

文章编号: 1002-1582(2014)06-0565-06

## 对张正友相机标定法的改进研究<sup>\*</sup>

刘艳, 李腾飞

(大连大学 信息工程学院, 辽宁 大连 116622)

**摘 要:** 针对鱼眼镜头所存在的畸变问题, 提出了基于张正友标定法的一种改进的两步标定法。该方法把作为解析求解出来的初始参数用非线性最小二乘法进一步完善, 得到了内外参数, 提高了初始数值的鲁棒性, 并把切向畸变作为影响重建精度的考虑因素。实验结果与张正友的方法相比, 改进的两步标定法快速收敛, 并具有  $1.2\sigma$  的精度。

**关 键 词:** 应用光学电子学; 相机标定; 切向畸变; 重建精度; 内外参数

中图分类号: TB82

文献标识码: A

DOI:10.13741/j.cnki.11-1879/o4.2014.06.017

### Reaserch of the improvement of Zhang's camera calibration method

LIU Yan, LI Tengfei

(Information Engineering Institute, University of Dalian, Dalian 116622, Liaoning, China)

**Abstract:** A new two stage camera calibration based on Zhang Zhengyou method is proposed to solve the distortion of fish eye lens. Initial parameters are solved as a closed form solution, which are further refined by using non linear least square method, the extrinsic and intrinsic parameters are got, the robustness of initial value can be improved and the tangential distortion is taken into considertion. The proposed method compares with the Zhang's method converges fast and has anaccuracy of  $1.2\sigma$ .

**Key words:** applied optoelectronics; camera calibration; tangential distortion; accuracy of reconstruction; extrinsic and intrinsic parameters

## 0 引 言

相机标定对于计算机视觉系统起着十分重要的作用, 是实现三维场景重建的首要步骤, 标定的精确与否直接影响着重建的结果, 标定的过程其实就是求解摄像机内外参数的过程。计算机视觉最基本的任务就是从相机中得到图像信息并计算出空间中物体的三维几何<sup>[1]</sup>。

相机标定就是根据一组已经空间位置的点与其图像对应点求解相机参数的过程<sup>[2]</sup>。相机标定一般分为传统标定法、自标定法和基于主动视觉的标定法<sup>[3]</sup>。主动视觉标定法利用二维图像点的对应建立

关系, 根据摄像机与规律的运动方式来求得摄像机的参数, 这种方法运算简单、耗时短、精确度高, 但是由于所需的硬件设备昂贵, 无法在平常的实验和工业制作中推广<sup>[4]</sup>; 自标定法原理是利用 Krupp 方程为摄像机建立绝对二次曲线曲面方程或者绝对二次曲面方程进行求解, 这种方法对实验环境要求不是很高, 但是在鲁棒性和精度上都不是很高<sup>[5]</sup>; 传统的相机标定需要将一个立体模型作为目标物体, 在标定物上选择一些边界点和角点, 由于标定物是规则的, 所以每个点之间的几何距离是可以得到的, 在世界坐标系中这些点的坐标值可以测量得出, 然后通过投影到图像平面, 求出投影点的二维坐标值, 通过

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2014-05-26; 收到修改稿日期: 2014-08-29

E-mail: linda\_whb@163.com

基金项目: 辽宁省教育厅科学计划项目资助(L2013463)

作者简介: 刘艳(1967—), 女, 副教授, 博士, 主要从事计算机控制和模式识别方面的研究。

两个坐标系间的关系可以反求出投影矩阵,这种方法标定的结果比较精确,但是在某些复杂环境中放置一个规则物体很难<sup>[6]</sup>;张正友相机标定法是在标定过程中经常使用的一种方法,鲁棒性和精度都很高,但是对于鱼镜头标定并没有把镜头畸变考虑进去<sup>[7]</sup>。本文提出了一种改进的两步标定法,把镜头的切向畸变作为影响标定精度的重要因素考虑进去,新的标定法需要良好的初始点收敛,否则,要么它不收敛,要么逐渐减小,改进的方法极大地纠正了标定时出现的错误。为保证初始点的鲁棒性,本文只考虑临近像面中心的点(畸变很小),在数据归一化之前,通过非线性最小化进行优化参数。

