

Contents

1	Classes	2
1.1	quad – 虚二次体	2
1.1.1	ReducedQuadraticForm – 二次縮小形式クラス	2
1.1.1.1	inverse	4
1.1.1.2	disc	4
1.1.2	ClassGroup – Class Group クラス	4
1.1.3	class_formula	5
1.1.4	class_number	5
1.1.5	class_group	5
1.1.6	class_number_bsgs	5
1.1.7	class_group_bsgs	6

Chapter 1

Classes

1.1 quad – 虚二次体

- Classes
 - **ReducedQuadraticForm**
 - **ClassGroup**
- Functions
 - **class_formula**
 - **class_number**
 - **class_group**
 - **class_number_bsgs**
 - **class_group_bsgs**

1.1.1 ReducedQuadraticForm – 二次縮小形式クラス

Initialize (Constructor)

ReducedQuadraticForm(f: list, unit: list) → *ReducedQuadraticForm*

ReducedQuadraticForm オブジェクトを作成する.

f, unit は 3 整数 [a, b, c] のリストでなければならず, 二次形式を $ax^2 + bxy + cy^2$ と表記. unit は単位形を表す.

Operations

operator	explanation
$M * N$	M と N の形式の構成を返す.
$M ** a$	M の a 乗を返す.
M / N	形式の除算.
$M == N$	M と N が等しいかどうか返す.
$M != N$	M と N が等しくないかどうか返す.

Methods

1.1.1.1 inverse

`inverse(self)` \rightarrow *ReducedQuadraticForm*

`self` の逆元を返す.

1.1.1.2 disc

`disc(self)` \rightarrow *ReducedQuadraticForm*

`self` の判別式を返す.

1.1.2 ClassGroup – Class Group クラス

Initialize (Constructor)

`ClassGroup(disc: integer, cl: integer, element: integer=None)`
 \rightarrow *ClassGroup*

`ClassGroup` オブジェクトを作成する.

Methods

1.1.3 class _formula

```
class _formula(d: integer, uprbd: integer) → integer
```

類公式を使い, 判別式 d を持つ類数 h の近似値を返す.

$$\text{類公式 } h = \frac{\sqrt{|d|}}{\pi} \prod_p \left(1 - \left(\frac{d}{p} \right) \frac{1}{p} \right)^{-1}.$$

入力する数 d は int 型, long 型 または **Integer** でなければならぬ.

1.1.4 class _number

```
class _number(d: integer, limit_of_d: integer=1000000000)
    → integer
```

縮小形式を数えることにより判別式 d を持つ類数を返す.

d は基本判別式なだけではない.

入力する数 d は int 型, long 型 または **Integer** でなければならない.

1.1.5 class _group

```
class _group(d: integer, limit_of_d: integer=1000000000)
    → integer
```

縮小形式を数えることにより判別式 d を持つ類数と類群を返す.

d は基本判別式なだけではない.

入力する数 d は int 型, long 型 または **Integer** でなければならない.

1.1.6 class _number_bsgs

```
class _number_bsgs(d: integer) → integer
```

Baby-step Giant-step アルゴリズムを使い, 判別式 d を持つ類数を返す.

d は基本判別式なだけではない.

入力する数 d は int 型, long 型 または **Integer** でなければならない.

1.1.7 class_group_bsgs

```
class_group_bsgs(d: integer, cl: integer, qin: list)
    → integer
```

判別式 disc を持つ位数 p^{exp} の類群の構造を返す. $\text{qin} = [p, \text{exp}]$ である.

入力する数 d , cl は `int` 型, `long` 型 または **Integer** でなければならない.

Examples

```
>>> quad.class_formula(-1200, 100000)
12
>>> quad.class_number(-1200)
12
>>> quad.class_group(-1200)
(12, [ReducedQuadraticForm(1, 0, 300), ReducedQuadraticForm(3, 0, 100),
ReducedQuadraticForm(4, 0, 75), ReducedQuadraticForm(12, 0, 25),
ReducedQuadraticForm(7, 2, 43), ReducedQuadraticForm(7, -2, 43),
ReducedQuadraticForm(16, 4, 19), ReducedQuadraticForm(16, -4, 19),
ReducedQuadraticForm(13, 10, 25), ReducedQuadraticForm(13, -10, 25),
ReducedQuadraticForm(16, 12, 21), ReducedQuadraticForm(16, -12, 21)])
>>> quad.class_number_bsgs(-1200)
12L
>>> quad.class_group_bsgs(-1200, 12, [3, 1])
([ReducedQuadraticForm(16, -12, 21)], [[3L]])
>>> quad.class_group_bsgs(-1200, 12, [2, 2])
([ReducedQuadraticForm(12, 0, 25), ReducedQuadraticForm(4, 0, 75)],
[[2L], [2L, 0]])
```