

# İKİNCİ DERECEDEN DENKLEM ve FONKSİYONLAR

5. ÜNİTE 5. ÜNİTE 5. ÜNİTE 5. ÜNİTE 5. ÜNİTE

## İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

- Kazanım** : İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.
- Kazanım** :  $i = \sqrt{-1}$  sanal birim olmak üzere bir karmaşık sayının  $a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) biçiminde ifade edildiğini açıklar.
- Kazanım** : İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki ilişkileri belirler.

## İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri

- Kazanım** : İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonu açıklar ve grafiğini çizer.
- Kazanım** : İkinci derece denklem ve fonksiyonlarla modellenen problemleri çözer.

## İKİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

### İKİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a, b, c \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere  $ax^2 + bx + c = 0$  biçimindeki açık önermelere ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

Bu açık önermeyi doğrulayan (eğer varsa)  $x$  reel sayılarına denklemin kökleri ve köklerin oluşturduğu kümeye de denklemin çözüm kümesi denir. Denklem kökü yoksa, çözüm kümesi  $\emptyset$  dir.  $a, b, c$  reel sayılarına ise denklemin kat sayıları denir.

Buna göre aşağıdaki tabloda verilen denklem ve kat sayılarını inceleyiniz.

Denklem	a	b	c
$4x^2 + 3x + 2 = 0$	4	3	2
$-x^2 + 2x = 0$	-1	2	0
$3x^2 = 0$	3	0	0
$4x - x^2 = 0$	-1	4	0
$\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 1 = 0$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	1
$\sqrt{2}x^2 - \sqrt{3} = 0$	$\sqrt{2}$	0	$-\sqrt{3}$

#### ÖRNEK 1

$$(m + n - 2)x^{n+3} + 3x - 1 = 0$$

denkleminin ikinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklem olması için  $m$  kaç olamaz?

**Çözüm**

### İKİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN ÇÖZÜMÜ

#### Çarpanlarına Ayırarak Denklem Çözme

$$f(x).g(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \vee g(x) = 0 \text{ dir.}$$

#### ÖRNEK 2

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

**Çözüm**

#### ÖRNEK 3

$$x^2 - 4x = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

**Çözüm**

## ÖRNEK 4

$$2x^2 - 18 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

## ÖRNEK 5

$$x^2 + 3 = 0$$

denkleminin reel sayılarda çözüm kümesi nedir?

Çözüm

## ÖRNEK 6

$$4x^2 + 1 = 4x$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

## ÖRNEK 7

$m \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $x^2 - mx - 2m^2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

## ÖRNEK 8

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

## ÖRNEK 9

$$6x^2 - 13x + 6 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

### Diskriminantı ( $\Delta$ yı) Bularak Denklem Çözme

İkinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklem  $ax^2 + bx + c = 0$  olsun.

$\Delta = b^2 - 4ac$  olmak üzere, denklemin kökleri

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{veya} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{dır.}$$

- $\Delta < 0$  ise denklemin reel kökü yoktur.  
Çözüm kümesi,  $\emptyset$  dir.
- $\Delta = 0$  ise denklemin eşit (çakışık) iki kökü vardır.  
Bu durumda denklem bir tam karedir.  
Çözüm kümesi bir elemanlıdır.
- $\Delta > 0$  ise denklemin farklı iki reel kökü vardır.  
Çözüm kümesi iki elemanlıdır.

#### ÖRNEK 10

$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

denkleminin gerçel sayılarda çözüm kümesi nedir?

Çözüm

#### ÖRNEK 11

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

#### ÖRNEK 12

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

#### ÖRNEK 13

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

#### ÖRNEK 14

$$x^2 + 2x + k - 1 = 0$$

denkleminin eşit iki reel kökünün olması için  $k$  kaç olmalıdır?

Çözüm

**ÖRNEK 15**

$$2x^2 - x + m - 1 = 0$$

denkleminin farklı iki reel kökünün olması için  $m$  ne olmalıdır?

**Çözüm**

**ÖRNEK 17**

$$x^2 + (m + 1)x + 4 = 0$$

denkleminin çakışık iki kökü varsa  $m$  kaçtır?

**Çözüm**

**ÖRNEK 16**

$$x^2 - (m - 1)x - 3m = 0$$

denkleminin köklerinden biri  $-2$  ise diğer kökü nedir?

**Çözüm**

**ÖRNEK 18**

$$x^2 - kx + 3 = 0 \text{ ve } x^2 - 3x + k = 0$$

denklemlerinin birer kökleri ortak ise  $k$  kaçtır?

**Çözüm**

# ALİŞTIRMALAR - 1

1. Aşağıda verilen tablodaki boşlukları doldurunuz.

Denklemler ( $ax^2 + bx + c = 0$ )	a	b	c
$3x^2 - 4x - 1 = 0$			
$4x^2 + 2x - 3 = 0$			
$x^2 - 4x = 0$			
$x^2 + 5 = 0$			
$x^2 - \sqrt{2}x + x - 2 = 0$			

2. Aşağıdaki denklemlerin reel sayılarda çözüm kümelerini bulunuz.

a.  $x^2 - 5x = 0$

b.  $2x^2 - 8 = 0$

c.  $2x^2 + 2 = 0$

d.  $x^2 - 3x + 2 = 0$

e.  $x^2 - 6x + 9 = 0$

f.  $x^2 - 2x + 4 = 0$

g.  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

h.  $12x^2 - 17x + 6 = 0$

3.  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$   
denkleminin eşit iki gerçel kökü varsa  $m$  kaçtır?

4.  $2x^2 - x + m + 1 = 0$   
denkleminin farklı iki gerçel kökü varsa  $m$  hangi aralıkta değer alır?

5.  $2x^2 - mx + 4m - 1 = 0$   
denkleminin bir kökü 2 ise  $m$  kaçtır?

# KARMAŞIK SAYILAR

## SANAL SAYI BİRİMİ

$x - 2 = 0$  ,  $3x + 1 = 0$  ,  $x^2 - 4 = 0$  ,  $x^2 - 5 = 0$  denkleminin her birinin çözüm kümelerini bulmayı hatırlayalım.

$$\Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \mathcal{C} = \{2\}$$

$$\Rightarrow 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \mathcal{C} = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \vee x = -2 \Rightarrow \mathcal{C} = \{-2, 2\}$$

$$\Rightarrow x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{C} = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$$

Yukarıdaki çözümlerde de görüldüğü gibi verilen denklemlerin her birinin gerçekteki (gerçek sayılarda) çözüm kümeleri boş kümeden farklı birer kümedir.

Şimdi de  $x^2 + 1 = 0$  denkleminin gerçekteki sayılarda çözüm kümesini bulmaya çalışalım.

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ olur.}$$

Gerçek sayılarda karesi  $-1$  e eşit olan bir sayı bulunmadığından  $x^2 + 1 = 0$  denkleminin gerçekteki sayılarda çözüm kümesi boş kümedir.

Ünlü matematikçi Euler aşağıdaki tanımı yaparak bu tür denklemlerin çözülmesini sağlamıştır.

*Karesi  $-1$  olan sayıya sanal (imajiner) sayı birimi denir ve  $i$  ile gösterilir. Yani  $i^2 = -1$  veya  $i = \sqrt{-1}$  dir.*

Bu tanımdan yararlanarak,  $x^2 + 1 = 0$  ,  $x^2 + 4 = 0$  gibi denklemleri çözebiliriz.

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - (-1) = 0 \Rightarrow x^2 - i^2 = 0 \Rightarrow (x - i)(x + i) = 0 \Rightarrow x = i \vee x = -i \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - (-4) = 0 \Rightarrow x^2 - 4i^2 = 0 \Rightarrow (x - 2i)(x + 2i) = 0 \Rightarrow x = 2i \vee x = -2i \text{ dir.}$$

$m$  pozitif bir gerçekteki sayı olmak üzere,  $\sqrt{-m} = i\sqrt{m}$  dir.

$$\sqrt{-4} = 2i, \quad \sqrt{-9} = 3i, \quad \sqrt{-12} = 2\sqrt{3}i, \quad \sqrt{-16} = 4i \text{ dir.}$$

## $i$ nin (Sanal Birimin) Kuvvetleri

$$i^1 = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$$

$$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$$

$$i^8 = (i^4)^2 = 1$$

.....

Yanda elde ettiğimiz sonuçlara göre,

$i$  nin tam sayı kuvvetlerinde  $i$  ,  $-1$  ,  $-i$  ,  $1$  dörtlüsünün tekrarlandığını görürüz. Bu durumu,

$n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$i^k = \begin{cases} 1, & k = 4n \\ i, & k = 4n + 1 \\ -1, & k = 4n + 2 \\ -i, & k = 4n + 3 \end{cases}$$

biçiminde, ya da kısaca

$m, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$i^{4n+m} = i^m$  biçiminde gösterebiliriz.

ÖRNEK 19

Aşağıdaki sayıların her birinin eşitini bulunuz.

- a.  $i^{23}$     b.  $i^{121}$     c.  $i^{2008}$     d.  $i^{-3}$     e.  $i^{-41}$

Çözüm

ÖRNEK 20

$\frac{1}{i}$  ve  $\frac{1}{i^3}$  sayılarının eşitlerini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 21

$n \in \mathbb{N}$  olmak üzere, aşağıdaki sayıların her birinin eşitini bulunuz.

- a.  $i^{4n+3}$     b.  $i^{8n+5}$     c.  $i^{8n-1}$     d.  $i^{2-12n}$

Çözüm

ÖRNEK 22

$\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} \cdot \sqrt{-6}$  işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$m \text{ ve } n \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow \sqrt{m} \cdot \sqrt{n} = \sqrt{m \cdot n}$$

$$m \text{ ve } n \in \mathbb{R}^- \Rightarrow \sqrt{m} \cdot \sqrt{n} \neq \sqrt{m \cdot n}$$

ÖRNEK 23

$\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} \cdot \sqrt{-16} \cdot \sqrt{-1}$  işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 24

$i^6 + i^7 + i^8 + i^9$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 25

$i^1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{81} + i^{82}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm



## KARMAŞIK SAYILAR

$i^2 = -1$  ve  $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$a + bi$  biçiminde ifade edilen sayılara karmaşık (kompleks) sayı denir.

Karmaşık sayılar kümesi  $\mathbb{C}$  ile gösterilir ve  $\mathbb{C} = \{z: z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}\}$  dir.

$z = a + bi$  yazılışına karmaşık sayının standart yazılışı denir.

$a$  ya karmaşık sayının reel kısmı denir ve  $\text{Re}(z) = a$  olarak gösterilir.

$b$  ye karmaşık sayının sanal (imajiner) kısmı denir ve  $\text{Im}(z) = b$  biçiminde gösterilir.

## ÖRNEK 26

Aşağıdaki tabloda bazı karmaşık sayıların reel ve sanal kısımları belirtilmiştir. İnceleyiniz.

