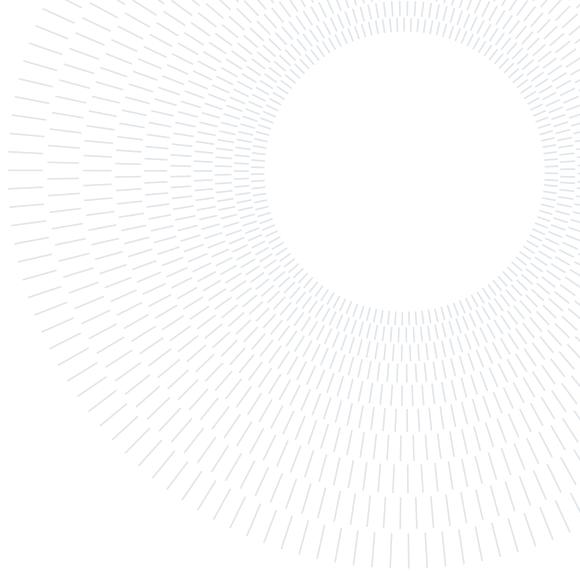




**POLITECNICO**  
MILANO 1863

SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE  
E DELL'INFORMAZIONE



## Prova Finale di Propulsione Aerospaziale

LAUREA TRIENNALE IN AEROSPACE ENGINEERING - INGEGNERIA AEROSPAZIALE

**Autori:** SILVIA PALA, GIORGIA PALLARA, DANIELE PATERNOSTER, ALEX CRISTIAN TURCU,  
RESHAL ANTONINO FERNANDO WARNAKULASURIYA

**Professore:** CHRISTIAN PARAVAN

**Anno accademico:** 2022-2023

---

## Sommario

La presente relazione di prova finale intende dare una descrizione dell'endoreattore F-1 prodotto da Rocketdyne. Cinque di questi motori vennero installati sul primo stadio S-IC del vettore Saturn V che portò il primo uomo sulla luna. L'obiettivo di questo stadio era quello di portare il razzo ad una quota di 61 km, fornendo un  $\Delta v \simeq 2300$  m/s.

Di seguito verranno analizzati i principali sistemi per un singolo motore, partendo dal sistema di alimentazione, passando per il sistema di generazione della potenza ed arrivando infine al sistema di espansione gasdinamico e al suo raffreddamento. Si provvederà inoltre a dare una descrizione quali/quantitativa delle scelte progettuali applicate ai tempi. Infine, verrà studiata una alternativa ai propellenti utilizzati, rimarcando le conseguenze sull'intero sistema propulsivo che tale variazione implica.

## Indice

<b>Sommario</b>	<b>I</b>
<b>Indice</b>	<b>II</b>
<b>1 Nomenclatura</b>	<b>1</b>
<b>2 Analisi della missione</b>	<b>1</b>
<b>3 Propellenti</b>	<b>2</b>
3.1 Coppia di propellenti: RP-1 / LOX . . . . .	2
3.2 Propellente ipergolico . . . . .	3
<b>4 Serbatoi e pressurizzazione</b>	<b>3</b>
<b>5 Schema termodinamico</b>	<b>3</b>
<b>6 Gas generator</b>	<b>4</b>
<b>7 Turbopompa</b>	<b>7</b>
7.1 Pompa . . . . .	7
7.2 Turbina . . . . .	7
7.2.1 Descrizione turbina . . . . .	7
7.2.2 Turbina - scelte progettuali . . . . .	7
7.2.3 Analisi quantitativa - dimensionamento . . . . .	8
<b>8 Piatto d'iniezione</b>	<b>9</b>
<b>9 Camera di spinta</b>	<b>10</b>
9.1 Descrizione del sistema . . . . .	10
9.2 Modellazione dell'ugello . . . . .	11
9.3 Confronto tra ugello 10:1 e 16:1 . . . . .	12
<b>Appendice</b>	<b>14</b>
<b>A Immagini e schemi</b>	<b>14</b>
<b>B Grafici di varie grandezze in funzione del tempo di volo</b>	<b>14</b>
<b>C Confronto peso molecolare gas generator tra caso Fuel Rich e Oxidizer Rich</b>	<b>16</b>
<b>D Prodotti gas generator analizzati con software NASA CEA</b>	<b>16</b>
<b>E Schemi del gas generator</b>	<b>16</b>
<b>F Diagrammi di velocità</b>	<b>16</b>
<b>G Codici MATLAB usati</b>	<b>18</b>
G.1 Simulazione di volo . . . . .	18
<b>Bibliografia</b>	<b>23</b>

## 1. Nomenclatura

## 2. Analisi della missione

La missione prevede una durata totale di funzionamento dello stadio di 161 s, durante il quale l'obiettivo principale è quello di portare il vettore di lancio ad una altitudine approssimativa di 61 km e ad una velocità di circa 2388 m/s. La sequenza di accensione prevede l'avvio del motore centrale per primo, seguito in sequenza dalle due coppie di motori simmetrici, questi accesi con un ritardo di 300 ms allo scopo di ridurre al minimo le vibrazioni sulla struttura principale; il computer di bordo attende quindi il raggiungimento del valore di spinta massimo per inviare il comando di sgancio del razzo dalla rampa di lancio. Il vettore, una volta sganciato, non può più essere fermato. Ad un'altitudine fissata di 1300 metri, il Saturn V comincia una manovra di rollio attorno al suo asse al fine di raggiungere la traiettoria corretta per il prosieguo della missione. La totalità delle informazioni riguardanti le istruzioni per l'assetto e i venti dominanti nel periodo di lancio sono pre-registrate nel programma di lancio. È inoltre necessario lo spegnimento del motore centrale a  $t = 135$  s, prefissato da programma, per non superare i limiti strutturali di carico massimo sopportabile. La spinta, infatti, non è un fattore controllabile nei motori F-1 e, per ovviare a questo problema, si provvede quindi ad interrompere direttamente il flusso di propellente al motore. [2] [3]

Di seguito sono riportate le formule e i risultati di una simulazione della missione del primo stadio del Saturn V, il cui scopo è di analizzare le variazioni dei vari parametri di interesse del razzo durante tutto il tempo di volo. Tale simulazione è stata realizzata con l'ausilio del software MATLAB, con il quale è stato risolto il sistema di equazioni differenziali descritto più avanti. L'algoritmo numerico risolutivo scelto è il metodo di Eulero in avanti ([Appendice G](#)).

Per la simulazione del lancio è stato sviluppato un modello con determinate ipotesi semplificative al fine di descrivere l'intera dinamica del razzo:

- è stato utilizzato un modello di Terra piatta ed irrotazionale, al fine di adottare un sistema di riferimento inerziale, trascurando dunque effetti di variazione di traiettoria dovuti allo spostamento terrestre e variazioni di quota dovute al cambiamento di latitudine durante il volo;
- i valori di pressione e temperatura ambientale al variare della quota sono stati ottenuti mediante l'uso del Modello di Atmosfera Standard, ponendo una temperatura di riferimento al suolo di 25°C;
- il valore di portata massica del propellente ai motori è assunto costante durante tutto il funzionamento dello stadio, con una variazione del suo valore soltanto a seguito dello spegnimento del motore centrale al tempo prefissato;
- per ricavare le forze di resistenza aerodinamica e l'angolo di volo sono state utilizzate le curve sperimentali presenti nel report della missione dell'Apollo 11. [3]

Il modello matematico realizzato per la descrizione del vettore di lancio consta dunque delle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
 h &= \int v_v dt & s &= \int v_h dt & v_v &= \int a_v dt & v_h &= \int a_h dt & v_{tot} &= \sqrt{v_v^2 + v_h^2} \\
 \phi &= \arctan \frac{v_h}{v_v} & a_v &= -g + \frac{T \cos \theta - D \cos \phi}{m} & a_h &= \frac{T \sin \theta - D \sin \phi}{m} \\
 g &= \frac{\mu}{(R_T + h)^2} & m &= m_i - \dot{m}t & T &= T_{vac} - A_e p_e & D &= \frac{1}{2} \rho v_{tot}^2 S C_D
 \end{aligned}$$

Seppur il modello risulti semplificato rispetto alla complessa realtà fisica di funzionamento, si ottengono andamenti delle principali grandezze fisiche di interesse perfettamente in linea con gli andamenti tabellati forniti nel report del vettore di lancio. [3]

I requisiti fondamentali, ovvero il raggiungimento della quota prefissata e della velocità finale prima dello sgancio dello stadio S-IC, risultano soddisfatti e sufficientemente precisi, con valori ottenuti di 59557 m e 2353 m/s.