## 1 张正友相机标定法介绍与分析

### 1.1 张正友相机标定法介绍

张正友相机标定法是介于传统标定和自标定之间的一种方法,它只需要摄像机对某个标定板从不同方向拍摄多幅图片,通过标定板上每个特征点与其像平面像点的对应关系,即每一幅图像的单应矩阵来进行摄像机标定的。

基本原理:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K [r_1 \ r_2 \ r_3 \ t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = K [r_1 \ r_2 \ t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

在这里假定模板平面在世界坐标系  $Z = 0$  的平面上,其中  $K$  为摄像机的内参数阵,  $\hat{M} = [X \ Y \ 1]^T$  为模板平面上点的齐次坐标,  $\tilde{m} = [u \ v \ 1]^T$  为模板平面上点投影到图像平面上对应点的齐次坐标。 $[r_1 \ r_2 \ r_3]$  和  $t$  分别是摄像机坐标系相对于世界坐标系的旋转矩阵和平移向量  $H = [h_1 \ h_2 \ h_3] = \lambda K [r_1 \ r_2 \ t]$ ,  $r_1 = \frac{1}{\lambda} K^{-1} h_1$ ,  $r_2 = \frac{1}{\lambda} K^{-1} h_2$ , 根据旋转矩阵的性质,即  $r_1^T r_2 = 0$  和  $\|r_1\| = \|r_2\| = 1$ , 每幅图像可以获得以下两个对内参数矩阵的基本约束:

$$\begin{cases} h_1^T K^{-T} K^{-1} h_2 = 0 \\ h_1^T K^{-T} K^{-1} h_1 = h_2^T K^{-T} K^{-1} h_2 \end{cases}$$

由于摄像机有 5 个未知内参数,所以当所摄取得到的图像数目大于等于 3 时,就可以线性唯一求解出。

### 1.2 张正友相机标定法的分析

张正友标定法是介于传统标定法和自标定法之间的一种方法。它避免了传统方法设备要求高,操作繁琐的缺点,比自标定精度高,符合家庭和办公使用的桌面视觉系统的标定要求。但是张正友相机标

定法需要确定模板上点阵的物理坐标以及图像和模板之间的点匹配,给不熟悉计算机视觉的使用者带来不便,同时对于鱼镜头标定并没有把镜头畸变考虑进去,影响了标定的精度。

## 2 改进的两步标定法

针对张正友相机标定法没有考虑鱼镜头的畸变问题,提出了改进的两步标定法来解决镜头的畸变。

### 2.1 参考坐标系和变换矩阵

#### 2.1.1 参考坐标系

在标定过程中,常用的坐标系为世界坐标系  $O_w - X_w Y_w Z_w$ , 摄像机坐标系  $O_c - X_c Y_c Z_c$  和图像坐标系  $O_s - ij$ , 其中  $i, j$  轴分别与  $X_c, Y_c$  平行, 如图 1 所示。其中  $P_w$  为世界坐标系中模型平面上的点,  $P_u$  为  $P_w$  在图像平面上的无畸变投影,  $P_d$  为  $P_w$  在图像平面上的实际投影,  $F$  为有效焦距, 即图像平面与光学中心间的距离。

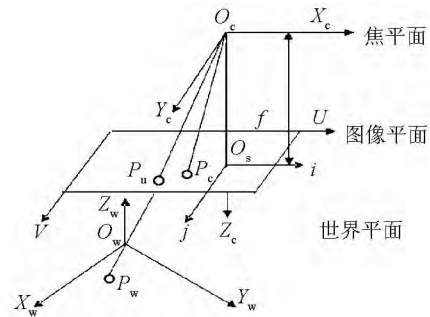


图 1 参考坐标系

#### 2.1.2 变换矩阵

世界坐标系与图像坐标系之间正向投影映射间的关系为

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A [R \ T] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中  $A$  为相机内参数矩阵;  $[R \ T]$  为相机的外参数矩阵,  $R$  和  $T$  分别代表相对于模型摄像机旋转和平移量。  $A$  和  $[R \ T]$  参数化方案如下:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_s & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = [r_1 \ r_2 \ r_3]$$

$$T = \begin{bmatrix} r_{14} \\ r_{24} \\ r_{34} \end{bmatrix}$$

式中  $\alpha_x = \frac{f}{d_x}, \alpha_y = \frac{f}{d_y}$ ,  $d_x, d_y$  分别是沿  $x, y$  轴的比例因子(mm/pixel);  $u_0$  和  $v_0$  为主点坐标。