$z$	$\text{Re}(z)$	$\text{Im}(z)$
$3 + 4i$	3	4
$2 - 5i$	2	-5
$2 - i$	2	-1
$\sqrt{3} + i$	$\sqrt{3}$	1
$2i$	0	2
$-4$	-4	0
0	0	0
$\sqrt{2} + 3$	$\sqrt{2} + 3$	0

## ÖRNEK 27

$z = i^2 + i^3 + i^6 + i^7$  ise  $\text{Re}(z)$  ve  $\text{Im}(z)$  değerlerini bulunuz.

**Çözüm**

## ÖRNEK 28

$z = \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-8} + \sqrt{-9} + \sqrt{-4}$  ise  $\text{Re}(z)$  ve  $\text{Im}(z)$  değerlerini bulunuz.

**Çözüm**

## ÖRNEK 29

$z = \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3}$  ise  $\text{Re}(z)$  ve  $\text{Im}(z)$  değerlerini bulunuz.

**Çözüm**

## İKİ KARMAŞIK SAYININ EŞİTLİĞİ

İki karmaşık sayının eşit olabilmesi için reel ve sanal kısımlarının ayrı ayrı birbirine eşit olması gerekir.

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = a + bi \\ z_2 = c + di \end{array} \right\} \text{verildiğinde}$$

$$z_1 = z_2 \Rightarrow a = c \text{ ve } b = d \text{ dir.}$$

## ÖRNEK 30

$$z_1 = m - 3 + 4i, \quad z_2 = 5 + (n - 1)i$$

ve  $z_1 = z_2$  olduğuna göre  $m$  ve  $n$  değerlerini bulunuz.

## Çözüm

## ÖRNEK 31

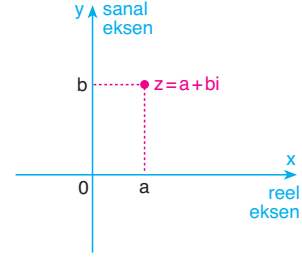
$a < b < 0 < c$  olmak üzere,

$$\sqrt{b(c-a)} + \sqrt{ab} = 3 + 4i \text{ ise } b.c \text{ kaçtır?}$$

## Çözüm

## KARMAŞIK DÜZLEM

Karmaşık sayıların, analitik düzlemin noktalarıyla bire bir eşlenmesi ile oluşturulan düzleme karmaşık düzlem denir.



x eksenine karmaşık düzlemin reel eksen,  
y eksenine de karmaşık düzlemin sanal eksen denir.

## ÖRNEK 32

Aşağıdaki sayıları karmaşık düzlemde gösteriniz.

$$z_1 = 2 + 4i, \quad z_2 = -4 + 2i$$

$$z_3 = -3 - 5i, \quad z_4 = 6 - 2i$$

$$z_5 = 4, \quad z_6 = -1$$

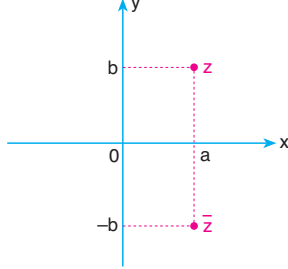
$$z_7 = 6i, \quad z_8 = -4i$$

## Çözüm

**BİR KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ**

$Z = a + bi$  nin reel eksene göre simetriği olan  $a - bi$  sayısına  $Z$  nin eşleniği denir.

$\bar{Z} = a - bi$  biçiminde gösterilir.

**ÖRNEK 33**

Aşağıdaki tabloda bazı karmaşık sayılarla eşlenikleri verilmiştir. İnceleyiniz.

$z$	$\bar{z}$
$a + bi$	$a - bi$
$2 + 3i$	$2 - 3i$
$4 - i$	$4 + i$
$2i + 3$	$-2i + 3$
$4$	$4$
$2i$	$-2i$
$1 + \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$

**ÖRNEK 34**

$z = 1 + 2i$  karmaşık sayısı ile eşleniğini karmaşık düzlemde gösteriniz.

**Çözüm**

Grafikte de görüldüğü gibi, bir karmaşık sayı ile eşleniği reel eksene göre simetriktir.

**ÖRNEK 35**

$\overline{(\bar{z})} = z$  olduğunu gösteriniz.

**Çözüm**

Bir karmaşık sayının eşleniğinin eşleniği kendisine eşittir.

**İKİNCİ DERECEDEN BİR DENKLEMİN SANAL KÖKLERİNİ BULMAK**

$a, b, c \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  için  $ax^2 + bx + c = 0$  denklemini çözerken

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ ve } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ olmak üzere}$$

- $\Delta > 0$  ise denklemin farkı iki gerçel kökünün
- $\Delta = 0$  ise denklemin eşit iki gerçel kökünün
- $\Delta < 0$  ise denklemin gerçel kökünün bulunmadığını biliyoruz. İşte,  $\Delta < 0$  durumunda denklemin sanal iki kökü vardır.

**ÖRNEK 36**

$x^2 - 2x + 2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

**Çözüm**

ÖRNEK 37

$x^2 - 2x + 5 = 0$  denkleminin çözüm kümesini bulup köklerin arasındaki ilişkiyi tespit ediniz.

Çözüm

Reel kat sayılı, ikinci dereceden bir denklemde  $\Delta < 0$  iken kökler birbirinin eşleniğidir.

ÖRNEK 38

Reel kat sayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri  $3 - 2i$  ise bu denklemi bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 39

$m$  ve  $n$  reel sayılar olmak üzere,  $x^2 + mx + n = 0$  denkleminin köklerinden biri  $x_1 = 2 - 3i$  ise  $m$  ve  $n$  değerlerini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 40

Toplamları 4 ve çarpımları 8 olan iki karmaşık sayıyı bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 41

Köklerinden biri 2, diğer ikisi  $2 + i$  ve  $2 - i$  kompleks sayıları olan üçüncü dereceden reel kat sayılı denklem nedir?

Çözüm

## ALİŞTIRMALAR - 2

1. Aşağıdaki sayıların eşitini  $i$  cinsinden bulunuz.

a.  $\sqrt{-8}$

b.  $\sqrt{-25}$

c.  $\sqrt{-49}$

d.  $\sqrt{-50}$

2. Aşağıdaki sayıların eşitini bulunuz.

a.  $i^{27}$

b.  $i^{41}$

c.  $i^{105}$

d.  $i^{-4}$

e.  $i^{-17}$

f.  $i^{-341}$

g.  $i^{4n+1}$

h.  $i^{8n+2}$

i.  $i^{3-12n}$

j.  $i^{16n-3}$

k.  $i^{-16n-7}$

l.  $i^{26-24n}$

3. Aşağıdaki işlemleri sonuçlandırınız.

a.  $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-4}$

b.  $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-6} \cdot \sqrt{-9}$

c.  $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-8} \cdot \sqrt{-10}$

d.  $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-3} \cdot \sqrt{-6} \cdot \sqrt{-8}$

4. Aşağıdaki işlemleri sonuçlandırınız.

a.  $i^5 + i^6 + i^7 + i^8$

b.  $i^{-2} + i^{-3} + i^{-4} + i^{-5}$

c.  $i^1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{60}$

d.  $i^2 + i^4 + i^6 + \dots + i^{80}$

e.  $i^1 + i^3 + i^5 + \dots + i^{27}$

f.  $i^4 + i^8 + i^{12} + \dots + i^{40}$

5. Aşağıdaki tabloda bulunan boşlukları uygun bir şekilde doldurunuz.

$z$	$\text{Re}(z)$	$\text{Im}(z)$
$2 - 3i$		
$4 - i$		
$2i$		
	4	-3
	3	0
$1 + \sqrt{2}$		
	0	-1

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

6. Aşağıdaki eşitliklerden  $a$  ve  $b$  değerlerini bulunuz.

a.  $(a - 1) + (b - 2)i = 4 + 3i$

b.  $2a - 1 + i = 4 - bi + i$

c.  $2ai + b = 3$

d.  $4 + a + 2i - bi = 4i$

7. Aşağıdaki karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösteriniz.

a.  $3 + 4i$

b.  $2 - 3i$

c.  $-3 + i$

d.  $-1 - i$

e.  $3i$

f.  $-2i$

g.  $4$

h.  $-3$

8. Aşağıdaki tabloda bulunan boşlukları uygun bir şekilde doldurunuz.

$z$	$\bar{z}$
$2 - i$	
$3 + 4i$	
	$6 - i$
$3$	
	$-5i$
$\sqrt{3} - 1$	

9.  $z = 3 - 2i$  karmaşık sayısı ile eşleniğini karmaşık düzlemde gösteriniz.

10. Aşağıdaki 2. dereceden denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a.  $x^2 - x + 1 = 0$

b.  $x^2 - 2x + 4 = 0$

c.  $x^2 + 4 = 0$

d.  $x^2 + 4x + 6 = 0$

11. Reel kat sayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri  $2 + i$  ise bu denklemin bulunuz.

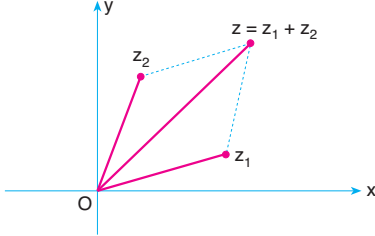
12.  $a$  ve  $b$  gerçekte sayılar olmak üzere,  $x^2 + ax + b = 0$  denkleminin köklerinden biri  $x_1 = 3 + 4i$  ise  $a, b$  kaçtır?

13. Toplamları  $-2$  ve çarpımları  $4$  olan iki karmaşık sayıyı bulunuz.

**KARMAŞIK SAYILARDA DÖRT İŞLEM****Karmaşık Sayılarda Toplama İşlemi**

$z_1 = a_1 + b_1i$  ve  $z_2 = a_2 + b_2i$  ise

$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$  dir.



$$\left. \begin{array}{l} z_1 = (a_1, b_1) \\ z_2 = (a_2, b_2) \end{array} \right\} \Rightarrow z = (a_1 + a_2, b_1 + b_2) \text{ ve}$$

$Oz_1, zz_2$  paralelkenardır.

**ÖRNEK 42**

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = 2 + 5i \\ z_2 = 3 - 4i \end{array} \right\} \text{ ise } z_1 + z_2 = 5 + i \text{ dir.}$$

**ÖRNEK 43**

$z_1 = 3 + pi$ ,  $z_2 = k + 2i$  ve  $z_1 + z_2 = -3 + 4i$  olduğuna göre  $p$  ve  $k$  değerlerini bulunuz.

**Çözüm**

$z = a + bi$  karmaşık sayısının toplama işlemine göre tersi,  
 $-z = -(a + bi) = -a - bi$  dir.

**ÖRNEK 44**

- ➡  $3 - 5i$  nin toplama işlemine göre tersi  $-3 + 5i$  dir.
- ➡  $4i$  nin toplama işlemine göre tersi  $-4i$  dir.
- ➡  $5$  in toplama işlemine göre tersi  $-5$  tir.

