

Модель управления очередями на маршрутизаторах

Т. Р. Велиева, А. В. Королькова,
Д. С. Кулябов, Б. А. Сантуш

*Кафедра систем телекоммуникаций
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, д.6, Москва, 117198, Россия*

Проблемы моделирования активного управления очередью (Active Queue Management, AQM) давно находились в сфере интересов авторов. Одно из направлений работ было связано с динамической моделью управляющего модуля типа Random Early Detection (RED) на основе стохастических дифференциальных уравнений с пуассоновским процессом. Данные уравнения применяются в теории очередей достаточно недавно и не очень хорошо изучены. В качестве недостатков изученного ранее подхода авторы выделяли его частный характер. Было описано взаимодействие модуля RED и протокола TCP Reno, но его расширение на другие варианты протокола TCP и управляющего модуля не представлялось возможным.

В нашем авторском коллективе были проведены исследования по общим подходам к моделированию подобных явлений. В результате была разработана методика стохастизации одношаговых процессов, позволяющая получать новые модели универсальным образом. В данной работе авторы использовали эту методику к исследованной ранее модели модуля RED и протокола TCP Reno в целях демонстрации её применимости к данному кругу задач. В результате была построена расширенная модель управляющего модуля типа RED для трафика типа TCP Reno, содержащая исследуемую ранее модель как частный случай.

Ключевые слова: стохастические дифференциальные уравнения, основное кинетическое уравнение, уравнение Фоккера–Планка, активное управление очередями, алгоритм RED.

1. Введение

В работах [1–5] рассмотрена модель управляющего модуля типа Random Early Detection (RED). Представленная модель базируется на теории автоматического управления и является неформализованной. Основная цель данной статьи — построение более реалистичной модели управляющего модуля маршрутизатора. Для этого используется теория стохастических дифференциальных уравнений с винеровским процессом, методы стохастических дифференциальных уравнений с пуассоновским процессом, а также применяется разработанная в [6–8] методика построения одношаговых моделей на базе основного кинетического уравнения.

Приведём основные понятия и принципы работы протокола TCP, а точнее его реализации — TCP Reno, а также рассмотрим алгоритм RED [9], который лежит в основе ряда механизмов предотвращения и контроля перегрузок в очередях маршрутизаторов. Основной акцент сделаем на методике построения одношаговых процессов на базе основного кинетического уравнения. Построим стохастическую модель управляющего модуля RED маршрутизатора на основе разработанной в [6–8] методики одношаговых процессов. За основу возьмём ранее рассмотренную детерминистическую модель [1–3]. Её же используем для верификации построенной стохастической модели [10].

2. Адаптивное управление перегрузками

2.1. Механизм управления перегрузками в TCP

В протоколе TCP используется механизм скользящего окна для борьбы с перегрузками. Реализация данного механизма зависит от конкретного стандарта

В TCP Reno механизм управления перегрузками состоит из следующих фаз: медленный старт, предотвращение перегрузок, быстрая передача и быстрое восстановление. Динамика изменения размера окна перегрузки (Congestion Window, CWND) зависит от конкретной фазы (см. рис. 1).

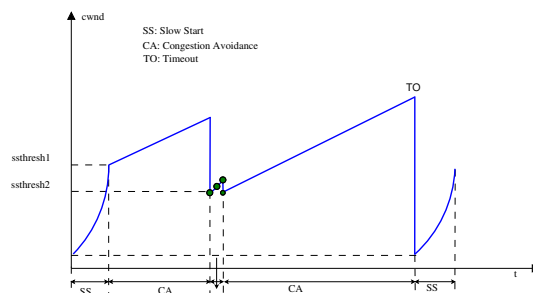


Рис. 1. Фазы функционирования ТСР

При достижении определённого размера окна TCP Reno входит в фазу предотвращения перегрузки. В этой фазе окно перегрузки увеличивается на величину $1/cwnd$ для каждого подтверждения ACK, что эквивалентно увеличению окна на один пакет за время двойного оборота.

