno statore. Il gas caldo, prima di passare in questa zona, viene espanso in una schiera di ugelli che ne aumenta notevolmente la velocità: per la turbina VC, idealmente, tutta l'espansione avviene in questa zona. Successivamente i rotorini, investiti da un gas, sottraggono quantità di moto al fluido. Lo statore intermedio ha la funzione di reindirizzare il flusso all'ingresso dell'ultimo rotore. Oltre a questi elementi,

nella turbina è presente una zona di ingresso (manifold) che convoglia il flusso ai nozzles. I nozzles, che sono generalmente convergenti-divergenti per una turbina VC, espandono il gas e lo deviano per affrontare il primo rotore. Entrambi i rotorî della turbina sono costituiti da dischi, i quali presentano dei 'fir tree' slot lungo la circonferenza dove vengono inserite e rivettate le palette. Il rotore iniziale è calettato direttamente sull'albero, l'ultimo viene imbullonato sul primo e vengono separati da un distanziale. Le guarnizioni sono di diverso tipo, in questa sede non verranno approfondite, ma hanno il compito di contenere le perdite e quindi migliorare l'efficienza. [8][18]

7.2.2 Turbina - scelte progettuali

Il sistema turbina di un endoreattore ha una vita breve ma è sottoposto a parecchi carichi critici. Il design deve essere compatto e leggero, il fluido che espande deve avere un alto contenuto energetico e il lavoro specifico in uscita deve essere alto. La progettazione dell'elemento turbina è direttamente collegata al tipo di ciclo di alimentazione del motore, nel caso di un GG si vuole massimizzare il salto di pressione per minimizzare la portata spillata prima della camera di spinta (questo infatti massimizza l'impulso specifico del sistema).

Per l'analisi del percorso aerotermodinamico del gas si tratta un flusso di gas combusti a chimica congelata (FE). I parametri fisici di interesse sono stati interpolati tramite MATLAB da una tabella fornita dal libro [8], dati ricavati da test sperimentali di NASA. Di seguito vediamo quali parametri principali vengono utilizzati per la scelta e il dimensionamento della turbina.

- **Spouting velocity:** è la velocità teorica che il flusso di gas avrebbe se espandesse dalla pressione di ristagno alla pressione di uscita (data dal rapporto ϵ di espansione)

$$C_0 = \sqrt{2C_{p,gg} T_{in} \left(1 - \epsilon^{\frac{1-\gamma_{gc}}{\gamma_{gc}}}\right)}$$

- **Rapporto isoentropico delle velocità:** è il rapporto tra velocità tangenziale del disco rotorico e la spouting velocity (U/C_0). Questo valore è utile per capire la scelta progettuale effettuata per il tipo di turbina. Nei cicli GG il salto di pressione in turbina è molto alto: questo implica un valore di C_0 elevato. Per avere una buona efficienza si possono percorrere più scelte progettuali (basandosi sul grafico di Figura 14). Si può scegliere di avere un alto rapporto di velocità con una singola ruota che 'assorba' tutta l'energia del flusso. Questo provocherebbe, nel caso in esame, una velocità di rotazione troppo elevata (quindi ingombro maggiore), inoltre la velocità di rotazione è fissata dalla pompa. Dovendo usare altre configurazioni e cercando di massimizzare l'efficienza, è necessario diminuire il rapporto di velocità aumentando gli stadi. In questo modo la velocità del flusso è assorbita da più dischi che ruotano a velocità minori e sono più piccoli.

Le turbine PC (generano il salto di pressione in tutti gli statori) sono più efficienti ma più pesanti. Per cui nel caso del motore F-1 si è optato per un sistema VC, che ha buona efficienza a bassi rapporti di velocità e permette un risparmio in peso.

7.2.3 Analisi quantitativa - dimensionamento

L'obiettivo ora è quello di cercare di dare un'idea a livello quantitativo del funzionamento della turbina, generando un diagramma di velocità nelle varie zone della stessa. Per questa sezione si sono presi in considerazione i requisti del sistema turbina, si sono ipotizzati diversi valori di rendimenti e sono state fatte alcune assunzioni ragionevoli per questo tipo di sistema [8] riassunte nella seguente tabella:

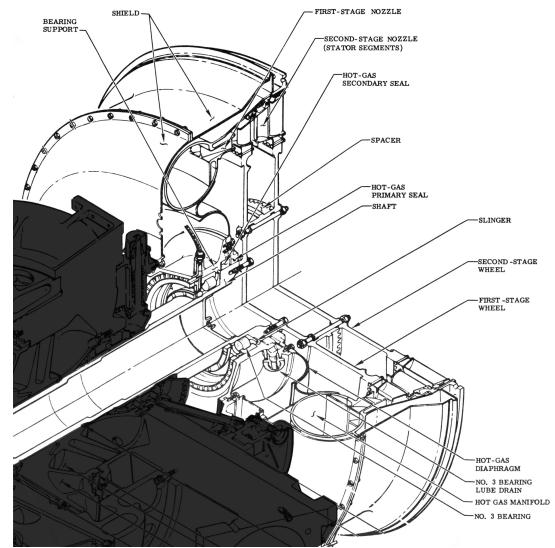


Figura 13: Turbina ad impulso VC dell'F-1 [21]

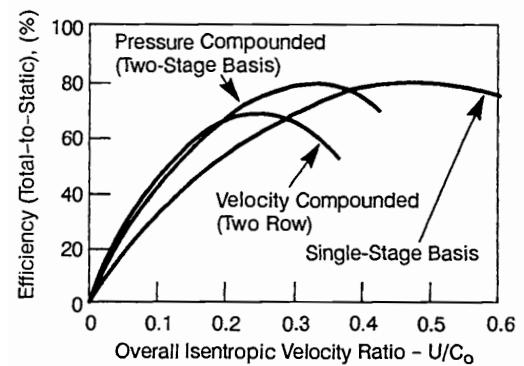


Figura 14: Rendimenti in funzione del rapporto di velocità

$T_{in} [K]$	$p_{in} [bar]$	ϵ	O/F	$\dot{m} [kg/s]$	$\omega [rad/s]$
1062	67.57	16.4	0.416	75.75	574.4

Tabella 11: Requisiti del sistema turbina

Assumendo tali dati, aggiungendo alcune ragionevoli ipotesi tratte dal libro [8] meglio preciseate in Appendice F e risolvendo il sistema di equazioni associato al problema, si trova il seguente diagramma velocità e i corrispondenti valori di velocità e angoli. In Appendice J i codici relativi all'impostazione del problema e risoluzione del triangolo di velocità.

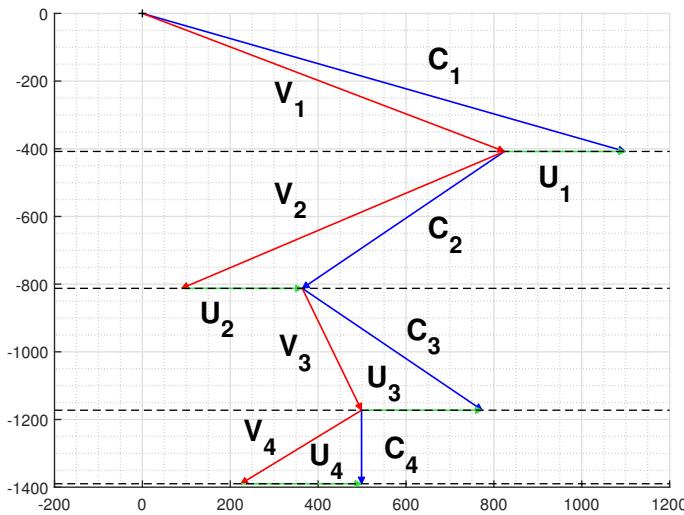


Figura 15: Diagrammi di velocità turbina

	$C [m/s]$	$V [m/s]$	$U [m/s]$	$\alpha [^{\circ}]$	$\beta [^{\circ}]$
1	1172.09	919.53	274.71	20.36	26.33
2	612.80	838.96	274.71	41.32	28.83
3	545.39	384.53	274.71	41.32	69.46
4	217.29	350.26	274.71	90.00	38.34

Tabella 12: Dati diagrammi di velocità

8. Camera di spinta

8.1. Descrizione del sistema

L'intero gruppo della camera di spinta è costituito dal LOX dome, dal piatto di iniezione e dal corpo della camera di spinta, ovvero dalla camera di combustione per bruciare propellenti, seguita da un ugello di espansione a forma di campana, necessario ad espellere a velocità elevata i gas prodotti dai propellenti bruciati e poter così generare la spinta.

La camera di spinta è di circa 3.35 m di lunghezza e 2.74 m di diametro all'estremità inferiore dell'ugello. Il suo corpo è formato da tubi fino al piano in cui il rapporto di espansione diventa pari a 1:10; in questi scorre il 70% del carburante, fornendo un raffreddamento rigenerativo ed evitando che il materiale del tubo si sciolga durante il funzionamento del motore. I tubi che compongono la camera di spinta sono costruiti in Inconel X-750, una lega a base di nichel resistente alle alte temperature e trattabile termicamente, scelta come materiale poiché fornisce elevati rapporti forza-peso necessari per resistere ai requisiti di spinta del motore; inoltre, l'elevata resistenza di questa lega consente la progettazione di tubi con sezioni di parete più sottili, con conseguente diminuzione del peso.

Il corpo sopra il piano corrispondente a rapporto di espansione 1:3 (circa 76.2 cm sotto il piano di gola) è costituito da 178 tubi primari con diametro esterno di 2.78 cm, mentre dal piano con rapporto di espansione 1:3 al piano a 1:10 si biforcano diventando 356 tubi secondari con diametro esterno di 2.54 cm.

Questa biforcazione è dovuta principalmente alla geometria dell'ugello e alle proprietà fisiche del materiale usato. La circonferenza di un ugello è minima in corrispondenza della gola mentre aumenta nella sezione di espansione: l'entità dell'aumento di circonferenza ottenibile con un numero fisso di tubi è quindi limitata da quanto questi ultimi possano essere lavorati per rastremazione. Quando si raggiunge il punto in cui la circonferenza non può essere ulteriormente aumentata con il numero prefissato di tubi si rende quindi necessario un giunto di biforcazione. I gas di scarico della turbina, dopo essere passati attraverso lo scambiatore di calore, vengono convogliati al collettore di scarico della turbina, la cui funzione è quella di raccogliere e distribuire uniformemente il gas di scarico tra le pareti dell'estensione dell'ugello, che altrimenti non sarebbe raffreddata. [10][15]

8.2. Piatto d'iniezione

Gli iniettori sono collocati all'estremo superiore della camera di spinta e hanno lo scopo di distribuire il propellente in camera, regolando il rapporto di diluizione, la pressione e lo schema di spruzzo al fine di avviare e sostenere una combustione stabile.

Per determinare questi valori sono stati necessari circa 3200 test su larga scala al fine di generare un'esplosione controllata, risulta fondamentale che essa sia dinamicamente stabile, prevedibile e non crei punti caldi che porterebbero alla fusione di componenti del motore.

La faccia del piatto di iniezione, realizzata in CRES e strutturata in 31 anelli, conta 1428 orifizi per l'ossidante e 1404 orifizi per il carburante. I getti vengono atomizzati attraverso una disposizione a doppiette omogenee, i vapori di combustibile e di ossidante si miscelano e reagiscono a formare i gas propellenti, destinati successivamente all'espansione in ugello. La disposizione a doppiette omogenee è vantaggiosa rispetto ad altre, poiché è di facile realizzazione, risulta stabile e affidabile e genera una buona miscelazione dei propellenti, a costo di necessitare di una camera più lunga rispetto ad altre tecniche di atomizzazione.

Gli anelli per il carburante sono alimentati attraverso un collettore radiale, mentre gli anelli per l'ossidante sono alimentati dal LOX dome tramite fori assiali. Il collettore incorpora due ingressi per il montaggio delle valvole di ossidante e una flangia per la linea di alimentazione dell'ossidante allo scambiatore di calore. Per evitare vorticità nell'ossidante, il collettore è isolato in due compartimenti da due argini toroidali. Solamente il 30% del combustibile viene indirizzato direttamente al collettore, mentre il restante 70% viene prima utilizzato per il raffreddamento rigenerativo della camera di spinta. Sono poi presenti due alloggiamenti per gli ignitori del combustibile in ciascuno dei 12 scomparti esterni, e un alloggiamento del combustibile nel compartimento centrale, tutti collegati al collettore da singoli tubi di alimentazione.

La stabilità della combustione è raggiunta principalmente mediante l'uso dei deflettori (baffles), oltre che variando l'angolo di impingement e il diametro degli orifizi in funzione della posizione sul piatto d'iniezione. I deflettori in particolare alterano le caratteristiche acustiche di risonanza della camera di combustione, smorzando così le onde d'urto generate dalla combustione. I 12 deflettori radiali in rame sono alimentati dal deflettore circolare esterno. La configurazione dei deflettori utilizzata per il propulsore è stata ottenuta a seguito di vari test, nel quale si è ricercata la maggior stabilità di combustione possibile. Nella configurazione finale, i deflettori misurano circa 8 cm ciascuno e sono tutti dump-cooled, ossia il raffreddamento è realizzato attraverso la circolazione di carburante all'interno del deflettore che viene successivamente scaricato nella camera di combustione. [6][11]

	$\dot{m} [\text{kg/s}]$	$A [\text{m}^2]$	$\Delta p [\text{bar}]$	$\rho [\text{kg/m}^3]$	$v [\text{m/s}]$
<i>fuel</i>	742.09	0.05484	641	810	17.07
<i>oxidizer</i>	1788.97	0.03968	2100	1141	40.54

Tabella 13: Dati reali del piatto d'iniezione [6][11]

A partire dai dati in Tabella 13, è possibile inoltre stimare la velocità media teorica dei due propellenti all'uscita dai rispettivi iniettori:

$$C_{D,f} = \frac{\dot{m}_f}{A_f \sqrt{2 \Delta p_f \rho_f}} = 13.28 \quad C_{D,ox} = \frac{\dot{m}_{ox}}{A_{ox} \sqrt{2 \Delta p_{ox} \rho_{ox}}} = 20.59$$

$$v_f = C_{D,f} \sqrt{\frac{2 \Delta p_f}{\rho_f}} = 16.71 \text{ m/s} \quad v_{ox} = C_{D,ox} \sqrt{\frac{2 \Delta p_{ox}}{\rho_{ox}}} = 39.51 \text{ m/s}$$

Tali risultati sono paragonabili alle velocità reali: la v_f si discosta del 2.11% dal valore reale, mentre la v_{ox} si discosta del 2.54%.

8.3. Camera di combustione

Nel motore F-1 è presente una camera di combustione cilindrica con una parte finale convergente che termina con la sezione di gola. La camera di combustione funge da involucro che deve mantenere i propellenti per un periodo sufficiente a garantire la completa miscelazione e combustione. Il tempo di permanenza richiesto, o tempo di residenza, è una funzione di molti parametri, ovvero combinazione di propellenti, le condizioni di iniezione e la geometria del combustore (rapporto di contrazione, numero di Mach, livello di turbolenza).

Un parametro utile relativo al volume della camera e il tempo di residenza è la "lunghezza caratteristica", L^* , ossia il volume della camera diviso l'area di gola: [7]

$$L^* = \frac{V_{cc}}{A_t}$$

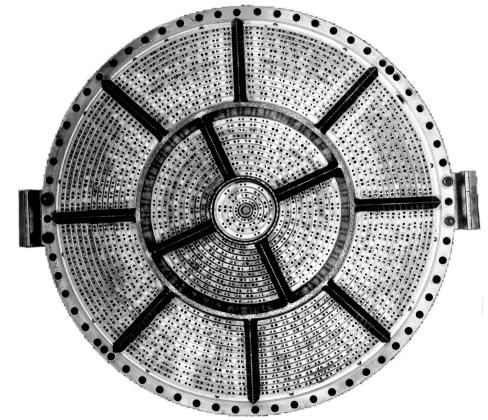


Figura 16: Piatto di iniezione
La stabilità della combustione è raggiunta principalmente mediante l'uso dei deflettori (baffles), oltre che variando l'angolo di impingement e il diametro degli orifizi in funzione della posizione sul piatto d'iniezione. I deflettori in particolare alterano le caratteristiche acustiche di risonanza della camera di combustione, smorzando così le onde d'urto generate dalla combustione. I 12 deflettori radiali in rame sono alimentati dal deflettore circolare esterno. La configurazione dei deflettori utilizzata per il propulsore è stata ottenuta a seguito di vari test, nel quale si è ricercata la maggior stabilità di combustione possibile. Nella configurazione finale, i deflettori misurano circa 8 cm ciascuno e sono tutti dump-cooled, ossia il raffreddamento è realizzato attraverso la circolazione di carburante all'interno del deflettore che viene successivamente scaricato nella camera di combustione. [6][11]

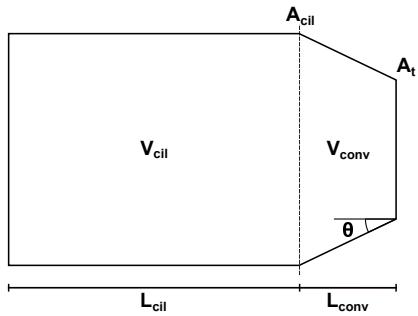


Figura 17: Camera di combustione

la L^* è compresa tra i valori 1÷1.30 metri, e per motivi progettuali descritti in precedenza è stata fissata la misura di L^* a 1 m (valore preso da [Appendice I](#)). Partendo da questo dato e dalla dimensione dell'area di gola del motore è possibile modellare la camera di combustione. Invertendo la formula della L^* è possibile ottenere il volume della camera di combustione V_{cc} che comprende, oltre alla parte cilindrica, anche la parte convergente.

$$V_{cc} = L^* A_t$$

È possibile anche calcolare la velocità caratteristica c^* e il tempo di residenza attraverso le seguenti due formule:

$$c^* = \frac{p_{cc} A_t}{\Gamma \frac{p_{cc}}{\sqrt{\frac{R}{MM}}} A_t} \quad \Gamma = \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}}} \quad t_r = \frac{L^*}{c^*}$$

Per calcolare le dimensioni reali di entrambe le parti della camera di combustione, ovvero la parte cilindrica e quella del convergente, è necessario fissare due parametri al fine dello sviluppo del modello. Si tratta del rateo di contrazione, ossia il rapporto tra la sezione della camera cilindrica e la sezione di gola, e l'angolo di inclinazione del convergente:

$$\epsilon_{cc} = \frac{A_{cil}}{A_t} = 1.307 [3] \quad \theta = 13^\circ [2]$$

Sfruttando la trigonometria si ottiene la lunghezza assiale del tratto convergente e considerando quest'ultimo come una figura tronco conica si calcola il volume. Partendo da quanto calcolato è possibile ottenere le dimensioni del tratto cilindrico:

$$A_{cil} = \epsilon_{cc} A_t \quad R_{cil} = \sqrt{\frac{A_{cil}}{\pi}} \quad a = R_{cil} - R_t$$

$$L_{conv} = \frac{a}{\tan(\theta)} \quad V_{conv} = \frac{(A_{cil} + A_t + \sqrt{A_{cil} A_t}) L_{conv}}{3} \quad L_{cil} = \frac{V_{cc} - V_{conv}}{A_{cil}} \quad V_{cil} = L_{cil} A_{cil}$$

$A_t [m^2]$	$A_{cil} [m^2]$	$L_{conv} [m]$	$L_{cil} [m]$	$V_{conv} [m^3]$	$V_{cil} [m^3]$	$V_{cc} [m^3]$	$A_{tot,int} [m^2]$
0.6207	0.8113	0.2758	0.5224	0.1969	0.4238	0.6207	2.5152

Tabella 14: Tabella riassuntiva camera di combustione (codice in [Appendice J](#))

8.4. Modellazione dell'ugello

L'obiettivo principale che si persegue nella progettazione dell'ugello di un endoreattore è quello di ottenere una forma che minimizzi le perdite di spinta per un qualsiasi rapporto di espansione richiesto.

Si procede ad illustrare il metodo ideato da Rao per una progettazione ottimale rispetto ad un ugello di riferimento di forma tronco-conica con lo stesso rapporto di espansione:

$$L_{conico} = \frac{(\sqrt{\epsilon} - 1) - R_t}{\tan 15^\circ}$$

dove R_t indica il raggio di gola dell'ugello e 15° è l'angolo standard di semi-apertura dell'ugello.

La forma a campana ottimale può essere approssimata da una parabola inclinata grazie a considerazioni geometriche, permettendo anche di abbozzare velocemente una forma dell'ugello che contempla una perdita di prestazioni trascurabile a livello di spinta. Per questo motivo tale tipologia è chiamata ugello TOP (Thrust Optimized Parabolic) ed ha effettivamente trovato applicazione pratica nei vettori di lancio perché ha performance migliori quando sovra-espande a livello del mare (le pareti dell'ugello TOP aiutano a ritardare la separazione del flusso grazie ad un'elevata contropressione) rispetto ad un ugello ottimizzato perfettamente a campana. Inoltre, la forma dell'ugello rimane invariata indipendentemente dai propellenti usati e perciò una stessa famiglia di ugelli TOP può essere adattata per qualsiasi combinazione di ossidante e combustibile.

I parametri di partenza sono: il rapporto di espansione ϵ , il raggio di gola R_t e la percentuale di campana $\%_{bell}$ che si vuole ottenere; quest'ultimo valore deve essere compreso tra il valore massimo di 85%, a cui si raggiunge un livello di efficienza dell'ugello del 99% e che può essere aumentato solo di un ulteriore 0.2% con una percentuale di campana 100%, e il valore minimo del 70%, a cui si comincia ad ottenere un notevole degrado di prestazioni. Si ricavano:

$$R_e = \sqrt{\epsilon} R_t$$

raggio della sezione d'efflusso

$$L_{ugello} = \%_{bell} \frac{(\sqrt{\epsilon} - 1) - R_t}{\tan 15^\circ}$$

lunghezza dell'ugello

Si ottengono gli angoli θ_n , riferito al punto di inflessione N, e θ_e , riferito alla sezione d'uscita, per interpolazione grafica da curve analitiche ottenute sperimentalmente per determinati valori di $\%_{bell}$ (grafico in Figura 47). La prima parte di modellazione vera e propria consiste nella costruzione della gola dell'ugello secondo una geometria ottimale usata da Rao (ai tempi ingegnere alla Rocketdyne) e basata sull'intersezione di due archi di circonferenza definiti come segue:

$$x = 1.5 R_t \cos \theta \quad y = R_t (1.5 \sin \theta + 1.5 + 1)$$

per la sezione di entrata, con $-103^\circ < \theta < -90^\circ$ (l'angolo iniziale di -103° è scelto dal progettatore della camera di combustione [3] ma può anche essere fissato ad un valore differente);

$$x = 0.382 R_t \cos \theta \quad y = R_t (0.382 \sin \theta + 0.382 + 1)$$

per la sezione di uscita, con $-90^\circ < \theta < \theta_n - 90^\circ$.

Per la costruzione della campana è invece necessario definire prima tre punti geometrici:

- punto di inflessione N: $N = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.382 R_t \cos(\theta_n - 90^\circ) \\ R_t [0.382 \sin(\theta_n - 90^\circ) + 0.382 + 1] \end{bmatrix}$

- punto tangente alla sezione d'efflusso E: $E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e \\ L_{ugello} \end{bmatrix}$

- punto Q di intersezione delle rette passanti da N con倾inazione θ_n e da E con倾inazione θ_e :

$$\overrightarrow{NQ} = m_1 x + C_1 \text{ con } m_1 = \tan \theta_n \text{ e } C_1 = N_y - m_1 N_x \quad Q_x = \frac{C_2 - C_1}{m_1 - m_2}$$

$$\overrightarrow{QE} = m_2 x + C_2 \text{ con } m_2 = \tan \theta_e \text{ e } C_2 = E_y - m_2 E_x \quad Q_y = \frac{m_1 C_2 - m_2 C_1}{m_1 - m_2}$$

La campana infine risulta essere una curva di Bézier quadratica di equazione:

$$x(t) = (1-t)^2 N_x + 2(1-t)t Q_x + t^2 E_x \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$y(t) = (1-t)^2 N_y + 2(1-t)t Q_y + t^2 E_y \quad 0 \leq t \leq 1$$

Il confronto tra le geometrie 1:10 e 1:16 è riportato in Appendice G.

9. Sistemi di raffreddamento

9.1. Cooling della camera di spinta

I motori a propellente liquido sfruttano varie tecnologie per il raffreddamento delle pareti della camera di spinta. Nel caso analizzato, il motore F-1 sfrutta due tipi di raffreddamento: il film cooling, che protegge le pareti dell'estensione dell'ugello attraverso un sistema di iniezione, e il raffreddamento rigenerativo, che utilizza il combustibile come fluido refrigerante passante attraverso una serie di tubi che costituiscono la parete stessa dell'ugello.

9.1.1 Scambio termico convettivo e film cooling

Per poter analizzare la protezione termica delle pareti della camera di spinta, è in primo luogo necessario stimare il valore di scambio termico convettivo dai gas combusti alle pareti stesse. La trattazione dello scambio termico convettivo nel caso preso in analisi viene affrontata tenendo conto dalle alte velocità dei gas combusti: ciò porta alla formazione di uno strato limite, che si assottiglia lungo il convergente in concomitanza con l'accelerazione del fluido subsonico, raggiungendo il minimo in gola, per poi ispessirsi nel divergente. Lo scambio termico è quindi un problema riguardante lo strato limite e il suo spessore, la sua temperatura e la velocità del fluido. Poiché si raggiunge il minimo spessore dello strato limite in gola, ci si aspetta di avere il massimo scambio convettivo nel punto dell'ugello in cui il rapporto A_t/A è minimo. Questa osservazione è di particolare rilevanza poiché per determinare la portata massica necessaria per il film cooling si utilizzerà l'area della sezione minima dell'estensione dell'ugello, che corrisponde all'area della sezione con rapporto di espansione 1:10.

Risulta complicato determinare il valore preciso del calore scambiato in modo convettivo tra i gas combusti e le pareti, in quanto lo strato limite è fortemente influenzato da vari fattori, quali la curvatura delle pareti, il gradiente di pressione in direzione assiale, il gradiente di temperatura associato all'alta intensità del flusso di calore; è tuttavia possibile utilizzare un metodo semi-empirico per fare una stima accurata. Lo scambio convettivo per unità di area lato gas, all'interfaccia tra fluido e superficie solida, è descritto dal coefficiente di film h_g :

$$q = h_g (T_{aw} - T_{wg})$$

Per comprendere il significato delle temperature T_{aw} e T_{wg} è necessaria una piccola digressione trattata in [Appendice H](#).

Per stabilire il valore di calore scambiato per unità di area rimane da calcolare solo il coefficiente di film h_g , che può essere ricavato mediante la formula empirica di Bartz:

$$h_g = \left[\frac{0.026}{D_t^{0.2}} \left(\frac{\mu^{0.2} C_p}{Pr^{0.6}} \right)_{ns} \left(\frac{p_c g}{c^*} \right)^{0.8} \left(\frac{D_t}{R} \right)^{0.1} \right] \left(\frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \sigma \quad [7][8] \quad (*)$$

Esso dipende, tra gli altri parametri, dal numero di Prandtl, dalla viscosità μ , dal raggio di curvatura in gola dell'ugello e dal fattore correttivo σ , che tiene conto delle variazioni di proprietà fisiche attraverso lo strato limite. La viscosità del gas al valore di interesse di ristagno (ns) è definita in questo modo:

$$\mu = (46.6 \times 10^{-10}) Mm^{0.5} T^{0.6} \quad (*)$$

Dove Mm è stato preso dalla simulazione RPA ([Appendice I](#)), ed è riferita al valore alla fine della camera di combustione. Il raggio di curvatura in gola dell'ugello è stato ricavato tramite approssimazione di Rao. Il valore nelle parentesi quadre è costante, una volta fissata la geometria della camera come lo sono parametri di combustione (c^* , p_c). Il valore nelle parentesi con pedice 'ns' si riferisce ai valori di μ , C_p e Pr all'inizio del convergente. I fattori moltiplicativi al di fuori delle parentesi quadre dipendono dalla posizione in cui si vuole calcolare tale coefficiente. Supponendo conosciuto il punto in cui si vuole calcolare h_g , l'unica incognita è quindi σ . Questo fattore può essere determinato in termini di temperatura di combustione, temperatura locale a parete e numero di mach locale mediante un ulteriore relazione di Bartz. In alternativa è possibile determinarlo per interpolazione, in funzione del rapporto T_{wg}/T_c e del valore di γ dai grafici forniti dalla fonte [7].

Per il calcolo dello scambio termico nel caso di presenza di deposito solido sulle pareti della camera, l'equazione (*) viene corretta dalla seguente equazione, che vede una sostituzione del coefficiente di film con il coefficiente di conduttanza termica complessiva lato gas h_{gc} :

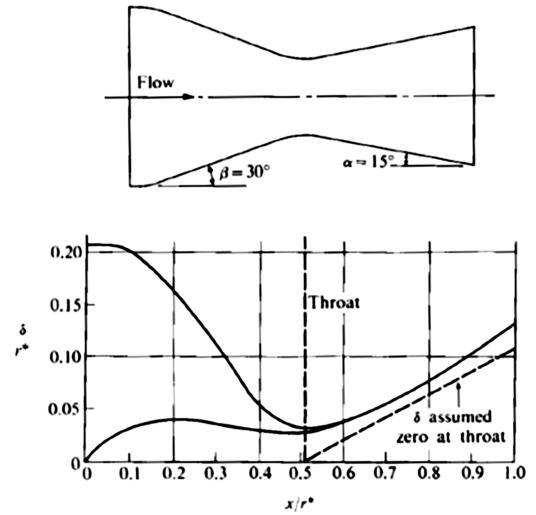


Figura 19: Strato limite sulla parete dell'ugello

Per stabilire il valore di calore scambiato per unità di area rimane da calcolare solo il coefficiente di film h_g , che può essere ricavato mediante la formula empirica di Bartz:

$$h_g = \left[\frac{0.026}{D_t^{0.2}} \left(\frac{\mu^{0.2} C_p}{Pr^{0.6}} \right)_{ns} \left(\frac{p_c g}{c^*} \right)^{0.8} \left(\frac{D_t}{R} \right)^{0.1} \right] \left(\frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \sigma \quad [7][8] \quad (*)$$

Esso dipende, tra gli altri parametri, dal numero di Prandtl, dalla viscosità μ , dal raggio di curvatura in gola dell'ugello e dal fattore correttivo σ , che tiene conto delle variazioni di proprietà fisiche attraverso lo strato limite. La viscosità del gas al valore di interesse di ristagno (ns) è definita in questo modo:

$$\mu = (46.6 \times 10^{-10}) Mm^{0.5} T^{0.6} \quad (*)$$

Dove Mm è stato preso dalla simulazione RPA ([Appendice I](#)), ed è riferita al valore alla fine della camera di combustione. Il raggio di curvatura in gola dell'ugello è stato ricavato tramite approssimazione di Rao. Il valore nelle parentesi quadre è costante, una volta fissata la geometria della camera come lo sono parametri di combustione (c^* , p_c). Il valore nelle parentesi con pedice 'ns' si riferisce ai valori di μ , C_p e Pr all'inizio del convergente. I fattori moltiplicativi al di fuori delle parentesi quadre dipendono dalla posizione in cui si vuole calcolare tale coefficiente. Supponendo conosciuto il punto in cui si vuole calcolare h_g , l'unica incognita è quindi σ . Questo fattore può essere determinato in termini di temperatura di combustione, temperatura locale a parete e numero di mach locale mediante un ulteriore relazione di Bartz. In alternativa è possibile determinarlo per interpolazione, in funzione del rapporto T_{wg}/T_c e del valore di γ dai grafici forniti dalla fonte [7].

