



**Международная научная конференция
«XII Белорусская математическая конференция»**

Материалы конференции

Часть 3

**5 – 10 сентября 2016 года
Минск, Беларусь**

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Международная научная конференция
«XII Белорусская математическая конференция»**

Материалы конференции

Часть 3

**Вычислительная математика
Математическое моделирование и математическая физика
Теоретическая и прикладная механика**

МИНСК 2016

УДК 51
ББК 22.1
Д15

Редактор *С. Г. Красовский*

*Конференция проводится при финансовой поддержке
Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований*

XII Белорусская математическая конференция: материалы Междунар. на-
Д15 конф. Минск, 5–10 сентября 2016 г. В 5 ч. / Ред. С. Г. Красовский. — Часть 3. — М.
Институт математики НАН Беларуси, 2016. — 110 с.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)

ISBN 978-985-6499-90-9

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XII Белорусской математической кон-
ференции по следующим направлениям: вычислительная математика, математическое моделирова-
и математическая физика, теоретическая и прикладная механика.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)

ISBN 978-985-6499-90-9

© Коллектив авторов,
© Институт математики НАН Беларуси,

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОД ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Э.А. Айрян¹, А.Д. Егоров², Д.С. Кулябов^{1,3}, В.Б. Малютин²,
Л.А. Севастьянов^{1,3}

¹ Объединённый институт ядерных исследований, Дубна, Россия
ayrjan@jinr.ru

² Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
egorov@im.bas-net.by, malyutin@im.bas-net.by

³ Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
yamadharma@gmail.com, leonid.sevast@gmail.com

В настоящее время при исследовании поведения реальных объектов невозможно обойтись без стохастических моделей и стохастических дифференциальных уравнений. К настоящему времени имеется огромная литература, посвященная стохастическим дифференциальным уравнениям, теория которых продолжает интенсивно развиваться и в настоящее время.

Мы рассматриваем уравнения вида

$$d\vec{x}(t) = \vec{a}(\vec{x}, t) dt + \sigma(\vec{x}, t) d\vec{w}(t), \quad (1)$$

где $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$ — начальное условие, решение \vec{x} — d -мерный вектор, коэффициенты уравнения — \vec{a} — d -мерный вектор, σ — матрица размерности $d \times d$, \vec{w} — d -мерный Винеровский процесс. Для однозначного определения уравнения (1) необходимо также выбрать способ или правило дискретизации уравнения.

Часто требуется найти функцию плотности вероятности перехода (ФПВП) $p(\vec{x}, t, \vec{x}_0, t_0)$ для стохастической переменной $\vec{x}(t)$. В данной работе для нахождения ФПВП предлагается использовать представление ФПВП через функциональный интеграл с помощью техники Onsager — Machlup функционалов [1–3]. Формула имеет вид

$$p(\vec{x}, t, \vec{x}_0, t_0) = \int D[\vec{x}] \exp \left\{ - \int_{t_0}^t L_0(\vec{x}(\tau), \dot{\vec{x}}(\tau)) d\tau \right\}, \quad (2)$$

где

$$D[\vec{x}] = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^{N-1} d\vec{x}_i \prod_{i=1}^N \frac{\sqrt{G^{-1}(\vec{x}_{i-1}, t_{i-1})}}{\sqrt{2\pi \Delta t^d}}, \quad L_0 = \frac{1}{2} \sum_{k,j=1}^d G_{kj}^{-1}(\vec{x}, \tau) [\dot{x}_k - A_k(\vec{x}, \tau)] [\dot{x}_j - A_j(\vec{x}, \tau)],$$
$$G_{kj}(\vec{x}, \tau) = \sum_{i=1}^d \sigma_{ki} \sigma_{ji}, \quad A_k(\vec{x}, \tau) = a_k(\vec{x}, t) - \eta \sum_{i,j=1}^d \sigma_{ij}(\vec{x}, t) \frac{\partial}{\partial x_i} \sigma_{kj}(\vec{x}, t).$$

Различным способам дискретизации соответствуют различные значения η .

Интеграл в (2) можно записать в дискретной форме в виде кратного интеграла большой кратности или в непрерывной форме в виде интеграла по пространству функций. В данной работе при вычислении выражений (2) предлагается использовать методы для вычисления функциональных интегралов записанных в непрерывной форме. Например, можно использовать формулы заданной степени точности [4], методы разложения относительно классической траектории [3, 5] и другие методы.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14–01–00628, № 15–07–08795 № 16–07–00556, а также грантом Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф16Д–002).