- Тройное дублирование подтверждения (Triple Duplicate ACK, TD). Пусть n -й пакет не доставлен, а последующие пакеты ($n+1$, $n+2$ и т.д.) доставлены. Для каждого пакета, доставленного в нарушении очередности (для $n+1$, $n+2$ и т.д.) получатель отправляет сообщение ACK для последнего недоставленного (n -го) пакета. При получении трёх таких пакетов источник перепосылает n -й пакет. Кроме того, размер окна уменьшается в 2 раза $cwnd \rightarrow cwnd/2$.
- Тайм-аут (Timeout, TO). При отправке пакета запускается таймер тайм-аута. При получении каждого подтверждения таймер перезапускается. Окно при этом устанавливается в начальное значение окна перегрузки. Первый потерянный пакет перепосылается. Протокол переходит в фазу медленного старта.

Общий алгоритм управления перегрузкой относится к типу AIMD (Additive Increase, Multiplicative Decrease) — аддитивное увеличение размера окна и мультипликативное его уменьшение.

2.2. Механизм адаптивного управления перегрузками RED

Для улучшения рабочих характеристик канала необходимо оптимизировать управление очередями на маршрутизаторах. Одним из возможных подходов является применение алгоритма случайного раннего обнаружения (Random Early Detection, RED) [9, 11].

Алгоритм RED использует взвешенное значение длины очереди в качестве фактора, определяющего вероятность отбрасывания пакета. По мере роста средней длины очереди растёт вероятность отбрасывания пакетов (см. (1)). Для управления функцией сброса используются два пороговых значения средневзвешенной длины очереди, влияющих на функционирование алгоритма (рис. 2):

$$p(\hat{Q}) = \begin{cases} 0, & 0 < \hat{Q} \leq Q_{\min}, \\ \frac{\hat{Q} - Q_{\min}}{Q_{\max} - Q_{\min}} p_{\max}, & Q_{\min} < \hat{Q} \leq Q_{\max}, \\ 1, & \hat{Q} > Q_{\max}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $p(\hat{Q})$ — функция сброса пакета, Q — средневзвешенное значение длины очереди, Q_{\min} и Q_{\max} — пороговые значения средневзвешенного значения длины очереди, p_{\max} — максимальный уровень сброса пакетов.

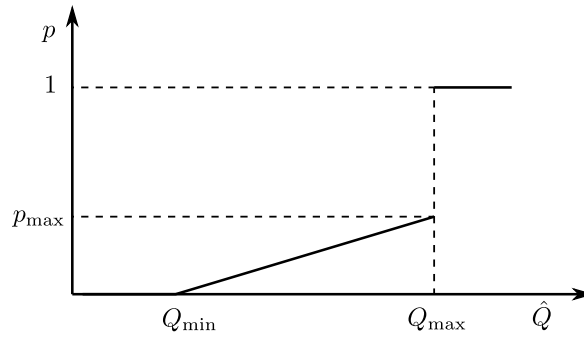


Рис. 2. Функция сброса RED

3. Стохастические дифференциальные уравнения

Под стохастическим дифференциальным уравнением (СДУ) будем понимать дифференциальное уравнение, которое включает в себя один или более стохастических процессов. Соответственно решения такого уравнения также являются стохастическими процессами.

Исторически первыми стали изучать стохастические дифференциальные уравнения с винеровским процессом, поскольку они имеют достаточно ясную физическую интерпретацию. Обычно винеровский процесс интерпретируют как некоторое случайное воздействие типа белого шума. Примером такого физического явления является броуновское движение.

Стохастические дифференциальные уравнения с пуассоновским процессом стали исследоваться достаточно недавно. Обычно их используют для описания систем с очередями.

3.1. Обозначения и соглашения

1. Будем использовать нотацию абстрактных индексов. В данной нотации тензор как целостный объект обозначается просто индексом (например, x^i), компоненты обозначаются подчёркнутым индексом (например, $x^{\underline{i}}$).
2. Запятой в индексе обозначается частная производная по соответствующей координате.

3.2. СДУ с винеровским процессом

Обычно под стохастическим дифференциальным уравнением понимают уравнение в форме Ланжевена, имеющего вид:

$$dx = adt + bdW, \quad (2)$$

где $x := x(t) \in \mathbb{R}$ — некоторый случайный процесс, $a := a(x, t) \in \mathbb{R}$, $b := b(x, t) \in \mathbb{R}$, а $W := W(t) \in \mathbb{R}$ — винеровский процесс.