Per il calcolo dello scambio termico nel caso di presenza di deposito solido sulle pareti della camera, l'equazione (*) viene corretta dalla seguente equazione, che vede una sostituzione del coefficiente di film con il coefficiente di conduttanza termica complessiva lato gas h_{gc} :

$$h_{gc} = \frac{1}{\frac{1}{h_g} + R_d}$$

Questo coefficiente considera sia h_g sia il coefficiente di resistenza causata dal deposito solido R_d , il cui valore è dipendente dal rapporto di espansione e dalle condizioni di pressione e rapporto di miscela (grafico specifico in sezione 9). La trattazione del film cooling del tratto di ugello 10:16 è lasciata in [Appendice H](#).

9.1.2 Regenerative cooling

Il motore preso in esame sfrutta lo scambio termico rigenerativo come tecnica di raffreddamento delle pareti della camera di spinta, in particolare dalla gola e per la lunghezza dell'ugello fino al piano caratterizzato da rapporto di espansione 1:10.

Il regenerative cooling utilizza una quota parte di combustibile, circa il 70%, come refrigerante. Esso viene indirizzato in una serie di tubi opportunamente sagomati saldobrastrati insieme che costituiscono la parete stessa dell'ugello di efflusso. Lo scambio di calore avviene quindi tra due flussi in movimento separati da una parete. Questa tecnica vanta di alcuni importanti vantaggi, tra i quali il fatto che non comporti nessuna perdita di prestazioni, infatti l'energia termica assorbita dal refrigerante viene restituita all'iniettore, e abbia una struttura relativamente leggera. Tuttavia si possono riscontrare alcuni svantaggi, come alte perdite di pressione per elevati livelli di flusso di calore. Il calore che attraversa la parete viene assorbito dal liquido refrigerante, il quale subisce un aumento di temperatura lungo il percorso. A causa degli effetti viscosi nasce uno strato limite sul lato coolant. Il calore proveniente dal flusso di gas caldi è descritto dal parametro h_{gc} analizzato precedentemente. Per mantenere la temperatura della parete entro valori contenuti, è necessario che la condutività termica complessiva lato gas h_{gc} sia minimizzata, mentre il coefficiente di scambio termico del refrigerante sia molto alto, così come il rapporto t/k . Dal momento che la differenza di temperatura è inversamente proporzionale al coefficiente di scambio termico del flusso di calore, la diminuzione della temperatura sarà più rapida tra gas caldo e parete interna della camera:

$$q = h_{gc} (T_{aw} - T_{wg}) = \frac{k}{t} (T_{wg} - T_{wc}) = h_c (T_{wc} - T_{co})$$

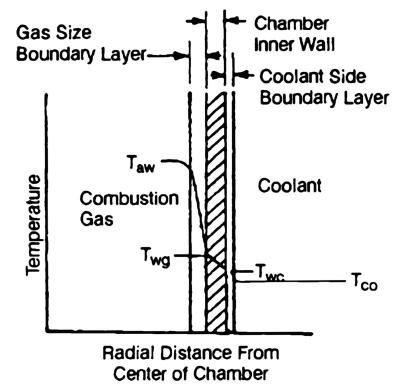
Avendo che il flusso di calore attraverso i tre strati (strato limite gassoso, parete solida, strato limite liquido) è lo stesso, è possibile calcolare il parametro H (serie delle conduttività dei tre strati):

$$q = H (T_{aw} - T_{co}) \quad H = \frac{1}{\frac{1}{h_{gc}} + \frac{1}{h_c} + \frac{t}{k}}$$

Il coefficiente h_c descrive il processo di scambio termico attraverso lo strato limite del fluido refrigerante. Per determinarne il valore è necessario approfondire il suo legame con pressione e temperatura critica (vedi [Appendice H](#)).

9.1.3 Dimensionamento tubi camera di spinta

L'obiettivo del regenerative cooling è quello di mantenere la temperatura della parete al di sotto della temperatura critica alla quale possono realizzarsi fusioni localizzate o un decremento delle prestazioni del materiale. La temperatura limite nel caso della parete della camera di spinta dell'F-1, realizzata in Inconel X750, è tra 550 K e 670 K. Il dimensionamento del sistema di regenerative cooling è finalizzato a stabilire il numero di tubi che compongono la parete dell'ugello d'efflusso e le dimensioni dei singoli tubi, in particolare il diametro interno e lo spessore. Esso viene effettuato nella condizione più critica, ossia vengono dimensionati i tubi di ritorno nella sezione di gola, perché la gola rappresenta il punto caratterizzato dal maggior valore di flusso termico e attraverso la sezione finale dei tubi di ritorno scorre il refrigerante alla sua temperatura massima raggiunta dopo aver percorso tutto il sistema di raffreddamento. Il numero di tubi rimane costante fino al piano caratterizzato dal rapporto di espansione 1:3, per poi raddoppiare fino al piano con rapporto di espansione 1:10 (sdoppiamento spiegato in [sottosezione 8.1](#)). Avendo come variabili sia il numero di tubi che il loro spessore, è necessario fissare uno dei due dati. È stato scelto il numero reale di tubi che compongono l'ugello nel primo tratto (178). I calcoli preliminari al dimensionamento permettono di determinare, tramite una trattazione analoga a quella illustrata per lo scambio convettivo, il valore di flusso di calore specifico q , funzione della conduttività termica, della temperatura adiabatica a parete e della temperatura della parete lato gas.



[Figura 20:](#) Variazione di temperatura attraverso la parete

temperatura sarà più

È possibile passare al dimensionamento vero e proprio. Sono noti i valori relativi alla lega X750 (conducibilità termica k_{lega} , modulo di elasticità E, coefficiente di espansione termica α , coefficiente di Poisson ν) e vengono assunti i valori di bulk temperature del combustibile in gola, la sua conducibilità termica k_{fuel} , la sua densità e una costante C_1 propria dell'RP-1 utile per il calcolo del numero di Nusselt. [7][8] Per determinare lo spessore t dei tubi è possibile implementare un ciclo in MATLAB che permetta di calcolare il numero dei tubi al variare dello spessore, per poi interrompere il ciclo quando il numero egualia il numero di tubi imposto. I calcoli svolti si basano su considerazioni fisiche e su formule empiriche [sottosezione H.6](#).

R_d [$in^2 sF/btu$]	T_{wg} [K]	f_{aw} [-]	σ [-]	k_{fuel} [$btu/insF$]	T_{co} [K]	c_1 [-]	\dot{m} [kg/s]	N_{tubi} [-]
1125	660	0.93	1.42	$1.78 \cdot 10^{-6}$	333.3	0.0214	556.9	178

Tabella 15: Dati usati per il dimensionamento dei tubi [8]

v_{co} [m/s]	h_{gc} [$btu/in^2 sF$]	\dot{q} [W/m^2]	d_{int} [cm]	t [mm]
44.2	$8.06 \cdot 10^{-4}$	$5.93 \cdot 10^6$	1.49	0.81

Tabella 16: Risultati dimensionamento tubi

9.1.4 Grafici andamento flusso di calore e temperatura

In questo paragrafo verranno presentati i grafici degli andamenti del flusso di calore e dell'andamento delle temperature T_{aw} , T_{wg} e T_c . In particolare viene considerato il tratto in cui è effettuato il raffreddamento rigenerativo. La temperatura del coolant viene considerata solo nel condotto di ritorno (risale l'ugello) per semplicità. Il metodo iterativo per il calcolo di tali grandezze è stato tratto dal manuale sulla trattazione dei raffreddamenti delle camere di spinta di LRE di RPA ([19]) ed è stato implementato in Matlab. [Appendice J](#)

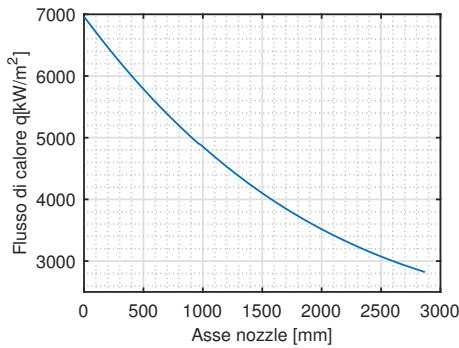


Figura 21: Flusso di calore in funzione della posizione assiale

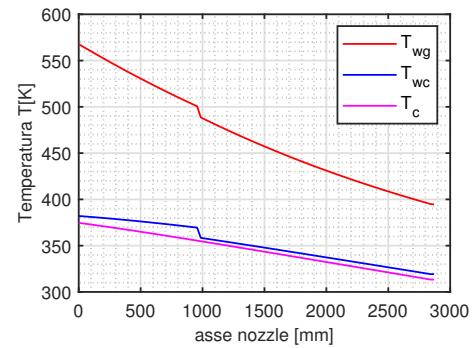


Figura 22: Temperature di interesse in funzione della posizione assiale

Da Figura 21 si vede che il flusso di calore è massimo in gola. Da Figura 22 si nota come T_{wg} sia minore della temperatura di fusione del materiale. Sempre nella stessa figura si può notare che lo sdoppiamento dei tubi genera un salto nel grafico delle temperature.

10. Conclusioni

Nella trattazione effettuata i valori numerici ottenuti dai dimensionamenti sono in linea con i dati forniti dai manuali dello stadio. I vari risultati presentati sono stati discussi nei capitoli di interesse e relative appendici.

L'intera trattazione è stata basata prevalentemente sulla consultazione di manuali dell'epoca forniti direttamente dalla NASA. Tali manuali contengono principalmente criteri di design che vennero raccolti direttamente dai report degli ingegneri che lavoravano al progetto. I manuali sono divisi in vari volumi in cui si presenta il componente di interesse e esposti i problemi che sono stati riscontrati durante la progettazione.

Il lavoro svolto si è concentrato sull'analisi approfondita dei singoli componenti, piuttosto che sulla sostituzione con altri elementi di fattura moderna, che avrebbero portato ad un ipotetico miglioramento delle prestazioni ma provocando anche un profondo cambiamento a livello strutturale, denaturalizzando la visione di insieme del progetto. Il dimensionamento più completo dovrebbe considerare il funzionamento delle varie componenti anche in fase di avvio e spegnimento. In un contesto progettuale vero e proprio, alla sola analisi numerica, si accompagnano diverse prove su banco. In tempi più moderni rispetto al periodo di progettazione del suddetto stadio, si fa principalmente ricorso a software di simulazione più avanzata per quanto riguarda sia aspetti chimici e fluidodinamici dell'espansione gasdinamica e dei processi di combustione, sia per aspetti di ottimizzazione strutturale delle componenti.

Appendice

A. Grafici di varie grandezze in funzione del tempo di volo

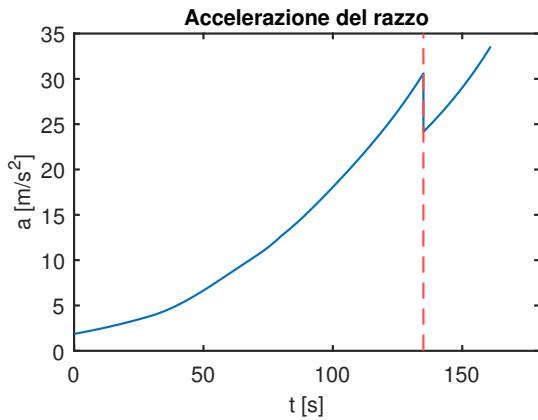


Figura 23: Accelerazione in funzione del tempo

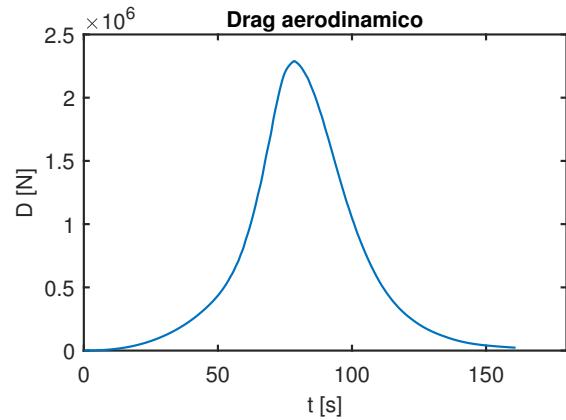


Figura 24: Drag in funzione del tempo

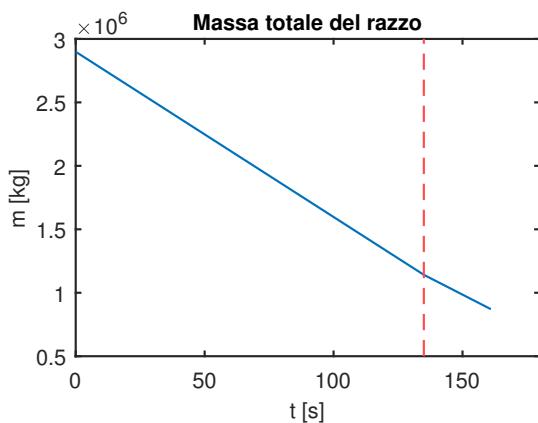


Figura 25: Massa totale in funzione del tempo

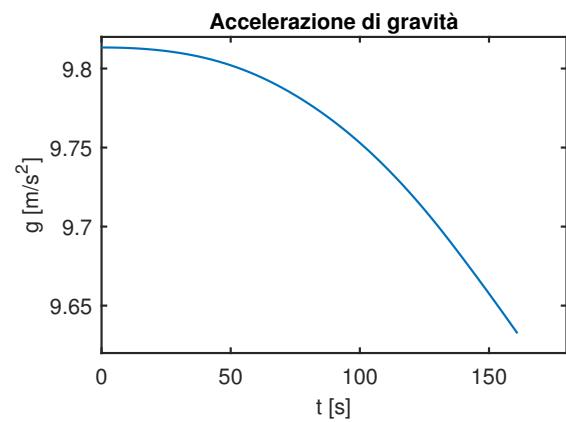


Figura 26: Accelerazione di gravità in funzione del tempo

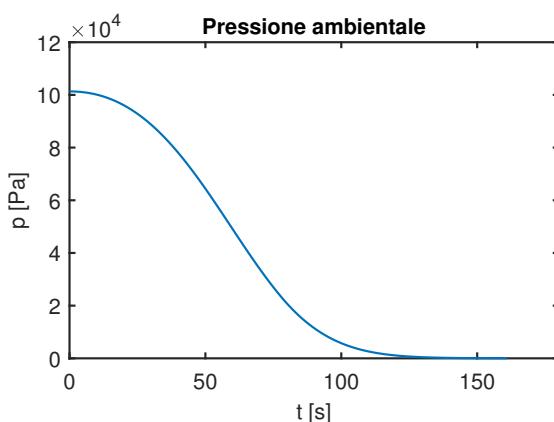


Figura 27: Pressione ambientale in funzione del tempo

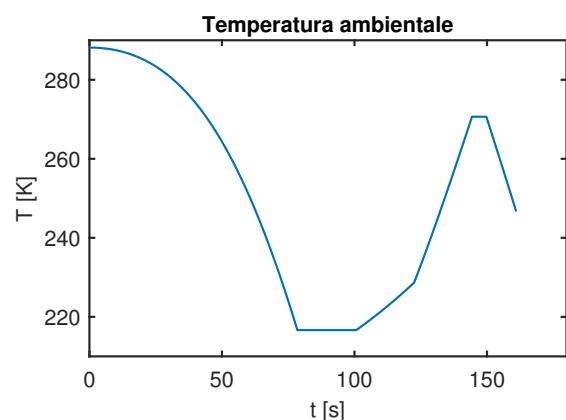


Figura 28: Temperatura ambientale in funzione del tempo

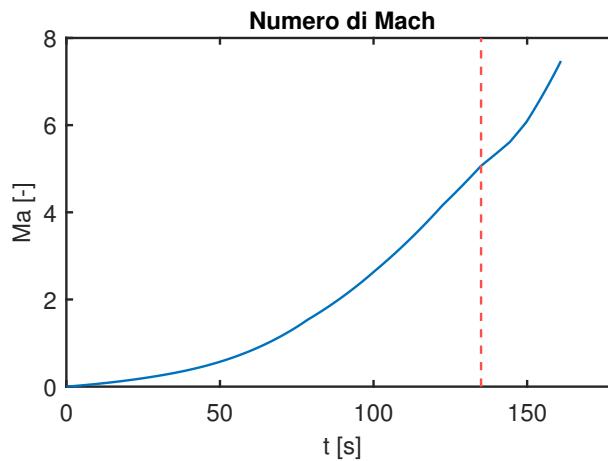


Figura 29: Numero di Mach in funzione del tempo

B. Tabelle e immagini serbatoi

	$\rho [kg/m^3]$	$\sigma_r [bar]$	$\sigma_y [bar]$	$E [bar]$	$\nu [-]$	$\Sigma_r [-]$	$\Sigma_y [-]$
Al2219-T87	2851	4757.38	3930	730832.87	0.33	$\frac{\sigma_r}{1.3}$	$\frac{\sigma_y}{1.25}$

Tabella 17: Lega Alluminio 2219-T9

	$a [m]$	$b [m]$	$l_c [m]$
RP-1	5.03	3.05	7.01
LOX	5.03	3.05	13.4

Tabella 18: Dati geometrici

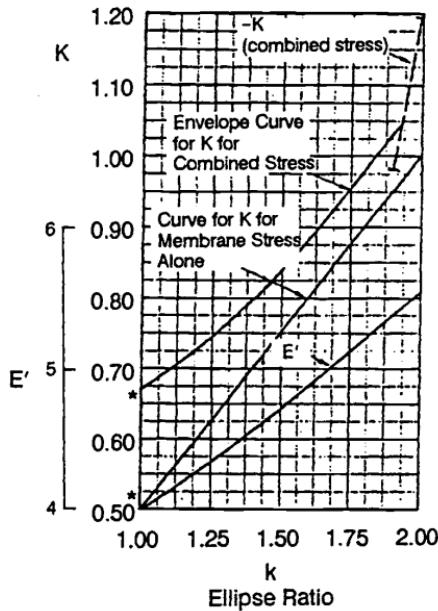


Figura 30: Grafico per K in funzione di k ($k = 1.65$) [8]

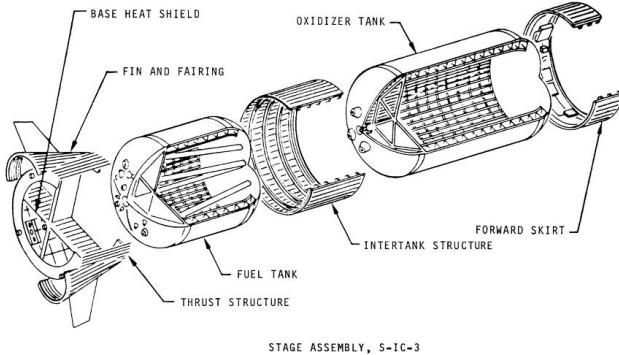


Figura 31: Raffigurazione serbatoi

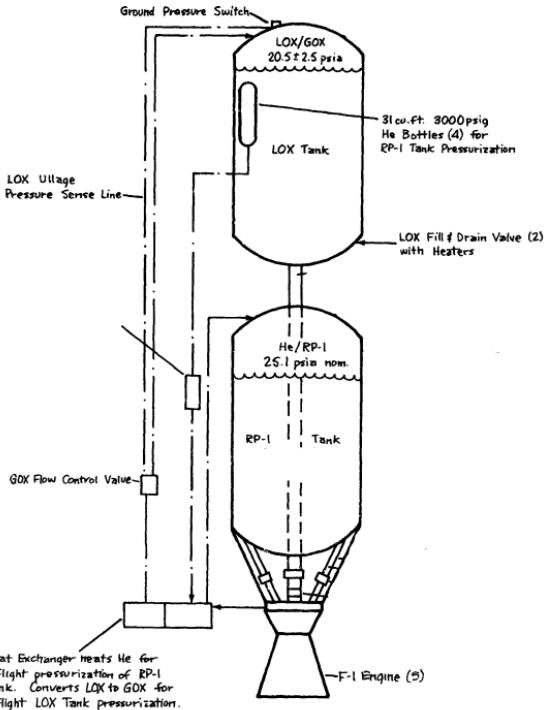


Figura 32: Immagine con dati riguardo P_u [16]

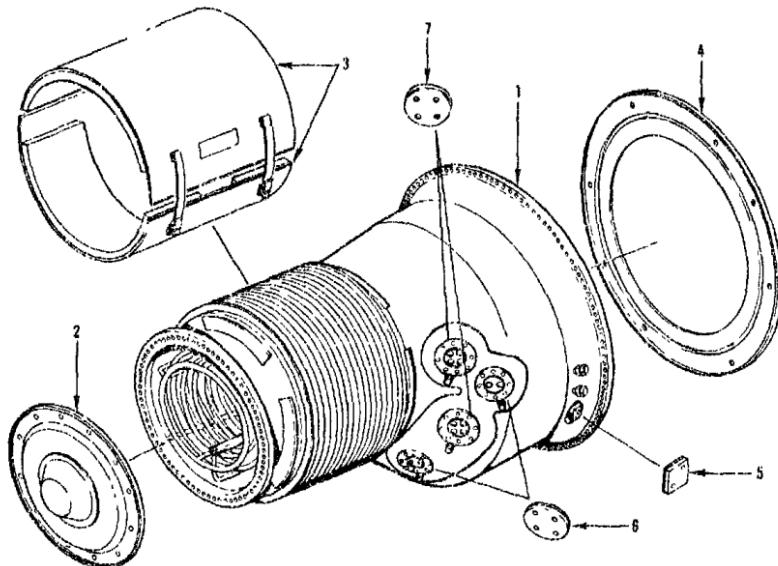


Figura 33: Esploso dello scambiatore di calore [17]

C. Confronto peso molecolare gas generator tra caso Fuel Rich e Oxidizer Rich

Per poter apprendere come l'O/F influisca sulla massa molare dei prodotti si è utilizzato il software NASA CEA (CEAM [12]). Si è utilizzato un problema HP, in modo da far raggiungere l'equilibrio chimico senza bloccarlo imponendo una temperatura (il problema HP di NASA CEA, con il GG, tende a sovrastimare la temperatura raggiunta come si vedrà in Appendice D). La temperatura di equilibrio in questo caso è un parametro importante poichè in uscita dal GG abbiamo il vincolo della palettatura di turbina. Si è imposto che la temperatura in uscita dal GG debba essere minore di 1500K sia in FR che OR. Si è fatto variare l'O/F da nel range 0.2/18, si sono plottati i grafici di MM, T, c_p in funzione dell'O/F.

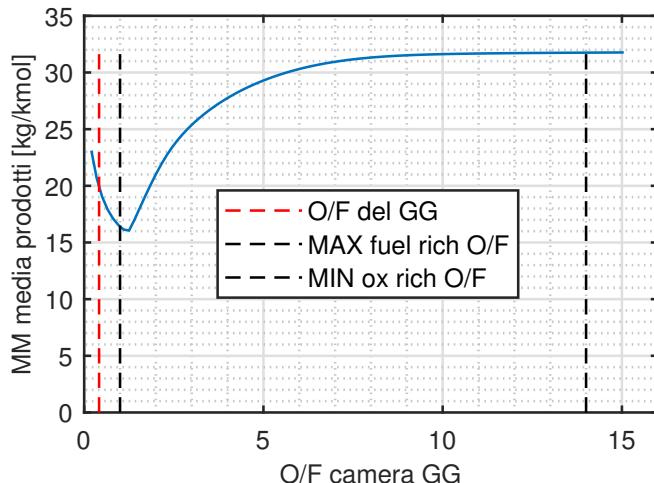


Figura 34: Massa Molare prodotti in funzione di O/F

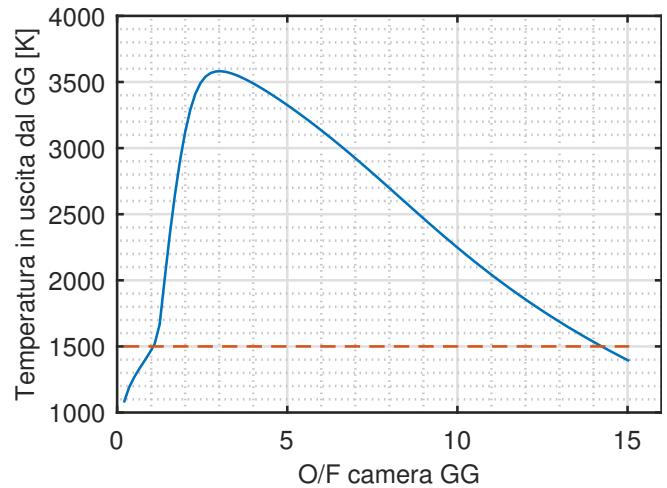
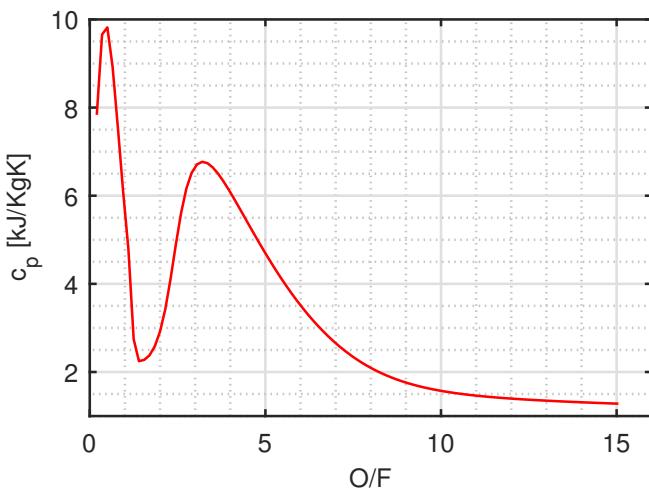
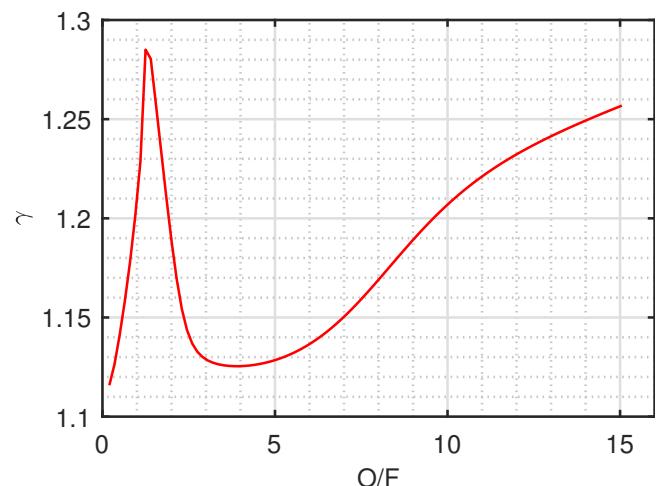


Figura 35: Temperatura in uscita dal GG in funzione di O/F

Dal primo grafico si nota come ad O/F bassi (fuel rich mixture) si ottenga una massa molare media più bassa rispetto a miscele oxidizer rich. La zona compresa tra le due linee tratteggiate nere, nel primo grafico, non deve essere considerata poiché ad essa sono associate temperature troppo elevate per la turbina, come si nota nel grafico immediatamente a destra. Un altro vantaggio dato dalle miscele FR è che il valore di c_p è più alto che nel caso OR. Questo permette di ottenere un lavoro specifico della turbina maggiore con le miscele FR. Infatti:

$$\Delta h_{id} = c_p \left(1 - \epsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$$

Tale valore è influenzato principalmente dal valore di c_p (oltre che dal valore di γ). Il calore specifico a pressione costante diminuisce, aumentando il rapporto O/F (per $O/F > 3$) Figura 36, per cui si ha una variazione di lavoro specifico rispetto all'O/F, come mostra il grafico Figura 38. I valori interessanti sono sempre quelli che rispettano il vincolo di temperatura, quindi relativi ad O/F minori di 1 e maggiori di 14. Notiamo inoltre che i grafici di c_p e di Δh_{id} hanno andamenti simili, per cui la variazione di γ rispetto a O/F influenza poco l'andamento di Δh_{id} rispetto a c_p nella formula C1. Questo perché γ varia nell'intorno dell'unità su tutto l'intervallo considerato Figura 37


 Figura 36: c_p in funzione dell' O/F

 Figura 37: γ in funzione dell' O/F

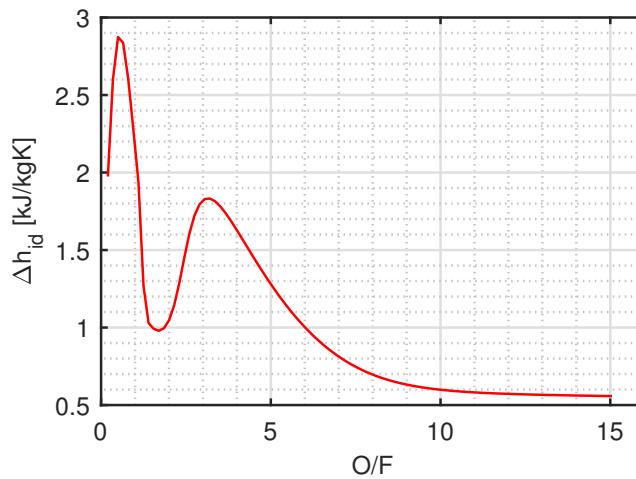


Figura 38: Lavoro specifico ideale della turbina

D. Prodotti gas generator analizzati con software NASA CEA

In questa appendice sono presentati i dati ottenuti tramite simulazione in NASA CEA (CEAM) per quanto riguarda la combustione che avviene nel Gas Generator. Il problema risolto dal CEAM è di tipo *hp*, per cui la combustione raggiunge l'equilibrio senza l'imposizione di una particolare temperatura (l'assegnazione di una temperatura fissata nei problemi di tipo *tp* può bloccare l'equilibrio e imporre quindi una temperatura, processo che non è di nostro interesse). I dati in input sono i seguenti:

Prob	p_c [bar]	T_{RP1} [K]	T_{LOX} [K]	O/F
<i>hp</i>	67.57	293.15	90.15	0.416

Tabella 19: Dati in input CEAM

In output sono stati ottenuti i seguenti dati (sono stati selezionati alcuni valori rilevanti)

T_{comb} [K]	MM [g/mol]	c_p [kJ/kgK]
1243	19.48	9.8082

Tabella 20: Dati in output CEAM

La temperatura di combustione ottenuta T_{comb} con l'esecuzione del programma è più alta rispetto a quella tabulata nei manuali del motore [6], che è di 1062 K. Alcune ipotesi che possono in parte giustificare questa differenza sono:

- Idealità dell'ambiente di combustione nel caso dell'analisi CEAM, in quanto la combustione avviene in ambiente adiabatico. Nella realtà, verosimilmente, ci saranno perdite di calore dovute a pareti diabatiche.
- Temperature non uniformi nel caso reale poiché l'O/F di iniezione non è omogeneo, in quanto si hanno zone più ricche di fuel sulle zone esterne del piatto di iniezione (ovvero zone raffreddate).
- Aumento di temperatura dovuto a reazioni fortemente esotermiche dei prodotti di combustione carboniosi
- La fonte [9] discute di un problema rinvenuto durante la registrazione della temperatura nella camera di combustione GG. Venne registrato un anomalo aumento di temperatura dei gas nel tratto di connessione tra GG e turbina. Venne sospettata una incompleta combustione nella camera. Si fecero esperimenti in cui lo scarico del GG venne allungato con tubi che di lunghezze diverse (tra i 12 e 24m). L'innalzamento di temperatura venne notato anche con questi alti tempi di permanenza. Poiché l'esistenza di ossigeno a queste temperature, lungo tutto lo scarico, è da escludere (e quindi la combustione effettivamente è conclusa molto prima), vennero avanzate diverse ipotesi. Tra cui:
 - Le termocoppe per la misurazione della temperatura venivano raffreddate da masse di combustibile non vaporizzate
 - Reazioni secondarie fortemente esotermiche delle molecole carboniose (prodotti di combustione)
 - Gas di scarico veniva riscaldato dall'attrito viscoso a parete sul tubo di scarico

L'ipotesi più plausibile, dopo diversi altri test, fu quella che reazioni secondarie fortemente esotermiche erano favorite dopo la combustione. Questa ipotesi potrebbe essere avanzata anche nel nostro caso di analisi CEAM.