**Karmaşık Sayılarda Çıkarma İşlemi**

$z_1 = (a_1, b_1)$  ve  $z_2 = (a_2, b_2)$

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 &= z_1 + (-z_2) = a_1 + b_1i + (-a_2 - b_2i) \\ &= (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i \text{ dir.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK 45**

$z_1 = 2 - 6i$  ve  $z_2 = 5 + 4i$  olduğuna göre,  
 $z_2 - z_1$  işleminin sonucunu bulunuz.

**Çözüm****ÖRNEK 46**

$z_1 = 5 + 3i$  ve  $z_2 = 2 - i$  olduğuna göre,

**a.**  $z_1 + 2z_2$     **b.**  $3z_1 - 4z_2$

işlemlerini sonuçlandırınız.

**Çözüm****Karmaşık Sayılarda Çarpma İşlemi**

$z_1 = a + bi$  ve  $z_2 = c + di$  ise

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= ac + i(ad + bc) - bd \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \text{ dir.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK 47**

$z_1 = 4 - 7i$  ve  $z_2 = 5 + 2i$  olduğuna göre,  
 $z_1 \cdot z_2$  ifadesinin eşitini bulunuz.

**Çözüm**

ÖRNEK 48

$z_1 = 2 + i$  ve  $z_2 = -3 + i$  olduğuna göre,  $z_1 \cdot z_2$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$$z = a + bi \text{ olmak üzere,}$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \text{ dir.}$$

ÖRNEK 49

Aşağıdaki tabloda  $z$ ,  $\bar{z}$  ve  $z \cdot \bar{z}$  arasındaki ilişkiler sonuçlandırılmıştır. İnceleyiniz.

$z$	$\bar{z}$	$z \cdot \bar{z}$
$a + bi$	$a - bi$	$a^2 + b^2$
$3 + 4i$	$3 - 4i$	$3^2 + 4^2 = 25$
$1 - i$	$1 + i$	$1^2 + 1^2 = 2$
$2 - i$	$2 + i$	$2^2 + 1^2 = 5$
$i + 3$	$-i + 3$	$1^2 + 3^2 = 10$
$-2i$	$2i$	$0^2 + 2^2 = 4$
$3$	$3$	$3^2 + 0^2 = 9$
$\sqrt{2} - 1$	$\sqrt{2} - 1$	$(\sqrt{2} - 1)^2$

$z = a + bi$  nin çarpma işlemine göre tersi  $z^{-1} = \frac{1}{a + bi}$  dir.

$z^{-1} = \frac{1}{a + bi}$  nin pay ve paydasını  $a + bi$  nin eşleniği olan  $a - bi$  ile çarpalım.

$$z^{-1} = \frac{1 \cdot (a - bi)}{(a + bi)(a - bi)} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$$

$$z^{-1} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i \text{ olur.}$$

ÖRNEK 50

$z = 3 - 2i$  nin çarpmaya göre tersini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 51

$z = -4 + 3i$  ise  $\text{Re}(z^{-1})$  değerini bulunuz.

Çözüm

1

Karmaşık Sayılarda Bölme İşlemi

$z_1 = a + bi$  ve  $z_2 = c + di$ , ( $z_2 \neq 0$ ) olmak üzere,

$$\frac{z_1}{z_2} = z_1 \cdot z_2^{-1} = \frac{a + bi}{c + di} \text{ olur. Bu durumda,}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} \text{ işlemi sonuçlandırılarak } \frac{z_1}{z_2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 52

$z_1 = 5 + i$  ve  $z_2 = 3 - 2i$  ise

$\frac{z_1}{z_2}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm



## ÖRNEK 53

$z_1 = 2 + i$  ve  $z_2 = 1 + 3i$  ise  $\frac{z_1^2}{z_2}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

## ÖRNEK 54

$z = \frac{2-i}{3+i}$  ise  $\text{Re}(z)$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

## ÖRNEK 55

$z = \frac{1}{2-i}$  karmaşık sayısının eşleniğinin sanal kısmını bulunuz.

Çözüm

## ÖRNEK 56

$z = \frac{2i-x}{i-1}$  karmaşık sayısının reel kısmı  $\frac{3}{2}$  ise sanal kısmı kaçtır?

Çözüm

$$(1+i)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i \text{ dir.}$$

Benzer şekilde,

$$(1-i)^2 = -2i \text{ ve } (-1-i)^2 = 2i \text{ olur.}$$

## ÖRNEK 57

$(1+i)^{20}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

## ÖRNEK 58

$(1-i)^{21}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 59

$(-2 + 2i)^{31}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 60

$(1 + i)^{40}(1 - i)^{41}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 61

$\frac{(1 - i)^{18}}{(1 + i)^{17}}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 62

$z(2 + i) = 5 + i + \bar{z}$  eşitliğini sağlayan  $z$  karmaşık sayısını bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 63

$z^3 + z^2 + mz + 6 = 0$  denkleminin bir kökü  $1 + i$  ise  $m$  değerini bulunuz.

Çözüm

ESEN YAYINLARI

Karmaşık Sayının Eşleniği İle İlgili Özellikler

$$\Rightarrow \overline{(\bar{z})} = z$$

$$\Rightarrow \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$\Rightarrow \overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$$

$$\Rightarrow \overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$$

$$\Rightarrow \overline{z_1 : z_2} = \bar{z}_1 : \bar{z}_2$$

## ALİŞTIRMALAR - 3

1.  $z_1 = 3 + 2i$  ve  $z_2 = 4 - 3i$  olmak üzere aşağıdakilerin eşitini bulunuz.

a.  $z_1 + z_2$

b.  $z_1 - z_2$

c.  $2z_1 + 3z_2$

d.  $3z_1 - 5z_2$

e.  $z_1 \cdot z_2$

f.  $i \cdot z_1$

g.  $2i \cdot z_1 + 3z_2$

h.  $(z_1 + 1)(z_2 - i)$

2. Aşağıdaki tablodaki boşlukları doldurunuz.

$z$	$\bar{z}$	$z \cdot \bar{z}$
$3 + 2i$		
	$3 - i$	
$3i$		
$\sqrt{2}i - 3$		
	$\sqrt{3} + i$	
$\sqrt{3} - 1$		

3. Aşağıdaki karmaşık sayıların çarpma işlemine göre terslerini bulunuz.

a.  $4 - 2i$

b.  $3 + i$

c.  $2 - i$

d.  $2i$

4. Aşağıdaki işlemleri sonuçlandırınız.

a.  $\frac{2+i}{3-i}$

b.  $\frac{4+2i}{3i}$

c.  $\frac{1+i}{1-i}$

d.  $\frac{(1+i)(2-i)}{3+i}$

e.  $(1+i)^{10}$

f.  $(2-2i)^{13}$

g.  $(2+i)^{10}(2-i)^{10}$

h.  $(4-4i)^6(4+4i)^7$

i.  $\frac{(1-i)^6}{(1+i)^7}$

5.  $z = \frac{3-i}{2+i}$  ise  $\text{Im}(\bar{z})$  nedir?

6.  $\frac{2}{1+i}$  sayısının eşleniğinin reel kısmı kaçtır?

7.  $z = 3 + 2i$  ve  $w = 1 - 2i$  olmak üzere aşağıdaki-  
lerin eşitini bulunuz.

a.  $z \cdot \bar{w}$

b.  $\overline{z + 2w}$

c.  $\bar{i} \cdot \bar{z} - 3w$

d.  $z \cdot w^2$

e.  $\frac{w^2}{z}$

f.  $(z + 1)(w + i)$

8. Aşağıdaki eşitliklerden doğru olanlar için boş  
kutuya "D" yanlış olanlar için "Y" yazınız.

☐  $z \cdot \bar{z} = z^2$

☐  $\overline{(\bar{z})} = z$

☐  $\overline{z + w} = z - w$

☐  $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

☐  $\overline{z : w} = \bar{z} : \bar{w}$

9. Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan  $z$  karmaşık sayı-  
rını bulunuz.

a.  $z \cdot i + 3z = 2 + i$

b.  $(1 + i)^2 \cdot z + z = 2$

c.  $3z + 3 = \bar{z} - 2i$

d.  $1 - 3z = \bar{z} + 4i$

e.  $2z - \bar{z} = 3i^5$

10. Aşağıdaki işlemleri sonuçlandırınız.

a.  $\left(\frac{1-2i}{2+i}\right)^{10} + i\left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{10}$

b.  $(1 + i)^2 + (1 + i)^3 + (1 + i)^4 + (1 + i)^5$

c.  $(1 + i)(1 + i^2)(1 + i^3) \dots (1 + i^{41})$

## KÖKLER İLE KAT SAYILAR ARASINDAKİ BAĞINTILAR

$ax^2 + bx + c = 0$  denkleminde  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$  olmak üzere,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

olduğunu biliyoruz. Şimdi de bu kökler ile a, b, c kat sayıları arasında bazı bağıntılar kuralım.

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK 64

Aşağıdaki tabloyu inceleyiniz.

Denklem	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$ax^2 + bx + c = 0$	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
$2x^2 - x - 1 = 0$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$3x^2 - 2x - 2 = 0$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$x^2 - 4x + 1 = 0$	4	1
$-x^2 - x + 4 = 0$	-1	-4

## ÖRNEK 65

$$2x^2 - 4x - 1 = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olmak üzere,

$x_1 + x_2$  ve  $x_1 \cdot x_2$  değerlerini bulunuz.

**Çözüm**

## ÖRNEK 66

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olmak üzere,

$x_1 \cdot x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2$  ifadesinin eşiti kaçtır?

**Çözüm**

## ÖRNEK 67

$$x^2 + 6x + k - 1 = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olmak üzere,

$x_1 - x_2 = 2$  ise k kaçtır?

**Çözüm**

**ÖRNEK 68**

$x^2 + mx - 27 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olmak üzere,  
 $x_1 = x_2^2$  ise  $m$  kaçtır?

**Çözüm**

**ÖRNEK 69**

$x^2 - 4mx + 1 = 0$   
denkleminin köklerinin geometrik ortalaması aritmetik ortalamasına eşit ise  $m$  kaçtır?

**Çözüm**

**ÖRNEK 70**

$x^2 + 3x - 1 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olmak üzere,  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  ifadesinin eşiti kaçtır?

**Çözüm**

**ÖRNEK 71**

$2x^2 - x - 3 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olmak üzere,  $x_1^2 + x_2^2$  ifadesinin eşiti kaçtır?

**Çözüm**

**ÖRNEK 72**

$x^2 - 2(m + 1)x + m - 1 = 0$   
denkleminin köklerinin birer eksiğinin çarpımı 2 ise köklerinin birer fazlasının toplamı kaçtır?

**Çözüm**

## ÖRNEK 73

$$(m - 1)x^2 + 2mx + 4 = 0$$

denkleminin simetrik iki kökü varsa  $m$  kaçtır?

Çözüm

## ÖRNEK 75

$$x^2 - 6x + m = 0 \text{ denkleminin kökleri}$$

$$x^2 - 2x - m + 1 = 0 \text{ denkleminin köklerinin 2 şer katı}$$

ise  $m$  kaçtır?

