CC7711

Inteligência Artificial e Robótica

Prof. Dr. Flavio Tonidandel

Representação do Conhecimento

Lógica Proposicional

Logica de Primeira Ordem (LPO)

Representação do Conhecimento

- **Como representar o conhecimento ?**
  - Humanos representam conhecimento através da fala e da escrita.
  - Como podemos transferir esse conhecimento para um sistema inteligente (computador, robô, etc) ?

- **EXEMPLO:**
  - **Como fazer o computador entender:**
    - **Não se pode ter 2 peças de xadrez no mesmo lugar**
    - **Um carro sem gasolina não anda**

- **A representação do conhecimento está em diversas áreas da computação:**
  - **Engenharia de Software (UML)**
  - **Banco de Dados (organização das tabelas)**

Representação do Conhecimento

- Nossa fala e escrita → susceptíveis a ambigüidades e imprecisões

  O professor falou com o aluno parado na sala

- Precisamos usar Linguagens formais
  - Regras de formação precisamente definidas
  - Um único sentido (sem ambigüidades)

- Lógica proposicional
  - Conceitos básicos: sintaxe, semântica
  - Gramática, inferência, equivalência, validade, satisfabilidade
  - Padrões de raciocínio

Lógica Proposicional - (LP)

Alfabeto:

- Conjunto finito de símbolos proposicionais
  - P = {p_0, p_1, p_2,..., p_n)
  - Também chamados de **literais**
- Conectivo unário: $\neg$ (negação)
- Conectivos Binários: $\wedge$ (AND); $\vee$ (OR); $\rightarrow$ (implicação)
- Elementos de pontuação: ( ) parênteses

- Podemos expressar conhecimento por fórmulas:
- *Não podemos ter uma criança aposentada:*

$\neg$ (criança $\wedge$ aposentado)

Semântica

Expressamos da LP através de Tabelas-Verdade

P	Q	$\neg P$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow Q$
F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T

Na LP há apenas dois valores:

Verdadeiro (T) ou Falso (F)

Valoração de uma fórmula A

Fórmula: $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

- Temos uma valoração
  - V(p) = T
  - V(q) = T
  - V(r) = T
- $V(\neg q) = F$
- $V(p \vee \neg q) = T$
- $V(r \wedge \neg q) = F$
- $V(A) = V((p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)) = F$

- *Logo, V(A) = Falso*

Satisfabilidade e Validade

- Dada uma fórmula A:
  - A é dita satisfazível se existir V(A) = T
  - A é dita insatisfazível se toda valoração V(A) = F
  - A é dita válida (ou tautologia), se toda valoração de A for verdadeira.
  - A é dita falsificável se existir uma valoração V(A) = F

Exemplo de

tautologia

(ou fórmula válida)

P	H	$(P \vee H)$	$((P \vee H) \wedge \neg H)$	$((P \vee H) \wedge \neg H) \Rightarrow P$
F	F	F	F	T
F	T	T	F	T
T	F	T	T	T
T	T	T	F	T

Asserções

- Considerando a Tautologia anterior:

Asserção 1:

- $(P \vee H) \wedge \neg H \rightarrow P$

Asserção 2:

- Sabemos está ensolarado (P) ou está chovendo (H) em um dia $(P \vee H)$. Sabemos que hoje não está chuva ($\neg H$). Logo, hoje está ensolarado ($\rightarrow$ P)

- Asserção 1 = Asserção 2 (a 1 descrita em LP e a 2 descrita em Português)

Consequência Lógica

Consequência Lógica:

- Dada duas sentenças A e B, se em todas as valorações em que A for verdadeira, B também o é, dizemos que B é consequência lógica de A:

$$A \models B$$

Equivalência Lógica:

- Se todas as valorações V que satisfazem A também satisfazem B ($A \models B$) e vice-versa ($B \models A$), então:

$$A \equiv B$$

Equivalências Lógicas

$\neg\neg p \equiv p$ (eliminação da dupla negação)

$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (lei de Morgan 1)

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (lei de Morgan 2)

- Vamos definir um novo conectivo: $\leftrightarrow$
- $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A) \equiv A \leftrightarrow B$

Sistema Dedutivo

Em uma teoria lógica, devemos conseguir inferir novas fórmulas, com base em uma teoria (base de conhecimento) já conhecida.