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A[R \ T] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A[r_1 \ r_2 \ T] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

因此,在图像点  $P$  与模板点  $P$  之间的单应性  $H$  与矩阵  $H = A[r_1, r_2, T]$  有关系,单应性  $H$  被定义为内外参数矩阵,通过消除式(3)中的  $S$  可以得到透视数学模型和重新整理后的矩阵:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\alpha_x(r_{11}x_w + r_{12}y_w + r_{14})}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{34}} + u_0 \\ v &= \frac{\alpha_y(r_{21}x_w + r_{22}y_w + r_{24})}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{34}} + v_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由于设计中的缺陷,装配和制造误差使相机模型出现错误,导致了在实际图像点上的畸变,理想情况下,重建时要把所有的畸变考虑进去。在此,本文仅考虑径向和切向畸变。

设不畸变的图像坐标为  $(x_u, y_u)$ , 畸变的图像坐标用  $(x_d, y_d)$  来表示,两个坐标间的关系为

$$\left. \begin{aligned} x_u &= \frac{r_{11}x_w + r_{12}y_w + r_{14}}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{34}} + u_0 \\ y_u &= \frac{r_{21}x_w + r_{22}y_w + r_{24}}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{34}} + v_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

径向畸变发生在鱼镜头光学中心,导致图像点从透视投影最开始的位置发生偏移,用一阶和二阶近似方程表示为

$$\left. \begin{aligned} (x_d - x_u) &= k_1 x_u (x_u^2 + y_u^2) + k_2 x_u (x_u^2 + y_u^2)^2 \\ (y_d - y_u) &= k_1 y_u (x_u^2 + y_u^2) + k_2 y_u (x_u^2 + y_u^2)^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中  $k_1, k_2$  表示第一阶和第二阶光学中心分散化系数。

切向畸变是由于关于相机主轴的不对称引起的,用一阶和二阶近似公式表示为

$$\begin{aligned} (y_d - y_u) &= k_d(3x_u^2 + y_u^2) + 2k_3 x_u y_u + p_2(x_u^2 + y_u^2) \\ (x_d - x_u) &= k_3(3x_u^2 + y_u^2) + 2k_4 x_u y_u + p_1(x_u^2 + y_u^2) \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $k_3, k_4$  表示第一阶和第二阶光学中心系数;

$p_1, p_2$  表示镜头的棱镜系数。

畸变与不畸变图像之间的关系为

$$x_d = x_u + \delta_x(x_u, y_u), y_d = y_u + \delta_y(x_u, y_u) \quad (8)$$

式中  $\delta_x(x_u, y_u) = x_u(k_1 r^2 + k_2 r^4) + k_3(3x_u^2 + y_u^2) + 2k_4 x_u y_u$ ;  $\delta_y(x_u, y_u) = y_u(k_1 r^2 + k_2 r^4) + k_4(x_u^2 + 3y_u^2) + 2k_3 x_u y_u$ ;  $r^2 = (x_u^2 + y_u^2)$ 。

实际的物理坐标与图像点之间的关系为

$$\hat{u} = \alpha_x \alpha_d + u_0, \hat{v} = \alpha_y y_d + v_0 \quad (9)$$

结合式(6)~(9),形成的实际图像模型为

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= \alpha_x [x_u + \delta_x(x_u, y_u)] + u_0 \\ \hat{v} &= \alpha_y [y_u + \delta_y(x_u, y_u)] + v_0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中外参数  $x_u, y_u, \delta_x(x_u, y_u), \delta_y(x_u, y_u)$  和内参数  $\alpha_x, \alpha_y, u_0, v_0, k_1, k_2, k_3, k_4$  可以由式(5)和式(6)得到。