Per cui la simulazione del programma potrebbe considerare alcune reazioni secondarie esotermiche che aumentano la temperatura.

In seguito viene presentata la percentuale in massa dei prodotti di combustione, ottenuti tramite la stessa esecuzione del problema *hp* del GG eseguita da CEAM:

CH_4	CO	CO_2	C_2H_4	C_2H_6	H_2	H_2O	$C(gr)$
15.22%	28.36%	6.27%	0.003%	0.011%	5.018%	9.705%	35.41%

Tabella 21: Percentuali in massa dei prodotti di combustione (CEAM)

E. Schemi del gas generator

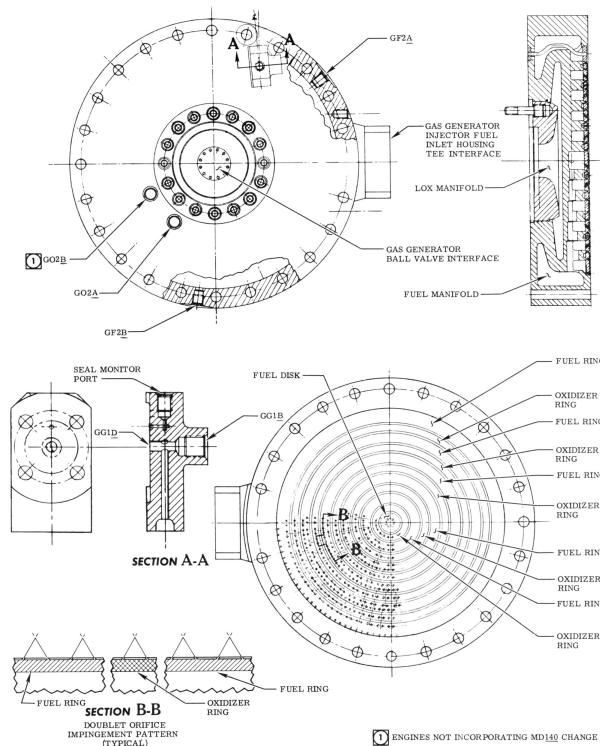


Figura 39: Piatto di Iniezione UMR - Gas Generator [21]

F. Turbopompa

F.1. Analisi pompa RP-1

Si riportano i principali parametri di interesse calcolati con gli stessi procedimenti della pompa LOX.

$\eta_P [-]$	$P_{ROT0} [bar]$	$P_{ROT2} [bar]$	$\rho [kg/m^3]$	$Q [m^3/s]$	$D_2 [m]$	$\omega [rad/s]$
0.760	3.1026	128.2400	808.9324	0.9617	0.59436	574.020

Tabella 22: Requisiti del sistema pompa RP-1 [2]

$H [m]$	$\Delta h_s [J/kg]$	$\psi [-]$	$\mathcal{P} [kW]$	$d_s [-]$	$n_s [-]$	$n_s d_s [-]$
$1.5774e + 03$	$2.0361 \cdot 10^4$	0.5318	$1.6218 \cdot 10^4$	6.7598	0.4057	2.7427

Tabella 23: Parametri prestazionali del sistema pompa RP-1

$v_{voluteIN} [m/s]$	$v_{voluteOUT} [m/s]$
153.7897	31.7356

Tabella 24: Velocità del sistema pompa RP-1: casing

F.2. Triangoli velocità Pompa LOX

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{0ind}} &= 89.2475 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{0ind}} &= -89.2475 \vec{i}_u + 11.8311 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{0ind}} &= 0 \vec{i}_u + 11.8311 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{1ind}} &= 86.1918 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{1ind}} &= -76.4706 \vec{i}_u + 16.8556 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{1ind}} &= 9.7212 \vec{i}_u + 16.8556 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{1imp}} &= 115.3671 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{1imp}} &= -70.9707 \vec{i}_u + 12.5769 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{1imp}} &= 44.3964 \vec{i}_u + 12.5769 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{2imp}} &= 142.4285 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{2imp}} &= -44.6393 \vec{i}_u + 18.8654 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{2imp}} &= 97.7891 \vec{i}_u + 18.8654 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

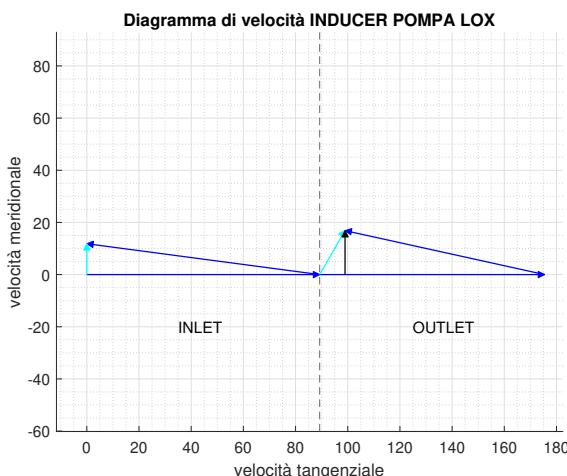


Figura 40: Inducer LOX

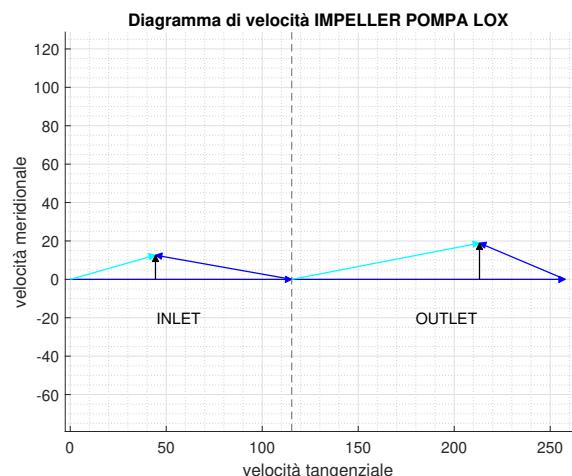


Figura 41: Impeller LOX

F.3. Triangoli velocità Pompa RP-1

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{0ind}} &= 73.1802 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{0ind}} &= -73.1802 \vec{i}_u + 10.6488 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{0ind}} &= 0 \vec{i}_u + 10.6488 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{1ind}} &= 70.6747 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{1ind}} &= -62.7036 \vec{i}_u + 15.1711 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{1ind}} &= 7.9711 \vec{i}_u + 15.1711 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{1imp}} &= 138.1757 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{1imp}} &= -60.8308 \vec{i}_u + 5.2854 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{1imp}} &= 77.3449 \vec{i}_u + 5.2854 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u_{2imp}} &= 170.5873 \vec{i}_u + 0 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{v_{2imp}} &= -18.7596 \vec{i}_u + 7.9282 \vec{i}_m [m/s] \\ \overrightarrow{c_{2imp}} &= 151.8276 \vec{i}_u + 7.9282 \vec{i}_m [m/s]\end{aligned}$$

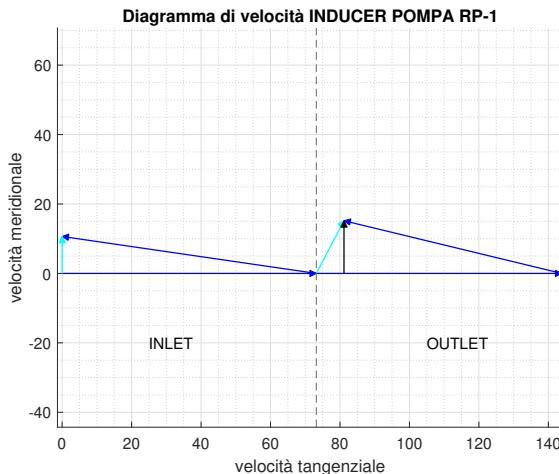


Figura 42: Inducer RP-1

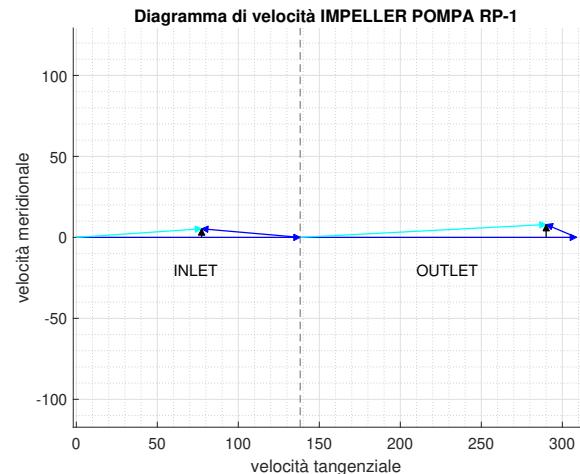


Figura 43: Impeller RP-1

F.4. Triangoli velocità Turbina

Per poter risolvere il problema si sono assunti i seguenti requisiti forniti dal manuale del motore F-1 [20]

$T_{in} [K]$	$p_{in} [bar]$	ϵ	O/F	$\dot{m} [kg/s]$	$\omega [rad/s]$	$U/C_0 [-]$
1062	67.57	16.4	0.416	75.75	574.4	0.225

Tabella 25: Requisiti del sistema turbina tratti da [20], dato su rapporto U/C ricavato da Figura 14 da fonte [8]: il valore 0.225 massimizza il rendimento

Inoltre abbiamo ipotizzato alcuni rendimenti:

η_{tot}	k_n	$\eta_n = k_n^2$	k_{blade}
0.6	0.96	0.9216	0.89

Tabella 26: Ipotesi rendimenti: ugelli e palette. Ipotesi tratte da [8] dove viene trattata una turbina VC per un motore booster-stage nominato 'A-1' a coppia (RP-1/LOX) con una spinta che è circa la metà di quella dell'F-1.

Il parametro k_n indica quanto la velocità C_1 si discosti in modulo dalla velocità isoentropica C_0 . Il parametro k_{blade} indica la perdita in modulo di velocità, provocata dall'attrito che il fluido incontra nell'attraversare la palettatura. In particolare, nei rotori la velocità scalata con questo parametro è la velocità relativa. Nello statore è la velocità assoluta ad essere scalata con questo parametro.

Definiamo infine le velocità e gli angoli da trovare in questo problema. Supponiamo la turbina VC costituita dai seguenti elementi: sezione nozzle, un rotore, uno statore e un rotore. La nomenclatura è definita dalla seguente immagine, con \vec{v}_i si indica la velocità relativa mentre con \vec{c}_i si indica la velocità assoluta. Con \vec{U} si indica la velocità tangenziale, supponendo di essere ad un raggio medio della palettatura dall'albero. Supponiamo di voler definire tutte le velocità assolute in modulo C_i e tutti gli angoli assoluti α_i . Da cui si possono definire i valori vettoriali delle velocità \vec{C}_i . In questo modo possiamo chiudere il problema perché le velocità relative sono $\vec{V}_i = \vec{C}_i - \vec{U}$. Per cui possiamo definire il sistema di equazioni per trovare i valori di velocità e angoli assoluti. Si hanno in totale 8 valori incogniti, ovvero una coppia di valori (C_i, α_i) per ogni elemento del diagramma (nozzle, 1st rotor, stator, 2nd rotor). Le equazioni da risolvere sono le seguenti:

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_1 = k_{blade} C_0 & C_1 \\ \frac{U}{C_1} = \frac{1}{4} \cos \alpha_1 & \alpha_1 \\ \alpha_2 = \alpha_3 & \alpha_2 \alpha_3 \\ \alpha_4 = \frac{\pi}{2} & \alpha_4 \\ C_4 = 0.5 \sqrt{\gamma_{gc} R_{gc} T_{out,t}} & C_4 \\ C_3 = k_n C_2 & C_3 C_2 \\ V_2(C_2, \alpha_2) = k_n V_1(C_1, \alpha_1) & C_1 C_2 \alpha_1 \alpha_2 \\ V_4(C_4, \alpha_4) = k_n V_3(C_3, \alpha_3) & C_3 C_4 \alpha_3 \alpha_4 \end{array} \right.$$

La quantità C_0 è calcolata in questo modo, supponendo una espansione isoentropica:

$$C_0 = \sqrt{2 c_{p,gg} T_{in} \left(1 - e^{\frac{1-\gamma_{gc}}{\gamma_{gc}}} \right)} = 1172.085 \text{ m/s}$$

La seconda equazione è stata ricavata dalla massimizzazione del rendimento della paletta, ricavata dalla fonte [8]. La terza equazione ipotizza che la paletta dello statore sia simmetrica per cui gli angoli della velocità assoluta sono uguali. La quarta equazione assume che il flusso in uscita sia allineato con l'efflusso della turbina, ovvero un flusso totalmente assiale. La quinta equazione assume che il mach all'efflusso sia di 0.5. Le ultime tre equazioni rappresentano la perdita del valore assoluto della velocità per via del passaggio nella palettatura rotorica e statorica. Elaborando il sistema, si possono scrivere le ultime due equazioni in due incognite ovvero si ricava un sottosistema autonomo non lineare, risolto tramite MATLAB. Da qui si ricavano tutti i valori di interesse, e si può tracciare il diagramma di velocità.

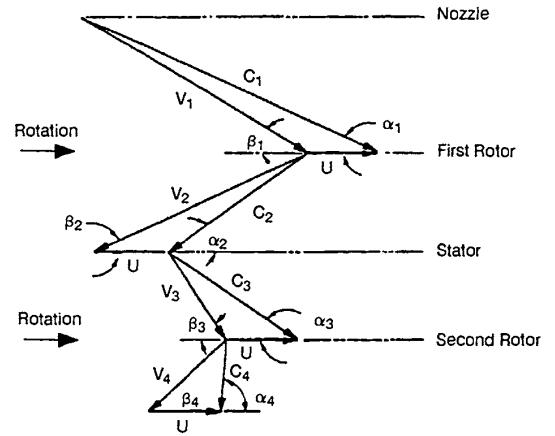


Figura 44: Definizione grandezze

G. Camera di spinta

G.1. Piatto d'iniezione

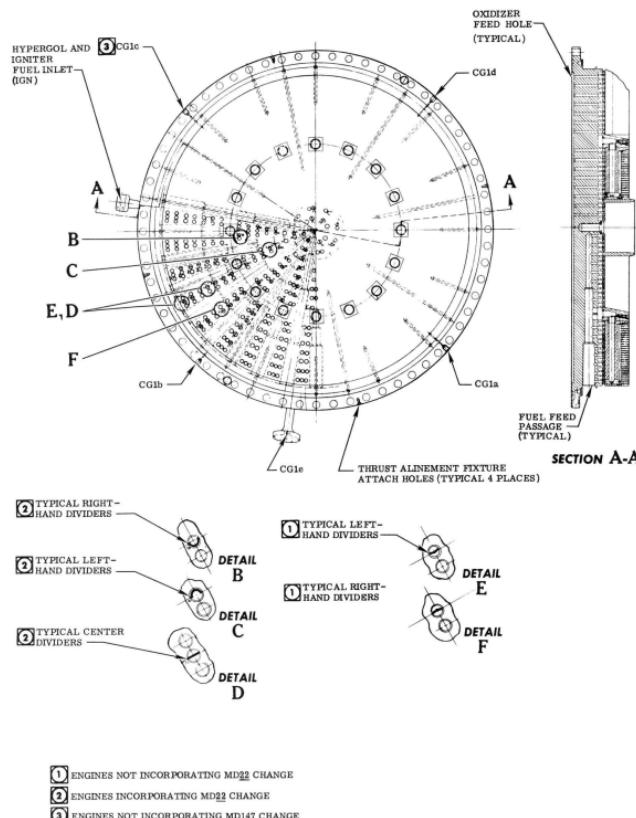


Figura 45: Rappresentazione piatto d'iniezione [21]

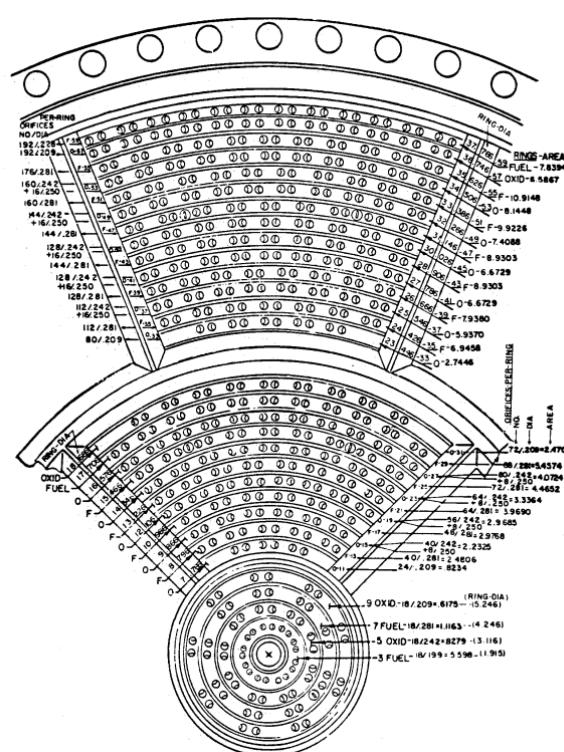


Figura 46: Rappresentazione piatto d'iniezione [22]

G.2. Modellazione ugello

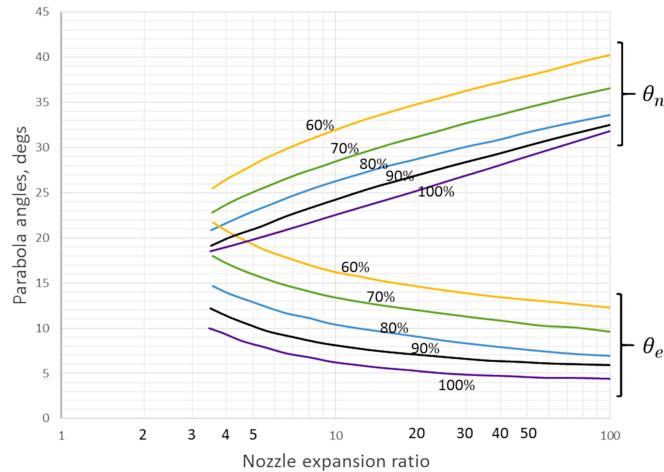


Figura 47: Grafico di interpolazione degli angoli per la costruzione dell'ugello

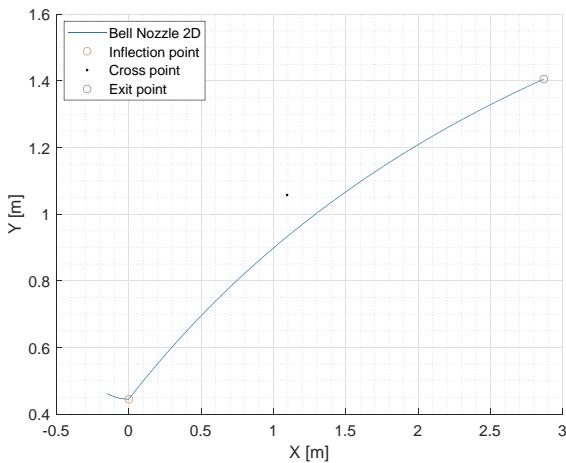


Figura 48: Costruzione ugello 2D 1:10

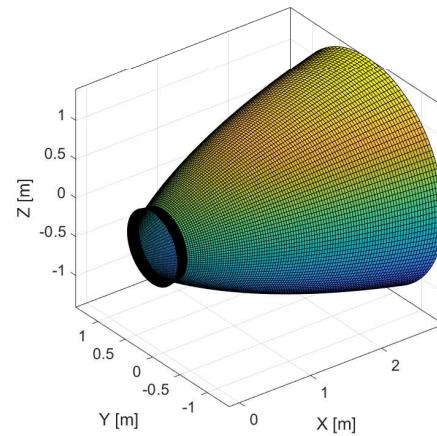


Figura 49: Costruzione ugello 3D 1:10

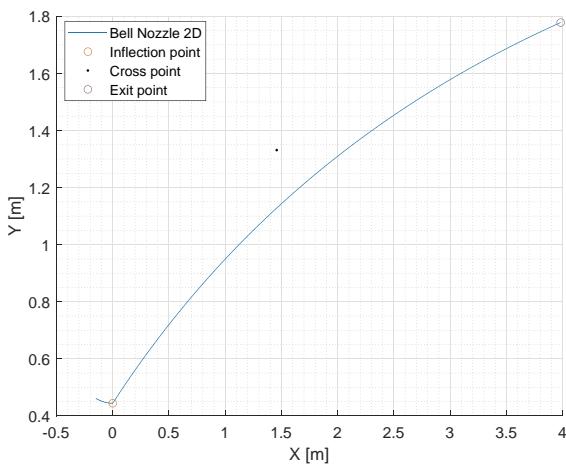


Figura 50: Costruzione ugello 2D 1:16

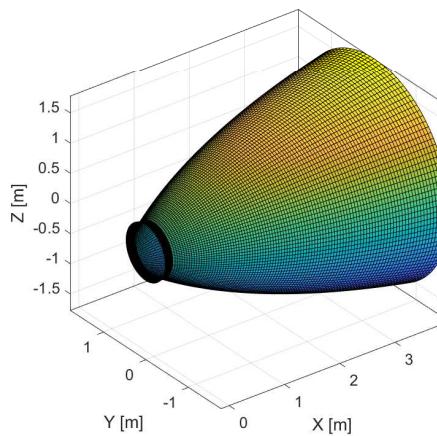


Figura 51: Costruzione ugello 3D 1:16

G.3. Confronto tra ugello 10:1 e 16:1

I motori F-1 prodotti dalla Rocketdyne avevano in origine un ugello il cui rapporto di espansione era 10:1; essi infatti non furono inizialmente progettati nello specifico per lo stadio di lancio del Saturn V. Gli ingegneri decisero quindi a posteriori di aggiungere un'espansione dell'ugello iniziale allo scopo di migliorare vari parametri del lanciatore: i più rilevanti sono l'impulso specifico nel vuoto e la quota a cui è raggiungibile l'espansione ottima (adattata alla traiettoria che il lanciatore avrebbe percorso).

Tale espansione non poteva essere raffreddata dal già presente regenerative cooling: si optò dunque per una soluzione che prevedesse l'utilizzo dei gas di scarico della turbina, ricchi di carbonio e quindi con bassa conducibilità termica, per il raffreddamento attraverso film cooling. Tale tipo di raffreddamento è realizzato immettendo i gas di scarico sulle pareti dell'ugello attraverso un collettore che ne abbraccia l'intera circonferenza.

L'estensione dell'ugello è realizzata da due pareti in lega di nickel intervallate da bande circolari in CRES: tale costruzione saldata conferisce ottima resistenza termica alle pareti e una buona resistenza agli sforzi radiali a cui l'ugello è sottoposto.

Di seguito sono confrontati i principali parametri del motore con e senza l'espansione dell'ugello, ricavati tramite il software RPA:

	p_e [bar]	T_e [K]	H [kJ/kg]	γ	ρ [kg/m ³]	v_e [m/s]
10:1	0.803	1673.7	-5058.1	1.2439	0.1304	2910.6
16:1	0.423	1473.0	-5429.9	1.2521	0.0781	3035.6

	I_{vac} [s]	I_{opt} [s]	I_{sl} [s]	T_{vac} [kN]	T_{opt} [kN]	T_{sl} [kN]
10:1	297.36	276.44	270.95	7816.3	7266.3	7122.2
16:1	306.25	288.59	263.99	8050.0	7585.9	6939.3

Tabella 27: Confronto tra ugello 10:1 e 16:1

Si può notare un miglioramento nella spinta e nell'impulso specifico in corrispondenza dell'espansione ottima e dell'espansione nel vuoto, mentre si ha un calo di prestazione a livello del mare: ciò è dovuto al fatto che l'ugello sovraesponde in maniera più marcata a pressione standard, poiché il punto di espansione ottima viene spostato a pressioni inferiori. Ciò non risulta essere un problema in quanto la spinta rimane sufficiente al lancio, mentre i benefici ottenuti alle quote di missione sono rilevanti.

H. Appendice ausiliaria capitolo 9

H.1. Definizione temperature usate nel cooling

La velocità del fluido all'esterno dello strato limite è la velocità del flusso libero e, attraversando lo strato limite perpendicolarmente alla parete, la velocità diminuisce fino ad annullarsi per soddisfare la condizione di aderenza. La temperatura a parete dovrebbe perciò essere pari alla temperatura di ristagno, ossia la temperatura raggiunta quando tutta l'energia cinetica viene trasformata in energia termica senza alcuna perdita. Nel caso di flussi molto veloci, l'aumento di temperatura è abbastanza elevato da provocare un processo di rallentamento viscoso non adiabatico. Per questo motivo, nell'ipotesi di parete adiabatica verso l'esterno, avviene un significativo scambio termico dal fluido in prossimità della parete, caratterizzato da bassa velocità e alta temperatura statica, verso il fluido più lontano dalla parete. A parete si avrà quindi una temperatura T_{aw} più bassa della temperatura totale che caratterizza il flusso libero, mentre all'interno dello strato limite, affinché venga soddisfatta l'equazione dell'energia per flussi stazionari, deve essere necessariamente presente una regione in cui la temperatura è più alta di quella del flusso libero. Si delinea un andamento della temperatura come schematizzato in figura. Nel caso preso in esame, il valore della temperatura T_{aw} è determinabile scalando la temperatura in camera di combustione di un fattore detto "recovery factor" f_{aw} , definito come legame tra T_{aw} e le temperature statica e totale del flusso libero e con valore compreso tra 0.9 e 0.98. In particolare il recovery factor rappresenta il rapporto tra l'aumento della temperatura causato dall'attrito e l'aumento causato dalla compressione adiabatica. Esso è determinabile sperimentalmente o può essere stimato tramite la seguente relazione:

$$f_{aw} = \frac{1 + r \left(\frac{\gamma - 1}{2} M_x^2 \right)}{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} M_x^2 \right)} \quad r = Pr^{0.33};$$

È necessario precisare che la temperatura in camera di combustione T_c utilizzata è quella teorica moltiplicata per il fattore correttivo della velocità caratteristica elevato al quadrato. Quest'ultima velocità infatti dipende unicamente dalla variabile $\sqrt{T_c}$. Il suddetto fattore varia in un intervallo compreso tra 0.87 e 1.03, mentre il valore utilizzato nella trattazione, ossia 0.975, è il valore sperimentale adottato dalla fonte [7]. Per determinare la temperatura T_{wg} è sufficiente moltiplicare la temperatura in camera di combustione per un fattore pari a 0.8, fattore che tiene conto della presenza di depositi solidi di carbonio sulle pareti.

H.2. Film cooling

Assumendo il rapporto T_{wg}/T_c pari a 0.8, ricavato sperimentalmente e adottato nella trattazione dello stesso tipo di dimensionamento nel riferimento [8], si tiene conto della presenza del deposito di carbonio sulle pareti. Noto il valore di γ , pari a 1.1754 (Appendice I), e ricordando che il fine ultimo del calcolo è progettare il film cooling dell'ugello aggiuntivo (intervallo di rapporto di espansione $\epsilon = 10/16$), è possibile determinare dal grafico che il valore del fattore correttivo si attesta intorno a 0.7 in tutto l'intervallo in esame. Il coefficiente di film dipende infine anche dal rapporto A_f/A , dove A è l'area della sezione locale. Il valore di questo rapporto è stato fatto variare per via numerica tra 10 e 16, calcolando poi per ciascun valore il corrispondente coefficiente di film e, in seguito, la corrispondente portata minima in massa per effettuare un adeguato film cooling. Il valore di h_g così ottenuto tiene unicamente conto del calore scambiato tra fluido e parete, senza considerare la presenza di eventuali prodotti di combustione allo stato solido. I prodotti di combustione della coppia LOX – RP-1 provenienti dalla combustione del Gas Generator, introdotti sulla parete dell'ugello aggiuntivo dal rapporto di espansione 10 fino all'efflusso, contengono circa il 37% di particolato solido C_{graf} (tale dato è stato ottenuto tramite analisi CEA, presentata in Appendice D). Queste particelle tendono a depositarsi sulle pareti della camera di combustione, formando un efficace strato isolante: la valutazione quantitativa dell'efficacia dell'isolamento di questo strato, necessaria per il corretto calcolo dello scambio di calore, può essere effettuata solo sperimentalmente. Lo strato isolante è formato a sua volta da uno strato superficiale di fuliggine, che ne sovrasta uno più tenace: quest'ultimo aumenta la resistenza termica lato gas, tale

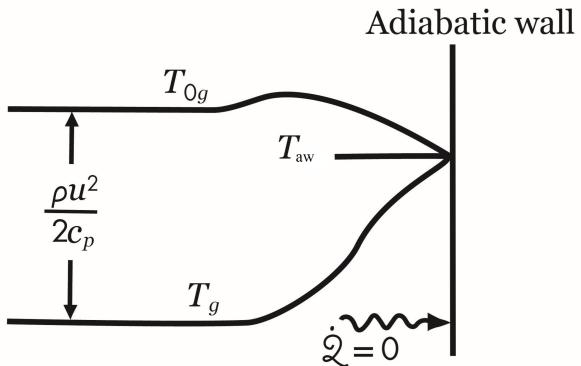


Figura 52: Definizione della temperatura muro - lato gas

Figura 52 illustra l'andamento della temperatura T_g lungo la parete adiabatica. La temperatura totale T_{0g} è indicata all'esterno, mentre la temperatura statica T_g è indicata vicino alla parete. L'andamento della temperatura è curvilineo, passando attraverso la temperatura muro T_{aw} nel punto di separazione. Un'equazione di scalaggio per il recovery factor f_{aw} è fornita:

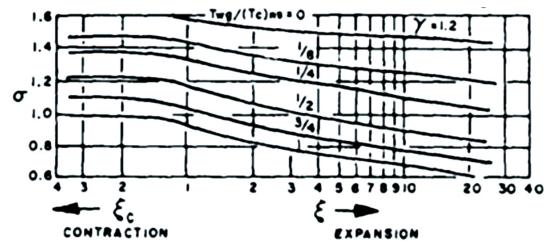
$$f_{aw} = \frac{1 + r \left(\frac{\gamma - 1}{2} M_x^2 \right)}{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} M_x^2 \right)} \quad r = Pr^{0.33};$$


Figura 53: Andamenti di σ in funzione di ϵ

Figura 53: Andamenti di σ in funzione di ϵ per diversi valori di $T_{wg}/(T_c)_{no}$ (da 0 a 1.0) e per $\gamma = 1.2$. Il grafico mostra che σ diminuisce con ϵ e aumenta con $T_{wg}/(T_c)_{no}$.

che la temperatura del deposito di carbonio all'interfaccia lato gas si avvicini alla temperatura del gas all'aumentare dello spessore del layer di carbonio (questo giustifica qualitativamente il valore di 0.8 considerato per il rapporto di T_{wg}/T_c).