В многомерном случае уравнение (2) принимает вид:

$$dx^i = a^i dt + b_a^i dW^a, \quad (3)$$

где $x^i := x^i(t) \in \mathbb{R}^n$ — n -мерный случайный процесс, $a^i := a^i(x^k, t) \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $b_a^i := b_a^i(x^k, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^s$, а $W^a := W^a(t) \in \mathbb{R}^s$ — s -мерный винеровский процесс.

При интегрировании уравнения Ланжевена с непостоянными коэффициентами ($b_a^i \neq \text{const}$) у винеровского процесса возникает неопределённость учёта скачка, задаваемого винеровским процессом, при интегрировании уравнения. Данная проблема снимается с введением определённой интерпретации стохастического уравнения (чаще всего используют интерпретации Ито или Стратановича). Мы будем использовать интерпретацию Ито.

В рамках интерпретации Ито дифференциал от сложной функции не подчиняется стандартным формулам анализа. Для его вычисления используется *правило* или *лемма Ито*.

Пусть $f := f(x^k, t)$ — функция от случайного процесса $x^k(t)$, $f \in C^2$. Тогда формула дифференциала будет выглядеть следующим образом [12]:

$$df = \left[\partial_t f + a^i f_{,i} + \frac{1}{2} b_a^i b^{ia} f_{,ij} \right] dt + b_a^i f_{,i} dW^a, \quad (4)$$

где $f := f(x^k, t)$, $a^i := a^i(x^k, t)$, $b_a^i := b_a^i(x^k, t)$ и $dW^a := dW^a(t)$.

Стохастическому дифференциальному уравнению (3) соответствует уравнение Фоккера–Планка. Оно представляет собой уравнение в частных производных и описывает изменение плотности вероятности во времени:

$$\partial_t p = -\partial_i [A^i p] + \partial_i \partial_j [B^{ij} p], \quad (5)$$

где $p := p(x^k, t)$, $A^i := A^i(x^k, t)$, $B^{ij} := B^{ij}(x^k, t)$, p имеет смысл плотности распределения случайной величины x^k , A^i — вектор сноса, B^{ij} — вектор диффузии.

3.3. СДУ с пуассоновским процессом

Стохастические дифференциальные уравнения с пуассоновским процессом обычно используются для описания моделей с очередями:

$$dx = adt + bdN, \quad (6)$$

где $x := x(t) \in \mathbb{R}$ — некоторый случайный процесс, $a := a(x, t) \in \mathbb{R}$, $b := b(x, t) \in \mathbb{R}$, а $N := N(t) \in \mathbb{R}$ — пуассоновский процесс.

Для многомерного случая уравнение (6) принимает вид:

$$dx^i = a^i dt + b_a^i dN^a, \quad (7)$$

где $x^i := x^i(t) \in \mathbb{R}^n$ — n -мерный случайный процесс, $a^i := a^i(x^k, t) \in \mathbb{R}^n$, $b_a^i := b_a^i(x^k, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^s$, а $N^a := N^a(t) \in \mathbb{R}^s$ — s -мерный пуассоновский процесс.

Также запишем правило Ито для пуассоновского процесса:

$$df = [\partial_t f + a^i f_{,i}]dt + [f(x^i + b_{\underline{a}}^i, t) - f(x^i, t)]dN^{\underline{a}}. \quad (8)$$

4. Построение модели модуля RED

Рассмотрим модель, содержащую два основных элемента: источник и получатель. В качестве получателя представлена очередь. Источник отправляет пакеты, получатель их обрабатывает и посылает подтверждение о принятии пакета.

При построении модели будем отталкиваться от идеи, что источник и получатель напрямую не взаимодействуют. Взаимодействие происходит по управлению. В связи с этим получаем два одномерных уравнения, одно из которых описывает окно ТСР, а другое — мгновенную длину очереди. Для работы с источником пропишем интенсивность отправки пакетов, которая зависит от размера окна. Взаимодействие между источником и получателем осуществляется через управление, т.е. посредством влияния очереди на параметры источника.

4.1. Модельные допущения

Поскольку наша модель есть реализация существующей на базе новой идеологии, то при реализации будем использовать те же модельные допущения, что и в предыдущих работах. Будем также учитывать, что нашей задачей является не столько полное повторение модели, сколько демонстрация применимости методов стохастизации одношаговых процессов к моделям управления трафиком. Таким образом:

- будем рассматривать только стадию предотвращения перегрузки;
- будем учитывать потерю пакетов только по тройному дублированию подтверждения, что позволит не затенять подробностями нашу модель и более явно продемонстрировать применяемую методику.