Di seguito sono riportati i grafici di alcune grandezze in funzione del tempo di volo (ulteriori grafici possono essere consultati in [Appendice B](#)):

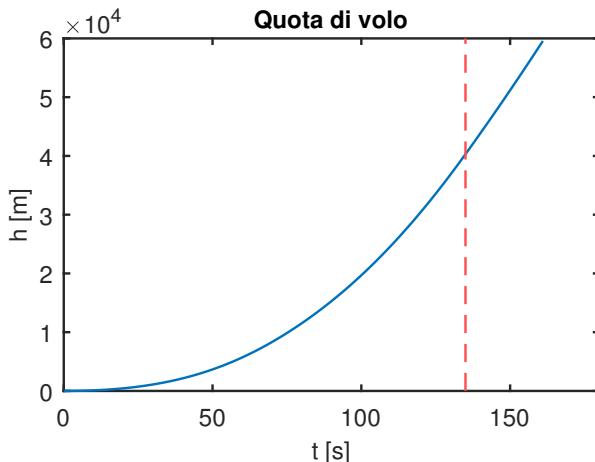


Figura 1: Quota in funzione del tempo

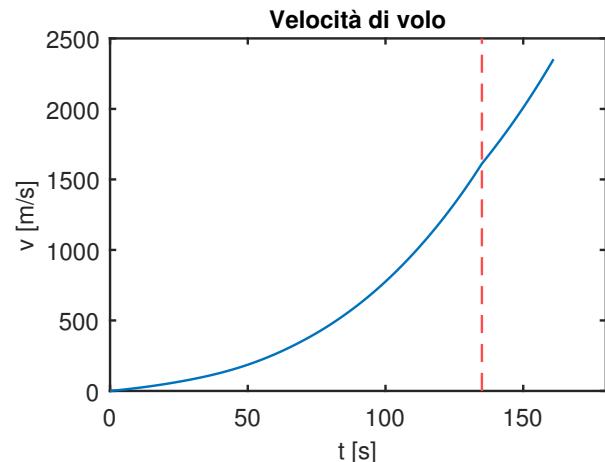


Figura 2: Velocità in funzione del tempo

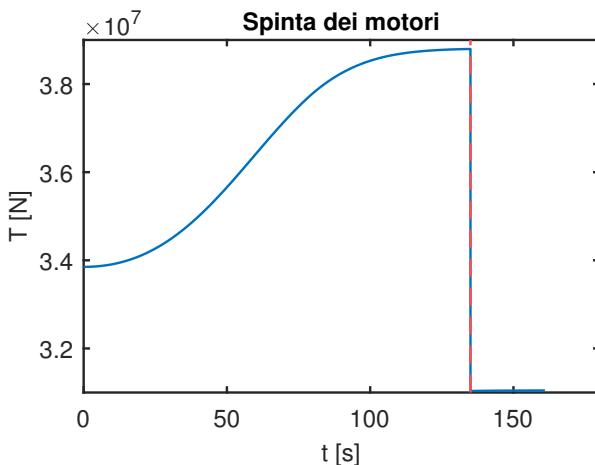


Figura 3: Spinta in funzione del tempo

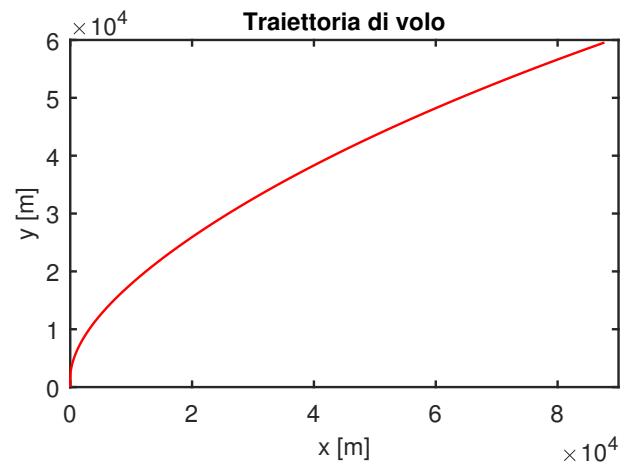


Figura 4: Traiettoria del vettore

Le evidenze sperimentali ci permettono quindi di assumere il modello implementato come effettivamente rappresentativo del lancio del Saturn V avvenuto nella realtà.

### 3. Propellenti

#### 3.1. Coppia di propellenti: RP-1 / LOX

Lo stadio S-IC utilizza la coppia di propellenti ossigeno liquido (LOX) e cherosene (RP-1), ovvero una coppia semi-criogenica. Questa combinazione offre un buon equilibrio tra efficienza e semplicità.

L'ossigeno liquido è un ossidante che reagisce facilmente con i combustibili, come il cherosene e l'idrogeno liquido, per produrre una combustione ad alta temperatura e alta pressione: difatti può produrre una maggiore spinta per unità di massa di propellente rispetto ad altri ossidanti. La temperatura di ebollizione molto bassa (-182.96°C) lo rende un propellente criogenico, il che significa che deve essere mantenuto ad una temperatura uguale o minore rispetto a quella di ebollizione durante lo stoccaggio e l'utilizzo. Tuttavia, a causa delle sue proprietà criogeniche,

richiede una conservazione e una manipolazione estremamente accurate e può essere pericoloso se non gestito correttamente.

Il cherosene (RP-1), d'altra parte, è un combustibile ad alta densità energetica che brucia in modo pulito e consente un impulso specifico elevato rispetto ad altri combustibili idrocarburici, oltre ad essere facilmente reperibile e relativamente economico. L'RP-1 è un tipo di cherosene raffinato, ovvero una miscela liquida di idrocarburi, che viene prodotto mediante il raffinamento del petrolio greggio che permette di rimuovere le impurità e migliorarne la stabilità e la consistenza. Il prodotto finito ha un alto contenuto di idrocarburi a catena lunga, che lo rende un combustibile altamente efficiente.

La scelta di questi propellenti ha preso in considerazione anche fattori come la sicurezza, l'affidabilità e la facilità di gestione.

	$\rho [kg/m^3]$	$T_{ebollizione} [K]$	$T_{congelamento} [K]$	$M [g/mol]$		
<b>RP-1</b>	810	460/540	225	175		
<b>LOX</b>	1141	90.2	50.5	32		
	$I_{sp} [s]$	$O/F_{opt}$	$T_{comb} [K]$	$\gamma$	$\rho_{prod} [kg/m^3]$	$M_{prod} [g/mol]$
<b>RP-1/LOX</b>	265	2.56	3670	1.24	1020	21.9

Tabella 1: Dati per la coppia di propellenti RP-1 / LOX

### 3.2. Propellente ipergolico

Oltre ai due propellenti utilizzati per il funzionamento del motore è stato necessario l'utilizzo di un propellente ipergolico, ovvero un fluido ausiliario. L'accensione del fluido ausiliario è un metodo per cui un liquido o un gas ipergolico, oltre al combustibile normale e all'ossidante, viene iniettato nella camera di combustione per un breve periodo durante l'operazione di avviamento del motore. Questo fluido produce una combustione spontanea a contatto con il combustibile o con l'ossidante. Nel caso dell'F-1 sono stati utilizzati durante il processo di accensione Trietilborano (TEB - 85%) e trietilalluminio (TEA - 15%), che messi a contatto con l'ossigeno liquido sono in grado di avviare la combustione istantaneamente.

## 4. Serbatoi e pressurizzazione

### 5. Schema termodinamico

Lo schema termodinamico semplificato del sistema propulsivo F-1 viene presentato di seguito. Per poter trattare le principali grandezze termodinamiche quali sono la pressione P, la temperatura T e la portata massica  $\dot{m}$ , si è deciso di consultare i manuali del motore per poter estrapolare uno schema semplificativo a blocchi [6]. Nello schema presentato viene introdotto il sistema a ciclo generatore di gas che permette l'alimentazione della turbopompa. Supponendo il funzionamento a regime (Main Stage), l'alimentazione è completamente auto sostenuta finché non viene soppressa dai computer di bordo (al termine del  $t_{burn}$ ) o viene esaurito il propellente.

Qualitativamente, dai due serbatoi di LOX e RP1 viene spillata una portata, che viene trattata dalla turbopompa che porta in pressione i due liquidi. I due tank sono messi leggermente in pressione da un gas inerte: elio (e GOX nel tank LOX). Il motivo per cui si preferisce avere un gas in pressione è che permette una uscita facilitata dai due tank ed evita la cavitazione man mano che vengono svuotati i serbatoi. La turbopompa sarà trattata in dettaglio nei paragrafi successivi, data la sua complessità costruttiva. Per questo schema è sufficiente sapere che essa ha il compito di portare ad una certa pressione i due liquidi. Per poter alimentare le pompe, viene calettata sullo stesso asse in comune una turbina. Questa turbina viene mossa da dei gas caldi combusi in una piccola camera di combustione. Questo sottosistema viene chiamato Gas Generator o GG, viene alimentato da una portata spillata dopo le turbopompe della stessa coppia RP1/LOX con un eccesso di combustibile per evitare temperature elevate in ingresso turbina. I gas caldi in uscita dal GG vengono

ulteriormente sfruttati per poter scaldare e quindi pressurizzare l'olio, successivamente tali gas di scarico vengono posti in uno tubo circonferenziale all'ugello nella posizione 10:1 di espansione delle aree del divergente, dove vengono scaricati sulla parete interna dell'estensione dell'ugello. Questo viene fatto per creare un film di gas relativamente freddi che hanno il compito di alleviare il carico termico sopportato da questa porzione di ugello (vedi appendice per rappresentazioni grafiche dettagliate). Il raffreddamento della parte superiore dell'ugello viene effettuato facendo passare il combustibile in diversi tubi esterni posti nella sezione tra gola e divergente 10:1, il combustibile dopo aver assorbito calore viene introdotto in camera di combustione.

In tabella e figura vediamo alcuni dati rappresentativi del sistema intero. Si è ipotizzato di trattare i gas come perfetti e di assumere come dati alcuni rendimenti e alcune grandezze caratteristiche.