Il film cooling delle pareti interne è ottenuto iniettando i gas di scarico della turbina, forniti alla cavità tra le pareti dal collettore di scarico della turbina, nel flusso di scarico della camera di spinta attraverso fessure formate da 23 file di scandole sovrapposte che formano la parete interna ([Figura 55](#), [Figura 56](#)). Per lo sviluppo dei calcoli si consideri che il fluido di lavoro è gas con presenza di particolato, ed è quindi possibile utilizzare la relazione di Hatch e Papell, sostituendo al coefficiente h_g il coefficiente h_{gc} appena calcolato:

$$\frac{T_{aw} - T_{wg}}{T_{aw} - T_{co}} = \exp\left[-\left(\frac{h_{gc}}{G_c C_{pvc} \eta_c}\right)\right]$$

Dove T_{co} è la temperatura iniziale del fluido refrigerante, ossia la temperatura all'uscita dello scambiatore; C_{pvc} è il calore specifico medio a pressione costante del fluido refrigerante, che è stato numericamente ottenuto interpolando i valori dopo la combustione nel Gas Generator in frozen equilibrium; infine η_c è l'efficienza del film cooling ed è un fattore che ha scopo correttivo, ossia tiene conto della quantità di refrigerante gassoso perso nel flusso di gas di combustione che quindi non produce effetti di raffreddamento. I valori dell'efficienza variano dal 25 al 65 in percentuale in funzione della geometria dell'iniezione del refrigerante e dalle condizioni di flusso. Il valore G_c rappresenta la portata di gas che costituisce il film cooling necessaria a ottenere il raffreddamento voluto. Dalla precedente equazione si evince che l'apporto termico dipende dal coefficiente di scambio h_{gc} e dalla differenza tra temperatura adiabatica a parete e la temperatura del refrigerante; il calore assorbito è proporzionale alla capacità termica del film refrigerante dal valore di temperatura iniziale a quello finale. Esiste quindi un equilibrio tra apporto di calore e aumento di temperatura del refrigerante: raggiunto questo equilibrio si raggiunge la condizione adiabatica e la superficie della parete avrà localmente la medesima temperatura del film; infatti la temperatura della parete varierà assialmente dalla temperatura iniziale del refrigerante fino alla temperatura massima ammissibile. L'obiettivo del calcolo è perciò quello di determinare la portata massica di fluido refrigerante per unità di area G_c , che poi verrà moltiplicato per l'area dell'estensione dell'ugello ad ottenere il valore di portata massica necessaria per il film cooling. Si noti che la portata dipende dal valore h_{gc} , a sua volta dipendente dal rapporto A_t/A , che è stato fatto variare tra 1:10 e 1:16: la portata massica che sarà sufficiente a raggiungere un efficiente film cooling in ogni sezione dell'ugello sarà la portata massima tra le portate calcolate, ossia quella ottenuta per rapporto A_t su A maggiore e perciò A minore, quindi l'area della sezione 1:10. Il valore di G_c ottenuto è minore della portata elaborata dal Gas Generator, e questo è un risultato prevedibile in quanto il valore di portata passante per il Gas Generator è dettato dai requisiti di potenza della turbina e non dalle esigenze del film cooling. È stato perciò dimostrato che la portata massica elaborata è sufficiente a raggiungere l'obiettivo desiderato di raffreddamento delle pareti.

$\sigma [-]$	$M_{1:10} [-]$	$T_{aw} [K]$	$T_{wg} [K]$
0.7	3.02	5953.2	3307.3

Tabella 28: Dati usati per il calcolo del film cooling punto 1:10

$h_{gc} [btu/in^2 sF]$	$\dot{q} [W/m^2]$	$G_{tot} [kg/s]$
$2.58 \cdot 10^{-4}$	$4.49 \cdot 10^5$	7.3591

Tabella 29: Risultati calcolo film cooling punto 1:10

H.3. Grafico della resistenza termica prodotta dal deposito carbonioso

Il grafico di [Figura 54](#) rappresenta l'andamento della resistenza termica causata dal deposito carbonioso R_d in funzione del rapporto di espansione ϵ . Tale grafico è ricavato sperimentalmente da un endoreattore a propellente liquido LOX/RP-1 e rapporto di miscela O/F pari a 2.35 e pressione camera di combustione p_c di 1000 psia [[8](#)]. Tali valori ci permettono di concludere che, in prima approssimazione, il grafico possa essere sfruttato per ricavare il valore di R_d del motore preso in esame.

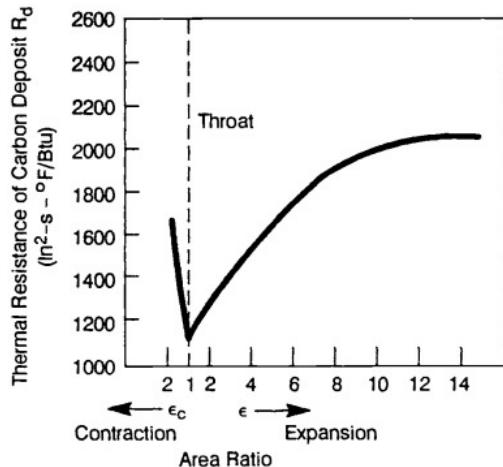


Figura 54: Grafico deposito carbonioso in funzione di ϵ

H.4. Dettagli sul sistema di introduzione dei gas combusti sulla parete interna dell'ugello aggiunto

Le seguenti immagini mostrano come viene effettuato lo scarico dei gas combusti per il processo di film cooling.
Fonti ([14][6])

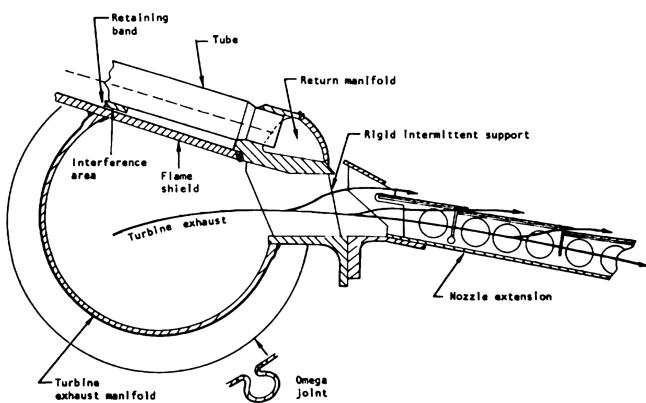


Figura 55: Dettaglio scarico gas

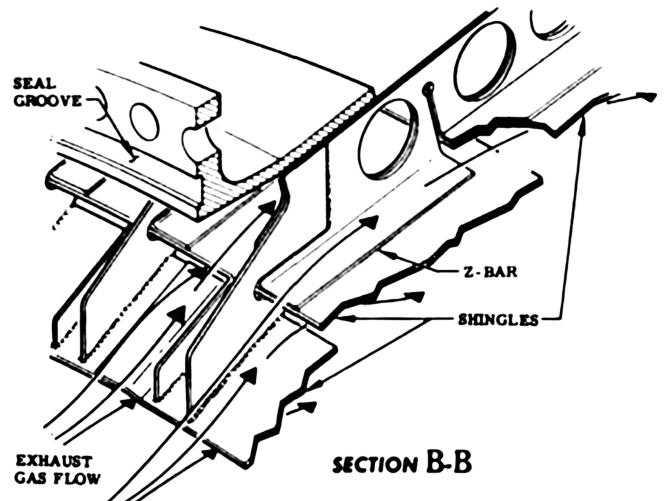


Figura 56: Dettaglio parete estensione ugello

H.5. Comportamento del fluido RP1 in relazione alla pressione critica

Verranno analizzati due possibili scenari rappresentati in figura. La curva A_i descrive l'andamento del legame tra la temperatura della parete e il flusso di calore nel caso di pressione minore della pressione critica mentre la curva B_i rappresenta l'andamento dello stesso legame nella condizione di pressione maggiore della pressione critica.

Studiando la curva A, il tratto A1-A2 rappresenta lo scambio di calore nelle condizioni in cui la temperatura della parete lato coolant non ha ancora raggiunto la temperatura di saturazione, in corrispondenza della pressione del refrigerante. Alla temperatura del punto A2, superata la temperatura di saturazione, il combustibile inizia a bollire, in particolare nella fascia a ridosso della parete. Questo effetto genera delle bolle di dimensioni sempre maggiori nel flusso liquido più freddo fino a che la velocità di condensazione del vapore supera la velocità di vaporizzazione. A quel punto le bolle iniziano a collassare. Questo processo, che avviene ad alta frequenza, è detto nucleate boiling. In corrispondenza di questo fenomeno il coefficiente di scambio termico aumenta, causando un aumento contenuto della

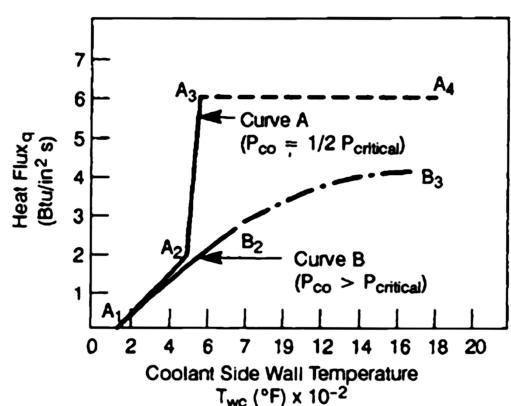


Figura 57: Andamenti di T e flusso di calore, parametrizzati sul valore di pressione

temperatura a parete per un'ampia gamma di flussi di calore. Lo scambio di calore caratterizzato dal nucleate boiling è rappresentato dal tratto A2-A3. Alla temperatura corrispondente al punto A3, un ulteriore aumento del flusso di calore porta ad un incremento di concentrazione di bolle tale per cui esse si combinano in un film di vapore a cui consegue una forte diminuzione del coefficiente del trasferimento del calore (tratto A3-A4). Lo scambio di calore raggiunto al punto A3 definisce il limite superiore del nucleate boiling, valore che viene quindi utilizzato come limite di progetto per il sistema di raffreddamento rigenerativo. La curva B descrive le varie fasi del legame flusso di calore-temperatura della parete nel caso in cui la pressione sia al di sopra di quella critica. In queste condizioni il fenomeno di nucleate boiling non si manifesta. Queste condizioni portano ad un aumento di temperatura proporzionale all'incremento del flusso di calore. In questo modo si raggiunge la temperatura limite per un valore di scambio di calore minore.

H.6. Procedimento dimensionamento tubi

Il ciclo inizia con il calcolo della temperatura della parete lato combustibile necessario per determinare il valore del coefficiente di scambio termico del combustibile h_c :

$$T_{wc} = T_{wg} - \frac{qt}{k} \quad h_c = \frac{q}{T_{wc} - T_{co}}$$

Per regioni caratterizzate da temperatura subcritica e dall'assenza di nucleate boiling, la relazione tra temperatura a parete e flusso di calore, che dipende per dal coefficiente di scambio termico h_c , può essere descritta tramite l'equazione di Sieder-Tate per il trasferimento turbolento di calore a liquidi che fluiscono nei canali (Questa relazione può essere riscritta esplicitando i singoli termini):

$$Nu = C_1 Re^{0.8} Pr^{0.4} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad Nu = \frac{h_c d}{k} = C_1 \left(\frac{\rho V_{co} d}{\mu} \right)^{0.8} \left(\frac{\mu C_p}{k} \right)^{0.4} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (E1)$$

Dove μ è la viscosità del combustibile alla temperatura T_{co} , mentre μ_w è la viscosità del combustibile alla temperatura della parete in gola, mentre le incognite sono il diametro dei tubi d e la velocità media del combustibile V_{co} :

$$V_{co} = \frac{\frac{\dot{W}_f}{\rho}}{\frac{N(\pi d^2)}{2} \frac{4}{4}}$$

Il numero di tubi è ottenuto, qualitativamente, dividendo il perimetro dell'ugello della sezione di gola e il diametro del tubo considerato. Raffinando la formula con fattori correttivi si trova la seguente formula empirica:

$$N = \frac{\pi [D_t + 0.8(d + 0.04)]}{d + 0.04} \quad (E2)$$

Il valore 0.8 ha il ruolo di fattore di correzione, dovuto al fatto che il centro dei tubi è collocato su una circonferenza, piuttosto che su una retta. Sostituendo quindi V_{co} all'interno dell'equazione E1 esplicitandone N ed eguagliando l'espressione trovata all'equazione E2 è possibile determinare il valore del diametro dei tubi. Sostituendo infine il valore trovato all'interno dell'equazione E2 il si ottiene il numero dei tubi. Analizzando in un 'ciclo for' i passaggi appena visti, è possibile determinare il valore di t tale per cui si ha il numero di tubi N desiderato.

I. RPA: definizione problema e funzionamento

RPA è un software che permette di prevedere le prestazioni per motori a razzo. Il metodo di calcolo si basa su un approccio di minimizzazione dell'energia libera di Gibbs al fine di ottenere la composizione dei prodotti di combustione, l'analisi del flusso dell'ugello con shifting o frozen equilibrium e il calcolo delle prestazioni del motore, per camera di combustione finita o infinita.

RPA utilizza una libreria di specie chimiche espandibile basata sul database termodinamico NASA Glenn, che include dati per numerosi combustibili e ossidanti. È inoltre possibile definire nuovi componenti del propellente o importare componenti da database di specie PROPEP o CEA2. Fornendo parametri propri del motore in analisi, come la pressione della camera di combustione, i componenti del propellente utilizzati e i parametri dell'ugello, il programma permette di ottenere la composizione di equilibrio chimico dei prodotti di combustione, determina le sue proprietà termodinamiche e predice le prestazioni teoriche del razzo.

Il software è organizzato in queste macroaree:

- **Initial Data**

Questa sezione contiene 3 sottosezioni:

- *Engine Definition*: in questa sottosezione deve essere definito il nome del problema con una breve descrizione. Si introduce il valore della pressione della camera di combustione. Si definisce la grandezza del sistema fissando uno tra i seguenti parametri: la spinta e la pressione cui è riferita, la portata massica oppure il diametro di gola. Si è scelto di fissare come parametro di ingresso la spinta poiché rappresenta un requisito da soddisfare. Infine, si definisce il sistema di alimentazione che nel nostro caso è un sistema a turbopompa.

$T_{p=1atm}$ [kN]	p_{in} [bar]	Cycle
6770.19	77.556	GG cycle

Tabella 30: Input - engine definition

- *Propellant Specification* Per caratterizzare il propellente è necessario definire il tipo di sistema, in questo caso bipropellente, il rapporto di miscela O/F, l'ossidante e il combustibile con le relative temperature di stivaggio.

Fuel	T_{fuel} [K]	Ox	T_{ox} [K]
RP-1	293.15	LOX	90.15

Tabella 31: Input - propellant specification

- *Nozzle Flow Model*: in questa sottosezione si definisce il modello di camera di combustione (infinita o finita) definendo il contraction ratio o la portata massica per unità di area all'inizio del convergente. La condizione di uscita è descritta dal rapporto di espansione, come nel nostro caso, oppure attraverso la pressione all'efflusso. Infine, si definisce il modello di reazione chimica utilizzato. In particolare, viene assunto shifting equilibrium fino ad un punto prefissato. Dopo quel punto, definito in base a A_{fr}/A_t o p_t/p_{fr} , si applica il modello frozen equilibrium.

Nel nostro caso definiamo il contraction ratio A_c/A_t per cui stiamo implicitamente definendo il modello di camera di combustione finita.

A_c/A_t [-]	A_e/A_t [-]	A_{fr}/A_t [-]	$p_{operating}$ [bar]
1.307	16	1	1.01325

Tabella 32: Input - nozzle flow model

- **Performance Analysis**

Questa sezione contiene alcuni output. Vengono illustrate le prestazioni della camera, in particolare le proprietà termodinamiche (ovvero le percentuali in massa dei prodotti di combustione in vari punti del motore) e le prestazioni stimate dell'endoreattore. Nel nostro caso abbiamo riportato nella tabella Tabella 38 alcuni valori termodinamici (i più rilevanti per i calcoli effettuati in sede) in alcune sezioni del motore. Nella Tabella 39 sono state rappresentate le performance stimate del motore, in particolare la tabella considera i dati di performance con dei valori di rendimento di reazione e dell'ugello. È importante notare che tali performance si riferiscono solo alla camera di spinta e ugello gasdinamico, e non al sistema motore intero. I dati del sistema motore, in particolare l'impulso specifico, sono riportati in Tabella 40 e considerano l'introduzione del sistema GG e le sue ripercussioni sulle prestazioni.

In questa sezione è possibile anche definire come input le analisi parametrizzate. Ad esempio, è possibile eseguire un'analisi a diverse altitudini oppure variando i rapporti O/F, la pressione in camera p_c , le condizioni di inlet

dell'ugello e plottare come queste variabili influenzino le prestazioni del motore.

- **Engine Design**

Questa macro-area è divisa in tre sezioni:

- *Chamber geometry*: in questa prima sezione è possibile scegliere il design da applicare per la progettazione dell'ugello.

In particolare, si introducono i valori di contraction angle b , lunghezza caratteristica L^* (o lunghezza camera L_c), R_1/R_t , R_n/R_t e R_2/R_{2max} . Le definizioni sono date nell'immagine Figura 58. Dopodichè, si sceglie il tipo di modellazione dell'ugello: TIC (truncated ideal contour) o parabolic. Si è optato per una modellazione di ugello parabolico, come precisato anche nel paragrafo sottosezione 8.4.

Nel caso di ugello parabolico si definiscono gli angoli T_n e T_e ovvero gli angoli tangenti alla parabola rispettivamente all'inizio e alla fine del divergente. Si definisce infine la percentuale di bell.

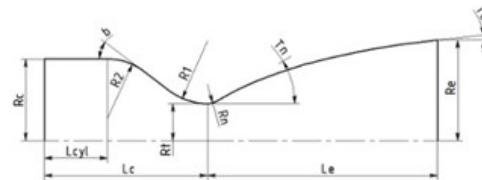


Figura 58: Definizioni grandezze ugello - RPA

$L^* [m]$	$b [^\circ]$	$R_1/R_t [-]$	$R_n/R_t [-]$	$R_2/R_{2,max} [-]$	$T_n [^\circ]$	$T_e [^\circ]$	$bell [-]$
1	30	1.5	0.382	0.5	31.3109	10.0405	80%

Tabella 33: Chamber geometry - input

- *Thermal analysis*: in questa sezione è possibile studiare lo scambio termico impostando diverse tipologie di raffreddamento come regenerative cooling, film e radiation cooling. Questa sezione non è stata utilizzata, prediligendo uno studio del sistema di raffreddamento numerico (sezione 9).
- *Propellant feed system*: qui è possibile definire alcune caratteristiche del sistema di alimentazione delle turbopompe. Si definisce il metodo di generazione della potenza (GG o preburner), impostando il funzionamento di tale camera di combustione. In particolare, si definisce il tipo di miscela (fuel o oxidizer rich), temperatura e pressione in camera e perdita di pressione attraverso la camera (Tabella 34). Si specifica poi il salto di pressione in turbina, la sua efficienza e la sua velocità angolare (Tabella 35). Infine, si definiscono i rami che compongono il sistema. I condotti dell'oxidizer e del fuel sono entrambi composti da un main branch, e dal GG feed branch. Ovvero si riferiscono al condotto di oxidizer principale e al condotto di spillamento per rifornire la camera del GG (Tabella 37, Tabella 36).

In output, si ottengono le grandezze di portata e pressione lungo tutti i condotti appena definiti. In base all'introduzione del tipo di sistema viene anche stimata la nuova performance del motore, influenzata dal sistema di alimentazione introdotto (come visto in sottosezione 5.3). (Differenze viste in Tabella 39 e Tabella 40 sul valore I_s)

Type	$T_c [K]$	$p_c [bar]$	$k_{drop} [-]$
fuel rich	1062.59	67.57	0.966

Tabella 34: GG input data

$\epsilon [-]$	$\eta [-]$	$\omega [rad/s]$
16.4	0.605	5488

Tabella 35: turbine input data

$p_{in,pump} [bar]$	$v_{in,pump} [m/s]$	$\dot{m}_{ox,gg}/\dot{m}_{ox} [-]$	$A_{in,gg}/A_{in,main} [-]$
4.48	5	0.012	0.3

Tabella 36: Oxidizer branch

$p_{in,pump}$ [bar]	$v_{in,pump}$ [m/s]	$\dot{m}_{f,gg}/\dot{m}_f$ [-]	$A_{in,gg}/A_{in,main}$ [-]
3.10	5	0.067	0.3

Tabella 37: Fuel branch

Output RPA

	Injector	Nozzle inlet	Nozzle throat	Nozzle exit	Unit
p	7.7566	5.9496	3.9690	0.0427	MPa
T	3569.9063	3498.7671	3344.5972	1473.2666	K
c_p	4.7323	4.7034	0.3706	0.3678	kJ/kgK
γ	1.1777	1.1756	1.1716	1.2521	-
MM	22.2095	22.2541	22.4347	22.6040	lb/mol
M	0	0.5137	1	3.6856	-

Tabella 38: Proprietà termodinamiche in output da RPA - sezione performance analysis

Parameter	Sea Level	Optimum Exp.	Vacuum
c^* [m/s]	-	1781.26	-
u_e [m/s]	2669.97	2915.20	3093.70
I_s [s]	272.26	297.27	315.47
c_T [-]	1.4989	1.6366	1.7368

 Tabella 39: Performance reali stimate endoreattore - con $\eta_{reaz} = 0.9856$, $\eta_{nozzle} = 0.9765$, $\eta_{tot} = 0.9624$

I_s vac [s]	I_s opt [s]	I_s SL [s]
305.82	288.19	263.97

 Tabella 40: Performance reali stimate motore - da notare le differenze rispetto a Tabella 39 su I_s

	\dot{m} [kg/s]	p_{in} [MPa]	p_{out} [MPa]
Inlet	1769.26	0.448	0.375
Pump	1769.26	0.375	8.627
Injector	1756.218	8.257	7.757

Tabella 41: Sistema di alimentazione LOX

	\dot{m} [kg/s]	p_{in} [MPa]	p_{out} [MPa]
Inlet	842.974	0.310	0.256
Pump	842.974	0.256	8.519
Injector	773.818	8.257	7.757

Tabella 42: Sistema di alimentazione RP-1

Per Tabella 41 e Tabella 42 si precisa che la differenza di portata tra sezione pump e injector equivale alla portata spillata per alimentare il GG. Inoltre, le differenze di pressione nelle due tabelle tra sezione 'out' pump e sezione 'in' injector sono date dalle perdite di carico introdotte principalmente da una valvola e il tubo di alimentazione. Si nota anche che per ogni elemento o sezione, sono presenti due valori di pressione (in e out), questo per considerare che viene introdotta una perdita di carico per ogni elemento.

	$\dot{m} [kg/s]$	$p_{in} [MPa]$	$p_{out} [MPa]$	$T_{in} [K]$	$T_{out} [K]$
GG	82.198	6.757	6.527	1061.897	1061.897
Turbine	82.198	6.527	0.401	1061.897	642.453

Tabella 43: Sistema di potenza

J. Codici MATLAB usati

J.1. Simulazione di volo

```

1 clear, clc, close all;
2
3 % Initial data and parameters
4 dt = 0.01;                                % time increment
5 tb = 161;                                  % combustion time
6 t = 0:dt:tb;                               % time vector
7 k = length(t);                            % number of iterations
8
9 mu = 3.986005e14;                         % gravitational parameter for Earth
10 R_E = 6373249;                           % Earth radius
11 T_s1 = 33850967;                         % thrust sea level
12 diam_e = 3.53;                            % diameter exit nozzle
13 A_e = diam_e^2 * pi / 4 * 5;             % area of nozzle exit
14 I_sp = 304;                               % specific impulse vacuum
15 S = 113;                                 % drag surface
16 g0 = 9.80665;                           % acceleration of gravity
17 m_d = 242186;                           % mass dry
18 m_i = 2898941;                          % total mass at t=0
19 mp_i = m_i - m_d;                        % propellant mass at t=0
20
21 % propellant mass
22 mp = nan(1,k);
23 mp(1) = mp_i;
24
25 % total mass
26 m = nan(1,k);
27 m(1) = m_i;
28
29 % height
30 h = nan(1,k);
31 h(1) = 0;
32
33 % horizontal shift
34 s = nan(1,k);
35 s(1) = 0;
36
37 % velocity
38 v = nan(1,k);
39 v(1) = 0;
40 v_v = nan(1,k);
41 v_v(1) = 0;
42 v_h = nan(1,k);
43 v_h(1) = 0;
44
45 % standard atmosphere
46 rho = nan(1,k);
47 c = nan(1,k);
48 Temp = nan(1,k);
49 p = nan(1,k);
50 nu = nan(1,k);
51 [rho(1),c(1),Temp(1),p(1),nu(1)] = atmos(0);
52
53 T_vac = T_s1 + p(1) * A_e;      % thrust vacuum
54 m_dot_5 = T_vac / (g0 * I_sp); % propellant mass rate 5 motors
55
56 % Mach number
57 Ma = nan(1,k);

```

```

58 Ma(1) = 0;
59
60 % acceleration of gravity
61 g = nan(1,k);
62 g(1) = mu / (R_E + h(1))^2;
63
64 % thrust
65 T = nan(1,k);
66 T(1) = T_vac - A_e * p(1);
67
68 % drag
69 D = nan(1,k);
70 D(1) = 1/2 * rho(1) * v(1)^2 * S * drag_coeff(Ma(1));
71
72 % acceleration
73 a = nan(1,k);
74 a(1) = -g(1) + (T(1) - D(1)) / m(1);
75 a_v = nan(1,k);
76 a_v(1) = a(1);
77 a_h = nan(1,k);
78 a_h(1) = 0;
79
80 theta = pitch(t);
81
82 % flight angle
83 phi = nan(1,k);
84 phi(1) = 0;
85
86
87 %% Solution
88 for i = 2:k
89     h(i) = h(i-1) + v_v(i-1)*dt;
90     s(i) = s(i-1) + v_h(i-1)*dt;
91
92     v_v(i) = v_v(i-1) + a_v(i-1)*dt;
93     v_h(i) = v_h(i-1) + a_h(i-1)*dt;
94     v(i) = v(i-1) + a(i-1)*dt;
95
96     phi(i) = atan(v_h(i) / v_v(i));
97
98     [rho(i), c(i), Temp(i), p(i), nu(i)] = atmos(h(i));
99
100    Ma(i) = v(i) / c(i);
101    g(i) = mu / (R_E + h(i))^2;
102    D(i) = 1/2 * rho(i) * v(i)^2 * S * drag_coeff(Ma(i));
103
104    if t(i) <= 135
105        mp(i) = mp(i-1) - m_dot_5 * dt;
106        m(i) = m(i-1) - m_dot_5 * dt;
107        T(i) = T_vac - A_e .* p(i);
108    else
109        mp(i) = mp(i-1) - 4/5 * m_dot_5 * dt;
110        m(i) = m(i-1) - 4/5 * m_dot_5 * dt;
111        T(i) = 4/5 * T_vac - A_e .* p(i);
112    end
113
114    a_v(i) = -g(i) + (T(i) * cos(theta(i)) - D(i) * cos(phi(i))) / m(i);
115    a_h(i) = (T(i) * sin(theta(i)) - D(i) * sin(phi(i))) / m(i);
116    a(i) = sqrt(a_v(i)^2 + a_h(i)^2);
117
118 end

```

```

119 % Plots
120
121 % height
122 figure
123 plot(t, h)
124 xlabel("t [s]")
125 ylabel("h [m]")
126 title("Quota di volo")
127 xline(135, '--r')
128
129
130 % velocity
131 figure
132 plot(t, v)
133 xlabel("t [s]")
134 ylabel("v [m/s]")
135 title("Velocità di volo")
136 xline(135, '--r')
137
138 % temperature
139 figure
140 plot(t, Temp)
141 xlabel("t [s]")
142 ylabel("T [K]")
143 title("Temperatura ambientale")
144
145 % pressure
146 figure
147 plot(t, p)
148 xlabel("t [s]")
149 ylabel("p [Pa]")
150 title("Pressione ambientale")
151
152 % Mach number
153 figure
154 plot(t, Ma)
155 xlabel("t [s]")
156 ylabel("Ma [-]")
157 title("Numero di Mach")
158 xline(135, '--r')
159
160 % acceleration of gravity
161 figure
162 plot(t, g)
163 xlabel("t [s]")
164 ylabel("g [m/s^2]")
165 title("Accelerazione di gravità ")
166
167 % thrust
168 figure
169 plot(t, T)
170 xlabel("t [s]")
171 ylabel("T [N]")
172 title("Spinta dei motori")
173 xline(135, '--r')
174
175 % drag
176 figure
177 plot(t, D)
178 xlabel("t [s]")
179 ylabel("D [N]")

```

```

180 title("Drag aerodinamico")
181 % acceleration
182 figure
183 plot(t, a)
184 xlabel("t [s]")
185 ylabel("a [m/s^2]")
186 title("Accelerazione del razzo")
187 xline(135, '--r')
188
189 % total mass
190 figure
191 plot(t, m)
192 xlabel("t [s]")
193 ylabel("m [kg]")
194 title("Massa totale del razzo")
195 xline(135, '--r')
196
197 % trajectory
198 figure
199 plot(s, h, 'r')
200 xlabel("x [m]")
201 ylabel("y [m]")
202 title("Traiettoria di volo")
203

```

J.1.1 Parametri adimensionali lanciatore

```

1 clear
2 close all
3 clc
4
5 % Dati:
6 % M_0: massa iniziale del sistema lanciatore [kg]
7 % M_u: massa carico utile del lanciatore [kg]
8 % coincide con la massa degli stadi superiori escluso il primo S-IC
9 % M_s: massa della struttura del lanciatore [kg]
10 % M_p: massa del propellente per il primo stadio S-IC [kg]
11 % M_m: massa motore [kg]
12
13 % Dati iniziali ricavati da simulazione lancio e manuale F1 Rocketdyne
14 M_0 = 2898941;
15 M_u = 824511;
16 M_s = 242186;
17 M_p = 2074430; % 2656755 - 582325 kg
18 M_m = 8445.4363; % 18619 lb - manuale F1 schema pagina 10-
19 M_tank = 124799.5412;
20
21 % eps_u: indice di massa del carico utile
22 eps_u = M_u / (M_0 - M_u);
23
24 % zeta_u: rapporto di massa del carico utile
25 zeta_u = M_u / M_0;
26
27 % eps_s: indice strutturale delle masse inerti
28 eps_s = M_s / (M_0 - M_u);
29
30 % MR: mass ratio
31 MR = (M_0 - M_p) / M_0 ;
32
33 % zeta_p: frazione di propellente

```

```

34 zeta_p = M_p / M_0;
35 % zeta_motore: rapporto di massa motore
36 zeta_motore = 5*M_m / M_0;

```

J.2. Serbatoi

J.2.1 Serbatoio RP-1

```

1 clear; clc;
2 %% RP-1
3
4 rhoRP1 = 810; %kg/m^3;
5 g = 9.81;
6
7 V_tp = 27939; %ft^3 volume propellente
8 V_t_p = 48278996.2;%in^3
9 a = 198; %inch
10 b = 120; %inch
11 lc = 276; %inch
12 NPSH = 660; %inch
13
14 %% volumi
15
16 V_e = (2*pi*a^2*b)/3; %inch^3
17 V_c = pi*a^2*lc; %inch^3
18 l_tubi = lc + 2*b; %inch
19 d_tubi = 17; %inch
20 V_tubi = 5*pi*(d_tubi/2)^2*l_tubi; %volume approssimato occupato dai tubi di lox %
    inch^3
21
22 V_tot = 2*V_e + V_c - V_tubi; %inch^3
23
24 V_u = V_tot - V_tp; %inch^3
25 Vu_1 = V_e - V_u; %prova che l'ullage Ã“ minore del volume dell'ellissoide, quindi bu
    meno di b
26 syms b_2
27 H_u = solve( V_u == (2*pi*a^2*b_2)/3, b_2); % altezza ullage inch 90.9363
28
29 %% pressioni
30 H_in = lc + 2*b - H_u; %inch
31 H = H_in/39.37; %m
32
33 p_u = 25.2 ; %pressione ullage psia
34
35 pi_n = rhoRP1*g*H;
36 %p_i = pi_n /6895 % psia
37
38 p_i = 13.38; %psia
39 p_t = p_i + p_u; %psia
40
41 %pt = 40.13; %psi
42
43 %% materiale
44
45 rho = 0.103; %lb/in^3
46 s_r = 69000; %psi
47 s_y = 57000; %psi
48 E = 10.6e6; %psi
49 v = 0.33; %poisson
50 % sicurezza

```

```

51 S_r = s_r / 1.3;
52 S_y = s_y / 1.25;
53
54
55
56 % spessori
57
58 k = a/b; %ellipse ratio
59 K = 0.8; % stress factor
60 R = a*k;
61
62 t_e = (p_t*a*(K+0.5*k))/(2*S_y); %spessore elissoide %inch
63 t_c = (p_t*a)/(S_y); %spessore cilindro %inch
64
65 %%
66 t_e_m = t_e*25.4; %mm
67 t_c_m = t_c*25.4; %mm
68
69 % aree
70
71 e = (sqrt(a^2-b^2))/a; % eccentricitÃ
72
73 A_e = a^2 + (pi*b^2*log((1+e)/(1-e)))/(2*e); %area ellissoidale
74
75 A_c = 2*pi*a*lc;
76
77 A_tot = 2*A_e + A_c; %inch^2
78
79 % peso
80
81
82 E1 = 2*k+(1/sqrt(k^2-1))*log((k+sqrt(k^2-1))/(k-sqrt(k^2-1))); %design factor
83 W_e = (pi*a^2*t_e*E1*rho)/(2*k);
84
85 W_c = 2*pi*a*lc*t_c*rho;
86
87 PesoRP1 = 2*W_e + W_c; %lb