Çözüm

## ÖRNEK 74

$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise  $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1}$  kaçtır?

Çözüm

## ÖRNEK 76

$$x^2 + 2mx + m - 2 = 0$$

denkleminin kökleri arasında  $m$  ye bağlı olmayan bir bağıntı bulunuz.

Çözüm

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

### ÖRNEK 77

$2x^2 - 6x + 1 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olmak üzere,  $|x_1 - x_2|$  ifadesinin eşiti kaçtır?

**Çözüm**

### ÖRNEK 78

$x^2 - mx + n = 0$  denkleminin bir kökü 2 ,  
 $x^2 + px + r = 0$  denkleminin bir kökü 3 tür.  
Bu iki denklemin diğer kökleri ortak ise  $m + p$  kaçtır?

**Çözüm**

ESEN YAYINLARI

## KÖKLERİ VERİLEN İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN YAZILMASI

Kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olan ikinci dereceden denklem

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

biçiminde yazılabilir. Çarpma işlemini yaparsak,

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0 \Rightarrow x^2 - x_2x - x_1x + x_1x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0 \text{ olur.}$$

Bu eşitlikte  $x_1 + x_2 = T$  ve  $x_1x_2 = Ç$  yazılırsa  $x^2 - Tx + Ç = 0$  bulunur.

Aşağıdaki tabloda kökler toplamı ve kökler çarpımı verilen denklemler yazılmıştır. İnceleyiniz.

Kökler Toplamı ( $x_1 + x_2$ )	Kökler Çarpımı ( $x_1x_2$ )	Denklem
2	-3	$x^2 - 2x - 3 = 0$
-1	4	$x^2 + x + 4 = 0$
0	-2	$x^2 - 2 = 0$



## ÖRNEK 79

Aşağıda çözüm kümeleri verilen ikinci dereceden denklemleri yazınız.

a)  $\{3, -1\}$

b)  $\left\{\frac{5}{2}\right\}$

c)  $\{1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}\}$

Çözüm

Rasyonel kat sayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin bir kökü  $a + \sqrt{b}$  ise diğeri  $a - \sqrt{b}$  dir.

## ÖRNEK 80

Köklerinden biri  $2 + \sqrt{5}$  olan rasyonel kat sayılı ikinci dereceden denklemi yazınız.

Çözüm

## ÖRNEK 81

Köklerinden biri  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$  olan rasyonel kat sayılı ikinci dereceden denklemi yazınız.

Çözüm

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

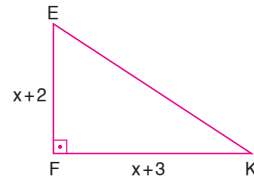
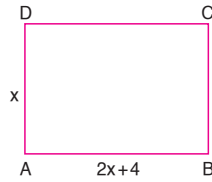
### ÖRNEK 82

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir. Kökleri  $2x_1 + 1$  ve  $2x_2 + 1$  olan ikinci dereceden denklemi yazınız.

### Çözüm

### ETKİNLİK



Şekildeki ABCD dikdörtgeninde  $|AB| = (2x + 4)$  br ve  $|AD| = x$  br, FKE dik üçgeninde,  $|EF| = (x + 2)$  br ve  $|FK| = (x + 3)$  br dir. Dikdörtgenin alanı, üçgenin alanına eşit olduğuna göre  $|EK|$  kaç br dir?

### Çözüm

$A(ABCD) = A(EFK)$  ise

$$x(2x + 4) = \frac{(x + 3)(x + 2)}{2} \Rightarrow 2x^2 + 4x = \frac{x^2 + 5x + 6}{2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x = x^2 + 5x + 6$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ dir. } (x > 0 \text{ olmalı})$$

O halde,  $|EK|^2 = |EF|^2 + |FK|^2 \Rightarrow |EK|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |EK| = 5$  br dir.

## ALİŞTIRMALAR - 4

1. Aşağıdaki tabloyu uygun değerlerle doldurunuz.

Denklemler	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
$2x^2 - x - 4 = 0$			
$x^2 - 5x + 2 = 0$			
$-x^2 + 2x + 3 = 0$			
$3x^2 - 2x - 1 = 0$			
$x^2 - x = 0$			
$2x^2 - 4 = 0$			

2.  $2x^2 - 3x - 1 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise  $(x_1 - 2)(x_2 - 2)$  kaçtır?

3.  $x^2 - mx + m - 2 = 0$   
denkleminin kökler toplamı kökler çarpımının 3 katı ise  $m$  kaçtır?

4.  $x^2 - 3x + 1 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir. Buna göre,  $x_1^3 x_2^2 + x_1^2 x_2^3$  kaçtır?

5.  $2x^2 - 3x - 2 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise  $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2}$  kaçtır?

6.  $x^2 - (m + 10)x + 8 = 0$   
denkleminin köklerinden biri diğerinin 2 katı ise bu kökleri bulunuz.

7.  $mx^2 - (m + 1)x + 9m - 2 = 0$   
denkleminin köklerinin aritmetik ortalaması 2 ise geometrik ortalaması kaçtır?

8.  $x^2 + mx + n = 0$   
denkleminin köklerinden biri 3,  
 $x^2 + kx + p = 0$   
denkleminin köklerinden biri  $-4$  tür.  
Bu iki denklemin diğer kökleri ortak ise

a.  $m - k$  kaçtır?

b.  $\frac{n}{p}$  kaçtır?

9. Aşağıdakilerden doğru olanların için boş kutulara "D" yanlış olanlar için boş kutulara "Y" yazınız.

☐ 2. dereceden bir denklemden  $\Delta = 0$  ise denklemin eşit iki kökü vardır.

☐  $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin simetrik iki kökü varsa  $b = 0$  dir.

☐ 2. dereceden bir denklemin köklerinin aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşit ise  $\Delta = 0$  dir.

☐  $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminde  $x_1 \cdot x_2 < 0$  ise  $\Delta > 0$  dir.

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

10.  $x^2 + (1 - m)x + 2 + m = 0$

denkleminin kökleri arasında  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$  bağıntısı varsa  $m$  nin alacağı değerler toplamı kaçtır?

11. Aşağıda çözüm kümeleri verilen 2. dereceden denklemleri bulunuz.

a.  $\{-2, 3\}$

b.  $\{-1, -2\}$

c.  $\{1, 4\}$

d.  $\{-2\}$

12. Köklerinden biri  $2 - \sqrt{3}$  olan 2. dereceden rasyonel kat sayılı denklemini bulunuz.

13. Köklerinden biri  $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$  olan rasyonel kat sayılı, 2. dereceden denklemini bulunuz.

14. Kökleri  $x^2 - 3x + 1 = 0$  denkleminin köklerinden ikiye eksik olan 2. dereceden denklemini bulunuz.

15.  $x^2 - 4x - 2 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise, kökleri  $2x_1 - 1$  ve  $2x_2 - 1$  olan 2. dereceden denklemini bulunuz.

16.  $mx^2 - (1 - m)x - 1 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

Kökleri  $x_1^{-2}$  ve  $x_2^{-2}$  olan 2. dereceden denklemini bulunuz.

17.  $(mx)^2 + (2 - m)x - 1 = 0$

denkleminin simetrik iki kökü varsa  $m$  kaçtır?

18.  $x^2 - x - 4m + 2 = 0$

denkleminin  $x_1$  ve  $x_2$  kökleri için  $x_1^3 + x_2^3 = 7$  ise  $m$  kaçtır?

19.  $x^2 + mx + n = 0$

denkleminin kökleri  $x^2 + px + k = 0$  denkleminin köklerinden 2 şer fazla ise  $m - p$  kaçtır?

20. Kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olan 2. dereceden bir denkleminde

$$x_1(3 - x_2) + 3x_2 = 5$$

$$x_2(x_1 - 2) - 2x_1 = 3$$

bağıntıları sağlanıyorsa bu denklemini bulunuz.

# İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR

## İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR ve GRAFİKLERİ

$a, b, c \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$$

biçiminde tanımlanan  $f$  fonksiyonlarına ikinci dereceden bir bilinmeyenli fonksiyonlar denir. Bu fonksiyonların grafiklerine ise parabol adı verilir.

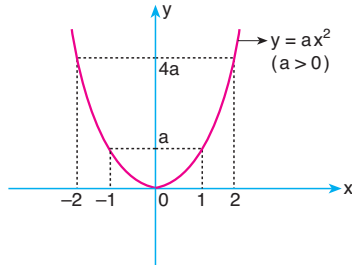
### $y = f(x) = ax^2$ Fonksiyonunun Grafiği

$a > 0$  ise değişim tablosu;

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$y = ax^2$	$+\infty$	$4a$	$a$	0	$a$	$4a$	$+\infty$

şeklinde olup  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $y = ax^2 \geq 0$  dır.

Parabolün kolları yukarı doğru olup, tepe noktası da  $O(0, 0)$  dır.

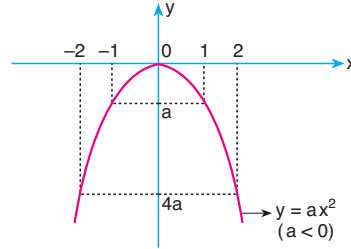


$a < 0$  ise değişim tablosu;

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$y = ax^2$	$-\infty$	$4a$	$a$	0	$a$	$4a$	$-\infty$

şeklinde olup  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $y = ax^2 \leq 0$  dır.

Parabolün kolları aşağı doğru olup, tepe noktası da  $O(0, 0)$  dır.



#### ÖRNEK 83

$f(x) = 2x^2$  fonksiyonun grafiklerini çiziniz.

**Çözüm**

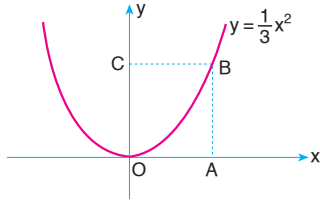
#### ÖRNEK 84

$f(x) = -3x^2$  fonksiyonun grafiklerini çiziniz.

**Çözüm**

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

### ÖRNEK 85



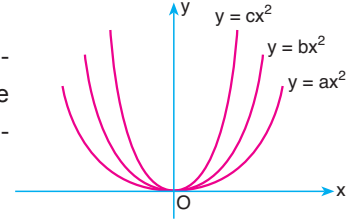
Şekilde  $y = \frac{1}{3}x^2$  parabolünün grafiği verilmiştir.

OABC bir kare ise A(OABC) kaç  $br^2$  dir?

**Çözüm**

### ÖRNEK 86

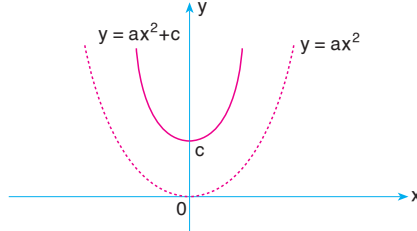
Yanda verilen parabol grafiklerine göre a, b ve c yi sıralayınız.