4.2. Переход к непрерывной модели

Для применения метода стохастизации одношаговых процессов (см. [6–8]) мы должны перейти к модели с непрерывным временем. Вектор состояния получившейся системы также должен быть непрерывным. В качестве вектора состояний будем использовать $(W, Q, \hat{Q})^T$, где $W := W(t)$ — окно, $Q := Q(t)$ — размер очереди, $\hat{Q} := \hat{Q}(t)$ — экспоненциально взвешенное скользящее среднее длины очереди. Строчные буквы мы зарезервируем для плотностей распределения соответствующих величин.

4.2.1. Уравнение для окна перегрузки

Используя результаты раздела 2.1, формализуем поведение нашей модели. Изменение размера ТСР-окна связано с элементарным событием, которому соответствует либо приход одного подтверждения, либо приход всех подтверждений. Примем за элементарное событие приход всех подтверждений, который происходит за время двойного оборота (RTT).

В фазе медленного старта (Slow Start) размер окна увеличивается при каждом приходе подтверждения ACK:

$$W(t_n^{ACK} + \Delta t^{ACK}) = W(t_n^{ACK}) + 1. \quad (9)$$

Перепишем теперь (9) относительно времени двойного оборота T (за время двойного оборота приходят все подтверждения на отправленное окно):

$$\begin{aligned} W(t_n + \Delta t) &= W(t_n) + 1 \cdot W(t_n), \\ \frac{W(t_n + \Delta t) - W(t_n)}{\Delta t} &= \frac{W(t_n)}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (10)$$

Считая, что $\Delta t = T$, получим

$$\frac{dW}{dt} = \frac{W}{T}, \quad (11)$$

$$d \ln W = \frac{dt}{T}, \quad \ln W = \frac{t}{T}; \quad W = \exp \frac{t}{T}. \quad (12)$$

Таким образом, окно растёт экспоненциально, как и должно быть в стадии медленного старта в соответствии с описанием ТСР.

Аналогично рассмотрим фазу избежания перегрузок. При каждом приходе подтверждения АСК размер окна увеличивается:

$$W(t_n^{ACK} + \Delta t^{ACK}) = W(t_n^{ACK}) + \frac{1}{W(t_n^{ACK})}. \quad (13)$$

Перепишем для времени двойного оборота (т.е. при получении всех подтверждений):

$$\begin{aligned} W(t_n + \Delta t) &= W(t_n) + \frac{1}{W(t_n)} W(t_n); \\ \frac{W(t_n + \Delta t) - W(t_n)}{\Delta t} &= \frac{1}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (14)$$

Считая, что $\Delta t = T$, имеем

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{T}, \quad (15)$$

$$dW = \frac{dt}{T}, \quad W = \frac{t}{T}. \quad (16)$$

В результате получим линейный рост окна, как и описано в спецификации ТСР.

4.2.2. Уравнение для средней длины очереди

Далее опишем поведение экспоненциально взвешенной скользящей средней длины очереди, которая представляет собой уравнение связи между источником и получателем.

Пусть w_q — параметр скользящего среднего [3, 9]. Исходя из формулы для экспоненциально взвешенного скользящего среднего, запишем:

$$\begin{aligned} \hat{Q}(t_n + \Delta t) &= (1 - w_q)\hat{Q}(t_n) + w_q Q(t_n), \\ \hat{Q}(t_n + \Delta t) - \hat{Q}(t_n) &= -w_q \hat{Q}(t_n) + w_q Q(t_n), \\ \frac{\hat{Q}(t_n + \Delta t) - \hat{Q}(t_n)}{\Delta t} &= \frac{w_q}{\Delta t} (Q(t_n) - \hat{Q}(t_n)). \end{aligned} \quad (17)$$

Положим $\delta = \Delta t$. Придадим δ смысл времени нахождения одного пакета в очереди. Считая, что интенсивность обслуживания есть C , можно записать $\delta = \frac{1}{C}$. Тогда уравнение для экспоненциально взвешенной скользящей средней длины

очереди принимает вид:

$$\frac{d\hat{Q}}{dt} = \frac{w_q}{\delta} (Q - \hat{Q}) = w_q C(Q - \hat{Q}). \quad (18)$$

4.3. Кинетические уравнения

4.3.1. Уравнение для окна перегрузки

Рассмотрим поведение пакетов в системе. Количество пакетов будет задаваться окном ТСР. Возможны два процесса: с интенсивностью k_1^1 пакеты из бесконечного резервуара поступают в систему, а с интенсивностью k_2^1 пакеты покидают систему. Запишем это в виде кинетических уравнений:

$$\begin{cases} 0 \xrightarrow{k_1^1} W, \\ W \xrightarrow{k_2^1} 0. \end{cases} \quad (19)$$

Первое соотношение описывает появление пакетов, второе — вывод пакетов из системы.

