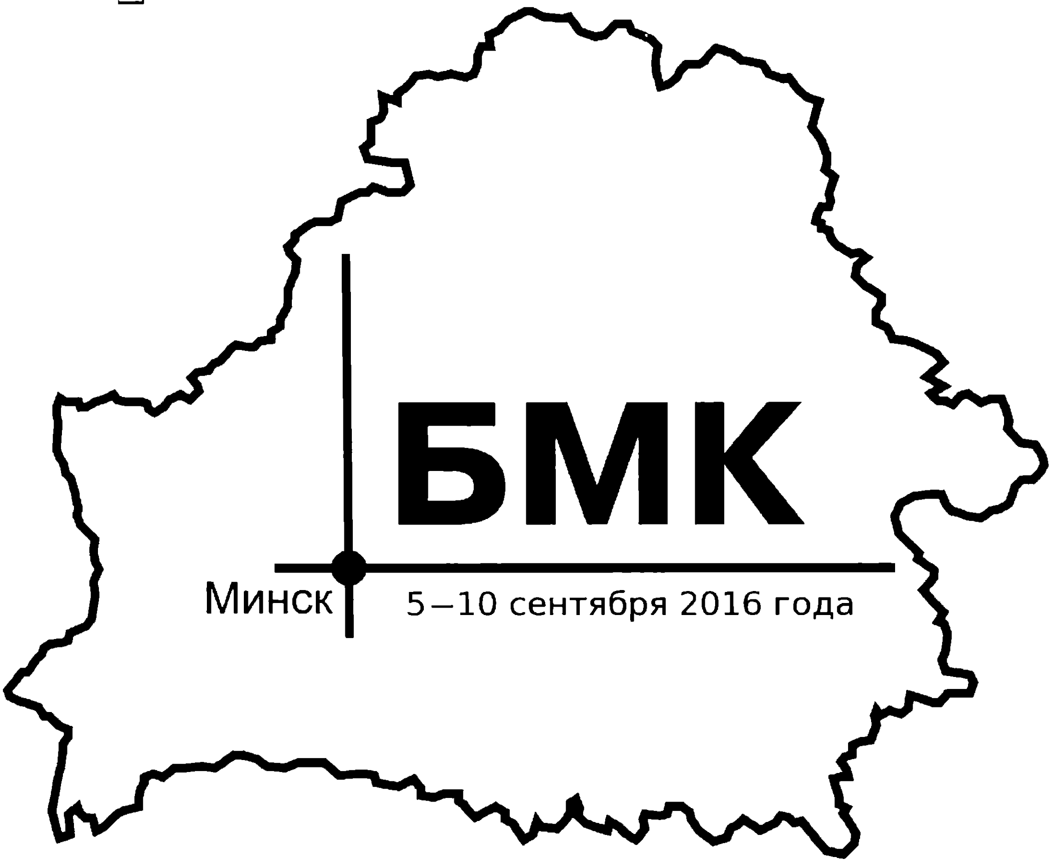
ГРАНТ БРФФИ



Международная научная конференция «XII Белорусская математическая конференция»

Материалы конференции

Часть 3

5 – 10 сентября 2016 года
Минск, Беларусь

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Международная научная конференция
«XII Белорусская математическая конференция»

Материалы конференции

Часть 3

Вычислительная математика
Математическое моделирование и математическая физика
Теоретическая и прикладная механика

МИНСК 2016

УДК 51
ББК 22.1
Д15

Редактор *С. Г. Красовский*

*Конференция проводится при финансовой поддержке
Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований*

XII Белорусская математическая конференция: материалы Междунар. на
Д 15 конф. Минск, 5 – 10 сентября 2016 г. В 5 ч. / Ред. С. Г. Красовский. — Часть 3. — М
Институт математики НАН Беларуси, 2016. — 110 с.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)
ISBN 978-985-6499-90-9

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XII Белорусской математической кон
ренции по следующим направлениям: вычислительная математика, математическое моделирова
и математическая физика, теоретическая и прикладная механика.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)
ISBN 978-985-6499-90-9

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОД ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Э.А. Айрян [1], А.Д. Егоров [2], Д.С. Кулябов [1,3], В.Б. Малютин [2], Л.А. Севастьянов [1,3]

[1] Объединённый институт ядерных исследований, Дубна, Россия
ayrjan@jinr.ru
[2] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
egorov@im.bas-net.by, malyutin@im.bas-net.by
[3] Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
yamadharma@gmail.com, leonid.sevast@gmail.com

В настоящее время при исследовании поведения реальных объектов невозможно обойтись без стохастических моделей и стохастических дифференциальных уравнений. К настоящему времени имеется огромная литература, посвященная стохастическим дифференциальным уравнениям, теория которых продолжает интенсивно развиваться и в настоящее время.

Мы рассматриваем уравнения вида

$$d\vec{x}(t) = \vec{a}(\vec{x}, t)\, dt + \sigma(\vec{x}, t) d\vec{w}(t), \tag{1}$$

где $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$ — начальное условие, решение $\vec{x}$ — d-мерный вектор, коэффициенты уравнения — $\vec{a}$ — d-мерный вектор, σ — матрица размерности $d \times d$, $\vec{w}$ — d-мерный Винеровский процесс. Для однозначного определения уравнения (1) необходимо также выбрать способ или правило дискретизации уравнения.