Inferir uma fórmula A de uma teoria Γ (*conjunto de fórmulas que formam a base de conhecimento*) escrevemos:

$$\Gamma \vdash A$$

$\Gamma \vdash A$ é chamado de *sequente*

onde Γ é o antecedente (ou hipótese) e

A é o consequente (ou conclusão)

Dedução de novas fórmulas

A dedução pode ser feita por:

- Axiomatização
- Regras de Inferência

- Obviamente, queremos inferir novas fórmulas que são consequências lógicas, ou seja:

Se deduzirmos $\Gamma \vdash A$, então $\Gamma \models A$

- Se o sistema de dedução inferir apenas fórmulas que são consequências lógicas, ele é dito *correto*
- Ele será *completo* se conseguir inferir TODAS as consequências lógicas de Γ

Sistema Dedutivo da LP

Axiomas (alguns)

- $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- $(p \wedge q) \rightarrow q$, similar: $(p \wedge q) \rightarrow p$
- $p \rightarrow (p \vee q)$, similar: $q \rightarrow (p \vee q)$
- $\neg\neg p \rightarrow p$
- $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$

E uma regra de inferência

- Modus Ponens
- A partir de $A \rightarrow B$ e A, infere-se B

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$

Exemplos

- Dedução por axiomas
  - $(p \wedge q) \rightarrow q$
  - Se soubermos que hoje temos Sol e CéuClaro $(p \wedge q)$, então sabemos que temos Sol q.

  - $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$
  - Se chover, ficamos molhado. Se entrarmos na piscina, ficamos molhado. Logo, se chover ou entrarmos na piscina, ficaremos molhados. p=chover; r=molhado; q=entrarPiscina.

- pela Modus Ponens

Se entrar na piscina deixa molhado, e se estamos na piscina, logo estamos molhados.

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$

E como fazemos para tornar tudo isso computacional ?

EXEMPLO:

- Sócrates estaria disposto a visitar Platão (S), só se Platão estivesse disposto a visitá-lo (P); $(P \rightarrow S)$
- Platão não estaria disposto a visitar Sócrates, se Sócrates estivesse disposto a visitá-lo; $(S \rightarrow \neg P)$
- Platão até estaria disposto a visitar Sócrates, somente se Sócrates não estivesse disposto a visitá-lo. $(\neg S \rightarrow P)$

- Pergunta-se:
- Sócrates está disposto a visitar Platão ou não?
- i.e.: $(P \rightarrow S), (S \rightarrow \neg P), (\neg S \rightarrow P) \models S$?????

Resolução

- Método de inferência que permite encontrar a resposta para a pergunta:
  - $(P \rightarrow S), (S \rightarrow \neg P), (\neg S \rightarrow P) \models S$

- Este método utiliza apenas fórmulas no formato FNC – Forma Normal Conjuntiva

Exemplo de aplicação da RESOLUÇÃO: Considere duas claúsulas verdadeiras $A \vee \mathbf{p}$ e $\neg\mathbf{p} \vee C$. Com a Resolução pode-se concluir portanto que $A \vee C$ Também é verdadeiro.

$$\frac{A \vee p \qquad \neg p \vee C}{A \vee C}$$

Perceba que se p for verdadeiro, então C deve ser verdadeiro. Se p for falso, então A deve ser verdadeiro. Logo, A v C é verdadeiro.

Considera ainda a contração: $r \vee r \equiv r$

FNC – Forma Normal Conjuntiva (ou CNF em inglês)

É uma conjunção de disjunções:

- $C_1 \land C_2 \land \ldots \land C_n$

Onde cada Ci é uma claúsula formada por disjunção de formulas:

$C_i = F_1 \lor F_2 \lor F_3 \lor \ldots \lor F_m$

- Exemplo:

$$\underbrace{(A \lor B \lor \neg C)}_{C_1} \land \underbrace{(C \lor \neg B)}_{C_2} \land \underbrace{(\neg A \lor C)}_{C_3}$$

Criando fórmulas FNC

- Eliminar $\leftrightarrow$ substituindo $\alpha \leftrightarrow \beta$ por $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
- Eliminar $\rightarrow$ substituindo $\alpha \rightarrow \beta$ por $\neg\alpha \vee \beta$
- Eliminar dupla negação: $\neg\neg\alpha \equiv \alpha$
- Aplicar de Morgan: $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$, $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$
- Distribuir $\vee$ sobre $\wedge$ sempre que possível usando

- Exemplo:
- Sentença: $(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow \neg P) \wedge (\neg S \rightarrow P)$
- FNC: $(\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee \neg P) \wedge (S \vee P)$

Algoritmo de Resolução

Idéia: resolver por contradição.