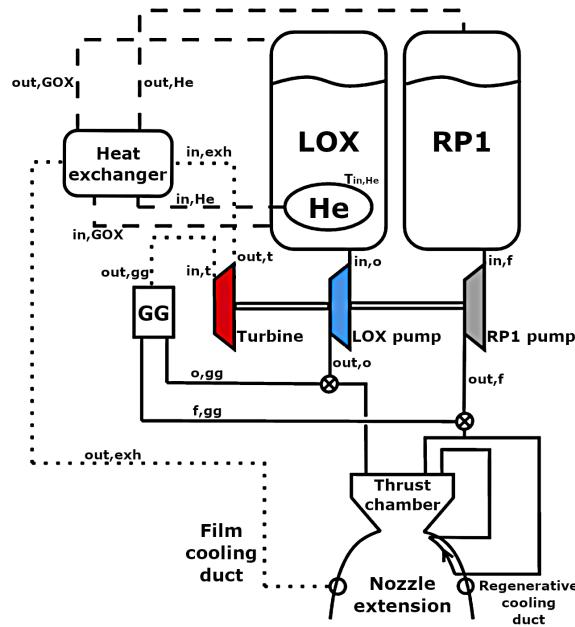


Figura 5: Schema termodinamico

## 6. Gas generator

Il gas generator del motore F-1 è il sistema adibito alla produzione di gas caldi per alimentare la turbopompa. Tale sistema è composto da una camera di combustione progettata ad hoc per questo tipo di sottosistema. Vengono utilizzati gli stessi propellenti utilizzati nella camera principale ma con diverso rapporto O/F (valore in Tabella 2). La necessità di avere un O/F lontano dal valore stechiometrico è dettata dal contenere le temperature del flusso che impatterà sulla turbina: questo lo si ottiene con miscele ricche in ossidante o ricche in combustibile. In questo caso è stata scelta una miscela ricca in combustibile per molteplici motivi: evitare ossidazioni di componenti che sarebbero convenute con una miscela ad alta percentuale in LOX, diminuire la possibilità di eventuali guasti causati da flussi surriscaldati (più probabili nel caso Oxider Rich) e contenere il consumo specifico della turbina, poiché il peso molecolare dei gas risulta minore nel caso Fuel Rich (Appendice C). La scelta di optare per una miscela FR ha anche alcuni aspetti negativi, tra cui la complessità della cinetica del processo chimico dovuta alla produzione di idrocarburi, che solitamente creano depositi solidi (Appendice D). Anche con questi valori bassi di O/F, la combustione nel GG viene completata in camera (quindi è molto rapida); al contrario, i processi di evaporazione e di mixing sono molto lenti. Tale problema si riscontra in maniera tangibile nei GG, mentre è meno evidente nelle camere di spinta dei LRE, dove tali processi sono più veloci. Per avere una buona evaporazione dei propellenti è necessaria una zona di combustione molto larga (più iniettori con portate minori), mentre per avere

un buon mixaggio è necessaria una camera allungata in direzione del flusso: questi due problemi vengono ovviati tramite scelte di design specifiche trattate di seguito.

Nella creazione di un elemento GG, in particolare la sua camera di combustione, si devono considerare dei prerequisiti fondamentali per il suo corretto funzionamento:

- dato che l'atomizzazione degli iniettori spesso non è sufficiente, essa viene relegata anche ad effetti aerodinamici ottenuti tramite la geometria della camera, in modo il flusso del gas venga differenziato in zone di alta e bassa velocità che favoriscono la vaporizzazione;
- deve essere forzato il mixing tra prodotti di combustione e eccesso di combustibile per fornire una temperatura uniforme in uscita, in modo da evitare un guasto in turbina causato da zone calde, che solitamente sono localizzate al centro del flusso;
- forma e dimensione devono essere adattate all'ingombro del resto del motore, per avere un sistema il più compatto possibile;
- le perdite di pressione prodotte nella camera non devono essere troppo elevate.

Di seguito troviamo raffigurato il GG di nostro interesse (più particolari in Appendice E):

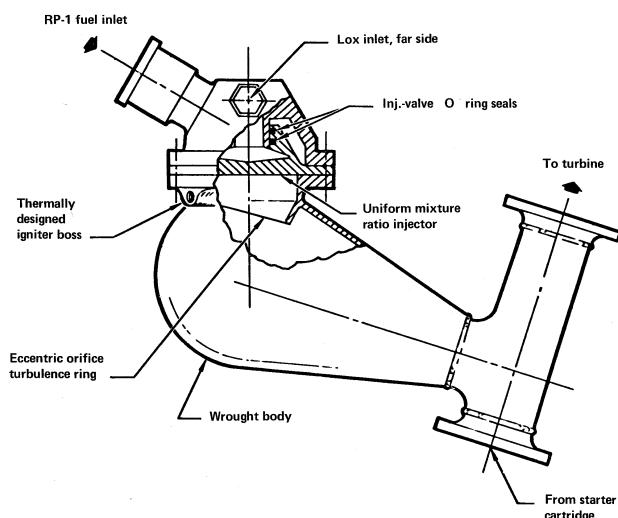


Figura 6: Schema del gas generator

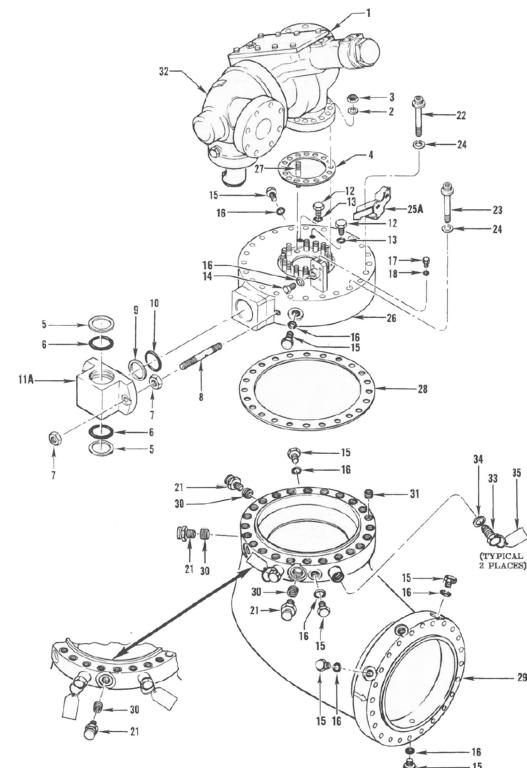


Figura 7: Esploso del gas generator

In base alle considerazioni sopra citate si spiegano alcune scelte progettuali per questo componente.

- La forma del GG, per cui lo scarico dei gas avviene in maniera inclinata rispetto alla direzione del piatto di iniezione, è dettata da requisiti di spazio e disposizione rispetto alle altre componenti.
- La scelta di camera sferica e non assiale permette di aumentare il livello di mixing di gas combustibile e combustibile vaporizzato in eccesso.
- Il fondo della camera è incurvato e reso planare per non accumulare i prodotti di scarico.
- La zona di ingresso dei gas in turbina è composta da una sezione ad area costante, in modo da rendere il flusso il più uniforme possibile prima dell'ingresso in turbina.
- Il corpo della camera di combustione è convergente in maniera da differenziare la velocità e ottenere migliore atomizzazione.

- Il piatto di iniezione scelto per il GG è un semi-UMR (Uniform Mixture Ratio), ovvero ha le zone esterne più ricche in combustibile per ottenere film cooling, mentre la maggior parte dell'iniezione avviene a O/F predefinito. Altri iniettori, come HCI, hanno una stratificazione dei gas e delle temperature: ciò non è consigliabile per gas che devono impattare sulle palettature. Inoltre, un iniettore HCI non è compatibile con la forma arrotondata del corpo poiché provocherebbe un surriscaldamento del fondo della camera.
- L'iniettore deve avere diametri più ristretti possibile per migliorare atomizzazione, compatibilmente con quelli fabbricabili.
- Il TR (Turbulence Ring) viene posizionato poco dopo il piatto d'iniezione per rimediare ai problemi di basso ratio di mixing attraverso la creazione di un reverse flow. Questo permette un alto livello di mescolamento tra specie presenti per uniformare così la temperatura ed evitare stratificazioni del flusso, le quali causerebbero il fenomeno di "momentum separation", un flusso chiaramente non sostenibile dalla turbina. Questo reverse flow è reso più efficace grazie alla porzione circolare della camera che accoglie questo moto vorticoso. La posizione del TR è scelta per evitare il surriscaldamento dello stesso, dato che a monte della camera i gas vaporizzati devono ancora essere igniti e hanno dunque temperature relativamente basse. Il TR deve inoltre essere in grado di non provocare alte cadute di pressione: questo è ottenuto rendendo il TR conico (visibile in [Appendice E](#)).
- L'ignitore deve essere posizionato poco dopo il piatto di iniezione (una best practice è tra 2.5 e 3.8 cm dal piatto). Viene inoltre posizionato in zone molto vicine ai punti di ristagno del flusso, in cui la combustione viene resa efficace.

$T_c [K]$	$p_c [bar]$	$p_{out} [bar]$	$t_p [ms]$	O/F	$\dot{m}_{fuel} [kg/s]$	$\dot{m}_{ox} [kg/s]$
1062	67.57	65.15	5	0.416	53.52	22.23

Tabella 2: Dati reali del gas generator

Una stima quantitativa del volume totale necessario alla camera di combustione per adempiere alle richieste della stessa è basato su un tempo di permanenza, ricavato nel caso dei GG per ogni coppia di propellente. Nel caso del GG dell'F-1 si ha:

$$V_{cc} = t_p \frac{\dot{m}_{gg}}{\rho_{gc}} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{53.52 + 22.23}{18.3406} \right) m^3 = 0.02065 m^3$$

## 7. Turbopompa

### 7.1. Pompa

....

### 7.2. Turbina

#### 7.2.1 Descrizione turbina

La turbina che fornisce la potenza necessaria alle pompe del sistema motore F-1 è definita come turbina a impulso (variazione di pressione statica solamente negli statori), e cosiddetta 2 row - velocity compounded (VC). Ovvero costituita da 2 file di rotorri intramezzati da uno statore. Il gas caldo prima di passare in questa zona viene espanso in una schiera di ugelli che aumentano notevolmente la velocità: per le turbina VC, idealmente, tutta l'espansione avviene in questa zona. Successivamente i rotorri, venendo impattati da un gas, sottraggono quantità di moto al fluido. Lo statore intermedio ha la funzione di reinidirizzare il flusso all'ingresso dell'ultimo rotore. Oltre a queste zone citate, nella turbina c'è una zona di ingresso, manifold, che convoglia il flusso ai nozze. I nozze, che sono generalmente convergenti-divergenti per una turbina VC, espandono il gas e lo incurvano per affrontare il primo rotore. Entrambe le i rotorri della turbina sono costituiti da dischi i quali presentano dei 'fir tree' slot lungo la circonferenza, dove vengono inserite e rivettate le palette. Il rotore iniziale è calettato direttamente sull'albero, l'ultimo viene imbullonato sul primo e vengono separati da un distanziale. Le guarnizioni sono di diverso tipo, in questa sede non verranno approfondite, ma hanno il compito di contenere le perdite e quindi migliorare l'efficienza.

