

Домашнее задание 6

Турков Матвей, группа 777

На удивление, в этом домашнем задании уж слишком много пересечений с семинаром Горбунова по данной теме, поэтому я решил не техать, уже затеханное другим семинаристом (press F to pay disrespect)

①

Решение:

1. Семинар 08, стр 4-5
2. Пользуясь свойствами матриц и прошлым пунктом, получим

$$a_i = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} y_k w_n^{-ik}$$

②

Решение:

1. Перемножьте многочлены $1+2x+3x^2$, $3x-4+6x^3$ с помощью ДПФ ($w_8 = e^{\frac{2\pi i}{8}}$)
Для первого многочлена распишем подробно, остальные , аналогично

$$DFT \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; DFT \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}; DFT \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}; DFT \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$DFT \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 + 3e^{\frac{2i\pi}{4}} \\ -2 \\ 1 - 3e^{\frac{2i\pi}{4}} \end{pmatrix}; DFT \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix};$$

$$DFT \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 + 3e^{\frac{2i\pi}{4}} + 2e^{\frac{2i\pi}{8}} \\ -2 + 2e^{\frac{4i\pi}{8}} \\ 1 - 3e^{\frac{2i\pi}{4}} + 2e^{\frac{6i\pi}{8}} \\ 2 \\ 1 + 3e^{\frac{2i\pi}{4}} - 2e^{\frac{2i\pi}{8}} \\ -2 - 2e^{\frac{4i\pi}{8}} \\ 1 - 3e^{\frac{2i\pi}{4}} - 2e^{\frac{6i\pi}{8}} \end{pmatrix}$$

Аналогично, для второго

$$DFT \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 - \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{9}{\sqrt{2}}i \\ -4 - 3i \\ -4 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{9}{\sqrt{2}}i \\ -13 \\ -4 + \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{9}{\sqrt{2}}i \\ -4 + 3i \\ -4 - \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{9}{\sqrt{2}}i \end{pmatrix}$$

$$DFT(1+2x+3x^2) \times DFT(3x-4+6x^3) = \begin{pmatrix} 30 \\ -16 - 19\sqrt{2} - (6 + 4\sqrt{2})i \\ 14 - 2i \\ -16 + 19\sqrt{2} + (6 - 4\sqrt{2})i \\ -26 \\ -16 + 19\sqrt{2} + (-6 + 4\sqrt{2})i \\ 14 + 2i \\ -16 - 19\sqrt{2} + (6 + 4\sqrt{2})i \end{pmatrix}$$

$$invDFT(DFT(1 + 2x + 3x^2) \times DFT(3x - 4 + 6x^3)) = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -6 \\ 15 \\ 12 \\ 18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

③

Решение:

1. Семинар 08, стр 6-7
2. Семинар 08, стр 6-7

④

Решение:

1. $DFT(c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \times DFT(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = DFT(b_0, b_1, \dots, b_{n-1})$

$$DFT(c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \times DFT(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) =$$

$$\begin{pmatrix} \sum c_i \cdot \sum x_i \\ \sum c_i w_n^i \cdot \sum x_i w_n^i \\ \dots \\ \sum c_i w_n^{i(n-1)} \cdot \sum x_i w_n^{i(n-1)} \end{pmatrix} = DFT(b_0, b_1, \dots, b_{n-1})$$

2. Семинар 08, стр 8