- Para mostrar que $\Gamma \models \alpha$, mostramos que $(\Gamma \wedge \neg\alpha)$ é não-satisfatível

Algoritmo:

- $(\Gamma \wedge \neg\alpha)$ é convertido em FNC
- Aplicar regra de resolução às cláusulas resultantes, gerando novas cláusulas.
- O processo continua até:
  - Não existir nenhuma nova cláusula que possa ser adicionada. Neste caso, α não é conseqüência lógica de Base de Conhecimento Γ
  - Uma aplicação de regra de resolução derivará cláusula **vazia** $\square$. Neste caso, Γ tem α como conseqüência lógica

Afinal, Sócrates está disposto a visitar Platão ou não?

- $(P \rightarrow S), (S \rightarrow \neg P), (\neg S \rightarrow P) \models S$

Provando por contradição:

- $(P \rightarrow S), (S \rightarrow \neg P), (\neg S \rightarrow P) \models \neg S$
- $(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow \neg P) \wedge (\neg S \rightarrow P) \wedge \neg S$
- FNC: $(\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee \neg P) \wedge (S \vee P) \wedge \neg S$

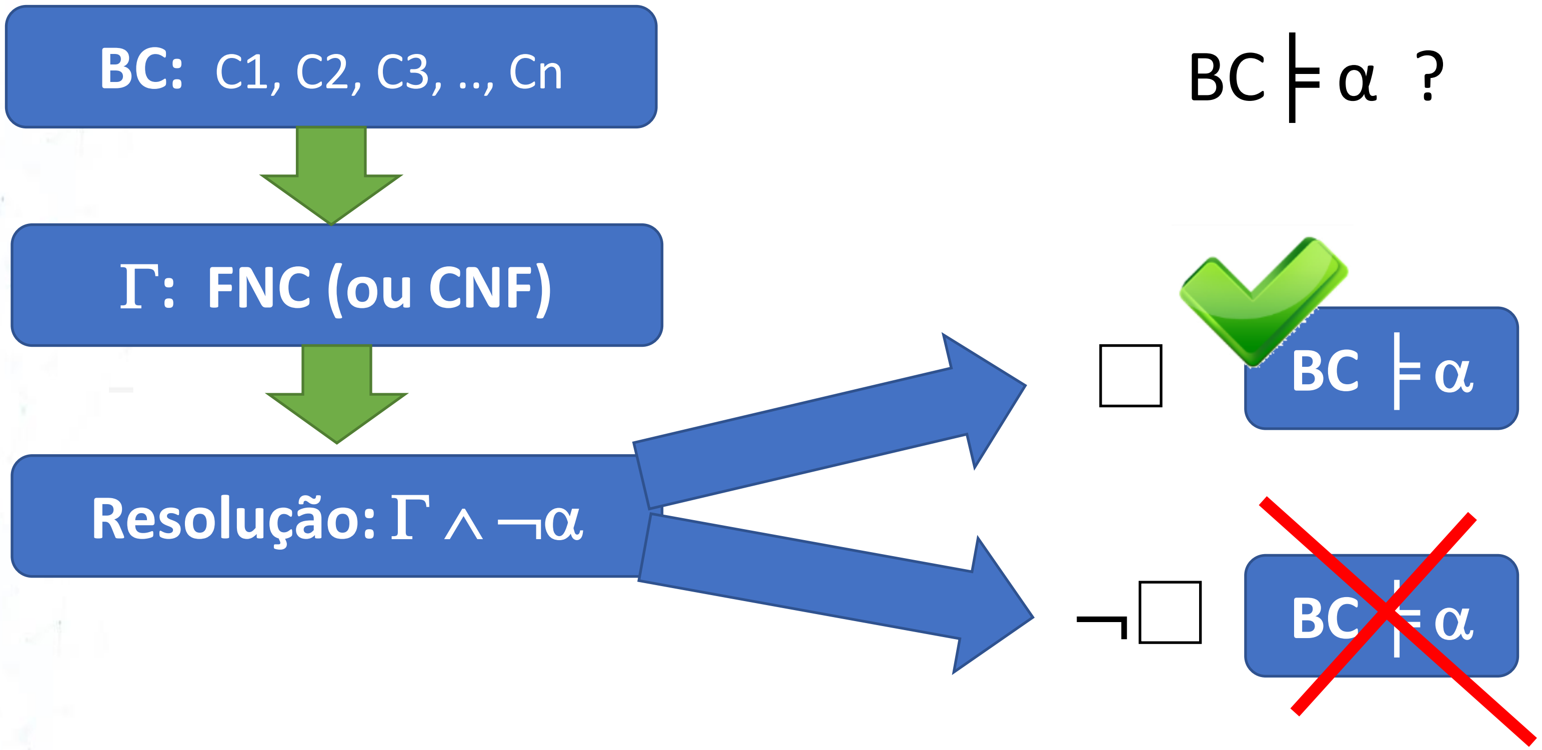
$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg P \vee S \qquad \neg S \vee \neg P}{\neg P \vee \neg P}}{\neg P} \qquad \dfrac{S \vee P \qquad \neg S}{P}}{\square}$$