Литература

1. Onsager L., Machlup S. *Fluctuations and irreversible processes* // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. P. 15
2. Langouche F., Roekaerts D., Tirapegui E. *Functional integration and semi-classical expansion*. Dordrecht: D. Reidel Pub. Co., 1982.
3. Horacio S. Wio. *Application of path integration to stochastic process: an introduction*. World Scientific Publishing Company, 2013.
4. Егоров А. Д., Жидков Е. П., Лобанов Ю. Ю. *Введение в теорию и приложения функционального интегрирования*. М.: Физматлит, 2006.
5. Feynman R. P., Hibbs A. R. *Quantum mechanics and path integrals*. New York: McGraw-Hill, 19

ПРИМЕНЕНИЕ ДВУХУРОВНЕВОГО ТАЙЛИНГА ПРИ ОТОБРАЖЕНИИ АЛГОРИТМОВ НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

С.В. Баханович, П.И. Соболевский

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
{bsv,sobolevsky}@im.bas-net.by

На практике при разработке программных продуктов широко используется тайлинг, который является одним из наиболее результативных средств оптимизации программ. Тайлинг позволяет значительно рациональнее использовать многоуровневую память компьютера и, кроме этого, помогает оптимизировать операции обмена данными в параллельных приложениях для вычислительных систем с распределенной памятью. В настоящее время существует ряд методов тайлинга, позволяющих оптимизировать как последовательные, так и параллельные программы [1, 2]. Тема тайлинга продолжает активно развиваться и одним из перспективных направлений развития является идея многоуровневого тайлинга [3].

По своей идее тайлинг (tiling) — это преобразование вычислительного алгоритма с целью укрупнения его зернистости: множество операций алгоритма разбивается на группы-тайлы, каждый тайл рассматривается как зерно вычислений или макрооперация. При многоуровневом тайлинге, каждый тайл фиксированного уровня разбивается на множество тайлов меньшего размера, которые в совокупности составляют множество тайлов следующего уровня. Таким образом, формируется многоуровневая иерархическая структура макроопераций алгоритма, который в итоге преобразуется к многоуровневому блочному алгоритму. Такой подход к тайлингу, по сравнению с классическим, позволяет более эффективно использовать многоуровневую память компьютера.

В данной работе предлагается идея использования двухуровневого тайлинга для решения задачи пространственно-временного отображения алгоритмов на параллельные вычислительные системы заданной размерности и фиксированного размера. Суть идеи заключается в интеграции локально параллельной глобально последовательной стратегии (LPGS-стратегии) отображения алгоритмов и техники двухуровневого тайлинга с целью комплексного решения задач пространственно-временного отображения и тайлинга.

СОДЕРЖАНИЕ

Вычислительная математика

Айрян Э.А., Егоров А.Д., Кулябов Д.С., Малютин В.Б., Севастьянов В.А. Метод функциональных интегралов для стохастических уравнений	3
Баханович С.В., Соболевский П.И. Применение двухуровневого тайлинга при отображении алгоритмов на параллельные вычислительные системы	4
Бобков В.В. Построение вычислительных алгоритмов для начальных задач с использованием принципа обратной связи	5
Бондарь И.В., Фалейчик Б.В. Обратно-смещенный предобусловливатель для обобщенных итераций Пикара	6
Дирвук Е.В. Разработка библиотеки процедур для приближенного вычисления интегралов	7
Ивановский Л.И. Фазовые перестройки динамических систем с импульсными воздействиями	8
Лаврова О.А., Полевилов В.К. Численное моделирование неустойчивости магнитожидкостной капли в капилляре	9
Лемешевский С.В. Численное решение смешанных задач для волнового уравнения с негладкими входными данными	10
Лиходед Н.А., Толстиков А.А. Получение коммуникационных операций параллельных зернистых алгоритмов	11
Малютин В.Б. Использование последовательностей Штурма для решения уравнений Фоккера — Планка	12
Мартыненко С.И., Толкалиев П.Д., Волохов В.М., Волохов А.В., Яновский В.С. Многосеточные методы: достижения и проблемы	13
Матус П.П. О монотонных и разностных схемах повышенного порядка точности	14
Матысик О.В. Априорный выбор параметра регуляризации в явном методе итераций решения некорректных задач	15
Матюшкин И.В. Особенности численного решения классических уравнений математической физики на гексагональной сетке с помощью клеточных автоматов с непрерывными значениями	16
Михайлов А.В. Операторные уравнения первого рода с нормальными операторами	17
Полещук М.А., Лиходед Н.А. Построение двумерных зернистых вычислительных процессов	18
Поляков Д.Б. О согласованных двусторонних оценках решений квазилинейных параболических уравнений и их аппроксимаций	19
Репников В.И. Использование групповых свойств дифференциальной задачи при ее численном решении	20
Туен В.Т.К. Монотонные разностные схемы для одномерной нелинейной модели Biot	21
Фалейчик Б.В. Безматричные двухшаговые итерационные процессы с подавлением медленных компонент	21
Хиеу Л.М. Монотонные разностные схемы для параболического уравнения	22
Чуйко М.М., Королева О.М. Исследование устойчивости неявной разностной схемы для нелинейного уравнения переноса	23
Якименко Т.С. Прямой метод решения сингулярных интегральных уравнений первого рода с кратными ядрами Гильберта	24
Янович Л.А., Игнатенко М.В. Интерполяционные формулы для функций, заданных на множестве квадратных матриц с умножением по Йордану	26
Янович Л.А., Худяков А.П. Формулы квадратичной матричной интерполяции на множестве некоммутатируемых матриц	27
Atanasova P., Georgieva A., Popova L. Fixed point method for solving two-dimensional nonlinear Fredholm fuzzy functional integral equation	28