## 2.2 改进的两步标定法内容

为从一个由许多参数组成的复杂模型中找到标定参数,本文首先建立模板平面和图像间的单应性,用于参数的预测,然后通过非线性最小二乘法对参数进行修订。

### 2.2.1 模板平面与其图像之间的单应性

若在估计图像单应性时考虑过多的边界点,不仅不会对估计单应性产生效果,而且还会影响收敛。本文仅考虑模型中间点和其图像。一般情况下,  $u_0, v_0$  在图像的中间位置,本文假设中心点的位置是图像中心位置。当考虑中心点(靠近图像的中心位置)时,假设这个区域的畸变很小可以忽略,透视模型(3)可以写成

$$s \begin{bmatrix} \hat{u} - u_0 \\ \hat{v} - v_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x r_{11} & \alpha_x r_{12} & \alpha_x r_{14} \\ \alpha_y r_{21} & \alpha_y r_{22} & \alpha_y r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$H = r_{34} \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x r_{11} & \alpha_x r_{12} & \alpha_x r_{14} \\ \alpha_y r_{21} & \alpha_y r_{22} & \alpha_y r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{34} \end{bmatrix} \quad (12)$$

方程(11)可以改写成

$$s \begin{bmatrix} \hat{u} - u_0 \\ \hat{v} - v_0 \\ 1 \end{bmatrix} = r_{34} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

### 2.2.2 基于最小二乘法的参数优化

为了简化符号,避免出现混乱,本文用  $[x_j, y_j]$  来代替  $z_w = 0$  平面上的模型点  $P_w = [P_x, P_y]$ , 用  $[u_j, v_j]$  来代替图像点  $P_u = [P_r, P_c]$ 。通过消除比例因子  $s$  和  $r_{34}$ ,得到两个线性方程:

$$\begin{aligned}\hat{u}_j - u_0 &= [h_1 - h_7(\hat{u}_j - u_0)x_j] + \\ &\quad [h_2 - h_8(\hat{u}_j - u_0)y_j] + h_3 \\ \hat{v}_j - v_0 &= [h_4 - h_7(\hat{v}_j - v_0)x_j] + \\ &\quad [h_5 - h_8(\hat{v}_j - v_0)y_j] + h_6\end{aligned}\quad (14)$$

重新整理方程,把已知量和未知量分别置于等号两端,等号左边的是已知的,右边所有的  $h_m$  都是未知的。

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} x_j & y_j & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_j(\hat{u}_j - u_0) - y_j(\hat{u}_j - u_0) \\ 0 & 0 & 0 & x_j & y_j & 1 & -x_j(\hat{v}_j - v_0) - y_j(\hat{v}_j - v_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{u}_j - u_0 \\ \hat{v}_j - v_0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (15)$$

由于每个成像射线都可以得到两个类似的方程,因此本文可以从  $n$  个标定点中获得  $2n$  个线性方程。将  $H$  定义为一个可以使式(15)病态数字化的比例因子,经过简单的数据标准化可以去除病态得到更好的结果。

基于单应性矩阵的外参数和初始预估值  $\alpha_x, \alpha_y$  的提取。由式(15)可以解得八个未知的参数,包括  $\alpha_x, \alpha_y$ 、旋转和平移参数,利用正交的性质可得  $r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 = 1$  和  $r_{11}r_{12} + r_{21}r_{22} + r_{31}r_{32} = 0$ , 对式(15)进行简单变换:

$$\begin{bmatrix} h_1^2 - h_2^2 & h_1^2 - h_3^2 \\ h_1h_2 & h_4h_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_x^2} \\ \frac{1}{\alpha_y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_8^2 - h_7^2 \\ -h_7h_8 \end{bmatrix}\quad (16)$$

从式(16)中虽然可以求出  $\alpha_x$  和  $\alpha_y$ , 但是为了减小噪声的干扰,需要不同位置的模板图像利用上面的方法来解决与  $n$  个图像数量相一致的单应性矩阵。

$$r_{34} = \sqrt{\frac{1}{\frac{h_2^2}{\alpha_x^2} + \frac{h_5^2}{\alpha_y^2} + h_8^2}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{h_1^2}{\alpha_x^2} + \frac{h_4^2}{\alpha_y^2} + h_7^2}}\quad (17)$$

求得  $r_{34}$  后,矩阵  $H$  就完全确定下来了,然后再根据式(18),从式(12)求解出所有的外参数。

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} H\quad (18)$$

根据旋转矩阵  $H$  的正交性,得到  $[r_{31} \ r_{32} \ r_{33}]^T = [r_{11} \ r_{21} \ r_{31}]^T \times [r_{12} \ r_{22} \ r_{33}]^T$ , 一般情况下参数并不满足  $[r_{11} \ r_{21} \ r_{31}]^T$  和  $[r_{12} \ r_{22} \ r_{31}]^T$ , 这就需要进行初始值的优化。