Sócrates está disposto a visitar Platão !!!!

Esquema Geral

BASE DE CONHECIMENTO (BC)

$BC \models \alpha$?



Exercício 7.9 (livro)

- Se um unicórnio é mítico, então é imortal.
- Porém se ele não é mítico, então é um mamífero mortal.
- Se o unicórnio é imortal ou mamífero, então ele tem chifre.
- O unicórnio é mágico se tem chifre.
- Pergunta-se:
  - a) O unicórnio é mágico?
  - b) O unicórnio tem chifre?
  - c) O unicórnio é mítico?

Exercício: reduzindo a BC para FNC

- **Se um unicórnio é mítico, então é imortal**
- MITICO ⇒ ¬MORTAL
  - C1: ¬MITICO ∨ ¬MORTAL

- **Porém se ele não é mítico, então é um mamífero mortal.**
- ¬MITICO ⇒ MAMÍFERO ∧ MORTAL
  - MITICO ∨ (MAMÍFERO ∧ MORTAL)
  - (MITICO ∨ MAMÍFERO) ∧ (MITICO ∨ MORTAL)
  - C2: MITICO ∨ MAMÍFERO
  - C3: MITICO ∨ MORTAL

Exercício: reduzindo a FNC

- **Se o unicórnio é imortal ou mamífero, então ele tem chifre.**
- ¬MORTAL ∨ MAMÍFERO ⇒ TEM_CHIFRE
  - ¬(¬MORTAL ∨ MAMÍFERO) ∨ TEM_CHIFRE
  - (MORTAL ∧ ¬MAMÍFERO) ∨ TEM_CHIFRE
  - (MORTAL ∨ TEM_CHIFRE) ∧ (¬MAMÍFERO ∨ TEM_CHIFRE)
  - C4: MORTAL ∨ TEM_CHIFRE
  - C5: ¬MAMÍFERO ∨ TEM_CHIFRE

- **O unicórnio é mágico se tem chifre.**
- TEM_CHIFRE ⇒ MÁGICO
  - C6: ¬TEM_CHIFRE ∨ MÁGICO

Claúsulas

- a) O unicórnio tem chifre ?
  - C1: ¬MITICO V ¬MORTAL
  - C2: MITICO V MAMÍFERO
  - C3: MITICO V MORTAL
  - C4: MORTAL V TEM_CHIFRE
  - C5: ¬MAMÍFERO V TEM_CHIFRE
  - C6: ¬TEM_CHIFRE V MÁGICO
  - incluir: C7: ¬TEM_CHIFRE

- C8 (C7+C5) :   ¬MAMÍFERO
- C9 (C7+C4):   MORTAL
- C10 (C8+C2): MITICO
- C11 (C10+C1): ¬MORTAL
- C12 (C9+C11): □
- Logo, BC ⊨ TEM_CHIFRE

¬TEM_CHIFRE   ¬MAMÍFERO V **TEM_CHIFRE**

¬MAMÍFERO

¬TEM_CHIFRE   MORTAL V **TEM_CHIFRE**

MORTAL

¬MAMÍFERO   MITICO V **MAMÍFERO**

MITICO

MITICO   **¬MITICO** V ¬MORTAL

¬MORTAL

MORTAL   ¬MORTAL

□

Exercício 7.9

- b) O unicórnio é mágico?
- Sim! A resolução fica para vocês fazerem em casa.
  - *Dica: inferir ¬TEM_CHIFRE e siga o exemplo da aula*

- c) O unicórnio é mítico?
- Não ! A resolução fica como *homework*

Análise da Resolução

- Método importante de inferência
- É completo e correto.