#### 7.2.2 Turbina - scelte progettuali

Il sistema turbina di un endoreattore ha una vita breve ma è sottoposto a parecchi carichi critici. Il design deve essere compatto e leggero, il fluido che espande deve avere un alto contenuto energetico, il lavoro specifico in uscita deve essere alto. La progettazione dell'elemento turbina è direttamente collegato al tipo di ciclo di alimentazione del motore, nel caso di un GG si vuole massimizzare il salto di pressione per minimizzare la portata spillata prima della camera di spinta (questo infatti massimizza l'impulso specifico del sistema).

Per l'analisi del percorso aerotermodinamico del gas si tratta un flusso di gas combusti a chimica congelata (FE). Tali parametri fisici sono stati interpolati tramite MATLAB da una tabella fornita dal libro [] (Modern engineering for LRE systems, AIAA, Huzel, ...), dati ricavati da test sperimentali di NASA. Di seguito vediamo quali parametri principali vengono utilizzati per la scelta e il dimensionamento della turbina.

- **Spouting velocity:** è la velocità teorica che il flusso di gas avrebbe se espandesse dalla pressione di ristagno alla pressione di uscita (data dal rapporto  $\epsilon$  di espansione)

$$C_0 = \sqrt{2C_{p,gg} T_{in} \left(1 - \epsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)}$$

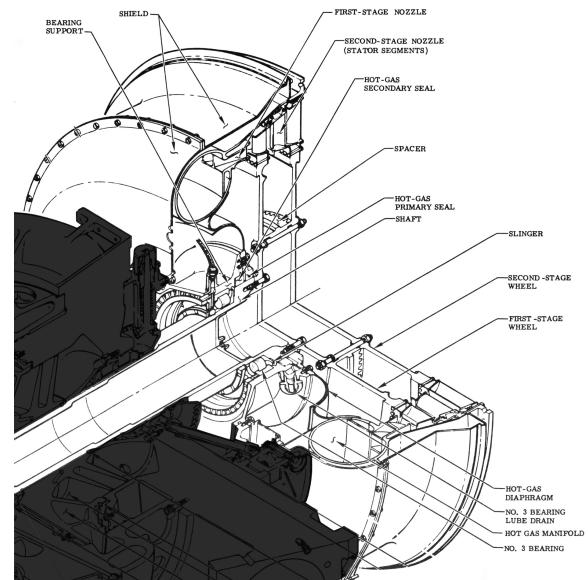


Figura 8: Turbina ad impulso VC dell'F-1

- **Rapporto isoentropico delle velocità:** è il rapporto tra velocità tangenziale del disco rotorico e la spouting velocity.

$$\frac{U}{C_0} =$$

Questo valore è utile per capire la scelta progettuale effettuata per il tipo di turbina. Infatti, come già detto, nei cicli GG il salto di pressione in turbina è molto alto: questo implica un valore di  $C_0$  elevato. Per avere una buona efficienza si possono percorrere più scelte progettuali (basandosi sul grafico x dei rendimenti). Si può scegliere di avere un alto rapporto di velocità con una singola ruota che 'assorba' tutta l'energia del flusso. Questo provocherebbe nel nostro caso una velocità di rotazione troppo elevata (quindi ingombro maggiore, inoltre la velocità di rotazione è fissata dalla pompa). Per usare altre turbine, cercando di avere un'alta efficienza si cerca di diminuire il rapporto di velocità aumentando gli stadi, ovvero la velocità del flusso è assorbita da più dischi che ruotano a velocità minori e sono più piccoli. Le turbine PC (generano il salto di pressione in tutti gli statori) sono più efficienti ma più pesanti. Per cui si è optato per un sistema VC, che ha buona efficienza a bassi rapporti di velocità e permette un risparmio in peso.

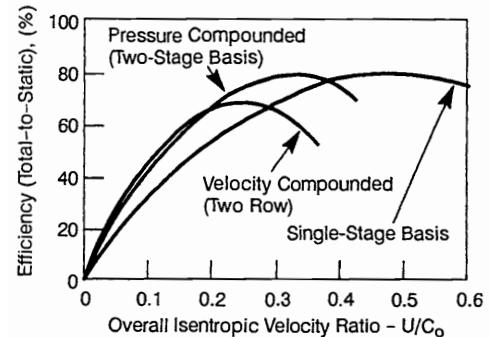


Figura 9: Rendimenti in funzione del rapporto di velocità

### 7.2.3 Analisi quantitativa - dimensionamento

L'obiettivo ora è quello di cercare di dare un'idea a livello quantitativo dei vari componenti, generando un diagramma di velocità della turbina. Per questa sezione si sono presi in considerazione i requisti del sistema turbina, si sono ipotizzati diversi valori di rendimenti e sono state fatte alcune assunzioni ragionevoli per questo tipo di sistema (AIAA, modern engineering of LRE, Huzel ..). Abbiamo assunto i seguenti requisiti di sistema

$T_i n [K]$	$p_i n [bar]$	$\epsilon$	$O/F$	$\dot{m} [kg/s]$	$\omega [rad/s]$
1062	67.57	16.4	0.416	75.75	574.4

Tabella 3: Requisiti del sistema turbina

Assumendo tali dati, aggiungendo alcune ragionevoli ipotesi tratte dal libro AIAA e risolvendo il sistema di equazioni associato al problema, troviamo il seguente diagramma velocità e i corrispondenti valori di velocità e angoli. Si rimanda all'appendice per tutti i dettagli su ipotesi fatte, impostazione del sistema di equazioni e risoluzione del sistema tramite Matlab.

## 8. Piatto d'iniezione

Gli iniettori sono collocati all'estremo superiore della camera di spinta e hanno lo scopo di distribuire il propellente in camera, regolando il rapporto di diluizione, la pressione e lo schema di spruzzo al fine di avviare e sostenere una combustione stabile. Per determinare questi valori sono stati necessari circa 3200 test su larga scala: al fine di generare un'esplosione controllata, risulta fondamentale che essa sia dinamicamente stabile, ossia che sia prevedibile e non crei punti caldi che porterebbero alla fusione di componenti del motore.

Il piatto di iniezione ha un diametro di 111.76 cm, è realizzato in CRES, acciaio molto resistente alla corrosione, ed è strutturato in 31 anelli, questi divisi in 13 scompartimenti da 2 deflettori circolari e 12 radiali. I vari compartmenti sono numerati da 1 a 13, mentre i deflettori sono identificati da lettere dalla A alla N.

La faccia del piatto di iniezione conta 1428 orifizi per l'ossidante e 1404 orifizi per il carburante. I getti vengono atomizzati attraverso una disposizione a doppietti omogenei, i vapori di combustibile e di ossidante si miscelano e reagiscono a formare i gas propellenti,

destinati successivamente all'espansione in ugello. La disposizione a doppietti omogenei è vantaggiosa rispetto ad altre: è di facile realizzazione, risulta stabile e affidabile (in quanto già utilizzata in passato in numerosi altri razzi) e genera una buona miscelazione dei propellenti, a costo di necessitare di una camera leggermente più lunga rispetto ad altre tecniche di atomizzazione.

Le 31 scanalature che costituiscono gli anelli consistono in 16 scanalature per il combustibile alternate alle 15 scanalature per l'ossigeno liquido. Gli anelli per il carburante sono alimentati attraverso un collettore radiale, mentre gli anelli per l'ossidante sono alimentati dal LOX dome tramite fori assiali.

L'anello più prossimo alla parete è

Il LOX dome è considerabile il primo componente della camera di spinta: esso ha dimensioni 162.6 x 48.3 x 111.8 cm, con un peso di 818.3 kg; è realizzato in lega di ferro, rame e alluminio, con rivestimento in nichel e coating in silice. Il corpo del LOX dome contiene la flangia di attacco e i montanti di supporto per interfacciarsi con l'iniettore. La funzione del componente è quella di distribuire il LOX in maniera uniforme ai vari iniettori sul piatto.

Il collettore invece incorpora due ingressi per il montaggio delle valvole di ossidante e una flangia per la linea di alimentazione dell'ossidante allo scambiatore di calore. Per evitare vorticità nell'ossidante, il collettore è isolato in due compartimenti da due argini toroidali. Solamente il 30% del combustibile viene indirizzato direttamente al collettore, mentre il restante 70% viene utilizzato per il raffreddamento rigenerativo della camera di spinta.

Sono poi presenti due alloggiamenti per gli ignitori del combustibile in ciascuno dei 12 scomparti esterni, e un alloggiamento del combustibile nel compartimento centrale, tutti collegati al collettore da singoli tubi di alimentazione.

Come detto precedentemente, è fondamentale ottenere una combustione stabile per non incorrere in danni alla camera di combustione: la stabilità è raggiunta principalmente mediante l'uso dei deflettori (baffles), oltre che variando l'angolo di impingement e il diametro degli orifizi in funzione della posizione sul piatto d'iniezione.