Распишем получение стохастических дифференциальных уравнений. Из кинетических уравнений (19) получаем операторы состояний. Число пакетов до взаимодействия:

$$N_{\underline{i}}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

число пакетов после взаимодействия:

$$M_{\underline{i}}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Оператор перехода $r_i^{\alpha} = M_i^{\alpha} - N_i^{\alpha}$ имеет вид:

$$r_{\underline{i}}^1 = (1), \quad r_{\underline{i}}^2 = (-1). \quad (22)$$

Общая форма для удельной вероятности перехода в прямом направлении задаётся формулой:

$$S_{\alpha}^{+} = k_{\alpha} \prod_{\underline{i}} \frac{x_{\underline{i}}!}{(x_{\underline{i}} - N_{\underline{i}}^{\alpha})!}. \quad (23)$$

Учитывая (23) и (20), получим:

$$S_1^{+} = k_1^1, \quad S_2^{+} = k_2^1 W. \quad (24)$$

Используя (24) и (22), получим коэффициенты уравнения Фоккера–Планка:

$$\begin{aligned} A^i &= S_{\alpha}^{+} r^{\alpha i} = k_1^1 - k_2^1 W, \\ B^{ij} &= S_{\alpha}^{+} r^{\alpha i} r^{\alpha j} = k_1^1 + k_2^1 W. \end{aligned} \quad (25)$$

Придадим коэффициентам конкретные значения. Из (15) получим, что $k_1^1 = \frac{1}{W}$. Поскольку мы учитываем потерю пакетов только по тройному дублированию подтверждения, то положим $k_2^1 = \frac{1}{2} \frac{dN}{dt}$, где dN — винеровский процесс, аналогичный введённому в [2].

Запишем уравнение Фоккера–Планка:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial W} \left[\left(\frac{1}{W} - \frac{W}{2} \frac{dN}{dt} \right) w \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial W^2} \left[\left(\frac{1}{W} + \frac{W}{2} \frac{dN}{dt} \right) w \right], \quad (26)$$

где $w := w(t)$ — плотность распределения случайного процесса $W(t)$.

Соответствующее уравнение Ланжевена имеет вид:

$$dW = \frac{1}{W} dt - \frac{W}{2} dN + \sqrt{\frac{1}{W} + \frac{W}{2} \frac{dN}{dt}} dV^1, \quad (27)$$

где dV^1 — винеровский процесс, соответствующий случайному процессу $W(t)$.

4.3.2. Уравнение для мгновенной длины очереди

Аналогично описывается поведение очереди. Возможны два процесса: с интенсивностью k_1^2 пакеты из бесконечного резервуара поступают в очередь, а с интенсивностью $-k_2^2$ пакеты покидают систему (мы рассматриваем это как поступление в систему отрицательного количества пакетов). Запишем это в виде кинетических уравнений:

$$\begin{cases} 0 \xrightarrow{k_1^2} Q, \\ 0 \xrightarrow{k_2^2} Q. \end{cases} \quad (28)$$

Из (28) получим операторы состояний:

$$N_{\underline{i}}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad M_{\underline{i}}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Оператор перехода $r_i^{\alpha} = M_i^{\alpha} - N_i^{\alpha}$ имеет вид:

$$r_{\underline{i}}^1 = (1), \quad r_{\underline{i}}^2 = (1). \quad (30)$$

Удельная вероятность перехода в прямом направлении:

$$S_1^+ = k_1^2, \quad S_2^+ = k_2^2. \quad (31)$$

Используя (31) и (30), получим коэффициенты уравнения Фоккера–Планка:

$$\begin{aligned} A^i &= S_{\alpha}^+ r^{\alpha i} = k_1^2 + k_2^2, \\ B^{ij} &= S_{\alpha}^+ r^{\alpha i} r^{\alpha j} = k_1^2 + k_2^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Придадим коэффициентам конкретные значения. Интенсивность входящего потока есть количество пакетов за единицу времени: $k_1^2 = \frac{W}{T}$. Интенсивность обслуживания C , соответственно, имеет вид $k_2^2 = -C$.