```

J.2.2 Serbatoio LOX

```

1 clear;clc;
2 %% LOX
3
4 rhoLOX = 1141; % kg/m^3
5 g = 9.81;
6
7 Vtp = 44716; %ft^3 volume propellente
8 Vt_p = 77269485;%in^3
9 a = 198; %inch %raggio della sezione cilindrica del serbatoio
10 b = 120; %inch altezza cupola elissoidale
11 lc = 528; %inch %altezza parte cilindrica
12 NPSH = 720; %inch %vedi pompe
13
14 %% volumi
15
16 V_e = (2*pi*a^2*b)/3; %inch^3
17 V_c = pi*a^2*lc; %inch^3
18 V_he = 4*53568; % volume occupato da elio %inch^3
19 V_tot = 2*V_e + V_c - V_he; %inch^3
20

```

```

21 V_u = V_tot - Vt_p; %inch^3
22 Vu_1 = V_e - V_u; %prova che l'ullage è minore del volume dell'ellissoide, quindi bu-
   meno di
23 syms b_2
24 H_u = solve( V_u == (2*pi*a^2*b_2)/3, b_2); % altezza ullage inch
25
26 %% pressioni
27
28 H_in = lc + 2*b - H_u; %inch
29 H_prop = H_in /39.37; %m
30
31 p_u = 23 ; %pressione ullage +-2.5 psia
32
33 pi_n = rhoLOX*g*H_prop; %Pascal
34 %p_i = pi_n /6895 % psia
35
36 p_i = 27.92; %psia
37 p_t = p_i + p_u; %psia
38 %pt = 54.00755736; %psi
39
40
41 %% materiale
42
43 rho = 0.103; %lb/in^3
44 s_r = 69000; %psi
45 s_y = 57000; %psi
46 E = 10.6e6; %psi
47 v = 0.33; %poisson
48 % sicurezza
49 S_r = s_r/1.3;
50 S_y = s_y/1.25;
51
52
53
54 %% spessori
55
56 k = a/b; %ellipse ratio
57 K = 0.8; % stress factor
58 R = a*k;
59
60 t_e = (p_t*a*(K+0.5*k))/(2*S_y); %spessore ellissoide %inch
61 t_c = (p_t*a)/(S_y); %spessore cilindro %inch
62
63 %%
64
65 t_e_m = t_e*25.4; %mm
66 t_c_m = t_c*25.4; %mm
67
68 %% aree
69
70 e = (sqrt(a^2-b^2))/a; % eccentricità
71
72 A_e = a^2 + (pi*b^2*log((1+e)/(1-e)))/(2*e); %area ellissoidale
73
74 A_c = 2*pi*a*lc;
75
76 A_tot = 2*A_e + A_c; %inch^2
77
78 %% peso
79
80

```

```

81 E1 = 2*k+(1/sqrt(k^2-1))*log((k+sqrt(k^2-1))/(k-sqrt(k^2-1))); %design factor
82 W_e = (pi*a^2*t_e*E1*rho)/(2*k);
83
84 W_c = 2*pi*a*lc*t_c*rho;
85
86 PesoLOX = 2*W_e + W_c; %lb

```

J.3. Schema termodinamico

```

1 clear; close all; clc;
2
3 %F-1 engine specs
4 d_e = 3.53;
5 A_e = pi * d_e^2 / 4 ;
6 m_dot_o = 1788.97 + 22.23;
7 m_dot_f = 742.09 + 53.52;
8 m_dot = m_dot_f + m_dot_o;
9 R = 8314; %J/kg K
10 g = 1.174;
11 M_mm = 22.2152;
12 p_e = 0.0423; %MPa
13 T_c = 3500; %combustion temp
14
15 v_e = @(p_c) sqrt(2*R*(g/(g-1))*(T_c/M_mm)*(1-(p_e./p_c).^( (g-1)/g) )); %m/s
16 gg = 9.81;
17
18 pp = linspace(2,45,1000);
19 vv = v_e(pp);
20
21 %system spec
22 %fuel and lox pumps
23 dP_ox = 11.045;
24 k_ox = dP_ox/(7.7566);
25 rho_o = 1145;
26 dP_f = 12.893;
27 k_f = dP_f/(7.7566);
28 rho_f = 810;
29 eta_o_pump = 0.746;
30 eta_f_pump = 0.726;
31
32 %turbine
33 eta_t = 0.605;
34 T_in = 1061;
35 %from CEA hP problem (gas gen)
36 M_mm_gg = 19.247;
37 P_te = 0.3998;
38 gamma = 1.128179;
39 c_p_gas = 2742.2380;
40
41 P_c_gg = 0.85 * pp; %best practice
42 eta_tt = 1 - (P_te./P_c_gg).^( (gamma-1)/ (gamma) );
43
44 dP_oo = pp*k_ox;
45 dP_ff = pp*k_f;
46
47 %power balance
48 Pw_lox = (m_dot_o*dP_oo*1e6)/(eta_o_pump*rho_o);
49 Pw_rp1 = (m_dot_f*dP_ff*1e6)/(eta_f_pump*rho_f);
50 req_pw = Pw_lox + Pw_rp1;
51

```

```

52 m_dot_gg = req_pw./(eta_t*c_p_gas*T_in*eta_tt);
53
54 v_e_gg = @(p_c) sqrt( 2*R*(gamma/(gamma-1))*(T_in/M_mm_gg)*(1-(P_te./P_c_gg).^((
55 gamma-1)/gamma)));
56 I_gg = v_e_gg(P_c_gg)/gg;
57 m_chamb = m_dot*ones(1, 1000) - m_dot_gg;
58 I_spec_see = @(v, m_ch) (v + (A_e./m_ch)*1e6*(p_e - 0.101325))/gg;
59 I_ss = I_spec_see(vv, m_chamb);
60 I_tot = (m_dot_gg/m_dot).*I_gg + (1 - m_dot_gg/m_dot).*I_ss;
61
62
63 % specific impulse see level
64 figure;
65 title('Total system specific impulse at s.l.')
66 plot(pp, I_tot,'LineWidth',1.5);
67 xlabel('chamber pressure [MPa]');
68 ylabel('Specific Impulse at see [s]');
69 hold on
70 plot(7.765*ones(1000,1), linspace(250, 320, 1000), '--r');
71 plot(pp, I_ss, 'LineWidth',1.5)
72 legend('I_{s,oa}', 'Duty Point', 'I_{s,tc}');

```

J.4. Gas generator

J.4.1 Grafici di interpolazione

```

1 clear
2 close all
3 clc
4
5 temperature = [866.48; 894.26; 922.039; 949.817; 977.59; 1005.37; 1033.15; 1060.93;
6 1088.71; 1116.48; 1144.26; 1172.04; 1199.82];
7 cp = [2658.62; 2675.36; 2692.11; 2704.67; 2713.05; 2725.61; 2733.98; 2742.35;
8 2750.73; 2759.10; 2763.29; 2767.47; 2771.66];
9 gamma = [1.097; 1.100; 1.106; 1.111; 1.115; 1.119; 1.124; 1.128; 1.132; 1.137; 1.140;
10 1.144; 1.148];
11 O_F = [0.308; 0.320; 0.337; 0.354; 0.372; 0.390; 0.408; 0.425; 0.443; 0.460; 0.478;
12 0.497; 0.516];
13
14 %% CP
15 figure
16 grid on;
17 grid minor;
18 plot(temperature, cp, '.k', 'MarkerSize', 8);
19 xlabel('Temperature [K]');
20 ylabel('cp [J/(K kg)]')
21 hold on
22
23 for i = 1:13
24 poly = polyfit(temperature, cp, i);
25 poly_cp = polyval(poly, temperature);
26 [m(i), k(i)] = max(abs(poly_cp - cp));
27 end
28 poly = polyfit(temperature, cp, 11);
29 poly_cp = polyval(poly, temperature);
30 plot(temperature, poly_cp, 'red');
31 legend('data', 'interpolation');
32
33 %% GAMMA
34 figure

```

```

31 grid on;
32 grid minor;
33 plot(temperature, gamma, '.k', 'MarkerSize', 8);
34 xlabel('Temperature [K]');
35 ylabel('\gamma')
36 hold on
37
38 for i = 1:13
39     poly = polyfit(temperature, gamma, i);
40     poly_gamma = polyval(poly, temperature);
41     [m(i), k(i)] = max(abs(poly_gamma - gamma));
42 end
43 poly = polyfit(temperature, gamma, 11);
44 poly_gamma = polyval(poly, temperature);
45 plot(temperature, poly_gamma, 'blue');
46 legend('data', 'interpolation');
47
48 %% O/F
49 figure
50 grid on;
51 grid minor;
52 plot(temperature, O_F, '.k', 'MarkerSize', 8);
53 xlabel('Temperature [K]');
54 ylabel('O/F')
55 hold on
56
57 for i = 1:13
58     poly = polyfit(temperature, O_F, i);
59     poly_OF = polyval(poly, temperature);
60     [m(i), k(i)] = max(abs(poly_OF - O_F));
61 end
62 poly = polyfit(temperature, O_F, 4);
63 poly_OF = polyval(poly, temperature);
64 plot(temperature, poly_OF, 'green');
65 legend('data', 'interpolation');
66
67 %% F1
68 cp_F1 = polyval(polyfit(temperature, cp, 11), 1062);
69 gamma_F1 = polyval(polyfit(temperature, gamma, 11), 1062);
70 OF_F1 = polyval(polyfit(temperature, O_F, 4), 1062);

```

J.5. Turbopompa

```

1 function [H_m, delta_h, psi, P, ds, ns, prod] = turbopump(eta_p, P01, P02, pho1, Q,
2 m_dot, Dt2, omega)
3
4 g = 9.81;
5
6 % Design della pompa
7 % eta_p: rendimento pompa
8 % P01: pressione totale all'ingresso della pompa in psia
9 % P02: pressione totale all'uscita dalla pompa in psia
10 % pho1: densità fluido ingresso della pompa in lbm/ft^3
11 % Q: portata volumetrica
12 % m_dot: portata massica
13 % Dt2: diametro impeller
14 % R2: raggio impeller
15 R2 = Dt2 / 2;
16 % b2: spessore impeller
17 % beta2: angolo di deflessione

```

```

17 % omega:    velocitÃ  angolare impeller
18
19 % Cavitazione
20 % P1:      pressione inlet
21 % Psat:    pressione saturazione - pressione di vapore
22 % pho:     densitÃ  fluido ingresso inlet
23 % R1:      raggio inlet
24 % Dt1 = rapportoD * Dt2;
25 % R1 = Dt1/2;
26 % theta:   angolo di leading-edge dell'induttore
27
28 % Design
29 % H Head rise: parametro usato per definire le performance della pompa
30 H_feet = (144.* (P02 - P01) ./ pho1); % in feet da convertire
31 H_m = H_feet / 3.281;
32
33 % delta_h altezza di sollevamento
34 delta_h = (g .* H_m) ./ eta_p;
35
36 % Power
37 P = m_dot * (g*H_m)/eta_p;
38
39 % % Potenza impeller e quindi gruppo pompa si ricava angolo di deflessione
40 % beta2 = atan((omega.*R2)./(vr2) .* (1 - (P)./(m_dot.*(omega.*R2).^2)));
41
42 % psi Head coefficient
43 % psi = eta_p .* (1 - (vr2./ (omega.*R2)).*tan(beta2));
44 psi = H_m / ((omega*R2).^2 / g);
45
46 % Parametri adimensionali
47 % ds specific diameter
48 ds = (Dt2*(g*H_m).^(1/4))/(0.^((1/2)));
49
50 % ns specific speed
51 ns = (omega*(0.^((1/2))))/((g*H_m).^(3/4));
52
53 prod = ns*ds;
54
55 % prod_controllo = 2 / sqrt(psi);

```

```

1 function quiver2(pos, color)
2
3 a = annotation('arrow', 'HeadStyle', 'plain', 'HeadLength', 5, 'HeadWidth', 5, '
4     LineWidth', 1, 'Color', color);
5 set(a, 'parent', gca);
5 set(a, 'position', pos);

```

J.5.1 Pompa LOX

```

1 clear
2 close all
3 clc
4
5 %% DATI POMPA
6 % Inducer
7 P1 = 448159;          % Pa
8 Psat = 1013.25;        % Pa
9 pho = 1141;            % kg/m^3
10 rapportoD = 0.81;
11

```

```

12 % Impeller
13 eta_p = 0.746;
14 P01 = 65; % psia
15 P02 = 1602; % psia
16 pho1 = 71.4; % lbm/ft^3
17 Q = 1.5898; % m^3/s
18 m_dot = 1806.205; % kg/s
19 Dt2 = 0.4953; % m
20 b2 = 0.06858; % m
21 beta2 = deg2rad(25);
22 omega = 575.12; % rad/s
23
24 U2 = omega*(Dt2/2);
25 Dt1 = rapportoD * Dt2;
26 R1 = Dt1/2;
27 U1 = omega*R1;
28
29 [H_m_LOX, delta_h_LOX, psi_LOX, P_LOX, ds_LOX, ns_LOX, prod_LOX] = turbopump(eta_p,
   P01, P02, pho1, Q, m_dot, Dt2, omega);
30
31 % Le ipotesi sottostanti sono basate su considerazioni tratte da:
32 % author = {D.K. Huzel, D.H. Huang},
33 % title = {Design of Liquid Propellant Rocket Engines, vol. 2},
34 % year = {1967},
35 % publisher = {Scientifical and Technichal Division NASA}
36
37 %% 1° tratto: INDUCER
38 % gravitational constant
39 g = 32.2; % ft/s
40 N = 5488; % rpm
41 Q = 25200; % gpm
42 NPSH_c_LOX = 60; % ft
43 H = (144.* (P02 - P01) ./ pho1); % ft
44
45 NS = (N*sqrt(Q)) ./ (H^0.75);
46
47 % Parametro di Thoma
48 thoma = NPSH_c_LOX / H;
49 NSS = NS / (thoma)^0.75;
50
51 % Ipotesi pg. 224
52 NSS_impeller = 11000;
53
54 % NPSH impeller
55 NPSH_imp = (N*sqrt(Q) ./ NSS_impeller).^(4/3);
56
57 H_inducer_ft = NPSH_imp - NPSH_c_LOX;
58 perc_ind = (H_inducer_ft / H) * 100;
59
60 % Ipotesi pg. 224
61 psi_ind = 0.06;
62
63 u_tip_mean = sqrt((H_inducer_ft*32.2)/psi_ind);
64
65 % Inducer mean tip diameter
66 d_t = (720/(pi*N)) .* u_tip_mean; %in
67
68 L_ind = d_t * 0.4;
69 % tip diameter at the inducer inlet
70 d_0t = d_t + 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(7)); % in
71 % tip diameter at the inducer outlet

```

```

72 d_1t = d_t - 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(7)); % in
73
74 % Ipotesi pg. 224
75 rd = 0.3;
76
77 % Mean hub diameter
78 d_h = d_t * rd; % in
79 % Hub diameter at the inducer inlet
80 d_0h = d_h - 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(14)); % in
81 % Hub diameter at the inducer outlet
82 d_1h = d_h + 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(14)); %in
83
84 Q_inducer = Q * (1 + 0.032 + 0.0175); % gpm (pg. 225)
85
86 cm0_ind = Q_inducer / (3.12 * (pi/4) * (d_0t.^2 - d_0h.^2)); % in ft/s
87 cm0_ind_SI = cm0_ind / 3.281; % in m/s
88 % Assunzione pg. 226
89 cu0_ind = 0; % in m/s
90 cm1_ind = Q_inducer / (3.12 * (pi/4) * (d_1t.^2 - d_1h.^2)); % in ft/s
91 cm1_ind_SI = cm1_ind / 3.281; % in m/s
92
93 % Inducer mean effective diameter inlet
94 d0 = sqrt((d_0t.^2 + d_0h.^2) / 2); % in
95
96 % Inducer peripheral velocity at d0
97 u0_ind = pi*(N/720)*d0; % in ft/sec
98 u0_ind_SI = u0_ind / 3.281; % in m/s
99
100 % Inducer mean effective diameter outlet
101 d1 = sqrt((d_1t.^2 + d_1h.^2) / 2); % in
102
103 % Inducer peripheral velocity at d1
104 u1_ind = pi*(N/720)*d1; % in ft/sec
105 u1_ind_SI = u1_ind / 3.281; % in m/s
106
107 % Inducer design relative inlet flow velocity
108 v0_ind = sqrt(cm0_ind.^2 + u0_ind.^2); % in ft/s
109 v0_ind_SI = v0_ind / 3.281; % in m/s
110
111 sin_beta0 = cm0_ind / v0_ind;
112 beta0_ind = asin(sin_beta0);
113 beta0_deg_ind = rad2deg(beta0_ind);
114
115 % Tangential component of the inducer absolute outlet velocity
116 cu1_ind = (H_inducer_ft * g) / u1_ind; % in ft/s
117 cu1_ind_SI = cu1_ind / 3.281; % in m/s
118
119 % Inducer design absolute outflow flow velocity
120 c1_ind = sqrt(cu1_ind.^2 + cm1_ind.^2); % in ft/s
121 c1_ind_SI = c1_ind / 3.281; % in m/s
122
123 % Inducer design absolute outflow flow angle
124 alpha1_ind = atan(cm1_ind/cu1_ind);
125 alpha1_deg_ind = rad2deg(alpha1_ind);
126
127 % Inducer design relative outlet flow velocity
128 v1_ind = sqrt((u1_ind - cu1_ind).^2 + cm1_ind.^2); % in ft/s
129 v1_ind_SI = v1_ind / 3.281; % in m/s
130
131 % Inducer design relative outlet flow angle
132 beta1_ind = atan(cm1_ind / (u1_ind - cu1_ind));

```

```

133 beta1_deg_ind = rad2deg(beta1_ind);
134
135 % Velocity diagram INDUCER: plot
136 figure
137 grid on;
138 grid minor;
139 hold on;
140 axis equal;
141
142 pos1_ind = [0, 0, u0_ind_SI, 0];
143 quiver2(pos1_ind, 'blue');
144 pos2_ind = [u0_ind_SI, 0, -v0_ind_SI*cos(beta0_ind), v0_ind_SI*sin(beta0_ind)];
145 quiver2(pos2_ind, 'blue');
146 pos3_ind = [0, 0, cu0_ind, cm0_ind_SI];
147 quiver2(pos3_ind, '#00FFFF');
148
149 pos4_ind = [u0_ind_SI, 0, u1_ind_SI, 0];
150 quiver2(pos4_ind, 'blue');
151 pos5_ind = [u0_ind_SI+u1_ind_SI, 0, -v1_ind_SI*cos(beta1_ind), v1_ind_SI*sin(beta1_ind)];
152 quiver2(pos5_ind, 'blue');
153 pos6_ind = [u0_ind_SI, 0, cu1_ind_SI, cm1_ind_SI];
154 quiver2(pos6_ind, '#00FFFF');
155
156 pos7_ind = [u0_ind_SI+u1_ind_SI-v1_ind_SI*cos(beta1_ind), 0, 0, cm1_ind_SI];
157 quiver2(pos7_ind, 'k');
158
159 xline(u0_ind_SI, '--');
160 str1 = {'INLET'};
161 text(35, -20, str1);
162 str2 = {'OUTLET'};
163 text(125, -20, str2);
164 title('Diagramma di velocitÃ INDUCER POMPA LOX')
165 xlabel('velocitÃ tangenziale')
166 ylabel('velocitÃ meridionale')
167
168 % Inducer inlet tip speed
169 u0_t_ind = (pi*N)/720 * d_0t; % in ft/sec
170 u0_t_ind_SI = u0_t_ind / 3.281; % in m/s
171
172 beta0_t = atan(cm0_ind / u0_t_ind);
173 beta0_t_deg = rad2deg(beta0_t);
174
175 % Inducer inlet tip % ipotesi pg. 226
176 theta0_t = 9;
177
178 % angle of attack at the inlet tip
179 aoa = theta0_t - beta0_t_deg;
180
181 % vane angle at the inducer inlet mean effective diameter d_0
182 theta0 = atan(d_0t / d_0 * tan(deg2rad(theta0_t)));
183 theta0_deg = rad2deg(theta0);
184
185 % vane angle at the inducer inlet hub diameter d_0h
186 theta0_h = atan(d_0t / d_0h * tan(deg2rad(theta0_t)));
187 theta0_h_deg = rad2deg(theta0_h);
188
189 % inducer inlet flow coefficient
190 phi_ind = cm0_ind / u0_t_ind;
191
192 % theoretical inducer suction specific speed

```

```

193 NSS_ind = ((8150*(1-2*phi_ind.^2)).^(0.75))/(phi_ind) .* (1-rd.^2).^0.5;
194 % vane angle 14.30° ipotesi pg. 226
195 theta1 = 14.30;
196
197 % vane angle at the inducer outlet tip diameter d_1t
198 theta1_t = atan(d1 / d_1t * tan(deg2rad(theta1)));
199 theta1_t_deg = rad2deg(theta1_t);
200
201 % vane angle at the inducer outlet hub diameter d_1h
202 theta1_h = atan(d1 / d_1h * tan(deg2rad(theta1)));
203 theta1_h_deg = rad2deg(theta1_h);
204
205
206 % z = 3 vanes pg. 226
207 z = 3;
208 % vane pitch at the mean tip diameter dt
209 P_i = (pi*d_t) / z; % in
210
211 % Chord length at vane tip
212 C_i = L_ind / sin((deg2rad(theta0_t) + theta1_t)/2); % in
213
214 % Inducer solidity
215 S_v = C_i / P_i;
216
217 %% 2° tratto: IMPELLER
218 % Ipotesi pg. 216
219 H_e = 0.30*H;
220 H_imp = H - H_e;
221
222 Dt2_f = Dt2/0.3048; % in ft
223 Dt2_inches = Dt2 * 39.3701;
224 R2 = Dt2_f/2;
225 Dt1_f = rapportoD * Dt2_f; % in ft
226 R1 = Dt1_f/2;
227
228 % Area normal to the radial flow at the impeller inlet
229 A1 = pi*(R1.^2); % ft^2
230
231 % Area normal to the radial flow at the impeller outlet
232 A2 = pi*(R2.^2-R1.^2); % ft^2
233
234 % Radial/Meridional component of the absolute inlet flow velocity
235 cm1 = Q / (448.8*A1); % in ft/s
236 cm1_SI = cm1 / 3.281; % in m/s
237
238 % Radial/Meridional component of the absolute inlet flow velocity
239 % ipotesi da Sistemi Energetici
240 % DESIGN OF A CENTRIFUGAL PUMP FOR AN EXPANDER CYCLE ROCKET ENGINE,
241 % Prof. Ing. Aldo BONFIGLIOLI
242 cm2 = 1.5*cm1; % in ft/s
243 cm2_SI = cm2 / 3.281; % in m/s
244
245 % Impeller peripheral velocity at inlet
246 u1 = U1 * 3.281; % in ft/s
247 u1_SI = u1 / 3.281; % in m/s
248
249 % Impeller peripheral velocity at outlet
250 u2 = U2 * 3.281; % in ft/s
251 u2_SI = u2 / 3.281; % in m/s
252
253 % Tangential component of the absolute outlet flow velocity

```

```

254 cu2 = u2 - (cm2 / tan(beta2)); % in ft/s
255 cu2_SI = cu2 / 3.281; % in m/s
256
257 % Tangential component of the absolute inlet flow velocity
258 cu1 = (u2*cu2 - H*g) / u1; % in m/s;
259 cu1_SI = cu1 / 3.281; % in m/s;
260
261 % Absolute inlet velocity of the flow
262 c1 = sqrt(cu1.^2 + cm1.^2); % in ft/s
263 c1_SI = c1 / 3.281; % in m/s
264
265 % Absolute outlet velocity of the flow
266 c2 = sqrt(cu2.^2 + cm2.^2); % in ft/s
267 c2_SI = c2 / 3.281; % in m/s
268
269 vu1 = sqrt((u1 - cu1).^2 + cm1.^2); % in ft/s
270 vu1_SI = vu1 / 3.281; % in m/s
271 vm1 = cm1;
272 vm1_SI = vm1 / 3.281; % in m/s
273
274 % Inlet flow velocity relative to the impeller
275 v1 = sqrt(vu1.^2 + vm1.^2); % in ft/s
276 v1_SI = v1 / 3.281; % in m/s
277
278 vu2 = sqrt((u2 - cu2).^2 + cm2.^2); % in ft/s
279 vu2_SI = vu2 / 3.281; % in m/s
280 vm2 = cm2;
281 vm2_SI = vm2 / 3.281; % in m/s
282
283 % Outlet flow velocity relative to the impeller
284 v2 = sqrt(vu2.^2 + vm2.^2); % in ft/s
285 v2_SI = v2 / 3.281; % in m/s
286
287 alpha1 = atan(cm1/cu1);
288 alpha1_deg = rad2deg(alpha1);
289
290 % Impeller inlet vane angle
291 beta1 = atan(vm1/vu1);
292 beta1_deg = rad2deg(beta1);
293
294 alpha2 = atan(cm2/cu2);
295 alpha2_deg = rad2deg(alpha2);
296
297 % Impeller discharge vane angle
298 % beta2_controllo = atan(vm2/vu2);
299 % beta2_deg_controllo = rad2deg(beta2_controllo);
300
301 % Velocity diagram impeller: plot
302 figure
303 grid on;
304 grid minor;
305 hold on;
306 axis equal;
307
308 pos1 = [0, 0, u1_SI, 0];
309 quiver2(pos1, 'blue');
310 pos2 = [u1_SI, 0, -vu1_SI, vm1_SI];
311 quiver2(pos2, 'blue');
312 pos3 = [0, 0, u1_SI-vu1_SI, cm1_SI];
313 quiver2(pos3, '#00FFFF');
314

```

```

315 pos4 = [u1_SI, 0, u2_SI, 0];
316 quiver2(pos4, 'blue');
317 pos5 = [u1_SI+u2_SI, 0, -vu2_SI, vm2_SI];
318 quiver2(pos5, 'blue');
319 pos6 = [u1_SI, 0, u2_SI-vu2_SI, cm2_SI];
320 quiver2(pos6, '#00FFFF');
321
322 pos7 = [u1_SI-vu1_SI, 0, 0, cm1_SI];
323 quiver2(pos7, 'k');
324 pos8 = [u1_SI+u2_SI-vu2_SI, 0, 0, cm2_SI];
325 quiver2(pos8, 'k');
326
327 xline(u1_SI, '--');
328 str1 = {'INLET'};
329 text(45, -20, str1);
330 str2 = {'OUTLET'};
331 text(180, -20, str2);
332 title('Diagramma di velocitÃ IMPELLER POMPA LOX')
333 xlabel('velocitÃ tangenziale')
334 ylabel('velocitÃ meridionale')
335
336 %% 3Â° tratto: Pump casing
337 % Design of a double-volute (spaced 180Â°) single-discharge-type casing
338 % double-volute: si divide il flusso in 2 correnti uguali usando due
339 % lingue distanziate di 180Â°
340
341 % Ipotesi pg. 231
342 Kv = 0.337; % design factor
343
344 % Average flow velocity in the volute
345 c3 = Kv * sqrt(2*g*H); % in ft/s
346 c3_SI = c3 / 3.281; % in m/s
347
348 % area of a volute section at a given angular location \theta_volute from the tongue
349 a_theta_v_const = Q / (3.12 * 360 * c3);
350
351 a_volute_45 = a_theta_v_const * 45; % in^2
352 a_volute_90 = a_theta_v_const * 90; % in^2
353 a_volute_135 = a_theta_v_const * 135; % in^2
354 a_volute_180 = a_theta_v_const * 180; % in^2
355
356 theta_v = [45:0.01:180];
357 a_volute_theta = [];
358 for i = 1:length(theta_v)
359     a_v = a_theta_v_const * theta_v(i);
360     a_volute_theta = [a_volute_theta; a_v];
361 end
362
363 % area of the volute throat section
364 a_v = 2*a_volute_180;
365
366 % volute angle is similar to alpha_2_deg = 14.7757Â°
367 % for geometrical construction pg. 231
368 alpha_v_deg = 15;
369 alpha_v = deg2rad(alpha_v_deg);
370
371 % radius at which start the volute tongue
372 % ipotesi: si assume un gioco del 5% pg. 231
373 r_t = (Dt2_inches / 2)*1.05; % in
374

```

```

375 % width at the bottom of the trapezoidal volute section
376 b3_SI = 1.75*b2; % in m
377 b3 = b3_SI *39.37; % in
378
379 % pitch diameter of the diffuser throats
380 d3 = Dt2_inches*(c2/c3); % in
381
382 % Ipotesi pg. 231
383 % transizione dalla forma del diffusore ad un cerchio: d_transition
384 % taper angle di 10° e lunghezza nozzle di 10 inches
385
386 % da costruzione grafica
387 a_transition = a_v + b3; %in^2 !!!
388 d_transition = sqrt((4*a_transition) / pi);
389
390 % diameter of the discharge nozzle
391 d_e = d_transition + 2*10*tan(deg2rad(5));
392 A_e = pi*(d_e^2)/4;
393
394 % flow velocity at the nozzle inlet
395 % v_nozzle_i = 0 / (3.12*30.68); % in ft/s
396 v_nozzle_i = c2; % assunzione
397 v_nozzle_i_SI = v_nozzle_i / 3.281; % in m/s
398
399 % flow velocity at the nozzle exit
400 v_nozzle_e = 0 / (3.12*A_e); % in ft/s
401 v_nozzle_e_SI = v_nozzle_e / 3.281; % in m/s

```

J.5.2 Pompa RP-1

```

1 clear
2 close all
3 clc
4
5 %% DATI POMPA
6 % Inducer
7 P1 = 310264; % Pa
8 Psat = 137895; % Pa
9 pho = 808.9324; % kg/m^3
10 rapportoD = 0.81;
11
12 % Impeller
13 eta_p = 0.760;
14 P01 = 45; % psia
15 P02 = 1860; % psia
16 pho1 = 50.5; % lbm/ft^3
17 Q = 0.9617; % m^3/s
18 m_dot = 796.5082; % kg/s
19 Dt2 = 0.59436; % m
20 b2 = 0.04318; % m
21 beta2 = deg2rad(25);
22 omega = 574.020; % rad/s
23
24 U2 = omega*(Dt2/2);
25 Dt1 = rapportoD * Dt2;
26 R1 = Dt1/2;
27 U1 = omega*R1;
28
29 [H_m_RP1, delta_h_RP1, psi_RP1, P_RP1, ds_RP1, ns_RP1, prod_RP1] = turbopump(eta_p,
   P01, P02, pho1, Q, m_dot, Dt2, omega);