I deflettori in particolare alterano le caratteristiche acustiche di risonanza della camera di combustione, smorzando così le onde d'urto generate dalla combustione. I 12 deflettori radiali in rame sono alimentati dal deflettore circolare esterno. La configurazione dei deflettori utilizzata per

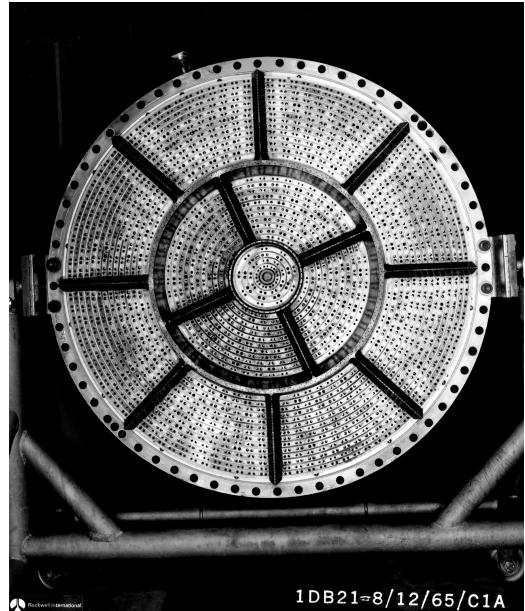


Figura 10: Piatto di iniezione

il propulsore è stata ottenuta a seguito di vari test, nel quale si è ricercata la maggior stabilità di combustione possibile. Nella configurazione finale, i deflettori misurano circa 8 cm ciascuno e sono tutti dump-cooled, ovvero il raffreddamento è realizzato attraverso la circolazione di carburante all'interno del deflettore che viene successivamente scaricato nella camera di combustione. [4] [5]

	$\dot{m} [\text{kg/s}]$	$A [\text{m}^2]$	$\Delta p [\text{bar}]$	$\rho [\text{kg/m}^3]$	$v [\text{m/s}]$
<i>fuel</i>	742.09	0.05484	641	810	17.07
<i>oxidizer</i>	1788.97	0.03968	2100	1141	40.54

Tabella 4: Dati reali del piatto d'iniezione [4][5]

A partire dai dati in Tabella 4, è possibile inoltre stimare la velocità media teorica dei due propellenti all'uscita dai rispettivi iniettori:

$$C_{D,f} = \frac{\dot{m}_f}{A_f \sqrt{2 \Delta p_f \rho_f}} = 13.28 \quad C_{D,ox} = \frac{\dot{m}_{ox}}{A_{ox} \sqrt{2 \Delta p_{ox} \rho_{ox}}} = 20.59$$

$$v_f = C_{D,f} \sqrt{\frac{2 \Delta p_f}{\rho_f}} = 16.71 \text{ m/s} \quad v_{ox} = C_{D,ox} \sqrt{\frac{2 \Delta p_{ox}}{\rho_{ox}}} = 39.51 \text{ m/s}$$

Tali risultati sono paragonabili alle velocità reali: la  $v_f$  si discosta del 2.11% dal valore reale, mentre la  $v_{ox}$  si discosta del 2.54%.

## 9. Camera di spinta

### 9.1. Descrizione del sistema

L'intero gruppo della camera di spinta è costituito dal LOX dome, dal piatto di iniezione e dal corpo della camera di spinta.

In questa sezione verrà analizzato dettagliatamente il corpo della camera di spinta: esso è composto da una camera di combustione per bruciare propellenti seguita da un ugello di espansione a forma di campana, necessario ad espellere a velocità elevata i gas prodotti dai propellenti bruciati e poter così generare la spinta.

La camera di spinta è di circa 3.35 metri di lunghezza e 2.74 metri di diametro all'estremità inferiore dell'ugello. Il suo corpo è formato da tubi fino al piano in cui il rapporto di espansione diventa pari a 10:1; in questi scorre il 70% del carburante, fornendo un raffreddamento rigenerativo ed evitando che il materiale del tubo si scioglia durante il funzionamento del motore.

I tubi che compongono la camera di spinta sono costruiti in Inconel X-750, una lega a base di nichel resistente alle alte temperature e trattabile termicamente, e sono rinforzati strutturalmente da una serie di fasce attorno all'ugello.

Il corpo sopra il piano corrispondente a rapporto di espansione 3:1 (circa 76.2 cm sotto il piano di gola) è costituito da 178 tubi primari con diametro esterno di 2.78 cm, mentre dal piano con rapporto di espansione 3:1 al piano a 10:1 si biforciano diventando 356 tubi secondari con diametro esterno di 2.54 cm.

Questa biforcazione è dovuta principalmente alla geometria dell'ugello e alle proprietà fisiche del materiale usato. La circonferenza di un ugello è minima in corrispondenza della gola mentre aumenta nella sezione di espansione: l'entità dell'aumento di circonferenza ottenibile con un numero fisso di tubi è quindi limitata da quanto questi ultimi possano essere lavorati per rastremazione. Quando si raggiunge il punto in cui la circonferenza non può essere ulteriormente aumentata con il numero prefissato di tubi si rende quindi necessario un giunto di biforcazione.

L'Inconel X-750 è stato scelto come materiale poiché forniva gli elevati rapporti forza-peso necessari per resistere ai requisiti di spinta del motore; inoltre, l'elevata resistenza di questa lega ha consentito la progettazione di tubi con sezioni di parete più sottili, con conseguente diminuzione del peso. Il design più sottile per i tubi fornisce anche un adeguato raffreddamento della camera di spinta, con

circa due terzi del flusso totale di carburante che transita attraverso i tubi. Esso finisce poi in un collettore posizionato all'estremità inferiore della camera, da cui viene poi drenato da 4 porte di drenaggio posizionate a 90 gradi l'una dall'altra.

I gas di scarico della turbina, dopo essere passati attraverso lo scambiatore di calore, vengono convogliati al collettore di scarico della turbina, la cui funzione è quella di raccogliere e distribuire uniformemente il gas di scarico tra le pareti dell'estensione dell'ugello, che altrimenti non sarebbe raffreddato.

Le piastre divisorie all'ingresso e le alette di flusso nell'area di uscita contribuiscono alla distribuzione uniforme dei gas di scarico nell'estensione dell'ugello. Il collettore di scarico è saldato ad uno scudo ignifugo nella parete esterna della camera di spinta.

## 9.2. Modellazione dell'ugello

L'obiettivo principale che si persegue nella progettazione dell'ugello di un endoreattore è quello di ottenere una forma che minimizzi le perdite di spinta per un qualsiasi rapporto di espansione richiesto.

Si procede quindi ad illustrare il metodo ideato da Rao per una progettazione ottimale rispetto ad un ugello di forma tronco-conica, con lo stesso rapporto di espansione, preso da riferimento:

$$L_{con} = \frac{(\sqrt{\epsilon} - 1) - R_t}{\tan 15^\circ}$$

dove  $R_t$  indica il raggio di gola dell'ugello e  $15^\circ$  è l'angolo standard di semi-apertura dell'ugello.

La forma a campana ottimale può essere approssimata da una parabola inclinata grazie a considerazioni geometriche, permettendo anche di abbozzare velocemente una forma dell'ugello che contempla una perdita di prestazioni trascurabile a livello di spinta. Proprio per questo motivo, questa tipologia è anche chiamata ugello TOP (Thrust Optimized Parabolic) ed ha effettivamente trovato applicazione pratica nei vettori di lancio perché ha performance migliori quando sovra-espande a livello del mare (le pareti dell'ugello TOP aiutano a ritardare la separazione del flusso grazie ad un'elevata contropressione) rispetto ad un ugello ottimizzato perfettamente a campana. Inoltre, la forma dell'ugello varia in modo minimale in base ai propellenti usati e perciò una stessa famiglia di ugelli TOP può essere adattata per qualsiasi combinazione di ossidante e combustibile.

I parametri di partenza sono: il rapporto di espansione  $\epsilon$ , il raggio di gola  $R_t$  e la percentuale di campana  $\%_{bell}$  che si vuole ottenere; quest'ultimo valore deve essere compreso tra il valore massimo di 85%, a cui si raggiunge un livello di efficienza dell'ugello del 99% e che può essere aumentato solo di un ulteriore 0.2% con una percentuale di campana 100%, e il valore minimo del 70%, a cui si comincia ad ottenere un notevole degrado di prestazioni. Si ricavano quindi a cascata:

$$R_e = \sqrt{\epsilon} R_t$$

raggio della sezione d'efflusso

$$L_{ugello} = \%_{bell} \frac{(\sqrt{\epsilon} - 1) - R_t}{\tan 15^\circ}$$

lunghezza dell'ugello

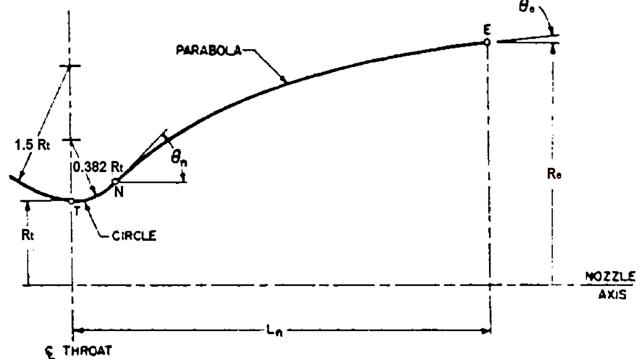


Figura 11: Definizioni geometriche

Si ricavano poi gli angoli  $\theta_n$ , riferito al punto di inflessione N, e  $\theta_e$ , riferito alla sezione d'uscita, per interpolazione grafica da curve analitiche ottenute sperimentalmente per determinati valori di  $\%_{bell}$  (grafico in Figura 12).

La prima parte di modellazione vera e propria consiste nella costruzione della gola dell'ugello secondo una geometria ottimale usata da Rao (ai tempi ingegnere alla Rocketdyne) e basata sull'intersezione di due archi di circonferenza definiti come segue:

$$x = 1.5 R_t \cos \theta \quad y = R_t (1.5 \sin \theta + 1.5 + 1)$$

per la sezione di entrata, con  $-103^\circ < \theta < -90^\circ$  (l'angolo iniziale di  $-103^\circ$  è scelto dal progettatore della camera di combustione [1] ma può anche essere fissato ad un valore differente);

$$x = 0.382 R_t \cos \theta \quad y = R_t (0.382 \sin \theta + 0.382 + 1)$$

per la sezione di uscita, con  $-90^\circ < \theta < \theta_n - 90^\circ$ .