Podhaisky H., Butcher J. Analysing and constructing high order G -symplectic methods	28
Schadinskii D.A. The role of conservation laws in blow-up problems for nonlinear parabolic equations	29

Математическое моделирование и математическая физика

Айрян Э.А., Егоров А.Д., Еферица Е.Г., Кулябов Д.С., Малютин В.Б., Севастьянов Л.А. Основное кинетическое уравнение в форме уравнения Лиувилля	30
Басаева Е.К., Каменецкий Е.С., Хосаева З.Х. Оценка критических значений параметров социальной системы, при которых возможна ее дестабилизация	31
Буяльская Ю.В., Волков В.М. Численное моделирование бистабильных режимов оптоволоконных усилителей на основе вынужденного комбинационного рассеяния	32
Ватульян А.О., Юров В.О. О спектральных пучках операторов и их приложениях к исследованию дисперсионных соотношений для пьезоэлектрических волноводов с затуханием	33
Вирченко Ю.П., Субботин А.В. Четномерные обратимые динамические системы	34
Волков В.М., Гуревский А.Н. Двухпараметрическая оптимизация компактных разностных схем спектрального разрешения для нелинейных уравнений Шредингера	35
Волков В.М., Проконина Е.В. Разностные схемы и итерационные методы для многомерных эллиптических задач анизотропной диффузии	36
Гермидер О.В., Попов В.Н. Математическое моделирование процесса переноса тепла в прямоугольном канале в задаче о течении Пуазейля	37
Громыко Г.Ф., Жерело А.В., Баханович С.В. Трехмерное моделирование турбулентных течений в сжимаемых средах на суперкомпьютерах с распределенной памятью	38
Громыко Г.Ф., Мацука Н.П., Ильющенко А.Ф., Шевцов А.И. Математическое моделирование СВС-процесса при формировании износостойких композиционных покрытий типа связующее звено — карбидная фаза	40
Ермаков В.В., Табатадзе В.В. Математическая модель возникновения волн сгущения в транспортном потоке	41
Ерофеев В.Т., Громыко Г.Ф., Заяц Г.М. Численное моделирование нелинейных краевых задач экранирования с интегральными граничными условиями	42
Заика Ю.В. Моделирование ТДС-спектра дегидрирования с учетом сжатия и теплопоглощения	43
Заика Ю.В., Костикова Е.К. Моделирование термодесорбции водорода	44
Заика Ю.В., Родченкова Н.И. Моделирование гидрирования циркониевого сплава	45
Игнатенко В.В. Линейные математические модели в лесной промышленности	46
Карнилович С.П., Ловецкий К.П., Севастьянов Л.А., Щесняк Е.Л. Сейсмоизолирующие системы на основе кинематических опор А. М. Курзанова	48
Корзюк В.И., Винь Н.В. Классические решения задач для гиперболического уравнения четвертого порядка	49
Корзюк В.И., Козловская И.С. Классические решения смешанных задач со смешанными граничными условиями	50
Корзюк В.И., Мандрик А.А. Классическое решение граничной задачи для нестрого гиперболического уравнения третьего порядка	51
Корзюк В.И., Наумовец С.Н. Классическое решение первой смешанной задачи одномерного волнового уравнения с дифференциальными полиномами второго порядка в граничных условиях	52
Корзюк В.И., Пузырный С.И. Классическое решение смешанных задач для одномерного волнового уравнения с негладкими условиями Коши	52
Куликов А.Н., Куликов Д.А. Уравнение Курамото — Сивашинского. Существование аттрактора, все решения на котором неустойчивы	53
Куликов А.Н., Секацкая А.В. О влиянии выбора краевых условий на динамику решений обобщенного уравнения Курамото — Сивашинского	54
Курочка К.С., Комракова Е.В. Конечно-элементная математическая модель напряженно-деформированного состояния пластины с учетом термоупругости	56