- Porém....
  - Pode demorar muito tempo, pois tem que analisar conjunções de Cláusula por Cláusula e as combinações de seus resultados. É um processo não necessariamente polinomial (NP-Completo).

  - Se associado a um método de busca, pode ser facilmente implementado em computador

Cláusulas de Horn

- Se conseguirmos escrever toda nossa BC (Base de Conhecimento) em termos de clausulas de Horn:
  - Não precisaremos mais da Resolução
  - Podemos inferir em um processo Polinomial !!!
- Uma clausula de Horn é uma disjunção de literais com no máximo um literal positivo (u):
- $\neg p \vee \neg q \vee \cdots \vee \neg t \vee u$ reescrita: $(p \wedge q \wedge \cdots \wedge t) \rightarrow u$
- Todo o processo se resume a verificar se os literais p, q, ...t são satisfeitos para satisfazer u. Aplicação direta da Modus Ponens !
- Detalhe importante: **o u não pode ser negativado: ¬u**
- PROLOG usa clausulas de Horn: `u :- p, q, ... t.`

Clausulas de Horn - Problema do Unicórnio

- Se um unicórnio é mítico, então é imortal.
  - Mitico → Imortal
- Porém se ele não é mítico, então é um mamífero mortal.
  - Not(Mitico) → Mortal
  - Not(Mitico) → Mamifero
  - Mamifero → mortal
- Se o unicórnio é imortal ou mamífero, então ele tem chifre.
  - Imortal → Chifre
  - Mamifero → Chifre
- O unicórnio é mágico se tem chifre.
  - Chifre → Magico
- Adicional:
  - Not(Mortal) → Imortal

Clausulas de Horn - Problema do Unicórnio

- Mitico → Imortal
- Not(Mitico) → Mortal
- Not(Mitico) → Mamifero
- Mamifero → mortal
- Imortal → Chifre
- Mamifero → Chifre
- Chifre → Magico
- Not(Mortal) → Imortal

- ? Chifre

Para Chifre ser verdade, então:

Imortal → Chifre

Mamifero → Chifre

Imortal ou Mamifero precisa ser verdade
Para Mamifero ser verdade, Not(Mitico)
precisa ser verdade. Não há nenhuma afirmação
De que mítico é verdadeira. **Logo, Not(Mitico) é TRUE**.

Então, pela **Modus Ponens** $\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$

$$\frac{\text{Not(Mitico)} \rightarrow \text{Mamifero} \;;\; \text{Not(Mitico)}}{\text{Mamífero}}$$

Pela **Modus Ponens:**

$$\frac{\text{Mamifero} \rightarrow \text{Chifre} \;;\; \text{Mamifero}}{\text{Chifre}}$$

Hipótese Mundo Fechado e Negation as Failure

QUADRO DE AVISOS

Neste semestre teremos as disciplinas:

CC7711 – Inteligência Artificial e Robótica

CC7261 – Sistemas Distribuídos

CC7411 – Trabalho de Final de Curso I

Negação por Falha
(Negation as Failure)

Se não se pode provar que P é verdadeiro, então ele é falso

- Quantos disciplinas serão oferecidas ?
- MUNDO FECHADO: 3
  - Abordagem de um banco de dados
  - Negation as Failure
- MUNDO ABERTO: de 3 a infinito
  - Abordagem Lógica
  - Perceba que não há a negação das demais disciplinas

Referências desta Aula

- Russel & Norvig (Artificial Intelligence):
  - Capítulos 6 a 9
- Rezende, Solange (Sistemas Inteligentes):
  - Capítulos 2 e 3
- Silva, F. S., Finger, M.; Melo, Ana C.V. (Lógica p/ a Computação):
  - Capítulos 1, 2 e 3

- Alguns slides desta aula foram baseados nos slides:
- Paulo Eduardo Santos: “Fundamentos da Inteligência Artificial”, FEI, 2005
- Alexandre da Silva Simões: “Agentes Lógicos – Aula 7”, UNESP, 2010
- Paulo Eduardo Santos: “Inferência em LPO”, FEI, 2005
- Alexandre da Silva Simões: “Lógica de Primeira Ordem – Aula 8”, UNESP, 2010
- Alexandre da Silva Simões: “Programação em Lógica – Aula 9”, UNESP, 2010
- Salvatore J. Stolfo: Inference in first-order logic, Columbia University – USA