Per la costruzione della campana è invece necessario definire prima tre punti geometrici:

- punto di inflessione N:  $N = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.382 R_t \cos(\theta_n - 90^\circ) \\ R_t [0.382 \sin(\theta_n - 90^\circ) + 0.382 + 1] \end{bmatrix}$
- punto tangente alla sezione d'efflusso E:  $E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e \\ L_{ugello} \end{bmatrix}$
- punto Q di intersezione delle rette passanti da N con inclinazione  $\theta_n$  e da E con inclinazione  $\theta_e$ :

$$\overrightarrow{NQ} = m_1 x + C_1 \text{ con } m_1 = \tan \theta_n \text{ e } C_1 = N_y - m_1 N_x \quad Q_x = \frac{C_2 - C_1}{m_1 - m_2}$$

$$\overrightarrow{QE} = m_2 x + C_2 \text{ con } m_2 = \tan \theta_e \text{ e } C_2 = E_y - m_2 E_x \quad Q_y = \frac{m_1 C_2 - m_2 C_1}{m_1 - m_2}$$

La campana infine risulta essere una curva di Bézier quadratica di equazione:

$$x(t) = (1-t)^2 N_x + 2(1-t)t Q_x + t^2 E_x \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$y(t) = (1-t)^2 N_y + 2(1-t)t Q_y + t^2 E_y \quad 0 \leq t \leq 1$$

### 9.3. Confronto tra ugello 10:1 e 16:1

I motori F-1 prodotti dalla Rocketdyne avevano in origine un ugello il cui rapporto di espansione era 10:1; essi infatti non furono inizialmente progettati nello specifico per lo stadio di lancio del Saturn V. Gli ingegneri decisero quindi a posteriori di aggiungere un'espansione dell'ugello iniziale allo scopo di migliorare vari parametri del lanciatore: i più rilevanti sono l'impulso specifico nel vuoto e la quota a cui è raggiungibile l'espansione ottima (adattata alla traiettoria che il lanciatore avrebbe percorso).

Tale espansione non poteva essere raffreddata dal già presente regenerative cooling: si optò dunque per una soluzione che prevedesse l'utilizzo dei gas di scarico della turbina, ricchi di carbonio e quindi con bassa conducibilità termica, per il raffreddamento attraverso film cooling. Tale tipo di raffreddamento è realizzato immettendo i gas di scarico sulle pareti dell'ugello attraverso un collettore che ne abbraccia l'intera circonferenza.

L'estensione dell'ugello è realizzata da due pareti in lega di nickel intervallate da bande circolari in CRES: tale costruzione saldata conferisce ottima resistenza termica alle pareti e una buona resistenza agli sforzi radiali a cui l'ugello è sottoposto.

Di seguito sono confrontati i principali parametri del motore con e senza l'espansione dell'ugello, ricavati tramite il software RPA:

	$p_e [bar]$	$T_e [K]$	$H [kJ/kg]$	$\gamma$	$\rho [kg/m^3]$	$v_e [m/s]$
<b>10:1</b>	0.803	1673.7	-5058.1	1.2439	0.1304	2910.6
<b>16:1</b>	0.423	1473.0	-5429.9	1.2521	0.0781	3035.6

	$I_{vac} [s]$	$I_{opt} [s]$	$I_{sl} [s]$	$T_{vac} [kN]$	$T_{opt} [kN]$	$T_{sl} [kN]$
<b>10:1</b>	297.36	276.44	270.95	7816.3	7266.3	7122.2
<b>16:1</b>	306.25	288.59	263.99	8050.0	7585.9	6939.3

Tabella 5: Confronto tra ugello 10:1 e 16:1

Si può notare un miglioramento nella spinta e nell'impulso specifico in corrispondenza dell'espansione ottima e dell'espansione nel vuoto, mentre si ha un calo di prestazione a livello del mare: ciò è dovuto al fatto che l'ugello sovraespande in maniera più marcata a pressione standard, poiché il punto di espansione ottima viene spostato a pressioni inferiori. Ciò non risulta essere un problema in quanto la spinta rimane sufficiente al lancio, mentre i benefici ottenuti alle quote di missione sono rilevanti.