初始值  $\alpha_x, \alpha_y$  的优化算法。选择图像中心附近

的点时并不需要考虑畸变,根据理想透视模型建立的最小化模型为

$$\min = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{p_1} \|\hat{p}_{i,j} - p(A, R_i, T_i, P_{i,j})\| \quad (19)$$

约束等式成立的条件是必须满足六个正交等式,优化的目标是在计算之前提高初始值  $A, R_i, T_i$ , 这些值是相机标定所需的所有的参数。其中  $p_i$  是第一幅图像中心附近的点,  $\hat{p}_{i,j}$  是  $j_{th}$  点在  $j_{th}$  图像的实际坐标,  $p_{i,j}$  是在世界坐标系中所对应的模型点,  $p(A, R_i, T_i, P_{i,j})$  通过插入到透视模型(4)中得出的图像点。理论上,所计算出的图像点和实际图像点越接近越好,为此,本文通过最小化来使其快速收敛,一旦估计的初始值离真实值很接近的话,梯度下降法将会快速收敛。

对内外参数精度的改善。为了精确得到相机的所有参数,需要考虑图像中所有的点,利用下式的最小化模型

$$\min = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{p_1} \|\hat{p}_{i,j} - p(k_1, k_2, k_3, k_4, A, R_i, T_i, P_{i,j})\| \quad (20)$$

来寻找  $k_1, k_2, k_3, k_4, R_i, T_i$ 。其中  $A, R_i, T_i, P_{i,j}, p_{i,j}$  同式(19)所定义的含义相同。 $k_1, k_2, k_3, k_4$  是研究中所存在的畸变系数,它们的值很小可以忽略不计。

### 3 实验结果与分析

为了验证本文所提出的标定方法的有效性和精度,在 Matlab 中进行了仿真实验,并传统张正友相机标定法进行了比较。仿真结果表明,当图像数量至少为 4 个时,这个算法快速收敛,如果把径向畸变和切向畸变考虑在内,精度会得到很好的改善。

#### 3.1 相机标定参数

图 2 是标定模板,标定板为  $150\text{mm} \times 150\text{mm}$ , 每个正方形为  $10\text{mm} \times 10\text{mm}$ , 对标定模板每隔  $5^\circ$  拍摄一张图片,一共拍 8 张。图像中每个黑色正方

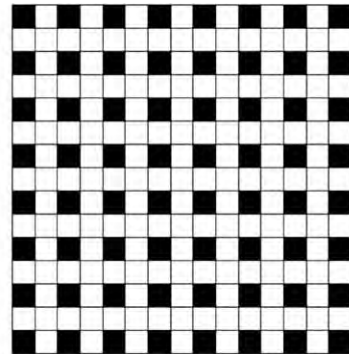


图 2 标定板

形的角点都会被检测和保存。图 3 表明随着输入图像数量的增加该算法的收敛性的趋势,在模板图像数量超过四个以后,标定参数随着输入图像数量的增加趋于稳定。图 4 是  $f_x, f_y$  随图像数量的变化趋势,图 5~7 分别代表参数  $(c_x, c_y), (k_1, k_2)$  和  $(k_3, k_4)$  的变化规律。上述仿真结果显示,随着图像数量的增加直到最少五个的时候参数开始保持稳定,本文将这一规律统计在表 1 中。