Запишем уравнение Фоккера–Планка:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} \left[\left(\frac{W}{T} - C \right) q \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial Q^2} \left[\left(\frac{W}{T} - C \right) q \right], \quad (33)$$

где $q := q(t)$ — плотность распределения случайного процесса Q . Тогда уравнение Ланжевена имеет вид:

$$dQ = \left(\frac{W}{T} - c \right) dt + \sqrt{\frac{W}{T} - C} dV^2, \quad (34)$$

где dV^2 — винеровский процесс, соответствующий случайному процессу Q .

5. Результаты

Учитывая полученные уравнения (27), (34) и (18), запишем результирующую систему:

$$\begin{cases} dW = \frac{1}{T} dt - \frac{W}{2} dN + \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{W}{2} \frac{dN}{dt}} dV^1, \\ dQ = \left(\frac{W}{T} - C \right) dQ + \sqrt{\frac{W}{T} - C} dV^2, \\ \frac{d\hat{Q}}{dt} = w_q C(Q - \hat{Q}). \end{cases} \quad (35)$$

Данная система эквивалентна системе, рассмотренной в работах [2, 3], за исключением дополнительного члена с винеровским процессом (впрочем в моментах системы совпадают полностью). В данном случае винеровские процессы можно интерпретировать как отклонение размера пакета от среднего.

В этой работе мы не проводим тщательный анализ влияния винеровского процесса на полученную модель, однако для иллюстрации такого влияния провели численный эксперимент. На приведённых графиках демонстрируется поведение величин, описывающих систему, а именно изменение окна перегрузки без учёта (рис. 3) и с учётом (рис. 4) винеровского процесса. Аналогично приводятся графики для изменения мгновенной (рис. 5 и 6) и средней (рис. 7 и 8) длины очереди. В конце приводится фазовый портрет (рис. 9 и 10) без учёта и с учётом винеровского процесса соответственно.