## Appendice

### A. Immagini e schemi

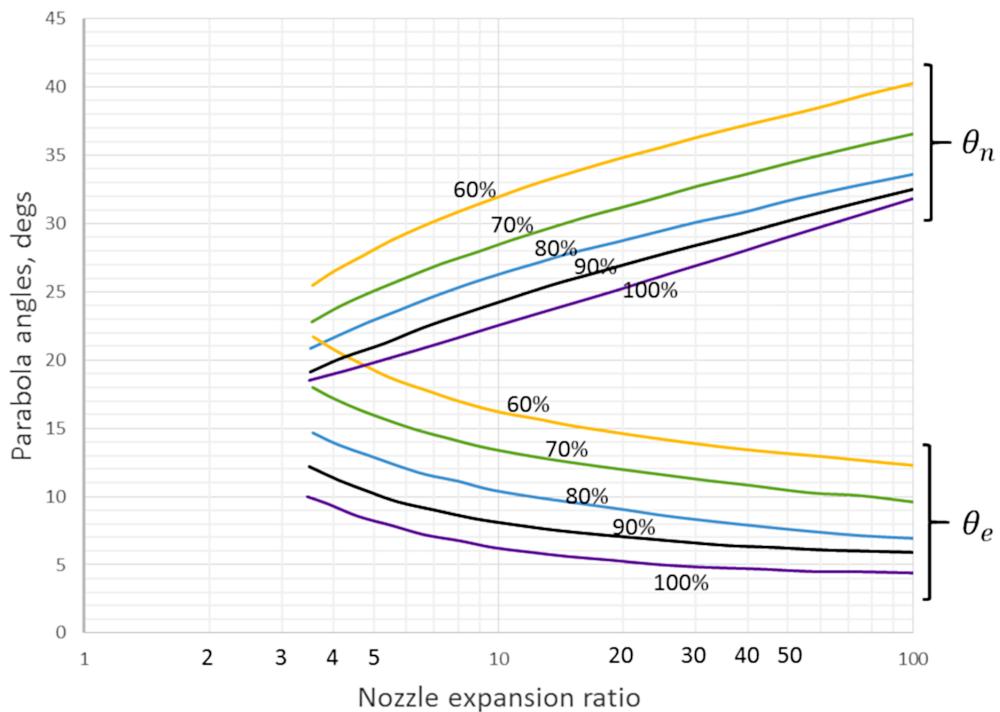


Figura 12: Grafico di interpolazione degli angoli per la costruzione dell'ugello

### B. Grafici di varie grandezze in funzione del tempo di volo

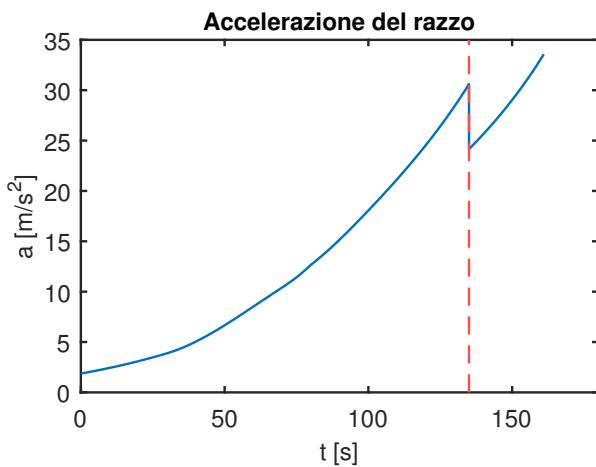


Figura 13: Accelerazione in funzione del tempo

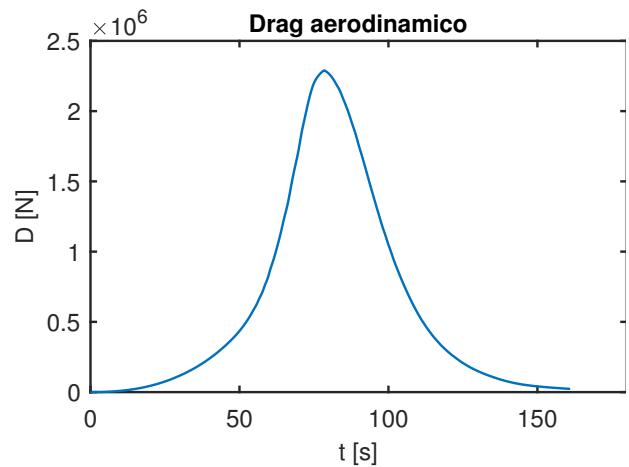


Figura 14: Drag in funzione del tempo

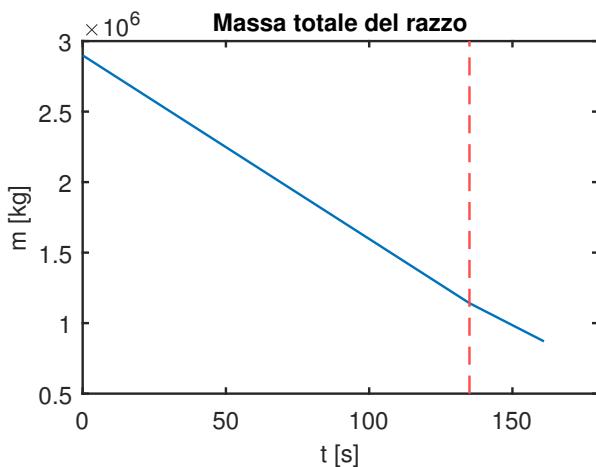


Figura 15: Massa totale in funzione del tempo

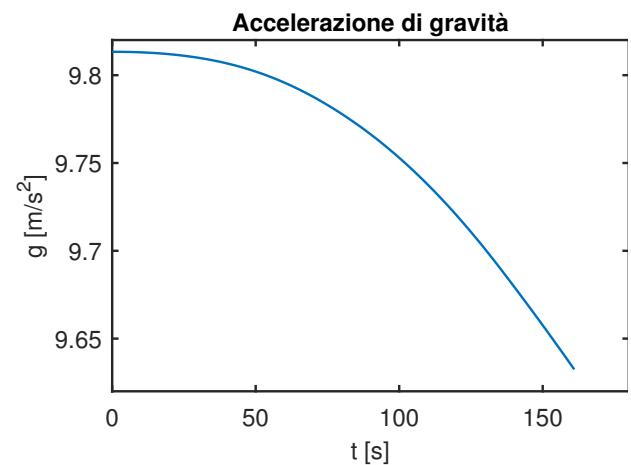


Figura 16: Accelerazione di gravità in funzione del tempo

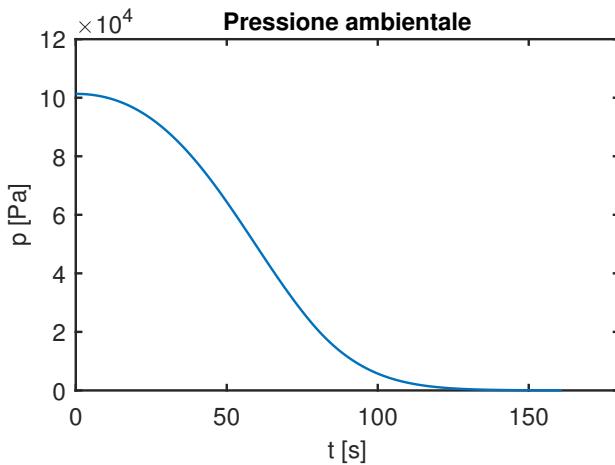


Figura 17: Pressione ambientale in funzione del tempo

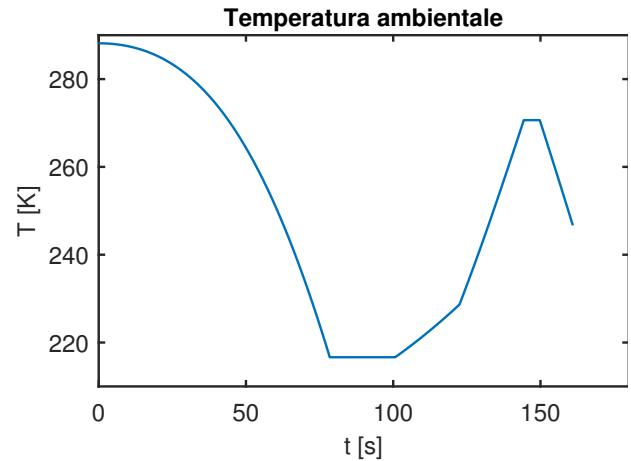


Figura 18: Temperatura ambientale in funzione del tempo

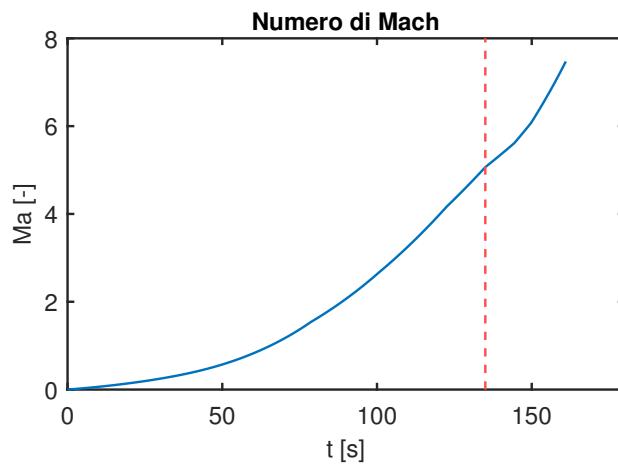


Figura 19: Numero di Mach in funzione del tempo

## C. Confronto peso molecolare gas generator tra caso Fuel Rich e Oxidizer Rich

Per poter apprendere come l'O/F influisca sulla massa molare dei prodotti si è utilizzato il software NASA CEA (CEAM). Si è utilizzato un problema HP, in modo da far raggiungere l'equilibrio chimico senza bloccarlo imponendo una temperatura (il problema HP di NASA CEA, con il GG, tende a sovrastimare la temperatura raggiunta). La temperatura di equilibrio in questo caso è un parametro importante poiché in uscita dal GG abbiamo il vincolo della palettatura di turbina. Si è imposto che la temperatura in uscita dal GG debba essere minore di 1500K sia in FR che OR. Si è fatto variare l'O/F da nel range 0.2/18, si sono plottati i grafici di MM, T,  $\gamma$  in funzione dell'O/F.

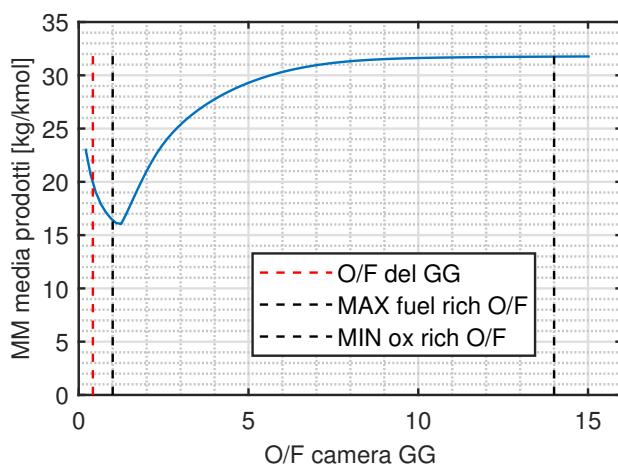


Figura 20: Massa Molare prodotti in funzione di O/F

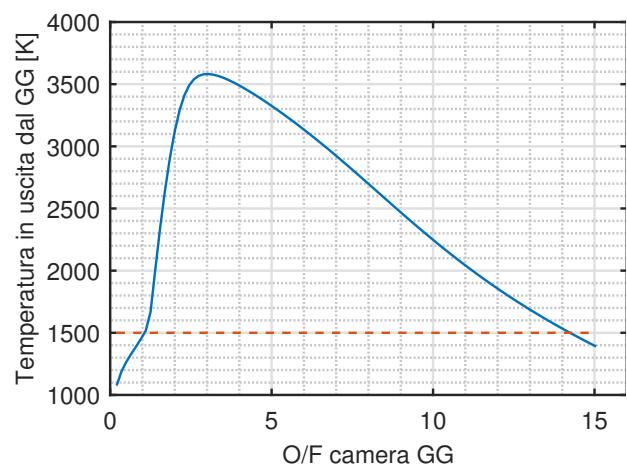


Figura 21: Temperatura in uscita dal GG in funzione di O/F

Dal primo grafico si nota come ad O/F bassi (fuel rich mixture) si ottenga una massa molare media più bassa rispetto ai fuel rich. La zona compresa tra le due linee tratteggiate nere, nel primo grafico, non deve essere considerata poiché ad essa sono associate temperature troppo elevate per la turbina, come si nota nel grafico immediatamente a destra. Un altro vantaggio dato dalle miscele FR è che il valore di  $c_p$  è più alto che nel caso OR. Questo permette di ottenere un lavoro specifico della turbina maggiore con le miscele FR. Infatti:

$$\Delta h_{id} = c_p \left( 1 - e^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$$

Tale valore è influenzato principalmente dal valore di  $c-p$ . Esso diminuisce, aumentando il rapporto O/F, per cui si ha una variazione di lavoro specifico rispetto all'O/F, come mostra il seguente grafico.

## D. Prodotti gas generator analizzati con software NASA CEA

### E. Schemi del gas generator

### F. Diagrammi di velocità

Per poter risolvere il problema si sono assunti i seguenti requisiti forniti dal manuale:

$T_i n [K]$	$p_i n [bar]$	$\epsilon$	$O/F$	$\dot{m} [kg/s]$	$\omega [rad/s]$
1062	67.57	16.4	0.416	75.75	574.4

Tabella 6: Requisiti del sistema turbina

Inoltre abbiamo ipotizzato alcuni rendimenti:

$\eta_{tot}$	$k_n$	$\eta_n = k_n^2$	$k_{blade}$
0.6	0.96	0.9216	0.89

Tabella 7: Ipotesi rendimenti: ugelli e palette

In particolare abbiamo ipotizzato un rendimento di turbina VC generico. Il parametro  $k_n$  indica quanto la velocità  $C_1$  si discosti in modulo dalla velocità isoentropica  $C_0$ . Il parametro  $k_{blade}$  indica la perdita in modulo di velocità, provocata dall'attrito che il fluido incontra nell'attraversare la palettatura. In particolare, nei rotori la velocità scalata con questo parametro è la velocità relativa. Nello statore è la velocità assoluta ad essere scalata con questo parametro. Definiamo infine le velocità e gli angoli da trovare in questo problema. Supponiamo la turbina VC costituita dai seguenti elementi: sezione nozzle, un rotore, uno statore e un rotore. La nomenclatura è definita dalla seguente immagine, con  $\vec{v}_i$  si indica la velocità relativa mentre con  $\vec{c}_i$  si indica la velocità assoluta. Con  $\vec{U}$  si indica la velocità tangenziale, supponendo di essere ad un raggio medio della palettatura dall'albero. Supponiamo di voler definire tutte le velocità assolute in modulo  $C_i$  e tutti gli angoli assoluti  $\alpha_i$ . Da cui si possono definire i valori vettoriali delle velocità  $\vec{C}_i$ . In questo modo possiamo chiudere il problema perché le velocità relative sono  $\vec{V}_i = \vec{C}_i - \vec{U}$ . Per cui possiamo definire il sistema di equazioni per trovare i valori di velocità e angoli assoluti. Si hanno in totale 8 valori incogniti, ovvero una coppia di valori  $(C_i, \alpha_i)$  per ogni elemento del diagramma (nozzle, 1st rotor, stator, 2nd rotor). Le equazioni da risolvere sono le seguenti:

$$\begin{cases} C_1 = k_{blade} C_0 & C_1 \\ \frac{U}{C_1} = \frac{1}{4} \cos \alpha_1 & \alpha_1 \\ \alpha_2 = \alpha_3 & \alpha_2 \alpha_3 \\ \alpha_4 = \frac{\pi}{2} & \alpha_4 \\ C_4 = 0.5 \sqrt{\gamma_{gc} R_{gc} T_{out,t}} & C_4 \\ C_3 = k_n C_2 & C_3 C_2 \\ V_2(C_2, \alpha_2) = k_n V_1(C_1, \alpha_1) & C_1 C_2 \alpha_1 \alpha_2 \\ V_4(C_4, \alpha_4) = k_n V_3(C_3, \alpha_3) & C_3 C_4 \alpha_3 \alpha_4 \end{cases}$$