```

```

30
31 % Le ipotesi sottostanti sono basate su considerazioni tratte da:
32 % author = {D.K. Huzel, D.H. Huang},
33 % title = {Design of Liquid Propellant Rocket Engines, vol. 2},
34 % year = {1967},
35 % publisher = {Scientifical and Technical Division NASA}
36
37 %% 1Â° tratto: INDUCER
38 % gravitational constant
39 g = 32.2; % ft/s
40 N = 5488; % rpm
41 Q = 15250; % gpm
42 NPSH_c_RP1 = 55; % ft
43 H = (144.* (P02 - P01) ./ pho1); % ft
44
45 NS = (N*sqrt(Q)) ./ (H^0.75);
46
47 % Parametro di Thoma
48 thoma = NPSH_c_RP1 / H;
49 NSS = NS / (thoma)^0.75;
50
51 % Ipotesi pg. 224
52 NSS_impeller = 11000;
53
54 % NPSH impeller
55 NPSH_imp = (N*sqrt(Q) ./ NSS_impeller).^(4/3);
56
57 H_inducer_ft = NPSH_imp - NPSH_c_RP1;
58 perc_ind = (H_inducer_ft / H) * 100;
59
60 % Ipotesi pg. 224
61 psi_ind = 0.06;
62
63 u_tip_mean = sqrt((H_inducer_ft*32.2)/psi_ind);
64
65 % Inducer mean tip diameter
66 d_t = (720/(pi*N)) .* u_tip_mean; % in
67
68 L_ind = d_t * 0.4;
69 % tip diameter at the inducer inlet
70 d_0t = d_t + 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(7)); % in
71 % tip diameter at the inducer outlet
72 d_1t = d_t - 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(7)); % in
73
74 % Ipotesi pg. 224
75 rd = 0.3;
76
77 % Mean hub diameter
78 d_h = d_t * rd; % in
79 % Hub diameter at the inducer inlet
80 d_0h = d_h - 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(14)); % in
81 % Hub diameter at the inducer outlet
82 d_1h = d_h + 2*L_ind/2 * tan(deg2rad(14)); % in
83
84 Q_inducer = Q * (1 + 0.032 + 0.0175); % gpm (pg. 225)
85
86 cm0_ind = Q_inducer / (3.12 * (pi/4) * (d_0t.^2 - d_0h.^2)); % in ft/s
87 cm0_ind_SI = cm0_ind / 3.281; % in m/s
88 % Assunzione pg. 226
89 cu0_ind = 0; % in m/s
90 cm1_ind = Q_inducer / (3.12 * (pi/4) * (d_1t.^2 - d_1h.^2)); % in ft/s

```

```

91 cm1_ind_SI = cm1_ind / 3.281; % in m/s
92
93 % Inducer mean effective diameter inlet
94 d0 = sqrt((d_0t.^2 + d_0h.^2) / 2); % in
95
96 % Inducer peripheral velocity at d0
97 u0_ind = pi*(N/720)*d0; % in ft/sec
98 u0_ind_SI = u0_ind / 3.281; % in m/s
99
100 % Inducer mean effective diameter outlet
101 d1 = sqrt((d_1t.^2 + d_1h.^2) / 2); % in
102
103 % Inducer peripheral velocity at d1
104 u1_ind = pi*(N/720)*d1; % in ft/sec
105 u1_ind_SI = u1_ind / 3.281; % in m/s
106
107 % Inducer design relative inlet flow velocity
108 v0_ind = sqrt(cm0_ind.^2 + u0_ind.^2); % in ft/s
109 v0_ind_SI = v0_ind / 3.281; % in m/s
110
111 sin_beta0 = cm0_ind / v0_ind;
112 beta0_ind = asin(sin_beta0);
113 beta0_deg_ind = rad2deg(beta0_ind);
114
115 % Tangential component of the inducer absolute outlet velocity
116 cu1_ind = (H_inducer_ft * g) / u1_ind; % in ft/s
117 cu1_ind_SI = cu1_ind / 3.281; % in m/s
118
119 % Inducer design absolute outflow flow velocity
120 c1_ind = sqrt(cu1_ind.^2 + cm1_ind.^2); % in ft/s
121 c1_ind_SI = c1_ind / 3.281; % in m/s
122
123 % Inducer design absolute outflow flow angle
124 alpha1_ind = atan(cm1_ind/cu1_ind);
125 alpha1_deg_ind = rad2deg(alpha1_ind);
126
127 % Inducer design relative outlet flow velocity
128 v1_ind = sqrt((u1_ind - cu1_ind).^2 + cm1_ind.^2); % in ft/s
129 v1_ind_SI = v1_ind / 3.281; % in m/s
130
131 % Inducer design relative outlet flow angle
132 beta1_ind = atan(cm1_ind / (u1_ind - cu1_ind));
133 beta1_deg_ind = rad2deg(beta1_ind);
134
135 % Velocity diagram INDUCER: plot
136 figure
137 grid on;
138 grid minor;
139 hold on;
140 axis equal;
141
142 pos1_ind = [0, 0, u0_ind_SI, 0];
143 quiver2(pos1_ind, 'blue');
144 pos2_ind = [u0_ind_SI, 0, -v0_ind_SI*cos(beta0_ind), v0_ind_SI*sin(beta0_ind)];
145 quiver2(pos2_ind, 'blue');
146 pos3_ind = [0, 0, cu0_ind, cm0_ind_SI];
147 quiver2(pos3_ind, '#00FFFF');
148
149 pos4_ind = [u0_ind_SI, 0, u1_ind_SI, 0];
150 quiver2(pos4_ind, 'blue');

```

```

151 pos5_ind = [u0_ind_SI+u1_ind_SI, 0, -v1_ind_SI*cos(beta1_ind), v1_ind_SI*sin(
152     beta1_ind)];
153 quiver2(pos5_ind, 'blue');
154 pos6_ind = [u0_ind_SI, 0, cu1_ind_SI, cm1_ind_SI];
155 quiver2(pos6_ind, '#00FFFF');
156 pos7_ind = [u0_ind_SI+u1_ind_SI-v1_ind_SI*cos(beta1_ind), 0, 0, cm1_ind_SI];
157 quiver2(pos7_ind, 'k');
158
159 xline(u0_ind_SI, '--');
160 str1 = {'INLET'};
161 text(25, -20, str1);
162 str2 = {'OUTLET'};
163 text(105, -20, str2);
164 title('Diagramma di velocitÃ INDUCER POMPA RP-1')
165 xlabel('velocitÃ tangenziale')
166 ylabel('velocitÃ meridionale')
167
168 % Inducer inlet tip speed
169 u0_t_ind = (pi*N)/720 * d_0t; % in ft/sec
170 u0_t_ind_SI = u0_t_ind / 3.281; % in m/s
171
172 beta0_t = atan(cm0_ind / u0_t_ind);
173 beta0_t_deg = rad2deg(beta0_t);
174
175 % Inducer inlet tip % ipotesi pg. 226
176 theta0_t = 9;
177
178 % angle of attack at the inlet tip
179 aoa = theta0_t - beta0_t_deg;
180
181 % vane angle at the inducer inlet mean effective diameter d_0
182 theta0 = atan(d_0t / d_0 * tan(deg2rad(theta0_t)));
183 theta0_deg = rad2deg(theta0);
184
185 % vane angle at the inducer inlet hub diameter d_0h
186 theta0_h = atan(d_0t / d_0h * tan(deg2rad(theta0_t)));
187 theta0_h_deg = rad2deg(theta0_h);
188
189 % inducer inlet flow coefficient
190 phi_ind = cm0_ind / u0_t_ind;
191
192 % theoretical inducer suction specific speed
193 NSS_ind = ((8150*(1-2*phi_ind.^2)).^(0.75))/(phi_ind) .* (1-rd.^2).^0.5;
194
195 % vane angle 14.30Â° ipotesi pg. 226
196 theta1 = 14.30;
197
198 % vane angle at the inducer outlet tip diameter d_1t
199 theta1_t = atan(d1 / d_1t * tan(deg2rad(theta1)));
200 theta1_t_deg = rad2deg(theta1_t);
201
202 % vane angle at the inducer outlet hub diameter d_1h
203 theta1_h = atan(d1 / d_1h * tan(deg2rad(theta1)));
204 theta1_h_deg = rad2deg(theta1_h);
205
206 % z = 3 vanes pg. 226
207 z = 3;
208 % vane pitch at the mean tip diameter dt
209 P_i = (pi*d_t) / z; % in
210

```

```

211 % Chord length at vane tip
212 C_i = L_in / sin((deg2rad(theta0_t) + theta1_t)/2); % in
213
214 % Inducer solidity
215 S_v = C_i / P_i;
216
217 %% 2° tratto: IMPELLER
218 % Ipotesi pg. 216
219 H_e = 0.30*H;
220 H_imp = H - H_e;
221
222 Dt2_f = Dt2/0.3048; % in ft
223 Dt2_inches = Dt2 * 39.3701;
224 R2 = Dt2_f/2;
225 Dt1_f = rapportoD * Dt2_f; % in ft
226 R1 = Dt1_f/2;
227
228 % Area normal to the radial flow at the impeller inlet
229 A1 = pi*(R1.^2); % ft^2
230
231 % Area normal to the radial flow at the impeller outlet
232 A2 = pi*(R2.^2-R1.^2); % ft^2
233
234 % Radial/Meridional component of the absolute inlet flow velocity
235 cm1 = Q / (448.8*A1); % in ft/s
236 cm1_SI = cm1 / 3.281; % in m/s
237
238 % Radial/Meridional component of the absolute inlet flow velocity
239 % ipotesi da Sistemi Energetici
240 % DESIGN OF A CENTRIFUGAL PUMP FOR AN EXPANDER CYCLE ROCKET ENGINE,
241 % Prof. Ing. Aldo BONFIGLIOLI
242 cm2 = 1.5*cm1; % in ft/s
243 cm2_SI = cm2 / 3.281; % in m/s
244
245 % Impeller peripheral velocity at inlet
246 u1 = U1 * 3.281; % in ft/s
247 u1_SI = u1 / 3.281; % in m/s
248
249 % Impeller peripheral velocity at outlet
250 u2 = U2 * 3.281; % in ft/s
251 u2_SI = u2 / 3.281; % in m/s
252
253 % Tangential component of the absolute outlet flow velocity
254 cu2 = u2 - (cm2 / tan(beta2)); % in ft/s
255 cu2_SI = cu2 / 3.281; % in m/s
256
257 % Tangential component of the absolute inlet flow velocity
258 cu1 = (u2*cu2 - H*g) / u1; % in m/s;
259 cu1_SI = cu1 / 3.281; % in m/s;
260
261 % Absolute inlet velocity of the flow
262 c1 = sqrt(cu1.^2 + cm1.^2); % in ft/s
263 c1_SI = c1 / 3.281; % in m/s
264
265 % Absolute outlet velocity of the flow
266 c2 = sqrt(cu2.^2 + cm2.^2); % in ft/s
267 c2_SI = c2 / 3.281; % in m/s
268
269 vu1 = sqrt((u1 - cu1).^2 + cm1.^2); % in ft/s
270 vu1_SI = vu1 / 3.281; % in m/s
271 vm1 = cm1;

```

```

272 vm1_SI = vm1 / 3.281; % in m/s
273
274 % Inlet flow velocity relative to the impeller
275 v1 = sqrt(vu1.^2 + vm1.^2); % in ft/s
276 v1_SI = v1 / 3.281; % in m/s
277
278 vu2 = sqrt((u2 - cu2).^2 + cm2.^2); % in ft/s
279 vu2_SI = vu2 / 3.281; % in m/s
280 vm2 = cm2;
281 vm2_SI = vm2 / 3.281; % in m/s
282
283 % Outlet flow velocity relative to the impeller
284 v2 = sqrt(vu2.^2 + vm2.^2); % in ft/s
285 v2_SI = v2 / 3.281; % in m/s
286
287 alpha1 = atan(cm1/cu1);
288 alpha1_deg = rad2deg(alpha1);
289
290 % Impeller inlet vane angle
291 beta1 = atan(vm1/vu1);
292 beta1_deg = rad2deg(beta1);
293
294 alpha2 = atan(cm2/cu2);
295 alpha2_deg = rad2deg(alpha2);
296
297 % Impeller discharge vane angle
298 % beta2_controllo = atan(vm2/vu2);
299 % beta2_deg_controllo = rad2deg(beta2_controllo);
300
301 % Velocity diagram impeller: plot
302 figure
303 grid on;
304 grid minor;
305 hold on;
306 axis equal;
307
308 pos1 = [0, 0, u1_SI, 0];
309 quiver2(pos1, 'blue');
310 pos2 = [u1_SI, 0, -vu1_SI, vm1_SI];
311 quiver2(pos2, 'blue');
312 pos3 = [0, 0, u1_SI-vu1_SI, cm1_SI];
313 quiver2(pos3, '#00FFFF');
314
315 pos4 = [u1_SI, 0, u2_SI, 0];
316 quiver2(pos4, 'blue');
317 pos5 = [u1_SI+u2_SI, 0, -vu2_SI, vm2_SI];
318 quiver2(pos5, 'blue');
319 pos6 = [u1_SI, 0, u2_SI-vu2_SI, cm2_SI];
320 quiver2(pos6, '#00FFFF');
321
322 pos7 = [u1_SI-vu1_SI, 0, 0, cm1_SI];
323 quiver2(pos7, 'k');
324 pos8 = [u1_SI+u2_SI-vu2_SI, 0, 0, cm2_SI];
325 quiver2(pos8, 'k');
326
327 xline(u1_SI, '--');
328 str1 = {'INLET'};
329 text(60, -20, str1);
330 str2 = {'OUTLET'};
331 text(210, -20, str2);
332 title('Diagramma di velocitÃ IMPELLER POMPA RP-1')

```

```

333 xlabel('velocitÃ tangenziale')
334 ylabel('velocitÃ meridionale')
335
336 % 3Â° tratto: Pump casing
337 % Design of a double-volute (spaced 180Â°) single-discharge-type casing
338 % double-volute: si divide il flusso in 2 correnti uguali usando due
339 % lingue distanziate di 180Â°
340
341 % Ipotesi pg. 231
342 Kv = 0.337; % design factor
343
344 % Average flow velocity in the volute
345 c3 = Kv * sqrt(2*g*H); % in ft/s
346 c3_SI = c3 / 3.281; % in m/s
347
348 % area of a volute section at a given angular location \theta_volute from the tongue
349 a_theta_v_const = Q / (3.12 * 360 * c3);
350
351 a_volute_45 = a_theta_v_const * 45; % in^2
352 a_volute_90 = a_theta_v_const * 90; % in^2
353 a_volute_135 = a_theta_v_const * 135; % in^2
354 a_volute_180 = a_theta_v_const * 180; % in^2
355
356 theta_v = [45:0.01:180];
357 a_volute_theta = [];
358 for i = 1:length(theta_v)
359     a_v = a_theta_v_const*theta_v(i);
360     a_volute_theta = [a_volute_theta; a_v];
361 end
362
363 % area of the volute throat section
364 a_v = 2*a_volute_180;
365
366 % volute angle is similar to alpha_2_deg = 14.7757Â°
367 % for geometrical construction pg. 231
368 alpha_v_deg = 15;
369 alpha_v = deg2rad(alpha_v_deg);
370
371 % radius at which start the volute tongue
372 % ipotesi: si assume un gioco del 5% pg. 231
373 r_t = (Dt2_inches / 2)*1.05; % in
374
375 % width at the bottom of the trapezoidal volute section
376 b3_SI = 1.75*b2; % in m
377 b3 = b3_SI *39.37; % in
378
379 % pitch diameter of the diffuser throats
380 d3 = Dt2_inches*(c2/c3); % in
381
382 % Ipotesi pg. 231
383 % transizione dalla forma del diffusore ad un cerchio: d_transition
384 % taper angle di 10Â° e lunghezza nozzle di 10 inches
385
386 % da costruzione grafica
387 a_transition = a_v + b3; %in^2 !!!
388 d_transition = sqrt((4*a_transition) / pi);
389
390 % diameter of the discharge nozzle
391 d_e = d_transition + 2*10*tan(deg2rad(5));
392 A_e = pi*(d_e^2)/4;

```

```

393
394 % flow velocity at the nozzle inlet
395 % v_nozzle_i = 0 / (3.12*30.68); % in ft/s
396 v_nozzle_i = c2; % assunzione
397 v_nozzle_i_SI = v_nozzle_i / 3.281; % in m/s
398
399 % flow velocity at the nozzle exit
400 v_nozzle_e = 0 / (3.12*A_e); % in ft/s
401 v_nozzle_e_SI = v_nozzle_e / 3.281; % in m/s

```

J.5.3 Triangoli di velocità turbina

```

1 clear; close all; clc;
2
3 % Dati iniziali (interpolazione dati AIAA + manuali F-1)
4
5 c_p      = 2742.2380 ;      % c_p gas generator from interpolation (J/kgK)
6 T_gg     = 1062;           % K
7 T_turb_e = 888.38;         % K
8 p_in     = 63.43;          % bar
9 eps      = 16.4;
10 p_e      = p_in/eps;
11 o_f      = 0.416;
12 g        = 1.128179;       % gamma gas combusti
13 R        = 294.4417;       % J/kgK
14 mdot    = 77.92;          % kg/s
15 omega   = 574.7;          % 1/s
16 U_over_c0 = 0.225;
17
18 % Ipotesi sui rendimenti (AIAA)
19 eta_ovrll = 0.6;          % rendimento totale turbina (termodinamico + meccanico)
20 noz_ar    = 9.7;           % aspect ratio nozzle
21 k_n       = 0.96;          % perdita spouting velocity
22 eta_n     = k_n^2;         % rendimento ugello
23 eps_nt    = 0.97;          % area coefficient throat
24 eps_ne    = 0.95;          % area coefficient exit
25 k_blade   = 0.89;          % rotor and stator blade velocity coefficient
26 eps_blade = 0.95;          % stator and rotor blade exit area coefficient
27
28 % Struttura turbina
29 % nozzle inlet - nozzle out --> rotor --> stator --> rotor
30
31
32 % Inlet nozzle -> suppongo che il 94% del salto di dh avvenga nei nozzle
33
34 dh_tot    = c_p * T_gg * (1 - (1/eps)^(g-1)/g); % salto totale turbina.
35 dh_nz     = (1 - 0.06) * dh_tot;
36 dh_rot1   = dh_tot * 0.02;
37 dh_stat   = dh_rot1;
38 p_e_nzz   = p_in * (1 - dh_nz / (c_p*T_gg))^(g/(g-1));
39 C_zero    = sqrt(2*dh_nz);
40 C_1        = k_n * C_zero;
41 U          = C_zero * U_over_c0;
42
43 U_vec     = U * [1, 0];
44 q_n_re    = ((1 - k_n^2) * C_1^2) / (k_n^2);
45 T_e_nzz_id = T_gg - dh_nz/c_p;
46 T_e_nzz_re = T_e_nzz_id + q_n_re/c_p;
47
48 % Relazione per efficienza blade massima

```

```

49 alfa_1      = acos(4*U/C_1);
50
51 beta_1      = atan(C_1*sin(alfa_1)/(C_1*cos(alfa_1) - U));
52
53 C_1_vec     = C_1 * [cos(-alfa_1), sin(-alfa_1)];
54 V_1_vec     = C_1_vec - U_vec;
55 V_1          = norm(V_1_vec);
56
57
58 %% Solving system
59 % ipotesi --> mach uscita 0.4, alfa2 = alfa3, c3 = kc2, v2= kv1 e v4 = kv3
60 % risolvendo il sistema troviamo alfa2 e c2
61
62 x0          = [600, pi/4];
63 x_sol       = fsolve(@sist, x0); % troviamo rispettivamente C_2 e alfa2
64 C_2          = x_sol(1);
65 alfa_2      = x_sol(2);
66
67
68 %% First rotor exit - stator inlet
69
70 T_e_rot1_id = T_e_nzz_re - dh_rot1/c_p;
71 q_rot1_re   = (1 - k_blade^2) * (V_1^2 / 2) + (1 - k_n^2) * dh_rot1;
72 T_e_rot1_re = T_e_rot1_id + q_rot1_re/c_p;
73 C_2_vec     = [C_2 * cos(pi + alfa_2), C_2 * sin(pi + alfa_2)];
74 V_2_vec     = C_2_vec - U_vec;
75 p_e_rot1    = p_e_nzz * (1 - dh_nz / (c_p * T_e_nzz_re))^(g/(g-1));
76 beta_2      = pi - acos(V_2_vec(1) / norm(V_2_vec));
77
78
79 %% Stator outlet - 2nd rotor inlet
80
81 alfa_3      = alfa_2;
82 C_3          = k_blade * C_2;
83 C_3_vec     = C_3 * [cos(-alfa_3), sin(-alfa_3)];
84 V_3_vec     = C_3_vec - U_vec;
85 q_bs         = (1 - k_blade^2) * (C_2^2 / 2) + (1 - k_n^2) * dh_stat;
86 T_e_stat_id = T_e_rot1_re - dh_stat/c_p;
87 T_e_stat_re = T_e_stat_id + q_bs/c_p;
88 p_e_stat    = p_e_rot1 * (1 - dh_stat / (c_p * T_e_rot1_re))^(g/(g-1));
89 beta_3      = acos(V_3_vec(1) / norm(V_3_vec));
90
91
92 %% 2nd rotor outlet
93
94 alfa_4      = pi/2;
95 C_4          = 0.4 * sqrt(g * R * T_turb_e);
96 C_4_vec     = C_4 * [cos(-alfa_4), sin(-alfa_4)];
97 V_4_vec     = C_4_vec - U_vec;
98 q_rot2_re   = (1 - k_blade^2) * (norm(V_3_vec)^2 / 2) + (1 - eta_n) * dh_rot1;
99 T_e_rot2_id = T_e_stat_re - dh_rot1/c_p;
100 T_e_rot2_re = T_e_rot2_id + q_rot2_re/c_p;
101 beta_4      = pi - acos(V_4_vec(1) / norm(V_4_vec));
102
103
104 %% Diagrammi
105
106 figure
107 hold on
108 grid on
109 grid minor

```

```

110
111 pos1 = [0,0,C_1_vec(1), C_1_vec(2)];
112 quiver2(pos1, 'b');
113
114 pos2 = [0,0, V_1_vec(1), V_1_vec(2)];
115 quiver2(pos2, 'r');
116
117 pos3 = [V_1_vec(1), V_1_vec(2), U, 0];
118 quiver2(pos3, '#38DB4A');
119
120 yline(C_1_vec(2), 'LineStyle', '--', color="k")
121
122 pos4 = [V_1_vec(1), V_1_vec(2), C_2_vec(1), C_2_vec(2)];
123 quiver2(pos4, 'b');
124
125 pos5 = [V_1_vec(1), V_1_vec(2), V_2_vec(1), V_2_vec(2)];
126 quiver2(pos5, 'r');
127
128 pos6 = [V_1_vec(1) + V_2_vec(1), V_1_vec(2) + V_2_vec(2), U, 0];
129 quiver2(pos6, '#38DB4A');
130
131 yline(C_1_vec(2) + C_2_vec(2), 'LineStyle', '--', color="k")
132
133 pos7 = [V_1_vec(1) + C_2_vec(1), V_1_vec(2) + C_2_vec(2), C_3_vec(1), C_3_vec(2)];
134 quiver2(pos7, 'b');
135
136 pos8 = [V_1_vec(1) + C_2_vec(1), V_1_vec(2) + C_2_vec(2), V_3_vec(1), V_3_vec(2)];
137 quiver2(pos8, 'r');
138
139 pos9 = [V_1_vec(1) + C_2_vec(1) + V_3_vec(1), V_1_vec(2) + C_2_vec(2) + V_3_vec(2), U
140 , 0];
141 quiver2(pos9, '#38DB4A');
142
143 yline(C_1_vec(2) + C_2_vec(2) + C_3_vec(2), 'LineStyle', '--', color="k")
144
145 pos10 = [V_1_vec(1) + C_2_vec(1) + V_3_vec(1), V_1_vec(2) + C_2_vec(2) + V_3_vec(2),
146 C_4_vec(1), C_4_vec(2)];
147 quiver2(pos10, 'b');
148
149 pos11 = [V_1_vec(1) + C_2_vec(1) + V_3_vec(1), V_1_vec(2) + C_2_vec(2) + V_3_vec(2),
150 V_4_vec(1), V_4_vec(2)];
151 quiver2(pos11, 'r');
152
153 plot(linspace(-200, 1200, 10000), (C_1_vec(2) + C_2_vec(2) + C_3_vec(2) + C_4_vec(2))
154 *ones(10000,1), 'LineStyle', '--', color="k");
155 plot(0,0,'k+')
156
157 text(650,-150,'C_1','FontSize',18,'FontWeight','bold')
158 text(650,-650,'C_2','FontSize',18,'FontWeight','bold')
159 text(600,-950,'C_3','FontSize',18,'FontWeight','bold')
160 text(550,-1300,'C_4','FontSize',18,'FontWeight','bold')
161 text(300,-250,'V_1','FontSize',18,'FontWeight','bold')
162 text(300,-550,'V_2','FontSize',18,'FontWeight','bold')
163 text(310,-1000,'V_3','FontSize',18,'FontWeight','bold')
164 text(230,-1250,'V_4','FontSize',18,'FontWeight','bold')
165 text(900,-500,'U_1','FontSize',18,'FontWeight','bold')
166 text(130,-900,'U_2','FontSize',18,'FontWeight','bold')

```

```

166 text(510,-1090,'U_3','FontSize',18,'FontWeight','bold')
167 text(380,-1320,'U_4','FontSize',18,'FontWeight','bold')
168
169
170 % Nozzle dimensioning
171
172 A_nozz_throat = mdot/(eps_nt*p_in*1e5*sqrt( (g*(2/(g+1))^(g+1)/(g-1)))/(R*T_gg) ) ;
    % $m^2$  di area di gola totale
173 H_nozz_throat = 1.55*0.0254; % inch --> to m (dal manuale si ha altezza di 1.55 inch
174 b_nozz = (H_nozz_throat/noz_ar); %larghezza nozzle --> si ipotizza un Aspect
    Ratio di 9.7
175 z_n = A_nozz_throat/(H_nozz_throat*b_nozz); %stima numero nozzle (totali
    veri 61, qui calcolati 69 --> diminuire aspect ratio)
176
177
178 % Efficiency
179
180 eta_nb_prac = (U*(norm(C_1_vec)*cos(alfa_1) + norm(C_2_vec)*cos(alfa_2) + ...
181     norm(C_3_vec)*cos(alfa_3) + norm(C_4_vec)*cos(alfa_4))) / dh_tot;
182
183 eta_m = eta_ovrll/eta_nb_prac;
184
185
186 % Funzione quiver modificata
187
188 function quiver2(pos, col)
189     a = annotation('arrow', 'HeadStyle', 'plain', 'HeadLength', 5, 'HeadWidth', 5, '
        LineWidth', 1, 'Color', col);
190     set(a, 'parent', gca);
191     set(a, 'position', pos);
192 end

```

J.6. Camera di spinta

J.6.1 Camera di combustione

```

1 clear; clc;
2 % Combustion chamber
3
4 L_star = 1; % lunghezza caratteristica, m
5 R_t = 0.4445; % raggio di gola, m
6 A_t = pi*R_t^2; % area di gola,  $m^2$ 
7 V_cc = L_star * A_t; % volume camera di combustione,  $m^3$ 
8 % volume compreso il convergente (ciclindro + convergente)
9
10 % calcolo c_star
11 R = 8314; % [kJ / mol * K]
12 g0 = 9.81; % [m/s^2]
13 gamma = 1.1777;
14 GAMMA = sqrt(gamma.*(2/(gamma+1)).^(gamma+1)/(gamma-1));% Vandencherkove function
15 T_c = 3572 ; % temperatura in camera; K
16 p_c = 77.6e5; % pressione in camera, Pa
17 MM = 22.2095; % massa molare, Kg/kmol
18
19 c_star = (p_c .* A_t) ./ (GAMMA .* (p_c ./ (sqrt((R / MM).*T_c))) .* A_t); %
    velocità caratteristica, m/s
20 t_r = L_star/c_star; % tempo residenza, s
21 %% misure della parte cilindrica
22
23 eps = 1.307; % A_cil/A_t rateo di contrazione
24

```

```

25 % V_c Ã il volume con il convergente, assumiamo
26 % il convergente come una % del volume della porzione
27 % della camera cilindrica
28
29 A_cil = eps*A_t;
30 R_cil = sqrt(A_cil/pi);
31
32 % studio parte convergente
33 a = (R_cil-R_t);
34 theta_deg = 13; % deg
35 theta = deg2rad(theta_deg);
36
37 L_conv = a/tan(theta);
38 V_conv = ((A_cil + A_t + sqrt(A_cil*A_t))*L_conv)/3; %volume parte convergente
39
40 % ritorniamo al cilindro
41 L_cil = (V_cc - V_conv)/(A_cil);
42
43 V_cil = L_cil*A_cil; % volume corretto della parte cilindrica
44
45 %% area interna delle pareti
46
47 A_tot = 2*L_cil*sqrt(pi*eps*A_t) + csc(theta)*(eps-1)*A_t; % area totale della camera
    di combustione (cilindro + conv)
48
49 % apo = sqrt(L_conv^2 + a^2)
50 % A_conv = pi*(R_c + R_t)*apo;
51 % A_cil = 2*pi*R_c*L_c;
52 % A_tot2 = A_conv + A_cil;

```

J.6.2 Modellazione ugello

```

1 function [x, y, Ln_cone, Ln, Nx, Ny, Qx, Qy, Ex, Ey] = bell_nozzle(eps, Rt,
    bell_percentage, theta_n_deg, theta_e_deg)
2
3 theta_n = deg2rad(theta_n_deg);
4 theta_e = deg2rad(theta_e_deg);
5
6 % Length of a standard 15-degree half angle conical nozzle
7 Ln_cone = ((sqrt(eps) - 1) * Rt) / (tan(deg2rad(15)));
8
9 % Radius of the nozzle exit
10 Re = sqrt(eps)*Rt;
11
12 % Nozzle length for a __% bell
13 Ln = bell_percentage * ((sqrt(eps) - 1) * Rt) / (tan(deg2rad(15)));
14
15 x = [];
16 y = [];
17
18 % Equation for the throat:
19
20 % Entrant section
21 theta_i = [deg2rad(-103):0.01:deg2rad(-90)];
22 for i = 1:length(theta_i)
23     x_i = 1.5*Rt*cos(theta_i(i));
24     y_i = 1.5*Rt*sin(theta_i(i)) + 1.5*Rt + Rt;
25     x = [x; x_i];
26     y = [y; y_i];
27 end

```

```

28
29 % Exit section
30 theta_exit = [deg2rad(-90):0.01:deg2rad(theta_n-90)];
31 for i = 1:length(theta_exit)
32     x_i = 0.382*Rt*cos(theta_exit(i));
33     y_i = 0.382*Rt*sin(theta_exit(i)) + 0.382*Rt + Rt;
34     x = [x; x_i];
35     y = [y; y_i];
36 end
37
38 % Points for the mathematical construction of the bell:
39
40 % N: inflection point
41 Nx = x(end,1);
42 Ny = y(end,1);
43
44 % E: exit point of the nozzle
45 Ex = Ln;
46 Ey = Re;
47
48 % Q: cross point
49 m1 = tan(theta_n);
50 m2 = tan(theta_e);
51 C1 = Ny - m1*Nx;
52 C2 = Ey - m2*Ex;
53 Qx = (C2-C1) / (m1-m2);
54 Qy = (m1*C2 - m2*C1) / (m1 - m2);
55
56 % Equation for the bell: quadratic Bezier curve:
57
58 t = [0:0.01:1];
59 for i = 1:length(t)
60     x_b = (1-t(i)).^2 * Nx + 2*(1-t(i))*t(i) * Qx + t(i).^2 * Ex;
61     y_b = (1-t(i)).^2 * Ny + 2*(1-t(i))*t(i) * Qy + t(i).^2 * Ey;
62     x = [x; x_b];
63     y = [y; y_b];
64 end

```

```

1 function [alpha_i, alpha_f] = bell_angles(k, eps)
2 if k < 0.6 || k > 1
3     error("Lunghezza percentuale non corretta")
4 elseif eps < 4 || eps > 98
5     error("Rapporto delle aree errato")
6 end
7
8 theta_60_i = [3.6265456110319585, 28.571787967282315;
9 3.850965152280278, 29.155851379881398;
10 4.089265845912848, 29.717664757714804;
11 4.3422869685990175, 30.196040505176903;
12 4.610969116643579, 30.69110377871327;
13 4.896268408784252, 31.163917017483953;
14 5.199230618838567, 31.664542799711736;
15 5.520928027280657, 32.13735603848242;
16 5.8625092535404875, 32.56010669903033;
17 6.225216799488704, 32.966169833503976;
18 6.610354221963852, 33.34998293321195;
19 7.019316280498156, 33.72823352422849;
20 7.453576597207831, 34.10092160655362;
21 7.914690525604948, 34.45135965411307;
22 8.404331168954116, 34.80179770167252;
23 8.92425625608514, 35.141110731849125;