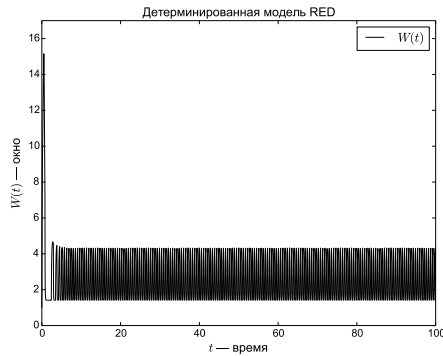


Рис. 3. Окно перегрузки без учёта винеровского процесса

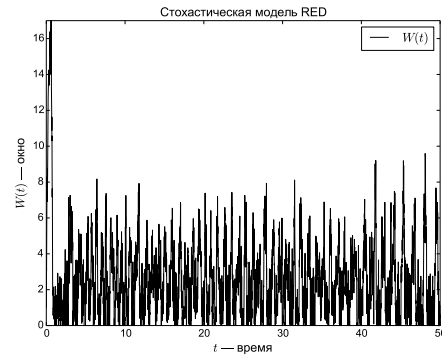


Рис. 4. Окно перегрузки с учётом винеровского процесса

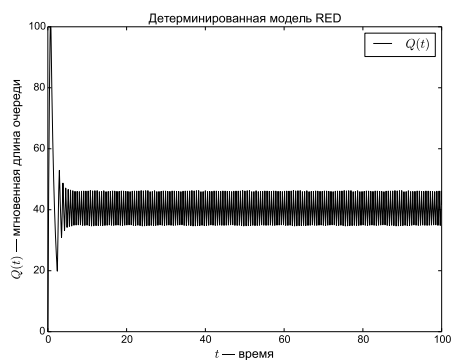


Рис. 5. Мгновенная длина очереди без учёта винеровского процесса

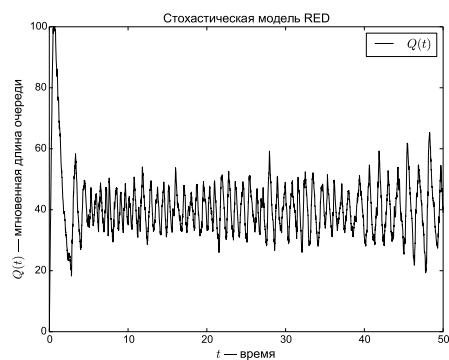


Рис. 6. Мгновенная длина очереди с учётом винеровского процесса

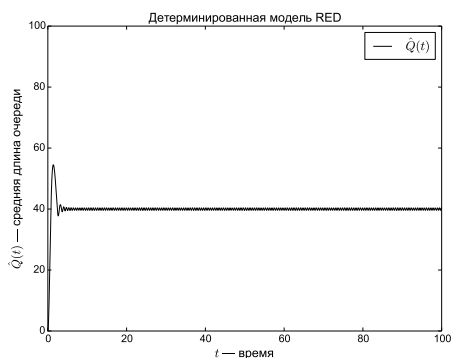


Рис. 7. Средняя длина очереди без учёта винеровского процесса

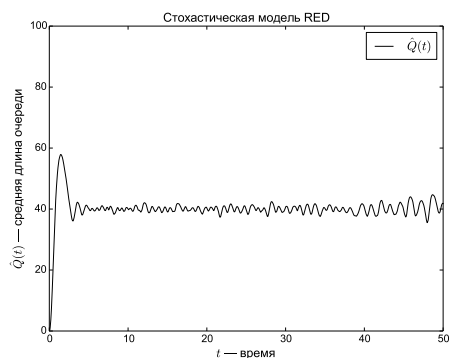


Рис. 8. Средняя длина очереди с учётом винеровского процесса

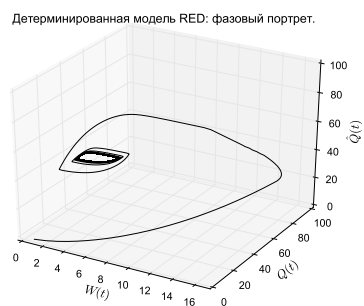


Рис. 9. Фазовый портрет без учёта винеровского процесса

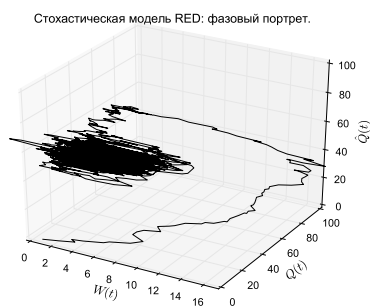


Рис. 10. Фазовый портрет с учётом винеровского процесса

6. Заключение

Для построения модели управляющего модуля RED был применён метод стохастизации одношаговых процессов. Как и ожидалось, построенная стохастическая модель управляющего модуля типа RED совпадает с ранее разработанной детерминистической моделью. Таким образом, продемонстрирована эффективность метода стохастизации одношаговых процессов. Следует отметить, что нами построена стохастическая модель управляющего модуля как с пуассоновским, так и с винеровским процессом. Это ситуация требует выработки новых методов анализа таких систем.

