МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

XLVI
ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПРОБЛЕМАМ МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ, ФИЗИКИ И ХИМИИ

Конференция посвящена 50-летнему юбилею Российского университета дружбы народов

19 – 23 апреля 2010 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

СЕКЦИЯ ФИЗИКИ

Москва
Российский университет дружбы народов
2010

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ ТИПА RED

А.В. Королькова, Д.С. Кулябов

«DEFINING THE AREAS OF SELF-OSCILLATIONS IN RED-LIKE SYSTEMS »

A.V. Korolkova, D.S. Kulyabov

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
e-mail: akorolkova@sci.pfu.edu.ru, dharma@mx.pfu.edu.ru

В работе предложен метод определения области возникновения автоколебаний и поиска стационарной точки в системах типа RED [1]. Рассмотрен численный пример с классическим алгоритмом RED [2].

Рассматривается система стохастических дифференциальных уравнений, математически описывающая взаимодействие TCP-Reno трафика с модулем, функционирующим по алгоритму семейства RED [3]:

$$\begin{cases} \dot{w}(t) = \dfrac{I(w_{\max} - w(t))}{T(t)} + \left(-\dfrac{w^2(t)}{2T(t)}\right) p(\hat{q})(1 - P_{TO}) + (1 - w(t))\dfrac{w(t)}{T(t)} p(\hat{q}) P_{TO}, \\ \dot{q}(t) = \dfrac{I(R - q(t))Nw(t)}{T(t)}(1 - p(\hat{q})) - C(t), \\ \dot{\hat{q}} = \dfrac{\ln(1-\omega_q)}{\delta}\hat{q}(t) - \dfrac{\ln(1-\omega_q)}{\delta} q(t) \end{cases} \tag{1}$$

Решение системы (1) может быть как устойчивым, так и представлять собой автоколебательный процесс. Возникновение автоколебаний обусловлено наличием у кусочно-непрерывной функции $p(\hat{q})$ разрыва первого рода. Автоколебания возникают при попадании значения стационарной точки, вычисленной в рабочей области, в интервал безусловного сброса. Для нахождения стационарной точки системы (1) все производные по времени полагаются равными нулю.

Для определения области неустойчивого поведения системы необходимо построить график поведения стационарной точки в предположении, что участок безусловного сброса отсутствует и что свободны только n параметров системы, а остальные зафиксированы. В результате будет получена поверхность размерности n. Кроме того, необходимо построить плоскость $\hat{q} = q_{\max}$, представляющую собой границу перехода системы в область безусловного сброса. Тогда в области, лежащей выше граничной плоскости, поведение системы (1) будет неустойчивым и соответственно иметь автоколебательный характер.

В качестве примера рассмотрим систему с классическим RED. Система (1) была решена численно с помощью метода Рунге-Кута 4-го порядка. Для поиска стационарной точки применялся метод Ньютона.

Зафиксируем параметры: $q_{\min} = 20$ пакетов и $p_{\max} = 0{,}1$. Остальные начальные параметры: $w_{\max} = 32$ пак., $R = 100$ пак., $T_b = 0{,}01$ сек., $\omega_q = 0{,}0007$ сек., $C = 1400$ пак./сек., $\delta = 1/C$ сек. Изменяя параметр $q_{\max}$

в пределах $[q_{\min}, R]$, получаем набор стационарных точек – равномерную одномерную поверхность (рис. 1).

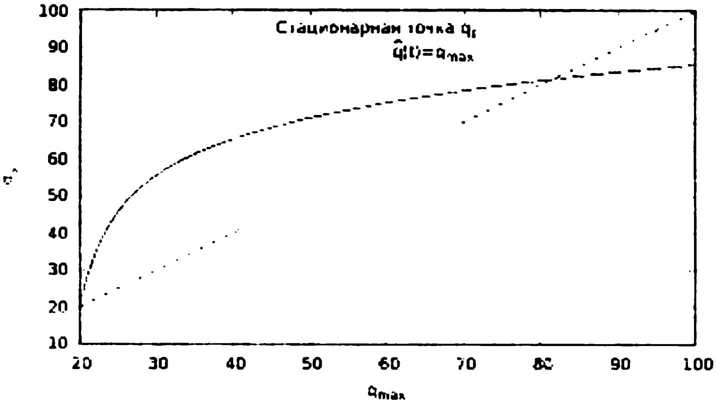

Рис. 1. Поведение стационарной точки в алгоритме RED

Если стационарная точка будет лежать в области, расположенной выше прямой $\hat{q} = q_{\max}$, то поведение системы будет неустойчивым.

Пример устойчивого и неустойчивого поведения системы приведен на рис. 2. При $q_{\max} = 81$ система осциллирует вокруг своей стационарной точки, а при $q_{\max} = 82$ поведение системы устойчиво.

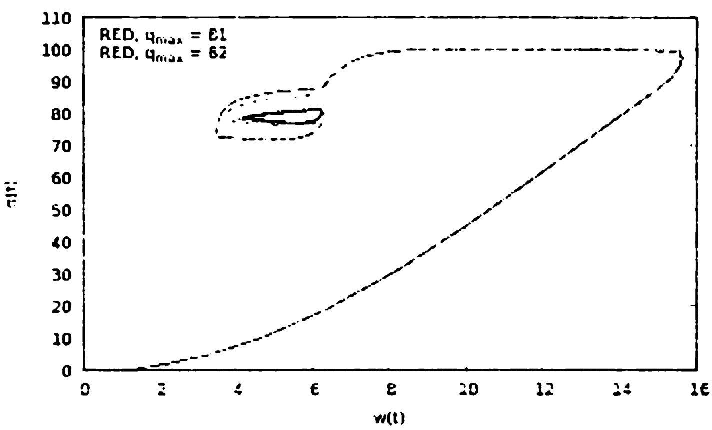

Рис. 2. Фазовый портрет для системы с RED

Литература

[1] Королькова А.В., Кулябов Д.С., Черноиванов А.И. К вопросу о классификации алгоритмов RED // Вестник РУДН. Сер. «Математика. Информатика. Физика». – 2009. – № 3. – С. 34-46.

[2] Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1993. – № 1(4). – Pp. 397-413.

[3] Королькова А.В., Черноиванов А.И. Моделирование при помощи стохастических дифференциальных уравнений поведения TCP-трафика при взаимодействии с узлом, работающим по алгоритму RED / Труды 52-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук»: Часть 1. Радиотехника и кибернетика. Т. 1. – М.: МФТИ, 2009. – С. 130-133.