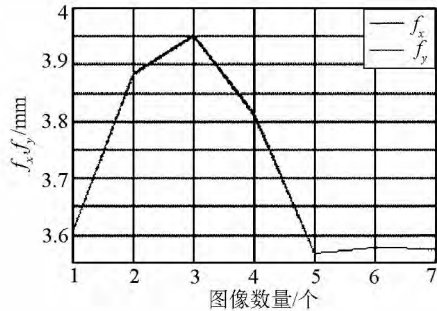


图 4  $f_x$  和  $f_y$  的变化曲线

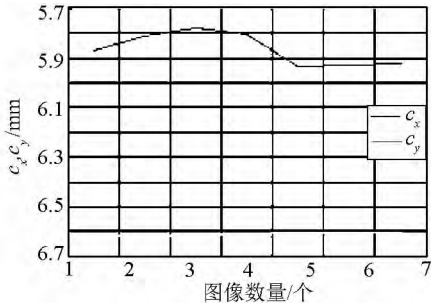


图 6  $c_x$  和  $c_y$  的变化曲线

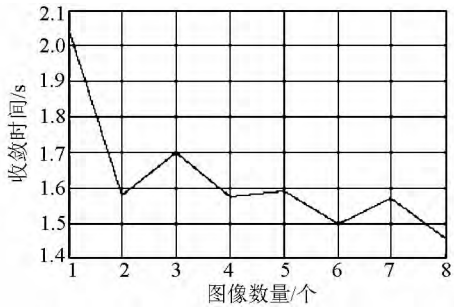


图 3 受图像数量影响的收敛时间曲线图

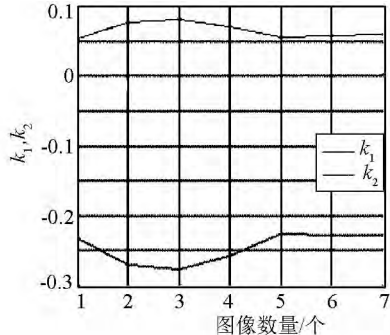


图 5  $k_1$  和  $k_2$  的变化曲线

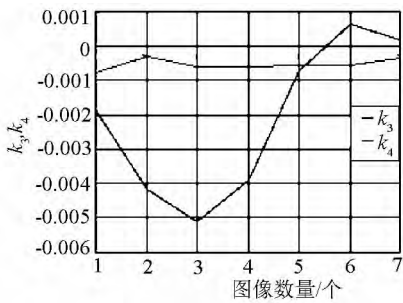


图 7  $k_3, k_4$  的变化曲线

表 1 相机标定参数

图号	$f_x/\text{mm}$	$f_y/\text{mm}$	$c_x/\text{mm}$	$c_y/\text{mm}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
2	3.6066	3.6079	653.2	578.38	-0.23249	0.05308	-0.001853	-0.00078
3	3.8818	3.8851	658.98	577.58	-0.27047	0.077018	-0.004167	-0.00031
4	3.9497	3.954	662.18	578.46	-0.27812	0.080682	-0.005098	-0.00061
5	3.8106	3.8146	659.43	579.06	-0.25787	0.070426	-0.003914	-0.0006
6	3.5685	3.5684	646.64	579.32	-0.22661	0.056435	0.00073	-0.00054
7	3.5779	3.5779	647.45	579.44	-0.22827	0.058302	0.00063	-0.00055
8	3.5748	3.5751	647.89	579.24	-0.22837	0.06029	0.000159	-0.00034

3.2 对两种方法得到的标定参数进行对比

对比实验中所用到的张正友标定法在世界坐标

系和图像坐标系中的特征点可以从其网站得到,两种标定方法得到的标定参数对比数据如表 2 所示。

表 2 两种方法相机标定参数的比较 (I 为张正友相机标定法, II 为改进的两步法)

参数	2 号图		3 号图		4 号图		5 号图	
	I	II	I	II	I	II	I	II
$f_x/\text{mm}$	830.5	818.2	831.5	830.8	831.8	832.9	832.5	833.5
$f_y/\text{mm}$	830.2	823.5	831.4	830.2	831.8	833.5	832.5	833.4
$c_x/\text{mm}$	307.0	307.9	305.3	305.6	304.5	304.6	304.0	304.1
$c_y/\text{mm}$	206.6	207.1	207.1	207.9	206.8	207.7	206.6	208.1

续表 2

参数	2 号图		3 号图		4 号图		5 号图	
	I	II	I	II	I	II	I	II
倾斜度/(°)	0	—	0.34	—	0.29	—	0.20	—
$k_1$	-0.2269	-0.2206	-0.2296	-0.2281	-0.2295	-0.2297	-0.2286	-0.2289
$k_2$	0.194	0.155	0.197	0.165	0.195	0.162	0.190	0.161
$k_3$	—	-0.0004	—	-0.00013	—	0.0002	—	0.00015
$k_4$	—	0.0014	—	0.0012	—	0.001	—	0.001

从表 2 可以看出,在五张图片以内两种标定方法都可以得到较高的精度,但是与张正友标定法相比,本文所提出的方法并没有把倾斜度考虑在内,因此只有当倾斜度很小的时候这种方法才适用。