Литература

1. Misra V., Gong W.-B., Towsley D. Stochastic Differential Equation Modeling and Analysis of TCP-window-size Behavior // Proceedings of IFIP WG 7.3 Performance. — 1999. — Vol. 99. — <http://dna-pubs.cs.columbia.edu/citation/paperfile/24/Misra99-TCP-Stochastic.pdf>.
2. Misra V., Gong W.-B., Towsley D. Fluid-Based Analysis of a Network of AQM Routers Supporting TCP Flows with an Application to RED // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. — 2000. — Vol. 30, No 4. — Pp. 151–160.
3. Королькова А. В., Кулябов Д. С. Математическая модель динамики поведения параметров систем типа RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2010. — № 1. — С. 68–76. [Korolkova A. V., Kulyabov D. S. Mathematical Model of the Dynamic Behavior of RED-Like System Parameters // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics". — 2010. — No. 1. — Pp. 68–76. — (in russian).]
4. Королькова А., Черноиванов А. Модификация модели процесса передачи с регулированием алгоритмом типа RED интенсивности потока для случая TCP-NewReno трафика // International Workshop "Distributed Computer and Communication Networks (DCCN-2010)". — М.: R&D Company "Information and Networking Technologies", 2010. — С. 262–267. [Korolkova A., Tchernoiivanov A. Modification of Transmission Process with Intensity Regulated by RED for the TCP-NewReno Traffic // International Workshop "Distributed Computer and Communication Networks (DCCN-2010)". — Moscow: R&D Company "Information and Networking Technologies", 2010. — P. 262–267. — (in russian).]
5. Королькова А. В., Черноиванов А. И. Использование СДУ для моделирования поведения TCP-трафика при взаимодействии с узлом, работающим по алгоритму RED. Определение области возникновения автоколебаний на примере алгоритмов RED, ARED, RARED, POWARED // «Математика. Компьютер. Образование». Сб. научных трудов. / под ред. Г. Ю. Ризниченко. — М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. — Т. 1. — С. 270–282. — <http://www.mce.su/rus/books/book72814/>. [Korolkova A. V., Tchernoiivanov A. I. The TCP-Traffic and RED-Like Node Interaction Model Based on Stochastic Differential Equations. Region of Self-Oscillations for RED, ARED, RARED, POWARED Algorithms // Proceedings of "Mathematics. Computer. Education" / ed. by G. Yu. Riznichenko. — Moscow-Izhevsk: Research Centre "Regular and Chaotic Dynamics", 2010. — Vol. 1. — Pp. 270–282. — (in russian).]
6. Демидова А. В. Метод стохастизации математических моделей на примере системы «хищник–жертва» // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2013. — 2013. — С. 127. [Demidova A. V. The Method of Stochastization of Mathematical Models for the Example of the "Predator-Prey" // A Scientific Session NRNU MEPhI-2013. — 2013. — P. 127. — (in russian).]
7. The Method of Stochastization of One-Step Processes / A. V. Demidova, A. V. Korolkova, D. S. Kulyabov, L. A. Sevastianov // Mathematical Modeling and Computational Physics. — Dubna: JINR, 2013. — P. 67. — <http://mmcp2013.jinr>.

- ru/prog.php.
8. Влияние стохастизации на одношаговые модели / А. В. Демидова, М. Н. Геворкян, А. Д. Егоров и др. // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2014. — № 1. — С. 71–85. [Influence of Stochastization on One-Step Models / A. V. Demidova, M. N. Gevorkyan, A. D. Egorov et al. // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics". — 2014. — No. 1. — Pp. 71–85. — (in russian).]
 9. Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. — 1993. — Vol. 1, No 4. — Pp. 397–413.
 10. Кулябов Д. С., Королькова А. В., Зарядов И. С. Обзор подходов к моделированию модуля управления трафиком // Т-Comm — Телекоммуникации и транспорт. — 2012. — № 7. — С. 122–125. [Kulyabov D. S., Korolkova A. V., Zaryadov I. S. Traffic Management Module Modeling Approaches Review // T-Comm. — 2012. — No 7. — Pp. 122–125. — (in russian).]
 11. Королькова А. В., Кулябов Д. С., Черноиванов А. И. К вопросу о классификации алгоритмов RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2009. — № 3. — С. 34–46. [Korolkova A. V., Kulyabov D. S., Tchernoiivanov A. I. On the Classification of RED Algorithms // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics". — 2009. — No. 3. — Pp. 34–46. — (in russian).]
 12. Øksendal B. K. Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications. — Berlin: Springer, 2003.

UDC 004.021, 519.2

Model Queue Management on Routers

T. R. Velieva, A. V. Korolkova, D. S. Kulyabov, B. A. Dos Santos

*Telecommunication Systems Department
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, Russia, 117198*

Problems of modeling of active queue management (AQM) systems have been for a long time in the sphere of interests of authors. One of the areas of work was associated with a dynamic model of the control module Random Early Detection (RED) based on Poisson process driven stochastic differential equations. These equations are used in queuing theory quite recently, and not very well understood. As disadvantages of this approach the authors underlined its non-generic character. We describe the interaction between module RED and protocol TCP Reno. But its extension to other variants of the TCP protocol and the control module is not possible.

Our group studied common approaches to modeling of such phenomena. As a result a method for randomization of one-step processes, allowing to obtain new models in a universal manner was developed. In this paper, the authors use this technique to model previously investigated RED module and protocol TCP Reno to demonstrate its applicability to this kind of problems. As a result an extended model of control module type RED for traffic type TCP Reno, was created. It contains previously studied model as a special case.

Key words and phrases: stochastic differential equations, master equation, Fokker–Planck equation, AQM, RED.