```

```

24 | 9.476338452872218, 35.4692987446429;
25 | 10.062570182181283, 35.79192424874525;
26 | 10.685080477594088, 36.13123727892186;
27 | 11.346097221606197, 36.464987800407044;
28 | 12.04798292874117, 36.770925778435135;
29 | 12.793273080366916, 37.06017623038897;
30 | 13.58466161873954, 37.343864173651376;
31 | 14.424993817514663, 37.61642709953095;
32 | 15.317308040142638, 37.88899002541052;
33 | 16.26482628030584, 38.16711545998152;
34 | 17.270936828729116, 38.42855336847824;
35 | 18.339297950081715, 38.70111629435782;
36 | 19.473723570846506, 38.95699169416312;
37 | 20.678313887678197, 39.207304585277015;
38 | 21.957382015570218, 39.43536744162523;
39 | 23.315595292232082, 39.6801178240477;
40 | 24.757813481740836, 39.91930569777875;
41 | 26.289273301208876, 40.175181097584066;
42 | 27.91545454692539, 40.42549398869796;
43 | 29.642262062956707, 40.69249440588611;
44 | 31.475799983374074, 40.920557262234325;
45 | 33.42273912949364, 41.143057609891116;
46 | 35.49014859134087, 41.38224548362217;
47 | 37.68539572185319, 41.60474583127896;
48 | 40.01641425872787, 41.82168367024433;
49 | 42.49156673228925, 42.02193398313545;
50 | 45.11988736892896, 42.24443433079224;
51 | 47.91076409515321, 42.46137216975761;
52 | 50.87424948830328, 42.67274750003156;
53 | 54.02101771120954, 42.8785603216141;
54 | 57.3624938341588, 43.10106066927089;
55 | 60.91072972375538, 43.34024854300194;
56 | 64.67849786267627, 43.590561434115834;
57 | 68.67927523586783, 43.82974930784689;
58 | 72.92767063539554, 44.09674972503504;
59 | 77.43871192731193, 44.335937598766094;
60 | 82.22865958519432, 44.552875437731466;
61 | 87.31492256703807, 44.775375785388256;
62 | 92.71579691736312, 44.99787613304505;
63 | 98.12289743780838, 45.189782682899036];
64 |
65 theta_60_f = [3.6495648425632, 23.804718018735525;
66 | 3.875094175050214, 23.248467149593537;
67 | 4.11457014844373, 22.72559133260008;
68 | 4.37978216487587, 22.204801456365892;
69 | 4.627296840556893, 21.81681647513936;
70 | 4.9255673335389565, 21.323839142362278;
71 | 5.229996453963314, 20.895525973122947;
72 | 5.5532608882877765, 20.517275382106398;
73 | 5.896517874421634, 20.166837334546948;
74 | 6.261016990344841, 19.872024373901702;
75 | 6.648047981577903, 19.57721141325645;
76 | 7.058989697037094, 19.254585909154102;
77 | 7.495342226395706, 18.94864793112601;
78 | 7.958683717499586, 18.670522496555016;
79 | 8.450664360738356, 18.3868345532926;
80 | 8.973086126478432, 18.147646679561554;
81 | 9.527807884798262, 17.91402131452191;
82 | 10.11683090193872, 17.69152096686512;
83 | 10.742306481371566, 17.519083197431108;
84 | 11.406461280471046, 17.357770445379927;

```

```

85 | 12.111697364601618, 17.218707728094437;
86 | 12.860495868973583, 17.03514494127758;
87 | 13.655588396657954, 16.85158215446073;
88 | 14.499837048182362, 16.668019367643872;
89 | 15.396311366328263, 16.512269124284117;
90 | 16.348230990746245, 16.37320640699862;
91 | 17.359005684394248, 16.23414368971312;
92 | 18.432296229737712, 16.11176849850189;
93 | 19.57188526824028, 15.944893237759295;
94 | 20.78199601967774, 15.822518046548055;
95 | 22.066926749399094, 15.700142855336821;
96 | 23.43128494072993, 15.56664264674275;
97 | 24.880018644109203, 15.444267455531502;
98 | 26.418326152280493, 15.321892264320269;
99 | 28.051745727028, 15.199517073109028;
100 | 29.786181653833133, 15.088266899280633;
101 | 31.627807422087546, 14.954766690686554;
102 | 33.58336409918674, 14.849079025549578;
103 | 35.65983342338511, 14.743391360412602;
104 | 37.86472145798197, 14.648828712658464;
105 | 40.20594022602302, 14.554266064904326;
106 | 42.69193612322729, 14.465265925841614;
107 | 45.331645018216776, 14.376265786778895;
108 | 48.134533090051896, 14.276140630333337;
109 | 51.11084721716324, 14.209390526036294;
110 | 54.27115349265167, 14.13151540435642;
111 | 57.62689191298502, 14.059202791367959;
112 | 61.190076621931105, 13.975765160996666;
113 | 64.97355435125618, 13.886765021933947;
114 | 68.9909704006253, 13.797764882871228;
115 | 73.25681855981547, 13.714327252499928;
116 | 77.78640173479283, 13.625327113437208;
117 | 82.59602337275913, 13.53076446568307;
118 | 87.7030988670607, 13.447326835311777;
119 | 93.12595494061338, 13.363889204940477;
120 | 98.2270252320168, 13.274889065877758;];
121 |
122 theta_70_i = [3.6257512696302276, 25.495720660927148;
123 | 3.850101828258263, 26.007471460537776;
124 | 4.088332903635668, 26.51365975145698;
125 | 4.341280823633258, 26.941972920696305;
126 | 4.6098751501945445, 27.35916107255279;
127 | 4.895075728819209, 27.74297417226076;
128 | 5.197920900279414, 28.126787271968727;
129 | 5.5194957287852375, 28.493912845602434;
130 | 5.860967443048823, 28.866600927927564;
131 | 6.223559876049011, 29.228163992869852;
132 | 6.608586935565943, 29.595289566503563;
133 | 7.017425758548484, 29.94572761406301;
134 | 7.451548452896858, 30.2794781355482;
135 | 7.912508701170025, 30.579853604884867;
136 | 8.40198441194488, 30.88022907422154;
137 | 8.921728977813856, 31.16391701748395;
138 | 9.47364357096355, 31.47541750420346;
139 | 10.059704602705047, 31.792480499614392;
140 | 10.610988341089916, 32.03834338377515;
141 | 11.34284964911824, 32.44514818607432;
142 | 12.044546861895997, 32.7655486867001;
143 | 12.875125150506722, 32.99954488565249;
144 | 13.67157703660464, 33.283232828914905;
145 | 14.51728572735667, 33.555795754794474;

```

```

146 15.41530902583087, 33.82835868067404;
147 16.368883056015385, 34.10092160655361;
148 17.381409698537723, 34.34567198897609;
149 18.456567993953474, 34.59042237139856;
150 19.598224372148252, 34.829610245129615;
151 20.81051596188444, 35.0799231362435;
152 22.09778778024474, 35.324673518665975;
153 23.46469540254121, 35.57498640977987;
154 24.916156124291476, 35.82529930089376;
155 26.45743160643389, 36.09229971808191;
156 28.094036914395392, 36.35373762657864;
157 29.831855811981896, 36.604050517692535;
158 31.67712115480628, 36.832113374040745;
159 33.63651304461498, 37.05461372169754;
160 35.71711748859861, 37.28267657804575;
161 37.92638878202368, 37.49961441701113;
162 40.27232982338481, 37.72211476466792;
163 42.76344707085262, 37.96686514709039;
164 45.40863885938164, 38.20605302082144;
165 48.21739532034639, 38.428553368478234;
166 51.199908009689764, 38.65661622482645;
167 54.36690561123119, 38.88467908117466;
168 57.72979953755258, 39.11274193752287;
169 61.30065849430382, 39.32967977648825;
170 65.09241761618499, 39.55218012414504;
171 69.11868904486282, 39.76911796311041;
172 73.3940042517726, 39.98605580207578;
173 77.933736891247, 40.197431132349735;
174 82.7541730403247, 40.39211893654943;
175 87.87280248008301, 40.592369249440544;
176 93.30807366900964, 40.79818207102308;
177 98.4209242433995, 40.96664661996322;];
178
179 theta_70_f = [3.6242320199200666, 19.610586465404964;
180 3.848217220982779, 19.13221071794286;
181 4.086058129837358, 18.698335040012118;
182 4.338607503232664, 18.292271905538463;
183 4.606779116892341, 17.925146331904763;
184 4.8915284968357025, 17.563583266962468;
185 5.19389085030362, 17.2353952541687;
186 5.514947639509715, 16.918332258757772;
187 5.855850333234441, 16.601269263346843;
188 6.2178355446592315, 16.30645630270159;
189 6.602220769817567, 16.061705920279117;
190 7.010360273989444, 15.800268011782386;
191 7.443750998251964, 15.577767664125588;
192 7.903925177965388, 15.338579790394533;
193 8.39254076870839, 15.088266899280647;
194 8.911386972601864, 14.876891569006695;
195 9.462316940656782, 14.676641256115573;
196 10.047323052081898, 14.498640977990135;
197 10.668501291459762, 14.326203208556123;
198 11.32808402953609, 14.153765439122104;
199 12.02847422288816, 14.014702721836613;
200 12.772157862381743, 13.864514987168278;
201 13.539267654208519, 13.746792075953493;
202 14.429197571206027, 13.62291500739557;
203 15.280560522636618, 13.521864451776821;
204 16.236116015801958, 13.358326696249073;
205 17.23992474418019, 13.19145143550648;
206 18.30585263007265, 13.069076244295239;

```

```

207 | 19.437693506843786, 12.952263561775425;
208 | 20.639507311359964, 12.829888370564184;
209 | 21.915645464782926, 12.718638196735796;
210 | 23.270677862296935, 12.601825514215975;
211 | 24.709481385230887, 12.479450323004741;
212 | 26.23725513282872, 12.36263764048492;
213 | 27.859479261434537, 12.24026244927368;
214 | 29.582027376739784, 12.129012275445284;
215 | 31.411067983553878, 12.01219959292547;
216 | 33.35322359713454, 11.906511927788486;
217 | 35.41547729518787, 11.806386771342929;
218 | 37.605226719578695, 11.700699106205953;
219 | 39.93038481539908, 11.600573949760395;
220 | 42.39925871450524, 11.483761267240581;
221 | 45.02078173928019, 11.366948584720767;
222 | 47.80439210184797, 11.250135902200952;
223 | 50.76011157383699, 11.133323219681131;
224 | 53.89862426913042, 11.027635554544155;
225 | 57.23126014444533, 10.938635415481443;
226 | 60.770054376885895, 10.8718853111844;
227 | 64.52776596685803, 10.82738524165304;
228 | 68.51778107722211, 10.771760154738836;
229 | 72.75471684671079, 10.755072628664578;
230 | 77.25319308637604, 10.654947472219021;
231 | 82.02987832191631, 10.565947333156302;
232 | 87.10184443720269, 10.465822176710745;
233 | 92.4871940279045, 10.332321968116666;
234 | 98.43815677659674, 10.23358743884397];
235 |
236 theta_80_i = [3.5771450386694776, 23.2095295887536;
237 | 3.804801647497661, 23.637842757992928;
238 | 4.033471053941866, 24.038343383775157;
239 | 4.283017847705118, 24.4444065182488;
240 | 4.548000247199306, 24.839344635339607;
241 | 4.829376618079656, 25.234282752430417;
242 | 5.128149036599154, 25.5958458173727;
243 | 5.4453987272505575, 25.940721356240733;
244 | 5.782284031097197, 26.307846929874444;
245 | 6.140003800916955, 26.65828497743389;
246 | 6.519858993500449, 27.01984804237618;
247 | 6.92320868124827, 27.37028608993563;
248 | 7.351508599360185, 27.715161628803656;
249 | 7.806289559011526, 28.032224624214585;
250 | 8.289210865261156, 28.360412637008356;
251 | 8.801982775643818, 28.649663088962185;
252 | 9.346485945677298, 28.95560106699028;
253 | 9.924641404492256, 29.21703897548701;
254 | 10.538577135062019, 29.50072691874942;
255 | 11.190495202788785, 29.789977370703255;
256 | 11.882708076859323, 30.04029026181714;
257 | 12.635354845427575, 30.306633291614492;
258 | 13.398324188611147, 30.631736640497564;
259 | 14.227133181737988, 30.907677526200647;
260 | 15.114344923315155, 31.125557379624933;
261 | 16.054948200858696, 31.32244851518941;
262 | 17.03381754443192, 31.536605099809076;
263 | 18.087424748522942, 31.74241792139161;
264 | 19.206209223249612, 31.953793251665562;
265 | 20.39423568991716, 32.192981125396614;
266 | 21.655723431002748, 32.415481473053404;
267 | 22.995213310895593, 32.62129429463594;

```

```

268 | 24.41762350517023, 32.86604467705841;
269 | 25.927998893480833, 33.09967004209804;
270 | 27.531789085699188, 33.32773289844626;
271 | 29.234736252213246, 33.53354572002879;
272 | 31.04302955523726, 33.74492105030275;
273 | 32.96313434956748, 33.93960885450244;
274 | 35.00197567291187, 34.12317164131929;
275 | 37.16690902940904, 34.30117191944473;
276 | 39.465809831064675, 34.50142223233584;
277 | 41.907005135594005, 34.73504759737547;
278 | 44.49925578607183, 34.98536048848936;
279 | 47.25178097260532, 35.21342334483758;
280 | 50.17456507175801, 35.44148620118579;
281 | 53.278139539324826, 35.669549057534;
282 | 56.57353038683587, 35.858674353042275;
283 | 60.07277348534407, 36.05336215724196;
284 | 63.78848056805734, 36.25361247013308;
285 | 67.7340168782807, 36.45386278302419;
286 | 71.92356965101544, 36.64855058722389;
287 | 76.37219836368071, 36.832113374040745;
288 | 81.09588803349354, 36.99898863478334;
289 | 86.1118445236312, 37.18255142160019;
290 | 91.43808501849719, 37.371676717108464;
291 | 97.09376727559774, 37.56080201261673;
292 | 100.38553897820455, 37.65536466037087];
293 |
294 theta_80_f = [3.6232559006072207, 15.828080555239481;
295 3.8471929672869076, 15.394204877308738;
296 4.084981898890169, 14.999266760217928;
297 4.337483653238953, 14.654391221349897;
298 4.6056022208175165, 14.337328225938968;
299 4.890298227544499, 14.031390247910878;
300 5.192590704599158, 13.719889761191368;
301 5.513562758028649, 13.391701748397601;
302 5.854382165346815, 13.080201261678084;
303 6.216279082960779, 12.790950809724258;
304 6.60055501463459, 12.518387883844689;
305 7.008619307398747, 12.312575062262155;
306 7.441923038255733, 12.129012275445298;
307 7.902024905872942, 11.962137014702705;
308 8.39052634674166, 11.717386632280231;
309 8.90921978079082, 11.461511232474919;
310 9.460008271464714, 11.25013590220096;
311 10.044879607945955, 11.08326064145836;
312 10.66591100585855, 10.916385380715766;
313 11.325338085177641, 10.749510119973174;
314 12.025568030254263, 10.621572420070514;
315 12.769097279793016, 10.49919722885928;
316 13.558603595221035, 10.382384546339459;
317 14.449388311541178, 10.279629840330692;
318 15.287060591954322, 10.13217279174723;
319 16.23224572937189, 10.010623548796232;
320 17.23582312939857, 9.898446290185937;
321 18.423912290084605, 9.723227266406212;
322 19.56304110696586, 9.598070820849266;
323 20.89122643170759, 9.435038747929838;
324 22.41664531241179, 9.262600978495819;
325 23.802634456338154, 9.13410702772402;
326 25.202459328512404, 9.025132425633018;
327 26.760713633275653, 8.908319743113204;
328 28.415336463467337, 8.80263207797622;

```

```

329 | 30.172289016315112, 8.70806943022209;
330 | 32.037863251483635, 8.607944273776532;
331 | 34.018773801662235, 8.502256608639556;
332 | 36.12215032737382, 8.39100643481116;
333 | 38.35563913542621, 8.302006295748441;
334 | 40.72719576826178, 8.201881139302884;
335 | 43.24542170739802, 8.112881000240165;
336 | 45.91933528802645, 8.018318352486027;
337 | 48.75861861412226, 7.934880722114734;
338 | 51.77343993521651, 7.845880583052015;
339 | 54.97471590772564, 7.768005461372134;
340 | 58.37386508128336, 7.673442813617996;
341 | 61.98323661868607, 7.590005183246703;
342 | 65.81578273733113, 7.50656755287541;
343 | 69.88538581380702, 7.43981744857836;
344 | 74.20659623781175, 7.367504835589905;
345 | 78.79499928458151, 7.295192222601443;
346 | 83.66738137134362, 7.267379679144348;
347 | 88.84091220421683, 7.217317100921569;
348 | 94.33434573799939, 7.167254522698791;
349 | 98.84100705600383, 7.157242007054229];
350
351 theta_90_i = [3.576642035342928, 21.234839003299562;
352 | 3.797923773130578, 21.635339629081788;
353 | 4.032894298653696, 22.030277746172597;
354 | 4.282391838094174, 22.391840811114886;
355 | 4.547308487647952, 22.703341297834395;
356 | 4.828607631004849, 22.99815425847964;
357 | 5.127312164852078, 23.304092236507735;
358 | 5.444510082963138, 23.648967775375763;
359 | 5.781340409898853, 24.016093349009473;
360 | 6.139011530145192, 24.3887814313346;
361 | 6.518802752987543, 24.74478198758547;
362 | 6.922081612566183, 25.08409501776208;
363 | 7.35029433528493, 25.395595504481587;
364 | 7.804987810678805, 25.690408465126836;
365 | 8.287815454553217, 25.996346443154927;
366 | 8.800514989147274, 26.30784692987444;
367 | 9.344912552650845, 26.59153487313685;
368 | 9.922998199894584, 26.891910342473523;
369 | 10.536844804093931, 27.19228581181019;
370 | 11.188664573852352, 27.492661281146862;
371 | 11.880801860883057, 27.78747424179211;
372 | 12.615745167440634, 28.071162185054522;
373 | 13.396157181993182, 28.360412637008352;
374 | 14.224823069160369, 28.627413054196506;
375 | 15.145144348087753, 28.951151060037137;
376 | 16.016209861899814, 29.162638362888643;
377 | 17.048713004832575, 29.407992508117633;
378 | 18.047643220143154, 29.629258101097868;
379 | 19.295059379994658, 29.89540497049881;
380 | 20.391246773141255, 30.134852909571276;
381 | 21.65260109770448, 30.390728309376588;
382 | 22.991970711411092, 30.64104120049048;
383 | 24.414170657714713, 30.880229074221532;
384 | 25.92437354439132, 31.136104474026844;
385 | 27.527928584099985, 31.358604821683638;
386 | 29.23070643840224, 31.59779269541469;
387 | 31.03879966164924, 31.831418060454325;
388 | 32.958721159644206, 32.05948091680253;
389 | 34.99740042529273, 32.287543773150745;

```

```

390 | 37.16221272565437, 32.5267316468818;
391 | 39.460901202747856, 32.75479450323001;
392 | 41.90184267495013, 33.0051073943439;
393 | 44.49373873946453, 33.24429526807496;
394 | 47.24603495911545, 33.50573317657169;
395 | 50.16852325510614, 33.75048355899416;
396 | 53.271766207835384, 33.98967143272521;
397 | 56.566986926015815, 34.234421815147684;
398 | 60.06603943642853, 34.47917219757015;
399 | 63.78148158905513, 34.712797562609786;
400 | 67.72671913083097, 34.940860418957996;
401 | 71.91601993172875, 35.17448578399764;
402 | 76.36439342857891, 35.39698613165443;
403 | 81.0878894468517, 35.6139239706198;
404 | 86.10358996355598, 35.8364243182766;
405 | 91.42950098165684, 36.05336215724196;
406 | 97.08484458421461, 36.270299996207335;
407 | 100.37659211473176, 36.40380020480141;];
408
409 theta_90_f = [3.5745372735098364, 12.968951087849696;
410 | 3.795464765595673, 12.540637918610365;
411 | 4.030051669347803, 12.129012275445298;
412 | 4.279147894298938, 11.750761684428745;
413 | 4.543653277582503, 11.41144865425214;
414 | 4.824508434118635, 11.072135624075528;
415 | 5.122726015642737, 10.738385102590343;
416 | 5.43937733547293, 10.40463458110515;
417 | 5.775631581749067, 10.143196672608418;
418 | 6.1326920018953155, 9.926258833643047;
419 | 6.511836887673205, 9.731571029443352;
420 | 6.914419123136059, 9.531320716552237;
421 | 7.341896075147181, 9.34219542104396;
422 | 7.795795180031681, 9.141945108152846;
423 | 8.277762313165407, 8.95281981264457;
424 | 8.789530057442166, 8.76925702582772;
425 | 9.332959721207722, 8.619069291159377;
426 | 9.909995824280442, 8.48000657387388;
427 | 10.522721288859069, 8.357631382662646;
428 | 11.173322124606948, 8.224131174068567;
429 | 11.864153133694149, 8.096193474165915;
430 | 12.59770225617347, 7.973818282954674;
431 | 13.376606011977783, 7.851443091743441;
432 | 14.203691140204302, 7.751317935297884;
433 | 15.08192748292387, 7.662317796235165;
434 | 16.01445385881829, 7.562192639789615;
435 | 17.004672688458022, 7.489880026801153;
436 | 18.056090929756635, 7.395317379047015;
437 | 19.1725318457995, 7.309755881720811;
438 | 20.370389434580503, 7.253726248719957;
439 | 21.616803257155823, 7.1558598079248625;
440 | 22.98132965345004, 7.119315811430923;
441 | 24.372697314856225, 7.005941770647631;
442 | 25.879719649028296, 6.928066648967743;
443 | 27.479913903205134, 6.844629018596443;
444 | 29.17908600920434, 6.777878914299407;
445 | 30.983298884723663, 6.700003792619526;
446 | 32.89905753756672, 6.616566162248233;
447 | 34.93329901331715, 6.544253549259771;
448 | 37.09344092447137, 6.516441005802676;
449 | 39.387048552078966, 6.449690901505633;
450 | 41.822576772787826, 6.416315849357119;

```

```

451 | 44.40881329019319, 6.416315849357119;
452 | 47.15475409150052, 6.349565745060076;
453 | 50.07060431517444, 6.316190692911562;
454 | 53.166653059456166, 6.255003097305945;
455 | 56.45423128296927, 6.2160655364660045;
456 | 59.94500304942978, 6.154877940860388;
457 | 63.65172286896298, 6.115940380020447;
458 | 67.58783639381375, 6.115940380020447;
459 | 71.76735243759406, 6.11594038002044;
460 | 76.2050810985534, 6.071440310489081;
461 | 80.9171522591436, 6.015815223574883;
462 | 85.92093036669462, 6.015815223574883;
463 | 91.23413354236257, 6.015815223574883;
464 | 96.87555072496781, 5.965752645352104;
465 | 100.1592497342522, 5.965752645352104;];
466
467 theta_100_i = [3.552683770724678, 20.47343269996584;
468 | 3.7829435027889393, 20.74877688019113;
469 | 4.001975355815062, 20.949417291094363;
470 | 4.225298880872613, 21.15616923752091;
471 | 4.516683359262733, 21.429526807499254;
472 | 4.796074715331889, 21.685402207304563;
473 | 5.0927525950333, 21.952402624492716;
474 | 5.407780374492415, 22.213840532989447;
475 | 5.742297434926554, 22.4808409501776;
476 | 6.097504796007255, 22.742278858674332;
477 | 6.474684594217127, 23.003716767171067;
478 | 6.875204172216506, 23.281842201742055;
479 | 7.300490942638789, 23.543280110238783;
480 | 7.752094338755649, 23.821405544809775;
481 | 8.231636874081449, 24.10509348807219;
482 | 8.740833398161342, 24.372093905260336;
483 | 9.281542750687938, 24.66134435721417;
484 | 9.855684853776824, 24.928344774402323;
485 | 10.465350804463473, 25.206470208973315;
486 | 11.112725873441, 25.479033134852887;
487 | 11.800142176463986, 25.74603355204103;
488 | 12.530081005376976, 26.013033969229184;
489 | 13.305172738889492, 26.280034386417338;
490 | 14.128210466933234, 26.547034803605488;
491 | 15.00214817015786, 26.8029102034108;
492 | 15.930164525073042, 27.075473129290373;
493 | 16.915573547621353, 27.336911037787104;
494 | 17.96194517273359, 27.603911454975258;
495 | 19.073043753438437, 27.870911872163408;
496 | 20.284094306576883, 28.164223344448597;
497 | 21.51768500327696, 28.436663253309035;
498 | 22.849908245645835, 28.71470832046549;
499 | 24.3432108188794, 29.014298175749964;
500 | 25.877758013216777, 29.267910645883084;
501 | 27.341548385697013, 29.578602040429292;
502 | 29.03285494038667, 29.845602457617442;
503 | 30.828795355650254, 30.118165383497015;
504 | 32.73583066605244, 30.390728309376584;
505 | 34.76086061894061, 30.674416252638995;
506 | 36.91112915378103, 30.946979178518568;
507 | 39.194441982889806, 31.23066712178098;
508 | 41.618999948495286, 31.51435506504339;
509 | 44.19359295697009, 31.814730534380057;
510 | 46.927359920298315, 32.08729346025963;
511 | 49.830293913254245, 32.376543912213464;

```

```

512 | 52.912740986648515 , 32.64910683809303;
513 | 56.18588709629704 , 32.92723227266402;
514 | 59.66155506170658 , 33.21648272461785;
515 | 63.35217821228348 , 33.49460815918884;
516 | 67.27104750062102 , 33.761608576377;
517 | 71.43241696579811 , 34.04529651963941;
518 | 75.24654598807925 , 34.28114688815561;
519 | 80.36450028718795 , 34.60359540334505;
520 | 85.58271393214295 , 34.88690408465123;
521 | 90.88358181608177 , 35.17236191704272;
522 | 96.15967489259694 , 35.430841582280834;
523 | 100.4501817903663 , 35.6310160427807;];
524 |
525 theta_100_f = [ 3.526574302459194 , 10.510322246242133 ;
526 | 3.744565583142297 , 10.187696742139778 ;
527 | 3.9760223030449535 , 9.831696185888902 ;
528 | 4.2217773175061115 , 9.447883086180937 ;
529 | 4.4827311473625 , 9.091882529930068 ;
530 | 4.759833745370682 , 8.791507060593403 ;
531 | 5.054085620125085 , 8.54675667817093 ;
532 | 5.366532332702786 , 8.313131313131294 ;
533 | 5.698287923367422 , 8.0628184220174 ;
534 | 6.050542844916842 , 7.790255496137831 ;
535 | 6.424586072189264 , 7.5455051137153575 ;
536 | 6.821766080943727 , 7.328567274749979 ;
537 | 7.243537807517818 , 7.183942048773069 ;
538 | 7.69138351593309 , 7.033754314104733 ;
539 | 8.166921384978556 , 6.889129088127817 ;
540 | 8.671829584299132 , 6.694441283928121 ;
541 | 9.207956656297446 , 6.505315988419845 ;
542 | 9.777240860097521 , 6.332878218985833 ;
543 | 10.381762326052938 , 6.216065536466012 ;
544 | 11.023661024300182 , 6.09925285394619 ;
545 | 11.705261879079396 , 5.999127697500633 ;
546 | 12.429006602779452 , 5.899002541055076 ;
547 | 13.197485297269434 , 5.7821898585352685 ;
548 | 14.01350081459472 , 5.68762721078113 ;
549 | 14.879959710141742 , 5.581939545644154 ;
550 | 15.80002956823118 , 5.509626932655692 ;
551 | 16.776983293635617 , 5.431751810975818 ;
552 | 17.814358524714333 , 5.365001706678775 ;
553 | 18.915863040971896 , 5.2871265849989015 ;
554 | 20.085452354189528 , 5.192563937244763 ;
555 | 21.327367152483138 , 5.103563798182051 ;
556 | 22.646089418331357 , 5.025688676502163 ;
557 | 24.046351444901568 , 4.9478135548222895 ;
558 | 25.53323043172576 , 4.889407213562372 ;
559 | 26.83898503830261 , 4.813403117533255 ;
560 | 28.29893597762675 , 4.779218973211435 ;
561 | 29.963300657133715 , 4.7235938862972375 ;
562 | 31.816091628098345 , 4.684656325457297 ;
563 | 33.78349484836913 , 4.664125611559875 ;
564 | 35.87252304728537 , 4.630750559411354 ;
565 | 38.09077316647051 , 4.614063033337096 ;
566 | 40.44617725273931 , 4.591812998571413 ;
567 | 42.94714646749441 , 4.5417504203486345 ;
568 | 45.602834125666845 , 4.513937876891539 ;
569 | 48.422643466816076 , 4.458312789977342 ;
570 | 51.4168538626776 , 4.413812720445982 ;
571 | 54.59621102568808 , 4.3693126509146225 ;
572 | 57.972324243161054 , 4.3637501422232035 ;

```

```

573 | 61.55723348419282, 4.3637501422232035;
574 | 65.36382737275625, 4.3637501422232035;
575 | 69.40581450777167, 4.363750142223196;
576 | 73.69772201063691, 4.358187633531777;
577 | 78.2548149241369, 4.313687564000418;
578 | 83.09395865072068, 4.313687564000418;
579 | 88.2320671266815, 4.269187494469058;
580 | 93.68814992867652, 4.263624985777639;
581 | 98.49166159985528, 4.246937459703375];;

582
583 switch(k)
584   case 0.6
585     i = 1;
586     while eps > theta_60_i(i, 1)
587       i = i + 1;
588     end
589     alpha_i = interp1([theta_60_i(i-1, 1) theta_60_i(i, 1)], [theta_60_i(i-1, 2)
590                   theta_60_i(i, 2)], eps);
591     i = 1;
592     while eps > theta_60_f(i, 1)
593       i = i + 1;
594     end
595     alpha_f = interp1([theta_60_f(i-1, 1) theta_60_f(i, 1)], [theta_60_f(i-1, 2)
596                   theta_60_f(i, 2)], eps);
597   case 0.7
598     i = 1;
599     while eps > theta_70_i(i, 1)
600       i = i + 1;
601     end
602     alpha_i = interp1([theta_70_i(i-1, 1) theta_70_i(i, 1)], [theta_70_i(i-1, 2)
603                   theta_70_i(i, 2)], eps);
604     i = 1;
605     while eps > theta_70_f(i, 1)
606       i = i + 1;
607     end
608     alpha_f = interp1([theta_70_f(i-1, 1) theta_70_f(i, 1)], [theta_70_f(i-1, 2)
609                   theta_70_f(i, 2)], eps);
610   case 0.8
611     i = 1;
612     while eps > theta_80_i(i, 1)
613       i = i + 1;
614     end
615     alpha_i = interp1([theta_80_i(i-1, 1) theta_80_i(i, 1)], [theta_80_i(i-1, 2)
616                   theta_80_i(i, 2)], eps);
617     i = 1;
618     while eps > theta_80_f(i, 1)
619       i = i + 1;
620     end
621     alpha_f = interp1([theta_80_f(i-1, 1) theta_80_f(i, 1)], [theta_80_f(i-1, 2)
622                   theta_80_f(i, 2)], eps);
623   case 0.9
624     i = 1;
625     while eps > theta_90_i(i, 1)
626       i = i + 1;