3.3 对两种方法测量精度的比较

通过与张正友标定法比较得出了两种方法在测量精度上的不同。实验中用到的是 uEye CMOS 相机,分辨率为 1280×1024pixel。对一张绘有 13 条逐渐增长的平面纸张(图 8)拍摄图片,检查图像中像素终点位置,然后通过标定参数来测量线的长度,结果如表 3 所示。从表 3 可以看到误差十分小,相机标定参数稳定性好,随着长度的增加误差出现变化,但是在不同长度下误差十分的接近(变化率小于 0.5%),这些线长度的精确数值也受到绘制出现错误的影响,通过与张正友标定法比较,在相同环境下标准偏差都在 1.2σ 附近。

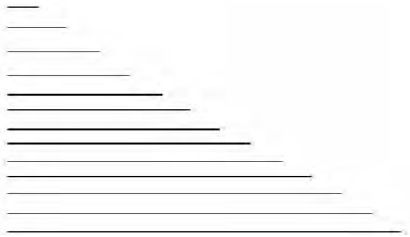


图 8 精度测量模板

表 3 两种方法的测量数值和误差

标定好的 真实数据 /mm	测量 数值 /mm	I 误差 /%	$\sigma$	测量 数值 /mm	II 误差 /%	$\sigma$
10	9.57	4.34	1.2	9.52	4.8	1.2
20	19.67	1.65		20.08	0.41	
30	29.50	1.68		29.89	0.35	
40	39.89	0.27		40.16	0.41	
50	49.86	0.28		49.81	0.39	
60	59.69	0.51		60.42	0.70	
70	69.76	0.35		69.79	0.31	
80	79.83	0.21		80.13	0.16	
90	89.77	0.25		89.66	0.38	
100	99.94	0.06		100.46	0.46	
120	120.11	0.09		120.36	0.30	
130	130.29	0.23		129.92	0.06	
150	150.11	0.07		149.74	0.17	

从实验可以得出,当图片数量多于四张时,本文

提出的算法快速收敛,而且考虑了径向畸变和切向畸变,也有很好的精度。

4 结 论

本文改进了两步标定法技术,并通过新的标定法得到了相机标定参数。实验结果表明,这些参数与利用张正友标定法得到的参数十分接近,与张的方法比较可以看到改进的两步标定法忽略了倾斜度的影响,并给出了  $c_x$  和  $c_y$  合理的初始预估值,通过非线性优化提高了初始值的鲁棒性,同时把以往摄像机标定文章中未深入考虑的切向畸变作为了影响标定结果的一个重要因素,改善了重构效果。本文提出的改进的两步标定法与传统的张正友标定法相比提高了精度,为精准的三维重建提供了保障,在工业机器人、反向工程等工业测量和控制中具有良好的应用前景。从实验结果来看,在当前条件下获得了比较满意的结果,但是测量精度还有进一步的提升空间。

参考文献:

[1] Hartley R , Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2012.

[2] 李徽,杨德华,翟超. 六自由度机构位姿的单机相机照相测量研究[J]. 光学技术, 2010, 36(3): 344—349.

Li Hui, Yang Dehua, Zhai Chao. Research on the pose measurement of a6-DOF platform using a single camera[J]. Optical Technique, 2010, 36(3): 344—349.

[3] Li kui. Research on binocular vision stereo matching algorithm [M]. Jinan, China: Jinan University Press, 2010.

[4] 于勇, 张晖, 林茂松. 基于双目立体视觉三维重建系统的研究与设计[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(6): 127—130.

Yu Yong, Zhang Hui, Lin Maosong. Research and design of the 3D reconstruction system based on binocular stereo vision[J]. Computer Technology and Development, 2009, 19(6): 127—130.

[5] 项志宇, 孙波. 折反射全向相机镜面位姿的自标定方法[J]. 光学学报, 2012, 32(4): 161—168.

Xiang Zhiyu, Sun Bo. Mirror pose self-calibration method for catadioptric camera system[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(4): 161—168.

[6] 姚姗姗. 基于双目立体视觉的三维重建[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.

Yao Shanshan. 3D reconstruction based on binocular vision[D]. Haerbin: Haerbin University, 2011.

[7] 贾洪涛, 朱元昌. 摄像机图像畸变校正技术[J]. 电子测量与仪器学报, 2006, 19(3): 46—49.

Jia Hongtao, Zhu Yuanchang. A technology of image distortion rectification for camera[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2006, 19(3): 46—49.