**Çözüm**

### $y = ax^2 + c$ Fonksiyonunun Grafiği

$y = ax^2$  fonksiyonunun grafiğini y eksenini üzerinde c kadar kaydırırsak  $y = ax^2 + c$  fonksiyonunun grafiğini elde ederiz. O halde,  $y = ax^2 + c$  fonksiyonunun grafiğinin tepe noktası  $T(0, c)$  dir.



### ÖRNEK 87

$y = 2x^2 + 1$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

**Çözüm**

### ÖRNEK 88

$y = -x^2 + 4$  fonksiyonunun grafiğini çizelim.

**Çözüm**

**$y = f(x) = ax^2 + bx + c$  Fonksiyonunun Grafiği**

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

fonksiyonunun grafiğini (parabol) çizebilmek için aşağıdaki işlemler yapılmalıdır.

► Parabolün kollarının yönü tesbit edilir.

$a > 0$  ise kolları yukarı doğrudur.

$a < 0$  ise kolları aşağı doğrudur.

► Parabolün tepe noktası bulunur.

$y = ax^2 + bx + c$  parabolünün tepe noktası  $T(r, k)$  olmak üzere,

$$r = -\frac{b}{2a} \text{ ve } k = f(r) = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ dır.}$$

► Parabolün eksenleri kestiği noktalar bulunur.

$x = 0 \Rightarrow f(0) = c$  olup parabol y eksenini  $(0, c)$  noktasında keser.

$y = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$  olur. Burada,

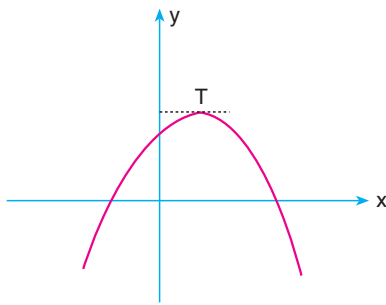
$\Delta < 0$  ise parabol x eksenini kesmez.

$\Delta = 0$  ise parabol x eksenine teğettir.

$\Delta > 0$  ise parabol x eksenini farklı iki noktada keser.

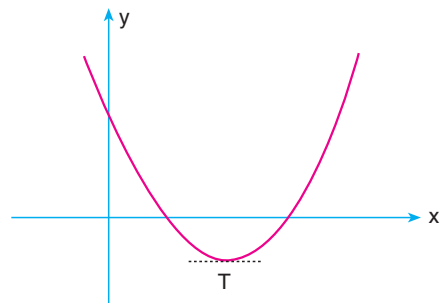
Bulunan bu noktalar birleştirilirse parabol çizilmiş olur.

Parabolün en büyük ya da en küçük değerini aldığı noktaya parabolün tepe noktası denir ve  $T(r, k)$  ile gösterilir.



$a < 0$  iken kollar aşağı doğru olur.

$x = r$  için  $k = f(r)$  parabolün en büyük değeridir.



$a > 0$  iken kollar yukarı doğru olur.

$x = r$  için  $k = f(r)$  parabolün en küçük değeridir.

► Parabol  $x = r$  yani  $x = -\frac{b}{2a}$  doğrusuna göre simetriktr. Yani,  $x = r$  doğrusu parabolün simetri eksenidir.

ÖRNEK 89

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm

ÖRNEK 90

$$f(x) = -x^2 + 4x - 4$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm

ÖRNEK 91

$$f(x) = 2x^2 - 3x + m - 1$$

fonksiyonunun grafiği  $x$  eksenine teğet ise  $m$  kaçtır?

Çözüm



## ÖRNEK 92

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

**Çözüm**

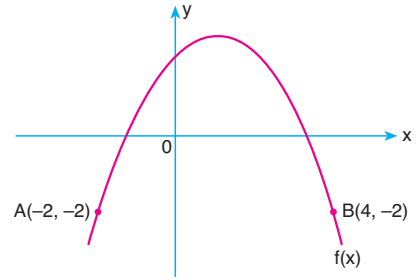
## ÖRNEK 94

$$f(x) = -x^2 + 2x + m - 4$$

parabolünün alabildiği en büyük değer 4 ise  $m$  kaçtır?

**Çözüm**

## ÖRNEK 95



Grafiği verilen  $f(x)$  parabolü  $A(-2, -2)$  ve  $B(4, -2)$  noktalarından geçtiğine göre,  $x$  eksenini kestiği noktaların apsisi toplamı kaçtır?

**Çözüm**

## ÖRNEK 93

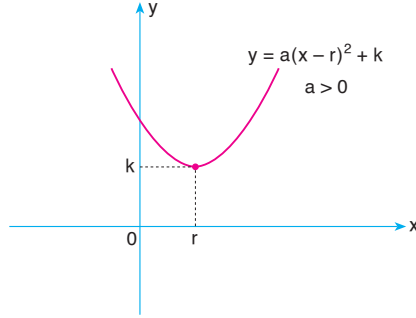
$$f(x) = 3x^2 - (2m + 1)x + 2$$

parabolünün simetri eksenini  $x = -2$  doğrusu olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

**Çözüm**

$y = a(x - r)^2 + k$  Fonksiyonunun Grafiği

$y = a(x - r)^2 + k$  fonksiyonunun tepe noktası  $T(r, k)$  olup grafiği aşağıdaki gibidir.



Yukarıdaki grafik  $a > 0$  durumu için çizilmiştir.  $a < 0$  iken tepe noktası yine  $T(r, k)$  dır. Ayrıca  $x = 0$  için  $y$ ,  $y = 0$  için  $x$  değerleri bulunarak (varsa) eksenleri kesen noktalar da işaretlenir.

ÖRNEK 96

$$y = 2(x - 1)^2 + 2$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm

ÖRNEK 97

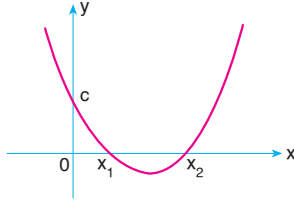
$$y = -(x + 1)^2 + 4$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm

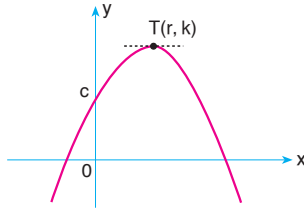
## Grafîği Verilen Bir Parabolün Denklemi Bulma

1.



Eksenleri kestiği noktaları verilen parabolün denklemini bulmak için,  $f(x) = a.(x - x_1)(x - x_2)$  yazılır.  $(0, c)$  noktası bu denklemde sağlatılarak  $a$  kat sayısı da bulunur.

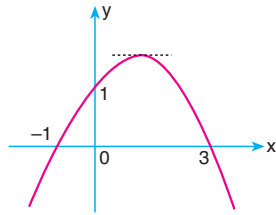
2.



Tepe noktası ile herhangi bir noktası verilen parabolün denklemi,  $y = a.(x - r)^2 + k$  şeklindedir. Verilen  $(0, c)$  noktası da sağlatılarak  $a$  kat sayısı bulunur.

## ÖRNEK 98

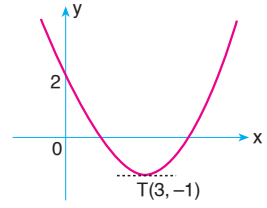
Yanda grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



Çözüm

## ÖRNEK 99

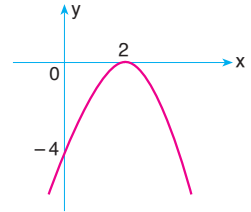
Yanda grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



Çözüm

## ÖRNEK 100

Yanda grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



Çözüm

## ALİŖTİRMALAR - 5

1. AŖağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a.  $y = \frac{x^2}{2}$

b.  $y = -2x^2 + 2$

c.  $y = 3x^2 - 3$

d.  $y = x^2 - 4x + 3$

e.  $y = x^2 - 2x$

f.  $y = 3x - x^2$

g.  $y = x^2 - 2x + 1$

h.  $y = x^2 - 2x + 4$

i.  $y = 2(x - 1)^2 + 4$

j.  $y = -3(x + 1)^2 - 3$

k.  $y = -2(x - 1)^2$

l.  $y = (x + 3)^2$

2. Aşağıdaki fonksiyonların simetri eksenlerini ve varsa en büyük ya da en küçük değerlerini bulunuz.

a.  $y = 2x^2$

b.  $y = -4x^2 + 1$

c.  $y = x^2 - 4x + 1$

d.  $y = -x^2 + 4x - 2$

e.  $y = 2x^2 - 4x$

f.  $y = -x^2 + x$

g.  $y = -3(x - 2)^2 + 1$

h.  $y = 2(x + 1)^2 - 4$

3. Aşağıdaki ifadeler doğru ise boş kutulara "D" yanlış ise "Y" yazınız.

☐  $y = ax^2$  parabolünde  $|a|$  büyüdükçe parabolün kolları y eksenine yaklaşır.

☐  $y = ax^2 + c$  parabolünün simetri eksenini  $x = 0$  doğrusudur.

☐  $y = ax^2 + bx + c$  fonksiyonunda  $a > 0$  ise  $y$  nin en büyük değeri vardır.

☐  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $ax^2 + bx + c > 0$  ise  $a > 0$  ve  $\Delta > 0$  dır.

4.  $y = (m - 1)x^2 - mx + 2$  parabolünün simetri eksenini  $x + 1 = 0$  doğrusu ise  $m$  kaçtır?

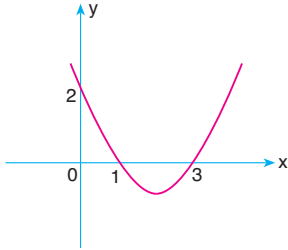
5.  $f(x) = x^2 - 2mx + m + 3$  fonksiyonunun en küçük değeri 2 ise  $m$  nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

6.  $y = -2x^2 + 2x + m + 2$  fonksiyonunun en büyük değeri 2 ise  $m$  kaçtır?

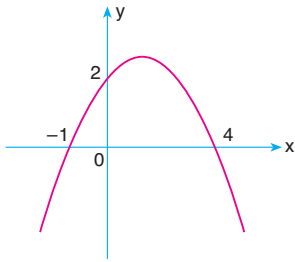
## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

7. Aşağıda grafikleri verilen parabollerin denklemlerini bulunuz.

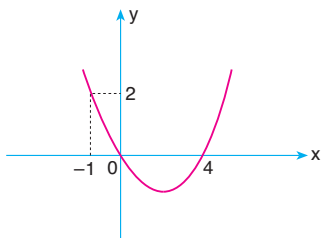
a.



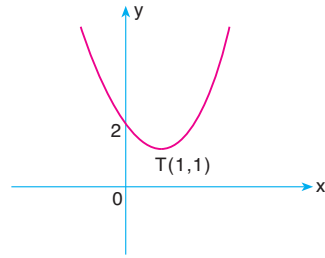
b.



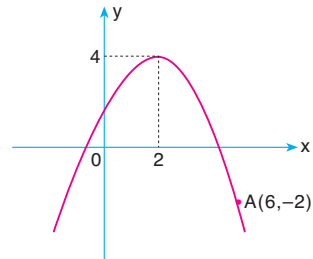
c.