Часто требуется найти функцию плотности вероятности перехода (ФПВП) $p(\vec{x}, t, \vec{x}_0, t_0)$ для стохастической переменной $\vec{x}(t)$. В данной работе для нахождения ФПВП предлагается использовать представление ФПВП через функциональный интеграл с помощью техники Onsager — Machlup функционалов [1–3]. Формула имеет вид

$$p(\vec{x}, t, \vec{x}_0, t_0) = \int D[\vec{x}] \exp\left\{ -\int\limits_{t_0}^{t} L_0(\vec{x}(\tau), \dot{\vec{x}}(\tau)) d\tau \right\}, \tag{2}$$

где

$$D[\vec{x}] = \lim_{N\to\infty} \prod_{i=1}^{N-1} d\vec{x}_i \prod_{i=1}^{N} \frac{\sqrt{G^{-1}(\vec{x}_{i-1}, t_{i-1})}}{\sqrt{2\pi\Delta t}^{d}}, \quad L_0 = \frac{1}{2} \sum_{k,j=1}^{d} G^{-1}_{kj}(\vec{x}, \tau)[\dot{x}_k - A_k(\vec{x}, \tau)][\dot{x}_j - A_j(\vec{x}, \tau)],$$

$$G_{kj}(\vec{x}, \tau) = \sum_{i=1}^{d} \sigma_{ki}\sigma_{ji}, \quad A_k(\vec{x}, \tau) = a_k(\vec{x}, t) - \eta \sum_{i,j=1}^{d} \sigma_{ij}(\vec{x}, t) \frac{\partial}{\partial x_i} \sigma_{kj}(\vec{x}, t).$$

Различным способам дискретизации соответствуют различные значения η.

Интеграл в (2) можно записать в дискретной форме в виде кратного интеграла большой кратности или в непрерывной форме в виде интеграла по пространству функций. В данной работе при вычислении выражений (2) предлагается использовать методы для вычисления функциональных интегралов записанных в непрерывной форме. Например, можно использовать формулы заданной степени точности [4], методы разложения относительно классической траектории [3, 5] и другие методы.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14–01–00628, № 15–07–08795 № 16–07–00556, а также грантом Белорусского республиканского фонда фундаме тальных исследований (проект Ф16Д–002).

Литература

1. Onsager L., Machlup S. *Fluctuations and irreversible processes* // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. P. 15

2. Langouche F., Roekaerts D., Tirapegui E. *Functional integration and semi-classical expansio* Dordrecht: D. Reidel Pub. Co., 1982.

3. Horacio S. Wio. *Application of path integration to stochastic process: an introduction.* World Scienti Publishing Company, 2013.

4. Егоров А. Д., Жидков Е. П., Лобанов Ю. Ю. *Введение в теорию и приложения функциона ного интегрирования.* М.: Физматлит, 2006.

5. Feynman R. P., Hibbs A. R. *Quantum mechanics and path integrals.* New York: McGraw-Hill, 19

ПРИМЕНЕНИЕ ДВУХУРОВНЕВОГО ТАЙЛИНГА ПРИ ОТОБРАЖЕНИИ АЛГОРИТМОВ НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

С.В. Баханович, П.И. Соболевский

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
{bsv,sobolevsky}@im.bas-net.by

На практике при разработке программных продуктов широко используется т линг, который является одним из наиболее результативных средств оптимизации п грамм. Тайлинг позволяет значительно рациональнее использовать многоуровнев память компьютера и, кроме этого, помогает оптимизировать операции обмена д ными в параллельных приложениях для вычислительных систем с распределенн памятью. В настоящее время существует ряд методов тайлинга, позволяющих оп мизировать как последовательные, так и параллельные программы [1, 2]. Тема т линга продолжает активно развиваться и одним из перспективных направлений развития является идея многоуровневого тайлинга [3].

По своей идее тайлинг (tiling) — это преобразование вычислительного алгорит с целью укрупнения его зернистости: множество операций алгоритма разбивается группы-тайлы, каждый тайл рассматривается как зерно вычислений или макроо рация. При многоуровневом тайлинге, каждый тайл фиксированного уровня раз вается на множество тайлов меньшего размера, которые в совокупности составля множество тайлов следующего уровня. Таким образом, формируется многоуровне иерархическая структура макроопераций алгоритма, который в итоге преобразу ся к многоуровневому блочному алгоритму. Такой подход к тайлингу, по сравнен с классическим, позволяет более эффективно использовать многоуровневую пам компьютера.

В данной работе предлагается идея использования двухуровневого тайлинга решения задачи пространственно-временного отображения алгоритмов на паралле ные вычислительные системы заданной размерности и фиксированного размера. С идеи заключается в интеграции локально параллельной глобально последователы стратегии (LPGS-стратегии) отображения алгоритмов и техники двухуровневого т линга с целью комплексного решения задач пространственно-временного отображе и тайлинга.

СОДЕРЖАНИЕ

Вычислительная математика

Математическое моделирование и математическая физика