СТАНКИН
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
STANKIN
MOSCOW STATE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

МОСКОВСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ ВОДНОГО ТРАНСПОРТА
MOSCOW STATE ACADEMY OF WATER TRANSPORT

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

THE MODELING OF NONLINEAR PROCESSES AND SYSTEMS (MNPS-2011)

Вторая международная научная конференция
The Second International Scientific Symposium

СБОРНИК ТЕЗИСОВ
BOOK OF ABSTRACTS

IIS

Москва
Moscow

06 - 10 июня 2011
June 06 - 10, 2011

Вторая международная научная конференция
The Second International Scientific Symposium

Модельрование нелинейных процессов и систем
The Modeling Of Nonlinear Processes And Systems

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ И ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛИ ЗВЕНА СЕТИ С МОДУЛЕМ АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОЧЕРЕДЬЮ

А.В. Королькова, Д.С. Кулябов

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
117198, ул. Миклухо-Маклая, д.6
Tel.: (+7 495)952-02-50, e-mail: akorolkova@sci.pfu.edu.ru, dharma@mx.pfu.edu.ru

Объектом моделирования выступает передаваемый по протоколу TCP Reno трафик, на интенсивность предложенной нагрузки которого оказывает влияние процесс регулирования в виде функции сброса пакетов, определяемой одним из алгоритмов типа RED [1]. В качестве динамических переменных модели выступают размер TCP-Reno окна $\mathrm{w}(t)$, число пакетов в очереди $q(t)$ и параметр алгоритма регулирования состояния потока $\hat{q}(t)$ — экспоненциально взвешенное скользящее среднее значение длины очереди.

Следующая система обыкновенных дифференциальных уравнений определяет эволюцию рассматриваемой динамической модели [2]:

$$\begin{cases} \dfrac{dE[\mathrm{w}(t)]}{dt} = \dfrac{I(\mathrm{w}_{\max} - E[\mathrm{w}(t)])}{E[T(t)]} + I(\mathrm{w}(t)-1)\Bigg[\left(-\dfrac{E[\mathrm{w}(t)]}{2}\right)\left(1 - E[P_{TO}(\mathrm{w}(t-\tau))]\right)\times \\ \qquad \times\left(E\left[p_m\left(\hat{q}(t-\tau)\right)\right] + E\left[p_d\left(\hat{q}(t-\tau)\right)\right]\right)\dfrac{E[\mathrm{w}(t-\tau)]}{E[T(t-\tau)]} + \\ \qquad +(1-E[\mathrm{w}(t)])E\left[P_{TO}(\mathrm{w}(t-\tau))\right]\dfrac{E[\mathrm{w}(t-\tau)]}{E[T(t-\tau)]}E\left[p_d\left(\hat{q}(t-\tau)\right)\right]\Bigg], \\ \dfrac{dE[q(t)]}{dt} = I\left(R - E[q(t)]\right)\dfrac{NE[\mathrm{w}(t)]}{E[T(t)]}\left(1 - E\left[p_d\left(\hat{q}(t)\right)\right]\right) - E[C(t)], \\ \dfrac{dE\left[\hat{q}(t)\right]}{dt} = \dfrac{\ln(1-w_q)}{\delta}E\left[\hat{q}(t)\right] - \dfrac{\ln(1-w_q)}{\delta}E\left[q(t)\right]. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $T(t) = \begin{cases} T_b + \dfrac{q(t)}{C(t)}, & q(t) > 0, \\ T_b, & q(t) = 0, \end{cases}$ $\quad C(t) = \begin{cases} C, & q(t) > C, \\ q(t), & q(t) \le C, \end{cases}$

