Министерство образования и науки Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Утверждаю в печать
Проректор по инновационной и научной работе
Муравьев А.А.
______________________19 декабря 2011 г.

Труды
54-й научной конференции МФТИ

Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе

60 лет МФТИ

10–30 ноября 2011 года

Управление и прикладная математика
Том 1

Декан факультета
____
__________________19 декабря 2011 г.

Москва–Долгопрудный–Жуковский
МФТИ
2011

Наиболее удачная нелинейная модель разработана Р. Гудвином на основе модели Филипса с добавлением нелинейного элемента.

Главным недостатком указанных математических моделей является изолированное рассмотрение экономического роста и циклических колебаний. А. Акаев предложил решение данной проблемы.

Следуя за А. Акаевым, рассмотрим модель Филипса с нелинейным акселератором в форме Гудвина. Путем модификации этой модели получено уравнение

$$\frac{1}{\lambda}\frac{d^2Y}{dt^2}+\left\{1+\frac{k}{\lambda}-k\nu\left[1-\chi\frac{4}{3}\left(\nu\frac{dY}{dt}\right)^2\right]\right\}\frac{dY}{dt}-(1-s)\frac{dY^e}{dt}+kY-k(1-s)Y^e=\frac{dA}{dt}+kA.$$

Данное уравнение рассматривается в том числе в виде стохастического, однако стохастика вводится произвольным образом в виде члена типа $\sqrt{\varepsilon}\sigma_\xi\xi(t)$, где $\xi(t)$ — гауссовский «белый шум», σ_ξ — среднее квадратичное отклонение $\xi(t)$. Нами исследован вопрос введения стохастической части, согласованной с детерминистической.

Литература

1. *Акаев А.А.* Анализ решений общего уравнения макроэкономической динамики // Экономика и математические методы. — 2008. — Т. 44, № 3. — С. 62–78.
2. *Аллен Р.* Математическая экономия. — М.: Издательство иностранной литературы, 1963.
3. *Гардинер К.В.* Стохастические методы в естественных науках. — М.: Мир, 1986.

УДК 517.958

Уравнения Максвелла в криволинейных координатах в голономном базисе

А.В. Королькова, Д.С. Кулябов

Российский университет дружбы народов

При моделировании волноводов часто возникает необходимость поиска решения в криволинейных системах координат. Однако, в отличие от теории поля, где обычно используют голономный базис $\frac{\partial}{\partial x^i}$ (взятый относительно приращения координаты), в электродинамике исторически используют векторный базис $\frac{\partial}{\partial s^i}$ (взятый относительно приращений интервала). Целью работы была запись уравнения Максвелла в произвольной (криволинейной) системе координат. Поскольку формализм работы с криволинейными системами координат в векторном формализме громоздок и крайне слабо разработан, то представляется оправданным применение тензорного формализма. Для этого устанавливается связь между векторным и тензорным формализмом, выписываются соответствующие уравнения Максвелла, приводятся примеры записи уравнений в некоторых криволинейных координатах.

В работе используется формализм абстрактных индексов. Светлым шрифтом обозначается абстрактный индекс (α), полужирным с подчёркиванием — компонентный индекс тензора $(\underline{\alpha})$. Присутствие в некотором выражении компонентного индекса означает, что в него косвенным образом введён некоторый (произвольный) базис, а сами индексы подчиняются правилу суммирования Эйнштейна (суммирование по всякому численному индексу, который встречается в одном члене выражения дважды: вверху и внизу). Абстрактные индексы имеют организующее значение.

Будем обозначать векторный базис штрихом. Для ортогональных координат в векторном формализме вводятся коэффициенты Ламе:

$$h^{\underline{i}'}_{\underline{i}} = \sqrt{\frac{g_{\underline{i}\underline{i}}}{g_{\underline{i}'\underline{i}'}}}.$$

Тогда связь между векторными и тензорными компонентами можно записать следующим образом:

$$f^{\underline{i}'} = f^{\underline{i}} h^{\underline{i}'}_{\underline{i}},$$

$$f_{\underline{i}'} = \frac{f^{\underline{i}}}{h^{\underline{i}'}_{\underline{i}}}.$$

Считая, что связность согласована с метрикой (т. е. связностями являются символы Кристоффеля), заменим в уравнениях Максвелла ковариантные производные частными (в системе СГС):

$$\frac{1}{\sqrt{g^{(3)}}}\varepsilon^{ijk}\partial_j E_k = -\frac{1}{c}\frac{\partial B^i}{\partial t};$$

$$\frac{1}{\sqrt{g^{(3)}}}\varepsilon^{ijk}\partial_j H_k = \frac{1}{c}\frac{\partial D^i}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}j^i;$$

$$\frac{1}{\sqrt{g^{(3)}}}\partial_i(\sqrt{g^{(3)}}D^i) = 4\pi\rho;$$

$$\frac{1}{\sqrt{g^{(3)}}}\partial_i(\sqrt{g^{(3)}}B^i) = 0.$$

Литература

1. *Пенроуз Р., Риндлер В.* Спиноры и пространство-время. Два-спинорное исчисление и релятивистские поля. — М.: Мир, 1987. — 528 с.
2. *Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П.* Электродинамика: учебное пособие для студентов физ. спец. университетов. — 2-е изд., перераб. — М.: Высш. шк., 1990. — 352 с.

УДК 66.021.1+532.5

Критерий мощности для аппаратов с двухъярусными открытыми турбинными мешалками

Л.Р. Минибаева

Казанский национальный исследовательский технологический университет

Для расчета поля скорости и гидродинамических характеристик в аппаратах с одной мешалкой на валу и внутренними неподвижными элементами была разработана методика [1], [2], заключающаяся в численном решении системы дифференциальных уравнений сохранения массы и импульса с частными производными в цилиндрических координатах в трехмерной постановке методом контрольного объема (схема segregated) с привлечением комплекса вычислительной гидродинамики Fluent 6.3.

На основе разработанной методики расчета поля скорости и гидродинамических характеристик были исследованы семь цилиндрических аппаратов диаметром