```

```

627     alpha_f = interp1([theta_90_f(i-1, 1) theta_90_f(i, 1)], [theta_90_f(i-1, 2)
628                     theta_90_f(i, 2)], eps);
629     case 1
630         i = 1;
631         while eps > theta_100_i(i, 1)
632             i = i + 1;
633         end
634         alpha_i = interp1([theta_100_i(i-1, 1) theta_100_i(i, 1)], [theta_100_i(i-1,
635                         2) theta_100_i(i, 2)], eps);
636         i = 1;
637         while eps > theta_100_f(i, 1)
638             i = i + 1;
639         end
640         alpha_f = interp1([theta_100_f(i-1, 1) theta_100_f(i, 1)], [theta_100_f(i-1,
641                         2) theta_100_f(i, 2)], eps);
642     otherwise
643         if 0.6 < k && k < 0.7
644             [alpha_i_1, alpha_f_1] = bellvalues(0.6, eps);
645             [alpha_i_2, alpha_f_2] = bellvalues(0.7, eps);
646             alpha_i = interp1([0.6 0.7],[alpha_i_1 alpha_i_2], k);
647             alpha_f = interp1([0.6 0.7],[alpha_f_1 alpha_f_2], k);
648         elseif 0.7 < k && k < 0.8
649             [alpha_i_1, alpha_f_1] = bellvalues(0.7, eps);
650             [alpha_i_2, alpha_f_2] = bellvalues(0.8, eps);
651             alpha_i = interp1([0.7 0.8],[alpha_i_1 alpha_i_2], k);
652             alpha_f = interp1([0.7 0.8],[alpha_f_1 alpha_f_2], k);
653         elseif 0.8 < k && k < 0.9
654             [alpha_i_1, alpha_f_1] = bellvalues(0.8, eps);
655             [alpha_i_2, alpha_f_2] = bellvalues(0.9, eps);
656             alpha_i = interp1([0.8 0.9],[alpha_i_1 alpha_i_2], k);
657             alpha_f = interp1([0.8 0.9],[alpha_f_1 alpha_f_2], k);
658         else
659             [alpha_i_1, alpha_f_1] = bellvalues(0.9, eps);
660             [alpha_i_2, alpha_f_2] = bellvalues(1, eps);
661             alpha_i = interp1([0.9 1],[alpha_i_1 alpha_i_2], k);
662             alpha_f = interp1([0.9 1],[alpha_f_1 alpha_f_2], k);
663         end
664     end

```

```

1 clear
2 close all
3 clc
4
5 %% Nozzle 1:10 data:
6 eps_10 = 10;
7 % throat diameter 35 inches = 0.889 m
8 Rt_10 = 0.4445;
9
10 bell_percentage_eps_10 = 0.8;
11 [theta_n_deg_eps_10, theta_e_deg_eps_10] = bellvalues(bell_percentage_eps_10, eps_10)
12 ;
13 [x_eps_10, y_eps_10, Ln_cone_eps_10, Ln_eps_10, Nx_eps_10, Ny_eps_10, Qx_eps_10,
14   Qy_eps_10, Ex_eps_10, Ey_eps_10] = bell_nozzle(eps_10, Rt_10,
15   bell_percentage_eps_10, theta_n_deg_eps_10, theta_e_deg_eps_10);
16
17 % parabolic arc length
18 si = 0;
19 for i=2:125
20     si = si + sqrt((x_eps_10(i)-x_eps_10(i-1)).^2 + (y_eps_10(i)-y_eps_10(i-1)).^2);
21 end

```

```

20
21 %% 2D Plot
22 figure
23 grid on;
24 grid minor;
25 hold on;
26 plot(x_eps_10, y_eps_10);
27 plot(Nx_eps_10, Ny_eps_10, 'o');
28 plot(Qx_eps_10, Qy_eps_10, '.k');
29 plot(Ex_eps_10, Ey_eps_10, 'o');
30 legend('Bell Nozzle 2D', 'Inflection point', 'Cross point', 'Exit point');
31 xlabel('X [m]');
32 ylabel('Y [m]');
33
34 %% 3D Plot
35 n = length(x_eps_10);
36 theta_3d = linspace(0, 2*pi, n);
37 X_eps_10 = repmat(x_eps_10, [1,n]);
38 Y_eps_10 = y_eps_10.*cos(theta_3d);
39 Z_eps_10 = y_eps_10.*sin(theta_3d);
40
41 figure
42 surf(X_eps_10, Y_eps_10, Z_eps_10);
43 axis equal
44 box on
45 xlabel('X [m]');
46 ylabel('Y [m]');
47 zlabel('Z [m]');
48
49 %% Nozzle 1:16 data:
50 eps = 16;
51 % throat diameter 35 inches = 0.889 m
52 Rt = 0.4445;
53
54 bell_percentage = 0.8;
55 [theta_n_deg, theta_e_deg] = bellvalues(bell_percentage, eps);
56
57 [x, y, Ln_cone, Ln, Nx, Ny, Qx, Qy, Ex, Ey] = bell_nozzle(eps, Rt, bell_percentage,
      theta_n_deg, theta_e_deg);
58
59 %% 2D Plot
60 figure
61 grid on;
62 grid minor;
63 hold on;
64 plot(x, y);
65 plot(Nx, Ny, 'o');
66 plot(Qx, Qy, '.k');
67 plot(Ex, Ey, 'o');
68 legend('Bell Nozzle 2D', 'Inflection point', 'Cross point', 'Exit point');
69 xlabel('X [m]');
70 ylabel('Y [m]');
71
72 %% 3D Plot
73 n = length(x);
74 theta_3d = linspace(0, 2*pi, n);
75 X = repmat(x, [1,n]);
76 Y = y.*cos(theta_3d);
77 Z = y.*sin(theta_3d);
78
79 figure

```

```

80 surf(X, Y, Z);
81 axis equal
82 box on
83 xlabel('X [m]');
84 ylabel('Y [m]');
85 zlabel('Z [m]');

```

J.7. Sistemi di raffreddamento

```

1 %% CALCOLO DELLO SCAMBIO TERMICO NELL'UGELLO AGGIUNTIVO
2 % scambio convettivo, liquid rocket design da pagina 110
3
4 clear
5 clc
6 close all
7
8 % valori nel punto di aggiunta dell'estensione dell'ugello
9
10 T_c_teorica = 6429.6; % R temperatura in camera di combustione
11 T_c = T_c_teorica*0.975^2; % R fattore correttivo di c* pari a
12 % 0.975
13 p_c = 1124.85; % psia
14 g = 1.1754; % / Gamma dei gas combusti
15 mm = 22.26; % lb/mol Massa molare gas combusti (RPA)
16 cp = 1.1225; % btu/lb*F Specific heat at constant pressure a
17 % 1:10
18 c_star = 5929.2; % ft/s
19 R_t = 17.5; % in Raggio in gola
20
21 f_wg = 0.8; % T_wg/Tc
22 R_d = 2001.8; % in^2*s*F/btu Thermal resistance caused by the
23 % solid deposition
24 R = (27.38+6.97)/2; % in Radius of curvature of nozzle contour
25 % (parte nozzle)
26 rapp_A = 1/10; % / Rapporto area gola / inizio ugello
27 % aggiunto
28 sigma = 0.7; % Correction factor for property
29 % variations across the boundary layer (all'uscita dal nozzle)
30 gg = 32.2; % ft/s^2 Accelerazione gravitazionale
31
32
33 % OSS: R_d, f_aw, sigma sono presi da pagina 111 del liquid rocket design
34
35 % CALCOLI:
36 Pr = 4*g / ( 9*g -5 ); % considerata costante
37
38 T_wg = f_wg * T_c; % R Hot-gas-side local chamber-wall temperature
39
40 % calcolo di T_aw = T_c * f_aw dove f_aw e' il turbulent boundary layer
41 % recovery factor [val medio 0.9-0.98]
42 A_at = linspace(1,10,10);
43 Mach = [1, 2.018, 2.341, 2.552, 2.712, 2.842, 2.951, 3.046, 3.130, 3.205];
44

```

```

45 for i = 1:9
46 poly = polyfit(A_at, Mach, i);
47 poly_Mach = polyval(poly, A_at);
48 [m(i), k(i)] = max(abs(poly_Mach - Mach));
49 end
50
51 poly = polyfit(A_at, Mach, 9);
52 Are = linspace(10,16,50);
53 poly_Mach = (polyval(poly, Are));
54
55 r = Pr^0.33; % local recovery factor
56
57 T_aw = T_c.* (1 + (r* ((g-1)/2) *(poly_Mach.^2))) ./ (1 + (((g-1)/2) *(poly_Mach.^2)));
58 ;
59 mu = 46.6e-10 * mm^0.5 * T_c^0.6; % viscositÃ
60
61 hg = (0.026/((R_t*2)^0.2)) * (mu^0.2 * cp / (Pr^0.6)) * ...
62 (p_c * gg / c_star)^0.8 * (((R_t*2) / R)^0.1) * ...
63 (rapp_A)^0.9 * sigma; % btu/in^2*sec*F gas side heat transfer coefficient [btu/in^2*sec*F]
64
65 h_gc = 1 / ( (1/hg) + R_d ); % btu/in^2*sec*F overall gas-side thermal conductance
66
67 q = h_gc * (T_aw - T_wg); %[btu/in^2*sec] Heat flux or % heat transferred across the stagnant gas film per unit surface area per unit time
68
69
70 q_real = q * 1055.06 / 0.00064516; % [J/m^2*s] Heat flux

```

```

1 %% CALCOLO DELLO SCAMBIO TERMICO NELL'UGELLO AGGIUNTIVO
2 % scambio convettivo, liquid rocket design da pagina 110
3
4 clear
5 clc
6 close all
7
8 % valori nel punto di aggiunta dell'estensione dell'ugello
9
10 T_c_teorica = 6429.6; % R temperatura in camera di combustione
11 T_c = T_c_teorica*0.975^2; % R fattore correttivo di c* pari a 0.975
12 p_c = 1124.85; % psia
13
14 g = 1.1754; % /
15 mm = 22.26; % lb/mol Gamma dei gas combusti
16 cp = 1.1225; % btu/lb*F Massa molare gas combusti (RPA)
17 c_star = 5929.2; % ft/s Specific heat at constant pressure a 1:10
18
19 R_t = 17.5; % in Raggio di gola
20
21 f_aw = 0.93; % / Turbulent boundary layer recovery factor [
22   val medio 0.9-0.98]
23 f_wg = 0.8; % T_wg/Tc
24 R_d = 2001.8; % in^2*s*F/btu Thermal resistance caused by the solid deposition
25
26 R = (27.38+6.97)/2; % in Radius of curvature of nozzle contour (
27   parte nozzle)
28
29 rapp_A = 1/10; % / Rapporto area gola / inizio ugello aggiunto

```

```

28
29 sigma = 0.7; % Correction factor for property variations
   across the boundary layer (all'uscita dal nozzle)
30
31 gg = 32.2; % ft/s^2 Accelerazione gravitazionale
32
33
34 % OSS: R_d, f_aw, sigma sono presi da pagina 111 del liquid rocket design
35
36 % CALCOLI:
37
38 T_wg = f_wg * T_c; % R Hot-gas-side local chamber-wall temperature
39 T_aw = f_aw * T_c; % R Adiabatic wall temperature of the gas
40
41
42 mu = 46.6e-10 * mm^0.5 * T_c^0.6; % viscositÀ
43 Pr = 4*g / ( 9*g - 5 );
44
45 hg = (0.026/((R_t*2)^0.2)) * (mu^0.2 * cp / ...
46   (Pr^0.6)) * (p_c * gg / c_star)^0.8 * (((R_t*2) / R)^0.1 ) ...
47 * (rapp_A)^0.9 * sigma; % gas side heat transfer coefficient [btu/in^2*sec*F]
48
49 h_gc = 1 / ( (1/hg) + R_d ); % btu/in^2*sec*F overall gas-side thermal
   conductance
50
51 q = h_gc * (T_aw - T_wg); %[btu/in^2*sec] Heat flux or heat transferred
   across the stagnant
52 % % gas film per unit surface
   area per unit time
53
54 q_real = q * 1055.06/ 0.00064516; % Heat flux [J/m^2*s]
55
56 %% h_g calculation h_g = a*b*c
57
58 a = (0.026/((R_t*2)^0.2)) * (mu^0.2 * cp / (Pr^0.6)) * (p_c * gg / c_star)^0.8 * (((R_t*2) / R)^0.1 );
59 a_vec = a * ones(1,12);
60
61 rapp_A_vect = 1./linspace(10,16,12);
62 b_vec = rapp_A_vect.^0.9;
63
64 exp = linspace(10,16,12);
65
66 exp_to_interp = [ 10 11 12 13 14 15 16 ];
67 r_d_vec_to_int = [ 2000 2025 2050 2060 2070 2080 2090 ]; % values from exp
   10,11,12,13,14,15,16.
68
69 poly = polyfit(exp_to_interp, r_d_vec_to_int, 2);
70 xx = linspace(10,16,100);
71 yy = polyval(poly, xx);
72 % figure;
73 % plot(xx, yy);
74 % hold on
75 % plot(exp_to_interp, r_d_vec_to_int, 'x');
76 % grid on;
77 % grid minor;
78 r_d_vec = polyval(poly, exp);
79
80 c_vec = 0.7*ones(1,12); %sigma_vec
81

```

```

82 h_g_vec = a_vec.*b_vec.*c_vec;
83
84 h_gc_vec = (1./h_g_vec) + r_d_vec).^-1;
85
86 q_conv = (T_aw - T_wg) * h_gc_vec * 1055.06/ 0.00064516;
87
88 %%
89
90
91 T_co = 1588.25; % °R - temperatura del cooling all'ingresso.
92 c_pvc = 0.655; % btu/(lb F) - specific heat at constant pressure
93 eta_c = 0.50; % .25 - .65 valori tipici
94
95 rapp = (T_aw - T_wg)/(T_aw - T_co);
96 esp = (h_gc_vec./(c_pvc*eta_c));
97 rapp_2 = 1/rapp;
98 G_c = esp./log(rapp_2) *703.0696; % kg/(m^2 sec)
99 area = 19.9877; % [m^2] internal nozzle area from 10:1 to 16:1
100 G_total = G_c * area;

```

```

1 clear
2 clc
3 close all
4
5 % valori nel punto di aggiunta dell'estensione dell'ugello
6
7 T_c_teorica = 6429.6; % R                      temperatura in camera di combustione
8 T_c = T_c_teorica*0.975^2; % R                  fattore correttivo di c* pari a 0.975
9 p_c = 1124.85; % psia
10
11 g = 1.1754; % /                                Gamma dei gas combusti
12 mm = 22.26; % lb/mol                          Massa molare gas combusti(RPA)
13 cp = 1.1225; % btu/lb*F                      Specific heat at constant pressure a 1:10
14 c_star = 5929.2; % ft/s
15
16 R_t = 17.5; % in                               Raggio di gola
17
18 f_aw = 0.93; % /                               Turbulent boundary layer recovery factor in gola
19 [intervallo 0.9-0.98]
20 R_d = 1125; % in^2*s*F/btu Thermal resistance caused by the solid deposition
21 in gola
22
23 R = (27.38+6.97)/2; % in Radius of curvature of nozzle contour (parte
24 nozzle) (utilizzo R1 e Rn di rpa)
25 rapp_A = 1; % /                                 Rapporto aree in gola
26
27 gg = 32.2; % ft/s^2                           Accelerazione gravitazionale
28
29 % calcoli preliminari all'altezza della gola:
30
31 T_wg = 1188; % R     Hot-gas-side local chamber-wall temperature (gola) ->
32 dato sperimentale (p111 modern engine)
33 T_aw = f_aw * T_c; % R     Adiabatic wall temperature of the gas
34
35 sigma = 1.42; % /     Correction factor for property variations across the
36 boundary layer (in gola): dal grafico p110 liquid rocket design, considerando T_wg
37 /T_c = 0.1848 e interpolando (approx)
38
39 mu_gg= 46.6e-10 * mm^0.5 * T_c^0.6; % viscosità gas combusti

```

```

36 Pr = 4*g / ( 9*g -5 ); % considero costante
37
38 hg = (0.026/((R_t*2)^0.2)) * (mu_gg^0.2 * cp / (Pr^0.6)) * ...
39   (p_c * gg / c_star)^0.8 * (((R_t*2) / R)^0.1) * ...
40   (rapp_A)^0.9 * sigma; % btu/in^2*sec*F      gas side heat transfer
41   coefficient
42 h_gc = 1 / ( (1/hg) + R_d ); % btu/in^2*sec*F      overall gas-side thermal
43   conductance
44 q = h_gc * (T_aw - T_wg); % btu/in^2*sec      Heat flux or heat
45   transferred across the stagnant gas film per unit surface area per unit time
46
47 %% REGENERATIVE
48
49 %DATI
50
51 % dati lega X750
52 Numero_tubi = 178;
53 k_lega = 3.19e-4; % btu/in^2*s*F/in Thermal conductivity of chamber wall
54
55 E = 28e6; % psi Modulus of elasticity of tube wall
56 material
56 a = 8e-6; % in/in * F Thermal expansion coefficient of tube
57 wall material
58 v = 0.35; % / Coefficiente di Poisson
59
60 % dati RP1 tubi in gola
61 T_co = 600; % R ***** Coolant bulk temperature in gola nei
62   tubi up (temperatura accettabile per i baffles e piu alta della temperatura di
63   stoccaggio)
64   %
65   % ben sotto la temperatura critica di
66   % ebollizione del kerosene
67
68 k_fuel = 1.78e-6; % btu/in^2*s*(F/in) Coolant thermal conductivity
69 C1 = 0.0214; % costante propria del RP1 per il calcolo del numero di nusselt
70
71 % RP1 in condizioni T_c
72 mu = 4.16e-5; % lb/in*s Coolant viscosity at bulk temperature
73   600 R
74 mu_w = 0.416e-5; % lb/in*s ***** Coolant viscosity at coolant sidewall
75   temperature (valore preso dall'esempio, con Twc = 1000, questo ~ 994)
76
77 w_f = 70/100 * 1754.02; % lb/s mass flow rate RP1 che passa
78   nei tubi
79 ro = 0.0293; % lb/in^3 densità RP1 (valore di
80   stivaggio, approssimazione nella trattazione pompa: no delta ro no delta T
81
82 % calcoli: dimensionamento tubi altezza gola considerando tubo up (condizione
83   peggiore)
84
85 for t = 0.02:0.0001:0.04 % in
86 T_wc = T_wg - (q*t / k_lega); % R coolant side wall temperature
87 h_c = q / (T_wc - T_co); % Btu/in^2sF coefficiente di scambio
88   termico per consentire flusso termico per il salto di temperatura dalla t parete
89   lato fluido e la t media fluido
90
91 % Nusselt = C1*Re^0.8* Pr* 0.4 * rapp_mu ^ 0.14
92 % sostituendo : hc*d/k_f = C1 * ( ro*V_co*d / mu) * a * b con d diametro interno
93   tubi incognita

```

```

81 % cerco coefficienti aa bb, V_co
82
83 aa = (mu * cp / k_fuel) ^ 0.4;
84 bb = (mu / mu_w) ^ 0.14;
85
86 % sostituisco l'espressione di V_co funzione di N e d nell'equazione dei
87 % Nusselt per trovare N = N(d)
88
89 syms d N_tubi           % d diametro interno, N = numero tubi
90
91 V_co = (w_f/ro) / (N_tubi/2 * (pi*d^2)/4); % in/s          coolant velocity
92
93 Coeff_N = ( 0.0214 * ( 8*w_f/(mu*pi) ) ^ 0.8 * (aa * bb * k_fuel / h_c) ) ^ (1/0.8);
94 % dove N è il numero di tubi calcolato come Coeff_N * diametro(-9/4)
95
96 % Sostituisco N = pi*(R_t*2 + 0.8*(diametro_interno+0.04))/(diametro_interno+0.04)
97 % nell'espressione per il calcolo del numero di tubi e trovo d
98
99 L = 0.8 * 0.04 + 2*R_t;
100
101 % risolvendo (Coeff_N * d^(-9/4) == pi* (0.8*d + L) / (d + 0.04)) si
102 % ottiene la soluzione in modo grafico (wolframalpha) oppure tramite solve
103
104 f(d) = Coeff_N * d^(-9/4) - pi* (0.8*d + L) / (d + 0.04);
105 [sol, par, cond] = solve( f(d) == 0, d, 'Real', true, 'ReturnConditions',true);
106
107 assume(cond)
108 restr = sol > 0;
109 sol_par = solve(restr,par);
110
111 d_interno = double(subs(sol,par,sol_par));           % in
112
113 N_tubi = round(Coeff_N * d_interno^(-9/4))
114
115 if N_tubi == Numero_tubi
116     d_int = d_interno;
117     thickness= t;
118     break;
119 end
120
121 end
122
123 diametro_interno = d_int * 2.54;                      % cm
124
125 V_co = (w_f/ro) / (Numero_tubi/2 * (pi*diametro_interno^2)/4); % in/s
126
127 % calore scambiato nel regenerativo per unità di superficie all'altezza
128 % della gola in funzione del coefficiente H
129
130 H = 1/ (1/h_gc + thickness/k_lega + 1/h_c);
131 q_1 = H *(T_aw-T_co);           % [Btu/in^2*sec]

```

```

1 %% CALCOLO DELLO SCAMBIO TERMICO NELL'UGELLO AGGIUNTIVO
2 % scambio convettivo, liquid rocket design da pagina 110
3
4 clear
5 close all
6 clc
7
8
9 % valori nel punto di aggiunta dell'estensione dell'ugello

```

```

10
11 T_c = 6429*0.975^2; % R          temperatura in camera di combustione con fattore
12   correttivo
13 p_c = 1124.85;      % psia
14
15 g   = 1.2439;       % /           Gamma dei gas combusti 1:10
16 mm  = 22.26;        % lb/mol      Massa molare
17 cp   = 1.1225;      % btu/lb*F  Specific heat at constant pressure a 1:10
18 c_star = 5929.2;    % ft/s
19
20 %T_g = 3012.64;    % R           Temperatura gas combusti in 1:10
21 R_10 = 57.58;       % in          Raggio nel punto di 1:10
22
23 f_wg  = 0.8;        %             T_wg/Tc
24 %R_d   = 2090;       % in^2*s*F/btu Thermal resistance caused by the solid
25   deposition
26
27 R = ((666.75 + 169.80)/2)/25.4;      % in          mean Radius of curvature of
28   nozzle contour (media interno/esterno) (parte nozzle)
29
30   % /          Rapporto area gola / inizio ugello aggiunto
31
32   %
33   % Correction factor for property variations across the boundary layer
34   % (all'uscita dal nozzle)
35
36 gg = 32.2;          % ft/s^2      Accelerazione gravitazionale
37
38
39 % OSS: R_d, f_aw, sigma sono presi da pagina 111 del liquid rocket design
40
41 % CALCOLI:
42
43
44
45
46 %% h_g calculation h_g = a*b*c
47 r_t = 17.5; %inch
48
49 a = (0.026/((r_t*2)^0.2)) * ((mu^0.2) * cp / (Pr_1^0.6)) * ((p_c * gg / c_star)^0.8)
50   * (((r_t*2) / R)^0.1);
51 a_vec = a*ones(100,1);
52 xx = linspace(0, 112.98, 100)'; %inch - discretizzazione lunghezza ugello sull'asse
53   di simmetria
54 cc = 0.8*0.445*39.37/tan(deg2rad(15));
55 rapp = (xx/cc + 1).^-2;
56 b_vec = rapp.^0.9;
57
58 %% mach number interpolation (da Ae/At 1 a 10)
59 A_at = linspace(1,10,10);
60 Mach = [1, 2.018, 2.341, 2.552, 2.712, 2.842, 2.951, 3.046, 3.130, 3.205];
61
62 figure
63 grid on;
64 grid minor;
65 plot(A_at, Mach, '.k', 'MarkerSize', 8);
66 xlabel('A_{at}');

```

```

65 ylabel('Mach')
66 hold on
67
68 for i = 1:9
69     poly = polyfit(A_at, Mach, i);
70     poly_Mach = polyval(poly, A_at);
71     [m(i), k(i)] = max(abs(poly_Mach - Mach));
72 end
73
74 poly = polyfit(A_at, Mach, 9);
75 Are = rapp.^-1;
76 poly_Mach = (polyval(poly, Are));
77 plot(Are, poly_Mach, 'green');
78 legend('data', 'interpolation');
79
80 poly_rd = R_d(Are);
81 poly_rd = poly_rd';
82
83 %%
84
85 n = 100; %numero di stazioni tra gola e rapporto 10:1
86 T_wg = 5000*ones(n,1);
87 M = poly_Mach;
88 T_c = T_c*ones(100,1);
89 T_ci = zeros(100,1);
90 T_co = zeros(100,1);
91 T_wc = zeros(100,1);
92 T_aw = T_c.*((1 + (r*((g-1)/2) * (poly_Mach.^2))) ./ (1 + (((g-1)/2) * (poly_Mach.^2))));
93 T_cool = zeros(n,1);
94 T_iniziale_coolant = (527 + 600)/2;
95 T_cool(1) = T_iniziale_coolant; %Rankine -
96 m_dot_cool = 1145.219881; %lb/s
97
98 c_spec_rp1 = 0.5; %btu / lb F
99 dx = (xx(end)/n);
100 T_ci(1) = T_iniziale_coolant;
101 lambda_wall = 3.86*1e-4; %dati design of LRE systems Huzel et al. pag 119 pdfk_cool =
102 % 1.78*1e-6; % dati design of LRE ..
103 mu_cool = 4.16*1e-5; % dati deisgn of LRE
104 k_cool = 1.78*1e-6;
105 Pr = (mu_cool*c_spec_rp1/k_cool);
106
107 n_tubes_pre = 178;
108 n_tubes_post = 356;
109 diam_tubes_ext = zeros(100,1);
110 L_3 = 0.80 * ((sqrt(3) - 1) * 0.4445) / (tan(deg2rad(15))) * 39.37; %inches (factor
111 % 39.37 convert from m to inches)
112
113 for k = 1:100
114
115 if xx(k) < L_3
116
117     diam_tubes_ext(k) = 2*pi*(r_t * sqrt(Are(k))) / n_tubes_pre;
118 else
119     diam_tubes_ext(k) = 2*pi*(r_t * sqrt(Are(k))) / n_tubes_post;
120
121 end
122

```

```

123 end
124
125 t = 0.0303; %spessore tubi in inches
126 d_tubes_int = diam_tubes_ext - 2*t;
127 area_tubes_int = (pi/4) * d_tubes_int.^2;
128 G = m_dot_cool./area_tubes_int;
129
130 % questo modello RPA (ciclo iterativo) non considera il deposito carbonioso del
131 % flusso di gas
132 while k > 0.05
133 T_wg(1)
134 T_wg_i = T_wg; %per check convergenza
135
136 sigma_vec = (((0.5*T_wg./T_c) .* (1 + (M.^2) * 0.2439/2) + 1/2).^(-0.68)).*(1 +
137 M.^2) * 0.2439/2).^(-0.12);
138 alfa_t = a_vec.*b_vec.*sigma_vec;
139 alfa_t = (alfa_t.^-1 + poly_rd).^-1;
140 q_gas_side = alfa_t.*(T_aw - T_wg)
141 Radius = r_t*(rapp.^(-1/2));
142
143 dT_cool = (2*pi*flip(Radius).*flip(q_gas_side)*dx)./(m_dot_cool*c_spec_rp1);
144
145 for i = 1:n-1
146 T_ci(i+1) = T_ci(i) + dT_cool(i);
147 T_co(i+1) = T_ci(i);
148 end
149 T_co(1) = T_ci(2);
150 T_cool = (T_ci + T_co)/2;
151 T_wc = T_wg - q_gas_side*t/lambda_wall;
152 h_cool_side = 0.029 * c_spec_rp1 * ((mu_cool^(0.2)) / ((Pr)^(2/3))) .* ((G.^0.8) ...
153 ./ (d_tubes_int.^0.2)) .* (T_cool./T_wc).^0.55;
154 %STEP DI ITERAZIONE -> RIDEFINIRE T_WC E T_WG;
155 T_wc = flip(T_cool) + q_gas_side./h_cool_side;
156 T_wg = (q_gas_side*t/lambda_wall) + T_wc;
157 T_wg_i1 = T_wg;
158 k = (abs(T_wg_i1 - T_wg_i))./T_wg_i;
159 k = min(k);
160
161 figure;
162 plot(xx, T_wg, 'Color', 'r');
163 xlabel('asse nozzle [inch]');
164 ylabel('Temp. wall lato gas T[R]')
165 hold on;
166 plot(xx, T_wc, 'Color', 'g')
167 xlabel('asse nozzle [inch]');
168 ylabel('Temp. wall lato coolant T[R]')
169 plot(xx, flip(T_cool))
170 xlabel('asse nozzle [inch]');
171 ylabel('Temp. coolant T[R]')
172 grid on;
173 figure;
174 plot(xx, q_gas_side);
175 xlabel('asse nozzle [inch]');
176 ylabel('flusso di calore q[btu/inch^2 s]')
177 grid on;

```

Bibliografia

- [1] Esercitazione endoeattori liquidi. PDF, 2022.
- [2] National Aeronautics and Space Administration. *Turbopump Systems for Liquid Rocket Engines*, 8 1974.
- [3] National Aeronautics and Space Administration. *Liquid Rocket Engine Nozzles*, 7 1976.
- [4] George C. Marshall Space Flight Center. *Saturn V Flight Manual SA-507*. National Aeronautics and Space Administration, 10 1969.
- [5] George C. Marshall Space Flight Center. *Saturn V Launch Vehicle Flight Evaluation Report - AS-506 Apollo 11 Mission*. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 9 1969.
- [6] Configuration accounting, logistics engineering and training. *R-3896-1 - F-1 Engine Familiarization Training Manual*. Rocketdyne, 7 1971.
- [7] D.H. Huang D.K. Huzel. *Design of Liquid Propellant Rocket Engines*, vol. 2. Scientifical and Technichal Division NASA, 1967.
- [8] D.H. Huang D.K. Huzel. *Modern Engineering for Design of Liquid Propellant Rocket Engines*. AIAA, 1992.
- [9] Howard W. Douglass. *Liquid Propellant Gas Generators*. National Aeronautics and Space Administration, 3 1972.
- [10] Mike Jetzer. heroicrelics.org. <http://heroicrelics.org>.
- [11] Joseph C. Oefelein, Vigor Yang. Comprehensive Review of Liquid-Propellant Combustion Instabilities in F-1 Engines. *Journal of Propulsion and Power*, 9(5):657–677, 10 1993.
- [12] Sam Kobilksa & Chip Kopicz. Chemical equilibrium with applications for matlab: Quick start guide. PowerPoint, 7 2017. An optional note.
- [13] Manuel Martin-Sanchez. Lecture 25: Basic turbomachine performance. PDF, 2005. Additional PDFs at <https://ocw.mit.edu/courses/16-512-rocket-propulsion-fall-2005/>.
- [14] Kimble D. McCutcheon. Rocketdyne f-1 engine descripton. <https://www.enginehistory.org/Rockets/RPE08.11/F-1ExManNozzleExt.jpg>, 2021.
- [15] Kimble D. McCutcheon. [enginehistory.org](https://www.enginehistory.org). <https://www.enginehistory.org>, 2022.
- [16] National Aeronautics and Space Administration & Rocketdyne. *Technical information summary, Apollo-10 (AS-505)*, 12 1966.
- [17] National Aeronautics and Space Administration & Rocketdyne. *R-3896-4 - Technical manual, Illustrated parts breakdown*, 1 1970.
- [18] NASA Design Criteria Office. *Liquid Rocket Engine Turbines*, 1 1974.
- [19] Alexander Ponomarenko. *RPA: Thermal Analysis of Thrust Chambers*, 3 2012.
- [20] Rocketdyne. *R-3896-1 - Technical Manual - Engine Data F-1 Rocket Engine*. National Aeronautics and Space Administration & Rocketdyne, 3 1967.
- [21] Rocketdyne. *R-3896-1A - Technical Manual Supplement - Engine Data F-1 Rocket Engine*. National Aeronautics and Space Administration & Rocketdyne, 3 1967.
- [22] Joseph C. Oefelein & Vigor Yang. Comprehensive review of liquid-propellant combustion instabilities in f-1 engines. PDF, 1993.