T_b – время на передачу и подтверждение приёма (Round Trip Time, RTT) одного пакета, $C(t)$ – интенсивность обслуженной нагрузки, R – размер буфера, τ, $\tau \ge 0$, – время запаздывания, N – число поступающих в очередь потоков $p\left(\hat{q}(t)\right) = p_m\left(\hat{q}(t)\right) + p_d\left(\hat{q}(t)\right)$ – функция сброса пакетов из окна $\mathrm{w}(t)$ в момент времени $t, t \ge 0$, состоящая из функции $p_m\left(\hat{q}(t)\right)$ маркировки пакета на и функции $p_d\left(\hat{q}(t)\right)$ сброса пакета, $P_{TO}\left(w(t-\tau)\right)$ – функция сброса пакетов по тайм-ауту, δ – время между поступлениями пакетов в систему, $w_q = 1 - e^{-1/C}$, $0 < w_q < 1$, – весовой коэффициент экспоненциально взвешенного скользящего среднего [3], C – пропускная способность канала, $I(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \le 0, \end{cases}$ – индикаторная функция, $E[x(t)] = \dfrac{1}{t}\displaystyle\int_0^t x(t')dt'$ – усреднение некоторой функции $x(t)$. При этом поток трафика представлен как групповой пуассоновский поток заявок (заявка соответствует TCP-пакету) II рода с динамической интенсивностью, зависящей от состояния системы. Число заявок в группе соответствует размеру окна $\mathrm{w}(t)$ в момент времени $t, t \geq 0$. На размер окна $\mathrm{w}(t)$ (т.е. на изменения интенсивности входящего потока) оказывают влияния функции $P_{TO}\left(w(t-\tau)\right)$ и $p\left(\hat{q}(t)\right)$.

Построенная в [2] модель (1) — автономная, нелинейная, с разрывной правой частью, учитывающая запаздывание передачи данных от источника до получателя. Она определяет разбиение фазового пространства на траектории, семейство которых при заданных значениях параметров образует фазовый портрет системы, дающий полное качественное представление о возможном ее поведении. Качественная картина фазового портрета определяется положениями равновесия и особыми траекториями.

Для нескольких алгоритмов (RED, GRED, DSRED, ARED) были построены параметрические и фазовые портреты (см. [2]). В случае классического RED и ARED имеет место бифуркационная ситуация, качественно изменяющая фазовый портрет системы, показавшие, что может быть 2 типа фазовых портретов — узел и предельный цикл.

В ходе исследований также было проанализировано качественное поведение рассматриваемой системы путём линеаризации системы (1) и исследования характера её собственных значений. Для определения устойчивости предельного цикла использован метод точечных отображений: 1) найдены точки $(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n, \ldots$ пересечения фазовых кривых с плоскостью $\hat{q} = q_{\max}$; 2) найдены точки последования $s_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$; 3) заданы функции последования $\overline{s_i} = s_{i+1} = f(s_i)$; 4) на плоскости $s, \overline{s}$ определены неподвижные точки точечного преобразования. Имеет место пересечение графика функции последования $f(s)$ с биссектрисой координатного угла $s = \overline{s}$ в неподвижной точке точечного преобразования. Поэтому справедливо утверждение об орбитальной устойчивости предельного цикла, соответствующего автоколебательному режиму модели.

Для верификации модели (1) были построены 1) имитационная модель на Network Simulator (NS-2), где имеется эталонная реализация алгоритмов RED, GRED, ARED, разработанная автором этих алгоритмов С. Флойд; 2) модель с применением метода Монте Карло [4]; 3) модель, реализованная в xcos с помощью блока Modelica. Анализ показал, что реализация математической модели вполне адекватна.

Литература:

1. Floyd S., Jacobson V., Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking, No 1(4), Aug. 1993. – Pp. 397–413.
2. Королькова А. В. Математическая модель процесса передачи трафика с регулируемой алгоритмом типа RED динамической интенсивностью потока. Дисс. …к.ф.-м.н.: М. РУДН, 2010. – 115 с.
3. Floyd S., Gummadi R., Shenker S. Adaptive RED: An Algorithm for Increasing the Robustness of RED's Active Queue Management. — 2001. – http://www.icir.org/floyd/papers/adaptiveRed.pdf.
4. Королькова, А. В., Черноиванов, А. И. Моделирование методом Монте-Карло процесса передачи с регулируемой алгоритмом типа RED интенсивностью потока // Восемнадцатая Международная конференция «Математика. Компьютер. Образование», Международная школа-конференция "Биофизика сложных систем. Анализ и моделирование" / Под ред. Г.Ю. Резниченко, А.Б. Рубина, 2011. – С. 174.