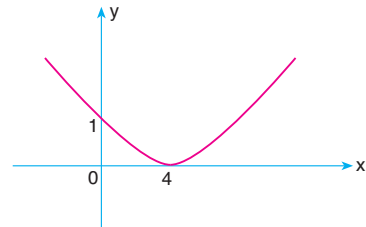
d.



e.



f.



8.

$y = x^2 - 2x + 4$  parabolü ile  $y = x + 2$  doğrusunun varsa kesim noktalarını bulunuz.

## Yazılıya Hazırlık Soruları – 1

1.  $x^2 + (m + 2)x - 2n = 0$   
denkleminin kökleri sıfırdan farklı  $m$  ve  $n$  sayıları ise  $m^2 + n^2$  kaçtır?

2.  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} - \frac{1}{x} = \frac{1}{m+n-x}$   
denkleminin kökler toplamının kökler çarpımına oranı nedir?

3.  $x_1$  ve  $x_2$  pozitif gerçel sayılar olmak üzere,  
 $x^2 - 6x + 4 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise kökleri  $\sqrt{x_1}$  ve  $\sqrt{x_2}$  olan 2. dereceden denklemi bulunuz.

4.  $x^2 + mx + n = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise kökleri  $x_1 - 1$  ve  $x_2 - 1$  olan 2. dereceden denklemi bulunuz.

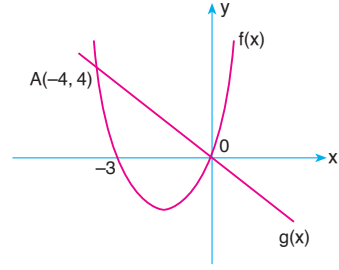
5.  $i.z + 2\bar{z} = 1 - 4i$  eşitliğini sağlayan  $z$  karmaşık sayısını bulunuz.

6.  $z = \frac{2+i}{3-i}$  ise  $\text{Im}(\bar{z})$  ifadesinin eşitini bulunuz.

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

7.  $i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{54} + i^{55}$  ifadesinin eşitini bulunuz.

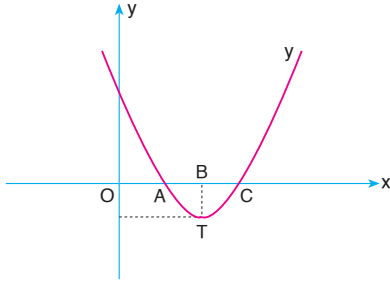
9.



Şekilde  $f(x)$  parabolü ile  $g(x)$  doğrusunun grafikleri çizilmiştir.

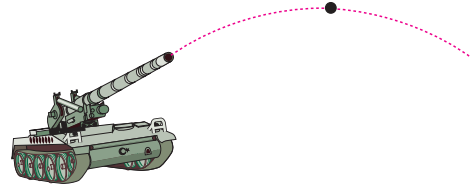
Buna göre  $\frac{(f \circ f)(1)}{(f \circ g)(2)}$  kaçtır?

8.



Grafiği verilen parabolün tepe noktası T dir.  
 $y = x^2 - 8x + 3m - 2$ ,  $|AB| = 3|OA|$  ise m kaçtır?

10.



Bir tanktan fırlatılan topun t. saniyedeki yüksekliği (metre cinsinden)  $f(t) = -t^2 + 16t - 23$  fonksiyonu ile modellenmiştir. Buna göre bu cismin yerden yüksekliği kaçınıcı saniyelerde 5 metre olur?



## Yazılıya Hazırlık Soruları – 2

1.  $2x^2 + 4x + m^2 + n^2 = 0$  denkleminin kökleri  $m$  ve  $n$  ise diskriminantı nedir?

4.  $z = \frac{2+i}{(1+i)(1-i)}$  ise  $\operatorname{Re}(z^{-1})$  ifadesinin eşitini bulunuz.

2.  $x^2 - ax + b = 0$  denkleminin bir kökü 2,  $x^2 - cx + d = 0$  denkleminin bir kökü 4 tür. Bu iki denklemin diğer kökleri eşit olduğuna göre  $a - c + \frac{b}{d}$  kaçtır?

5.  $(x - m)^2 + 4(x - m) + n = 0$  denkleminin iki farklı gerçel kökü varsa  $n$  nin değer aralığını bulunuz.

3.  $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $2x^2 + ax + b = 0$  denkleminin köklerinden biri  $\frac{1}{1+i}$  ise  $a + b$  kaçtır?

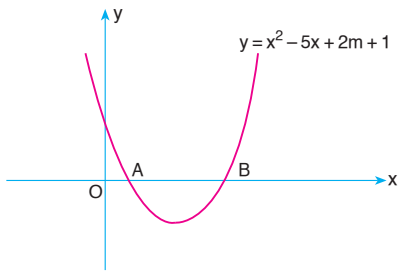
6.  $(a - ai)^{20} = -2^{30}$  eşitliğini sağlayan  $a$  değerini bulunuz.

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

7.  $y = x^2 - 4x + 2m + 4$  parabolünün tepe noktası  $y = 3$  doğrusu üzerinde ise  $m$  kaçtır?

9.  $A = -m^2 + 6m + 2$  ve  $B = n^2 + 12n + 3$  olmak üzere,  $A$ 'nın en büyük tam sayı değeri ile  $B$ 'nin en küçük tam sayı değerinin toplamı kaçtır?

8.



$y = x^2 - 5x + 2m + 1$  parabolünün grafiği yukarıdaki gibidir.  $|OB| = 4|OA|$  ise  $m$  kaçtır?

10.  $x^2 + bx + c = 0$  denkleminin kökleri ABCD dikdörtgeninin kenar uzunluklarıdır.  $A(ABCD) = 12 br^2$  ve  $|AC| = 5 br$  ise  $b + c$  kaçtır?

# TEST - 1

## İkinci Dereceden Denklemler

1.  $\frac{x+1}{x-a} + \frac{1}{x+1} = 3$   
denkleminin köklerinden biri  $x = 1$  ise  $a$  reel sayısı kaçtır?

A) 1 B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{5}$  E)  $\frac{1}{6}$

2.  $x^2 - (a+3)x + 2a - 1 = 0$   
denkleminin köklerinden biri 3 ise diğer kök kaçtır?

A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

3.  $\frac{2}{x^2-4} + \frac{m}{x} = \frac{3}{x^2-3x}$   
denklemin veriliyor.  $A = \{-2, 1, 0, 2, 3\}$  olmak üzere  $A$  kümesindeki elemanlardan biri bu denklemin kökü olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

A)  $\frac{5}{6}$  B)  $-\frac{13}{6}$  C)  $-\frac{1}{6}$  D)  $-\frac{2}{3}$  E)  $-\frac{5}{6}$

4.  $\frac{x^2+mx-3}{x+2} = 0$   
denkleminin bir kökü varsa,  $m$  nedir?

A)  $\frac{1}{2}$  B)  $-\frac{5}{3}$  C)  $-\frac{7}{3}$  D)  $\frac{7}{3}$  E) -2

5.  $x^2 = 4x$   
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\{0\}$  B)  $\{4\}$  C)  $\{-4\}$   
D)  $\{0, 4\}$  E)  $\{-4, 4\}$

6.  $x^2 - (n+2)x + 2n - 5 = 0$   
denkleminin kökler çarpımı -1 ise kökler toplamı kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

7.  $x^2 + (2k+1)x - 8 = 0$   
denkleminin reel kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.  
 $x_1 = x_2^2$  ise,  $k$  kaçtır?

A)  $-\frac{1}{2}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 2 D)  $-\frac{3}{2}$  E)  $\frac{5}{2}$

8.  $x^2 - 5x + n - 2 = 0$   
denkleminin kökleri arasında  $x_1 + 2x_2 = 6$  bağıntısı varsa,  $n$  kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

9.  $x^2 + 5x + a - 1 = 0$   
denkleminin kökleri 2 ve 3 ile orantılı olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10.  $x^2 - 2m(m - 1)x + m + 3 = 0$   
denkleminin kökleri arasında  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 \cdot x_2$  bağıntısı olduğuna göre,  $m$  nin alacağı değerler aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 ve 9 B) -1 ve 9 C) -9 ve 1  
D) -1 ve 5 E) -1 ve -5

11.  $x^2 - 3x + 2m = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.  
 $x_1^2 - x_2^2 = 27$  ise  $m$  kaçtır?

A) 6 B) 3 C) -6 D) -9 E) -12

12.  $x^2 - (2a - 3)x + 3a + 1 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir. Kenar uzunlukları  $x_1$  ve  $x_2$  olan bir dikdörtgenin çevresi 26 birim ise bu dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 20 B) 24 C) 25 D) 30 E) 32

13.  $x^2 - 5x + 1 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  ise  $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}}$  ifadesinin eşiti nedir?

A)  $\sqrt{3}$  B) 2 C)  $\sqrt{5}$  D)  $\sqrt{6}$  E)  $\sqrt{7}$

14.  $x^2 + 3x - 2 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun.

$x_1 + 4$  ve  $x_2 + 4$  ü kök kabul eden denklem nedir?

A)  $x^2 - 5x + 2 = 0$  B)  $x^2 + 5x + 2 = 0$   
C)  $x^2 - 5x - 2 = 0$  D)  $x^2 + 5x - 2 = 0$   
E)  $x^2 - 6x - 1 = 0$

15. Rasyonel kat sayılı  $x^2 - (3m - 5)x + n - 2 = 0$  denkleminde köklerin birisi  $2 - \sqrt{3}$  ise,  $m + n$  kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16.  $x^2 - 2x - 7 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

Kökleri  $2x_1 + 1$  ve  $2x_2 + 1$  olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x^2 + 6x - 23 = 0$  B)  $x^2 + 6x + 23 = 0$   
C)  $x^2 - 6x - 21 = 0$  D)  $x^2 - 6x - 23 = 0$   
E)  $x^2 - 4x - 23 = 0$

1. Çözüm kümesi  $\{-2, 3\}$  olan 2. dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x^2 + x - 6 = 0$  B)  $x^2 - 5x - 6 = 0$   
 C)  $x^2 + 5x - 6 = 0$  D)  $x^2 - x - 6 = 0$   
 E)  $x^2 - x + 6 = 0$

2.  $(a - b + 2)x^{b-1} - 3x + 1 = 0$  denklemini 2. dereceden bir denklem gösteriyorsa  $a$  aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3.  $x^2 - 6x + 2 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir. Buna göre  $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$  kaçtır?

A) -12 B) -8 C) 6 D) 8 E) 12

4.  $x^2 - 8x + m + 1 = 0$  denkleminin köklerinden biri diğerinin 3 katı ise  $m$  kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5.  $x^2 - mx - 3m + 1 = 0$  denkleminin kökler toplamı 2 ise kökler çarpımı kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -2 D) 4 E) 5

6. Rasyonel kat sayılı  $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin köklerinden birisi  $2 - \sqrt{3}$  olduğuna göre  $\frac{a-b}{c}$  kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

7.  $|3x + |x^2 + 1|| - 2 = 0$  denkleminin farklı reel kökleri toplamı kaçtır?