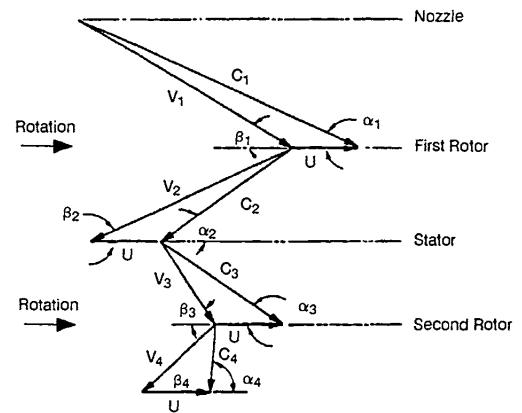


Figura 22: Definizione grandezze

La quantità  $C_0$  è calcolata in questo modo, supponendo una espansione isoentropica:

$$C_0 = \sqrt{2c_{p,gg} T_{in} \left(1 - e^{-\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)} = 1172.085 \text{ m/s}$$

La seconda equazione è stata ricavata dalla massimizzazione del rendimento della paletta, ricavata dal manuale AIAA. La terza equazione ipotizza che la paletta dello statore sia simmetrica per cui gli angoli della velocità assoluta sono uguali. La quarta equazione assume che il flusso in uscita sia allineato con l'efflusso della turbina, ovvero un flusso totalmente assiale. La quinta equazione

assume che il mach all'efflusso sia di 0.5. Le ultime tre equazioni rappresentano la perdita del valore assoluto della velocità per via del passaggio nella palettatura rotorica e statorica. Elaborando il sistema, si possono scrivere le ultime due equazioni in due incognite ovvero si ricava un sottosistema autonomo non lineare, risolto tramite Matlab. Da qui si ricavano tutti i valori di interesse, e si può tracciare il diagramma di velocità.

## G. Codici MATLAB usati

### G.1. Simulazione di volo

```

1 clear, clc, close all;
2
3 %> Initial data and parameters
4 dt = 0.01;                                % time increment
5 tb = 161;                                  % combustion time
6 t = 0:dt:tb;                               % time vector
7 k = length(t);                            % number of iterations
8
9 mu = 3.986005e14;                         % gravitational parameter for Earth
10 R_E = 6373249;                           % Earth radius
11 T_sl = 33850967;                         % thrust sea level
12 diam_e = 3.53;                            % diameter exit nozzle
13 A_e = diam_e^2 * pi / 4 * 5;             % area of nozzle exit
14 I_sp = 304;                               % specific impulse vacuum
15 S = 113;                                 % drag surface
16 g0 = 9.80665;                            % acceleration of gravity
17 m_d = 242186;                            % mass dry
18 m_i = 2898941;                           % total mass at t=0
19 mp_i = m_i - m_d;                         % propellant mass at t=0
20
21 % propellant mass
22 mp = nan(1,k);
23 mp(1) = mp_i;
24
25 % total mass
26 m = nan(1,k);
27 m(1) = m_i;
28
29 % height
30 h = nan(1,k);
31 h(1) = 0;
32
33 % horizontal shift
34 s = nan(1,k);
35 s(1) = 0;
36
37 % velocity
38 v = nan(1,k);
39 v(1) = 0;
40 v_v = nan(1,k);
41 v_v(1) = 0;
42 v_h = nan(1,k);

```

```

43 v_h(1) = 0;
44 % standard atmosphere
45 rho = nan(1,k);
46 c = nan(1,k);
47 Temp = nan(1,k);
48 p = nan(1,k);
49 nu = nan(1,k);
50 [rho(1),c(1),Temp(1),p(1),nu(1)] = atmos(0);
51
52
53 T_vac = T_sl + p(1) * A_e;      % thrust vacuum
54 m_dot_5 = T_vac / (g0 * I_sp);  % propellant mass rate 5 motors
55
56 % Mach number
57 Ma = nan(1,k);
58 Ma(1) = 0;
59
60 % acceleration of gravity
61 g = nan(1,k);
62 g(1) = mu / (R_E + h(1))^2;
63
64 % thrust
65 T = nan(1,k);
66 T(1) = T_vac - A_e * p(1);
67
68 % drag
69 D = nan(1,k);
70 D(1) = 1/2 * rho(1) * v(1)^2 * S * drag_coeff(Ma(1));
71
72 % acceleration
73 a = nan(1,k);
74 a(1) = -g(1) + (T(1) - D(1)) / m(1);
75 a_v = nan(1,k);
76 a_v(1) = a(1);
77 a_h = nan(1,k);
78 a_h(1) = 0;
79
80 theta = pitch(t);
81
82 % flight angle
83 phi = nan(1,k);
84 phi(1) = 0;
85
86
87 %% Solution
88 for i = 2:k
89     h(i) = h(i-1) + v_v(i-1)*dt;
90     s(i) = s(i-1) + v_h(i-1)*dt;
91
92     v_v(i) = v_v(i-1) + a_v(i-1)*dt;
93     v_h(i) = v_h(i-1) + a_h(i-1)*dt;

```

```

94     v(i) = v(i-1) + a(i-1)*dt;
95
96     phi(i) = atan(v_h(i) / v_v(i));
97
98     [rho(i),c(i),Temp(i),p(i),nu(i)] = atmos(h(i));
99
100    Ma(i) = v(i) / c(i);
101    g(i) = mu / (R_E + h(i))^2;
102    D(i) = 1/2 * rho(i) * v(i)^2 * S * drag_coeff(Ma(i));
103
104    if t(i) <= 135
105        mp(i) = mp(i-1) - m_dot_5 * dt;
106        m(i) = m(i-1) - m_dot_5 * dt;
107        T(i) = T_vac - A_e .* p(i);
108    else
109        mp(i) = mp(i-1) - 4/5 * m_dot_5 * dt;
110        m(i) = m(i-1) - 4/5 * m_dot_5 * dt;
111        T(i) = 4/5 * T_vac - A_e .* p(i);
112    end
113
114    a_v(i) = -g(i) + (T(i) * cos(theta(i)) - D(i) * cos(phi(i))) / m(i);
115    a_h(i) = (T(i) * sin(theta(i)) - D(i) * sin(phi(i))) / m(i);
116    a(i) = sqrt(a_v(i)^2 + a_h(i)^2);
117
118 end
119
120 %% Plots
121
122 % height
123 figure
124 plot(t, h)
125 xlabel("t [s]")
126 ylabel("h [m]")
127 title("Quota di volo")
128 xline(135, '--r')
129
130 % velocity
131 figure
132 plot(t, v)
133 xlabel("t [s]")
134 ylabel("v [m/s]")
135 title("VelocitÃ di volo")
136 xline(135, '--r')
137
138 % temperature
139 figure
140 plot(t, Temp)
141 xlabel("t [s]")
142 ylabel("T [K]")
143 title("Temperatura ambientale")
144

```

```
145 % pressure
146 figure
147 plot(t, p)
148 xlabel("t [s]")
149 ylabel("p [Pa]")
150 title("Pressione ambientale")
151
152 % Mach number
153 figure
154 plot(t, Ma)
155 xlabel("t [s]")
156 ylabel("Ma [-]")
157 title("Numero di Mach")
158 xline(135, '--r')
159
160 % acceleration of gravity
161 figure
162 plot(t, g)
163 xlabel("t [s]")
164 ylabel("g [m/s^2]")
165 title("Accelerazione di gravitÃ ")
166
167 % thrust
168 figure
169 plot(t, T)
170 xlabel("t [s]")
171 ylabel("T [N]")
172 title("Spinta dei motori")
173 xline(135, '--r')
174
175 % drag
176 figure
177 plot(t, D)
178 xlabel("t [s]")
179 ylabel("D [N]")
180 title("Drag aerodinamico")
181
182 % acceleration
183 figure
184 plot(t, a)
185 xlabel("t [s]")
186 ylabel("a [m/s^2]")
187 title("Accelerazione del razzo")
188 xline(135, '--r')
189
190 % total mass
191 figure
192 plot(t, m)
193 xlabel("t [s]")
194 ylabel("m [kg]")
195 title("Massa totale del razzo")
```

## Prova Finale di Propulsione Aerospaziale

```
196 xline(135, '--r')  
197  
198 % trajectory  
199 figure  
200 plot(s, h, 'r')  
201 xlabel("x [m]")  
202 ylabel("y [m]")  
203 title("Traiettoria di volo")
```

## Bibliografia

- [1] National Aeronautics and Space Administration. *Liquid Rocket Engine Nozzles*, 7 1976.
- [2] George C. Marshall Space Flight Center. *Saturn V Flight Manual SA-507*. National Aeronautics and Space Administration, 10 1969.
- [3] George C. Marshall Space Flight Center. *Saturn V Launch Vehicle Flight Evaluation Report - AS-506 Apollo 11 Mission*. Technical report, 9 1969.
- [4] Configuration accounting, logistics engineering and training. *R-3896-1 - F-1 Engine Familiarization Training Manual*. Rocketdyne, 7 1971.
- [5] Joseph C. Oefelein, Vigor Yang. Comprehensive Review of Liquid-Propellant Combustion Instabilities in F-1 Engines. *Journal of Propulsion and Power*, 9(5):657–677, 10 1993.
- [6] Rocketdyne. *R-3896-1 - Technical Manual - Engine Data F-1 Rocket Engine*. National Aeronautics and Space Administration & Rocketdyne, 3 1967.