A) -2 B) -3 C) -6 D) 2 E) 3

8.  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{3}{2}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left\{-\frac{1}{3}, 3\right\}$  B)  $\left\{-3, \frac{1}{3}\right\}$  C)  $\left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$   
 D)  $\left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$  E)  $\left\{-\frac{1}{3}, 1\right\}$

9.  $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{x-2}{x-1} + \frac{x+3}{x+2}$   
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1, 2}      B) {1}      C) {-1, 2}  
D) {2}      E) {-1, -2}

10. 2. dereceden bir denklemin farklı  $x_1$  ve  $x_2$  gerçel kökleri arasında,  
 $x_1(x_2 + 1) + x_2 = m + 2$   
 $x_2(2x_1 - 1) - x_1 = 1 - m$   
bağıntıları bulunduğuna göre  $m$  nin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $(-\infty, 1)$       B)  $(-3, \infty)$       C)  $(-3, 1)$   
D)  $(1, 4)$       E)  $\mathbb{R} - [-3, 1]$

11.  $x^2 - 3nx + 2m = 0$   
denkleminin kökleri sıfırdan farklı  $m$  ve  $n$  reel sayıdır.  
Buna göre,  $n - m$  farkı kaçtır?

A) -4      B) -2      C) 0      D) 2      E) 4

12.  $x^2 - kx + k + 3 = 0$   
denkleminin köklerinden biri  $k$  ise diğer kök kaçtır?

A) 3      B) 2      C) 0      D) -2      E) -3

13.  $x^2 - 3mx + 6m + 1 = 0$   
denkleminin kökleri arasında  $m$  ye bağlı olmayan bir bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = 1$   
B)  $x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 = 1$   
C)  $x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) = 1$   
D)  $x_1 \cdot x_2 = x_1 + x_2$   
E)  $x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$

14.  $\frac{1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{10}{3x + 3} = -1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left\{-2, \frac{2}{3}\right\}$       B)  $\{-2\}$       C)  $\left\{-\frac{2}{3}, 2\right\}$   
D)  $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$       E)  $\left\{\frac{2}{3}\right\}$

15. Kökleri,  $x^2 + mx + 1 = 0$  denkleminin köklerinden birer eksik olan 2. dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x^2 + x(m + 2) + m + 2 = 0$   
B)  $x^2 + x(m + 2) + m + 1 = 0$   
C)  $x^2 + x(m - 2) + 2 - m = 0$   
D)  $x^2 + x(2 - m) + m - 2 = 0$   
E)  $x^2 + x(m + 2) + m - 2 = 0$

1.  $a + 3 - 4bi = 2 + 8i$  ise  $a + b$  kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) 0 E) 2

2.  $\frac{1+2i}{2-i}$  karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdaki-  
lerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C)  $-\frac{1}{5}$  D) 0 E)  $\frac{1}{5}$

3.  $\frac{2-\sqrt{-9}}{1-\sqrt{-4}}$  işleminin sonucu kaçtır?

A)  $\frac{5}{4} + \frac{i}{4}$  B)  $\frac{5}{4} - \frac{i}{4}$  C)  $\frac{i}{5}$   
D)  $\frac{8}{5} + \frac{i}{5}$  E)  $\frac{8}{5}$

4.  $\frac{i^{14}-i^{16}}{1+i}$  işleminin sonucu kaçtır?

A)  $1 - i$  B)  $i - 1$  C)  $i$   
D)  $2i$  E)  $2$

5.  $(1 - i)(1 - i^5)(1 + i^9)^2(i^{12} + i^7)$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $2 - 6i$  B)  $4 - 4i$  C)  $-2 + 2i$   
D)  $-4$  E)  $-2$

6.  $z = \frac{1}{2-i} + \frac{1}{2+i}$  ise  $\bar{z}$  aşağıdakilerden hangisine  
eşittir?

A)  $-\frac{4}{5}$  B)  $\frac{4-2i}{5}$  C)  $\frac{4+2i}{5}$   
D)  $\frac{4i}{5}$  E)  $\frac{4}{5}$

7.  $(i^{-2} + i^{-3} + i^{-5})^3$  ifadesinin eşiti aşağıdakilerden  
hangisidir?

A) -2 B) -1 C) -i D) i E) 2i

8.  $\frac{(1-i)^{40}}{(1+i)^{41}}$  ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisi-  
dir?

A)  $\frac{1-i}{2}$  B)  $\frac{1+i}{2}$  C)  $\frac{-1+i}{2}$   
D)  $-\frac{1}{2}$  E)  $\frac{1}{2}$

## İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar

9.  $x^2 - 2x + 2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\{1-i, i\}$  B)  $\{1+i, i\}$  C)  $\{1-i\}$   
D)  $\{1+i\}$  E)  $\{1-i, 1+i\}$

10. a ve b gerçekte sayılar olmak üzere,  $x^2 + ax + b = 0$  denkleminin köklerinden biri  $2 - i$  ise diğerk kökü nedir?

A)  $-2 + i$  B)  $-2 - i$  C)  $2 + i$   
D)  $-2i$  E)  $2i$

11.  $(z - i)(1 - i) = 1 + i$  ise  $\bar{z}$  nedir?

A)  $1 - i$  B)  $1 + i$  C)  $-2i$   
D)  $2i$  E)  $0$

12.  $z^2 - 4z + 6 = 0$  denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $2 + \sqrt{2}i$  B)  $1 + \sqrt{2}i$  C)  $\sqrt{2} - i$   
D)  $1 + 2i$  E)  $2 - 3i$

13.  $i^5 + i^6 + i^7 + \dots + i^{83}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) i C) 0 D)  $-i$  E)  $-1$

14.  $P(x, y) = x^5 \cdot y^6 + 1$  olmak üzere

$P(1 + i, 1 - i)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $33 - 32i$  B)  $32 - 32i$  C)  $64 - 63i$   
D)  $63 - 63i$  E)  $65 - 64i$

15.  $z = 1 - \sqrt{-4}$  ise  $(\bar{z})^{-1}$  aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{1}{5}(1 - 2i)$  B)  $\frac{1}{5}(1 + 2i)$  C)  $\frac{1}{5}(1 - i)$   
D)  $\frac{1}{5}(2 - i)$  E)  $\frac{1}{5}(1 + i)$

16.  $i + \frac{1}{i + \frac{1}{i - \frac{1}{i}}}$  ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-3i$  B)  $-2i$  C)  $-i$  D)  $i$  E)  $2i$



1.  $f(x) = x^2 - 4x + 2$   
parabolünün tepe noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, -2)      B) (-2, 2)      C) (2, 2)  
D) (-2, -2)      E) (2, 0)

2.  $f(x) = x^2 - 4x + p - 2$   
fonksiyonunun minimum değeri 6 ise, fonksiyonun y eksenini kestiği noktanın ordinatı nedir?

A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

3.  $f(x) = x^2 - 4mx + n$   
parabolünün tepe noktasının (-2, 3) olması halinde y eksenini hangi noktada keser?

A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

4.  $f(x) = mx^2 - 2x + 3$   
parabolünün x eksenine göre simetriği (1, -2) noktasından geçtiğine göre, m nedir?

A) 2      B) 1      C) 0      D) -1      E) -2

5.  $f(x) = x^2 - 6x + m - 1$   
fonksiyonunun en küçük değeri 5 ise m nedir?

A) 5      B) 10      C) 12      D) 15      E) 18

6.  $y = x^2 - (3m - 5)x + 2$   
fonksiyonu en küçük değerini  $x = -1$  noktasında almaktadır. Buna göre, fonksiyonun en küçük değeri nedir?

A) -2      B) -1      C) 1      D) 2      E) 3

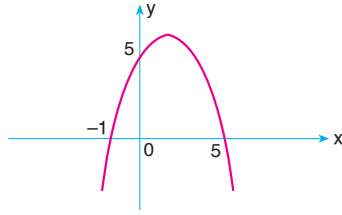
7.  $f(x) = a(x - 2)^2 + k$   
fonksiyonunun en büyük değeri -2 dir. Bu fonksiyonun geçtiği noktalardan biri A(1, -3) ise  $f(0)$  kaçtır?

A) 0      B) -2      C) -3      D) -4      E) -6

8.  $y = 2mx^2 - mx + 2$   
parabolünün tepe noktasının  $y = 1$  doğrusu üzerinde olması için m kaç olmalıdır?

A) -4      B) 2      C) 4      D) 6      E) 8

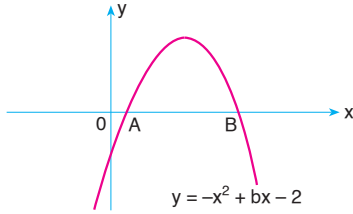
9.



Yukarıdaki şekilde verilen parabolün tepe noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

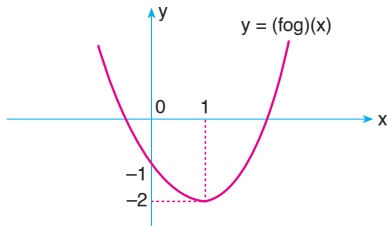
10.



Yukarıdaki şekilde grafiği verilen  $y = -x^2 + bx - 2$  parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir.  $|AB| = 4$  birim olduğuna göre, b nin pozitif değeri kaçtır?

- A)  $3\sqrt{2}$  B)  $\sqrt{3}$  C)  $2\sqrt{3}$  D)  $\sqrt{6}$  E)  $2\sqrt{6}$

11.



Yukarıdaki şekilde  $y = (fog)(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $f(x) = x + 1$  olduğuna göre  $g(2)$  kaçtır?

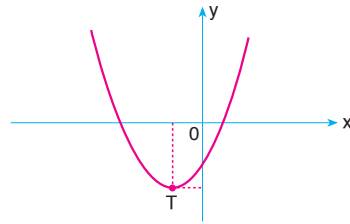
- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

12.

$f(x) = mx^2 + (2m - 1)x + m + 3$  fonksiyonu  $T(2, k)$  noktasında en büyük değerini aldığına göre, m kaçtır?

- A)  $\frac{1}{6}$  B)  $\frac{1}{5}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{1}{2}$

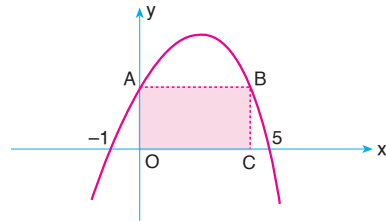
13.



Yukarıdaki şekilde verilen  $y = ax^2 + bx + c$  parabolünün tepe noktası T dir. Buna göre, a, b, c kat sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, + B) +, +, - C) +, -, +  
D) +, -, - E) -, +, -

14.



Yukarıdaki şekilde verilen  $y = ax^2 + bx + 2$  parabolüne göre, OABC dikdörtgeninin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

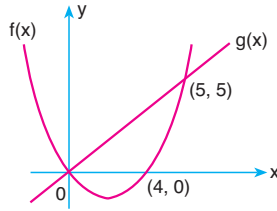
# Üniversiteye Giriş Sınav Soruları

## 1. 1993 – ÖYS

$x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$   
denkleminin kökleri, sıfırdan farklı olan  $x_1$  ve  $x_2$  sayılarıdır. Buna göre, büyük kök kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

## 2. 1993 – ÖYS



Şekilde, eksenleri  $y$  eksenine paralel olan  $f(x)$  parabolü ile  $g(x)$  doğrusunun ortak noktaları  $(5, 5)$  ve  $(0, 0)$  dir.

Buna göre,  $\frac{(f \circ g)(8)}{(f \circ f)(2)}$  değeri kaçtır?

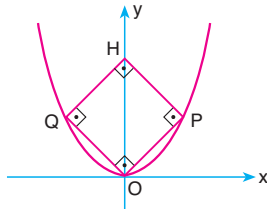
- A) 1 B) 2 C)  $\frac{4}{3}$  D)  $\frac{5}{3}$  E)  $\frac{3}{4}$

## 3. 1993 – ÖYS

$[-1, 3]$  kapalı aralığında tanımlı,  $f(x) = 4 - x^2$  fonksiyonunun en küçük değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) 2 E) 3

## 4. 1993 – ÖYS



Şekildeki parabolün denkleminin  $y = x^2$  dir.

Bir köşesi  $O(0, 0)$  da, P ve Q köşeleri de parabol üzerinde olan OPHQ karesinin alanı kaç birim karedir?

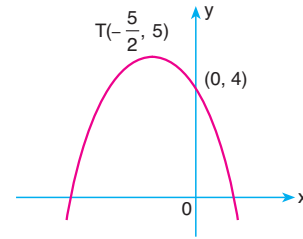
- A)  $\sqrt{5}$  B)  $\sqrt{3}$  C)  $\sqrt{2}$  D) 3 E) 2

## 5. 1995 – ÖYS

$i = \sqrt{-1}$  ve  $n$  pozitif tam sayı olmak üzere,  
 $\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}}$  ifadesinin kısaltılmış biçimi, aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $i$  B)  $i + 1$  C)  $i - 1$  D) 1 E) 2

## 6. 1996 – ÖYS



Şekilde grafiği verilen parabolün tepe noktası,

$T(-\frac{5}{2}, 5)$  ve  $y$  eksenini kestiği nokta,  $A(0, 4)$

tür. Bu parabolün denkleminin,  $y = ax^2 + bx + c$  olduğuna göre,  $b$  kaçtır?

- A)  $-\frac{5}{4}$  B)  $-\frac{4}{5}$  C)  $-\frac{3}{2}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{3}{5}$

## 7. 1997 – ÖYS

$4x^2 - 5x - 1 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

Buna göre,  $\frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2}$  toplamı kaçtır?

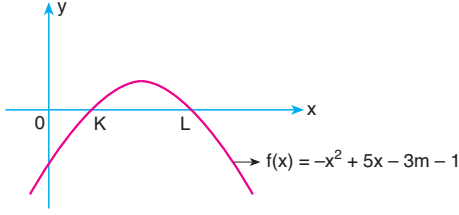
- A) 1 B) 2 C)  $\frac{9}{4}$  D)  $\frac{11}{5}$  E)  $\frac{13}{5}$

## 8. 1997 – ÖYS

$y = ax^2 - 8x + 2a - 4$   
eğrisi,  $x$  eksenine teğet olduğuna göre,  $a$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) 3 E) 6

9. 1997 – ÖYS



Yukarıdaki şekilde, denklemi  $y = -x^2 + 5x - 3m - 1$  olan fonksiyonun grafiği verilmiştir.  $|OL| = 4$ ,  $|OK|$  olduğuna göre  $m$  kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

10. 1997 – ÖYS

$z = 2 + 4i$  ve  $u = 3i$  karmaşık sayılar olduğuna göre,  $\frac{\bar{z} \cdot \bar{u}}{6 + 3i}$  değeri aşağıdakilerden hangisidir?

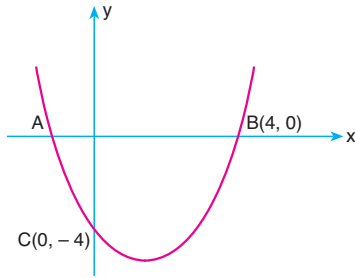
- A) -2 B) -1 C) 2  
D)  $\frac{1+2i}{3}$  E)  $\frac{1-2i}{3}$

11. 1998 – ÖYS

$a \neq -1$  olmak üzere,  $(a + 1)x^2 - 2(a + 7)x + 27 = 0$  denkleminin kökleri eşit olduğuna göre,  $a$  nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 11 D) 10 E) 9

12. 1998 – ÖYS



Şekilde verilen parabolün denklemi  $y = x^2 + bx + c$  olduğuna göre,  $A(x, 0)$  noktasının apsisi ( $x$ ) kaçtır?

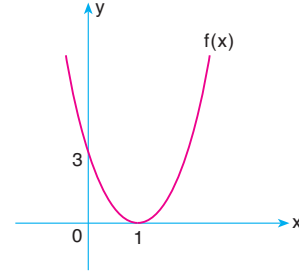
- A) -1 B) -2 C)  $-\frac{1}{2}$  D)  $-\frac{3}{2}$  E)  $-\frac{5}{2}$

13. 1999 – ÖSS

$a$  pozitif bir gerçel (reel) sayı olmak üzere, kenarları  $a$  cm ve  $(8 - 2a)$  cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç  $\text{cm}^2$  olur?

- A) 64 B) 32 C) 24 D) 16 E) 8

14. 2006 – ÖSS



$f(x)$  fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi  $Ox$  eksenine  $(1, 0)$  noktasında teğet olan ve  $(0, 3)$  noktasından geçen paraboldür. Buna göre,  $f(3)$  kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 12

15. 2007 – ÖSS

$$(x - 2)(x + 2)(x + 5) = (x - 1)(x + 1)(x + 4)$$

denklemleri aşağıdaki denklemlerden hangisinin çözüm kümesi aynıdır?

- A)  $x^3 + 5x^2 + 4x = 0$  B)  $x^2 - 3x - 16 = 0$   
C)  $x^2 - 4x + 24 = 0$  D)  $3x + 16 = 0$   
E)  $5x - 4 = 0$

16. 2007 – ÖSS

$$(x^2 - x - 2)(x + 5) = 0$$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) -2 D) -4 E) -6

## 17. 2008 – ÖSS

$x^2 - ax + 16 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.  
 $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

- A) 10    B) 12    C) 14    D) 15    E) 17

## 18. 2009 – ÖSS

$1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = 0$   
denklemini sağlayan  $x$  gerçel sayılarının toplamı kaçtır?  
A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

## 19. 2009 – ÖSS

$x^2 - 2x - 4 = 0$   
denkleminin kökleri  $m_1$  ve  $m_2$  dir.  
Buna göre, aşağıdaki denklemlerden hangisinin kökleri  $\frac{1}{m_1}$  ve  $\frac{1}{m_2}$  dir?  
A)  $2x^2 - x + 4 = 0$     B)  $2x^2 + x + 1 = 0$   
C)  $4x^2 + 2x - 1 = 0$     D)  $4x^2 + 3x - 4 = 0$   
E)  $8x^2 - 3x + 4 = 0$

## 20. 2010 – LYS

$\bar{z}$  ile  $z$  nin eşleniği gösterildiğine göre,  
 $z = 2 + i$  karmaşık sayısı için,  
 $\frac{z}{z-1}$   
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
A)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$     B)  $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}i$     C)  $1 + 3i$   
D)  $2 - 3i$     E)  $3 + i$

## 21. 2010 – LYS

$b$  ve  $c$  gerçel sayılar olmak üzere,  
 $P(x) = x^2 + bx + c$  polinomunun bir kökü  $3 - 2i$  karmaşık sayısıdır.  
Buna göre,  $P(-1)$  kaçtır?  
A) 5    B) 10    C) 20    D) 25    E) 30

## 22. 2011 – LYS

$f(x) = x^2 - 2x + 3$   
fonksiyonunun grafiği  $a$  birim sağa ve  $b$  birim aşağı ötelenerek  $g(x) = x^2 - 8x + 14$  fonksiyonunun grafiği elde ediliyor. Buna göre,  $|a| + |b|$  ifadesinin değeri kaçtır?  
A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

## 23. 2011 – LYS

Baş katsayısı 1 olan,  $-i$  ve  $2i$  karmaşık sayılarını kök kabul eden dördüncü dereceden gerçel katsayılı  $P(x)$  polinomu için  $P(0)$  kaçtır?  
A) 2    B) 4    C) 6    D) 7    E) 8

## 24. 2011 – LYS

$z = a + bi$  ( $b \neq 0$ ) ve  $w = c + di$  karmaşık sayıları için  $z + w$  toplamı ve  $z.w$  çarpımı birer gerçel sayı olduğuna göre,  
I.  $z$  ve  $w$  birbirinin eşleniğidir.  
II.  $z - w$  gerçeldir.  
III.  $z^2 + w^2$  gerçeldir.  
ifadelerinden hangileri doğrudur?  
A) Yalnız I    B) Yalnız II    C) I ve III  
D) II ve III    E) I, II ve III

25. 2012 – LYS

$$P(x) = x^2 - 2x + m$$

$$Q(x) = x^2 + 3x + n$$

polinomları veriliyor.

Bu iki polinom ortak bir köke sahip ve  $P(x)$  polinomunun kökleri eşit olduğuna göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?

- A) -5    B) -3    C) 2    D) 4    E) 5

26. 2013 – LYS

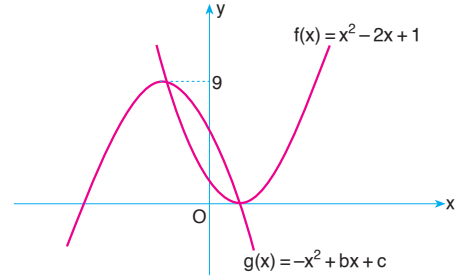
$k$  bir pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$2x^2 + kx - 1 = 0$$

denkleminin kökleri farkı 2 olduğuna göre,  $k$  kaçtır?

- A) 1    B) 2    C)  $\sqrt{2}$     D)  $2\sqrt{2}$     E)  $\sqrt{3}$

27. 2013 – LYS



Yukarıda grafiği verilen  $f(x)$  ve  $g(x)$  parabolleri birbirlerini tepe noktalarında kesmektedir.

Buna göre,  $g(0)$  değeri kaçtır?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

28. 2013 – LYS

$z$  bir karmaşık sayı,  $\text{Im}(z) \neq 0$  ve  $z^3 = -1$  olduğuna göre,

$$(z - 1)^{10}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $z + 1$     B)  $z - 1$     C)  $z$   
D)  $-z$     E)  $-z - 1$