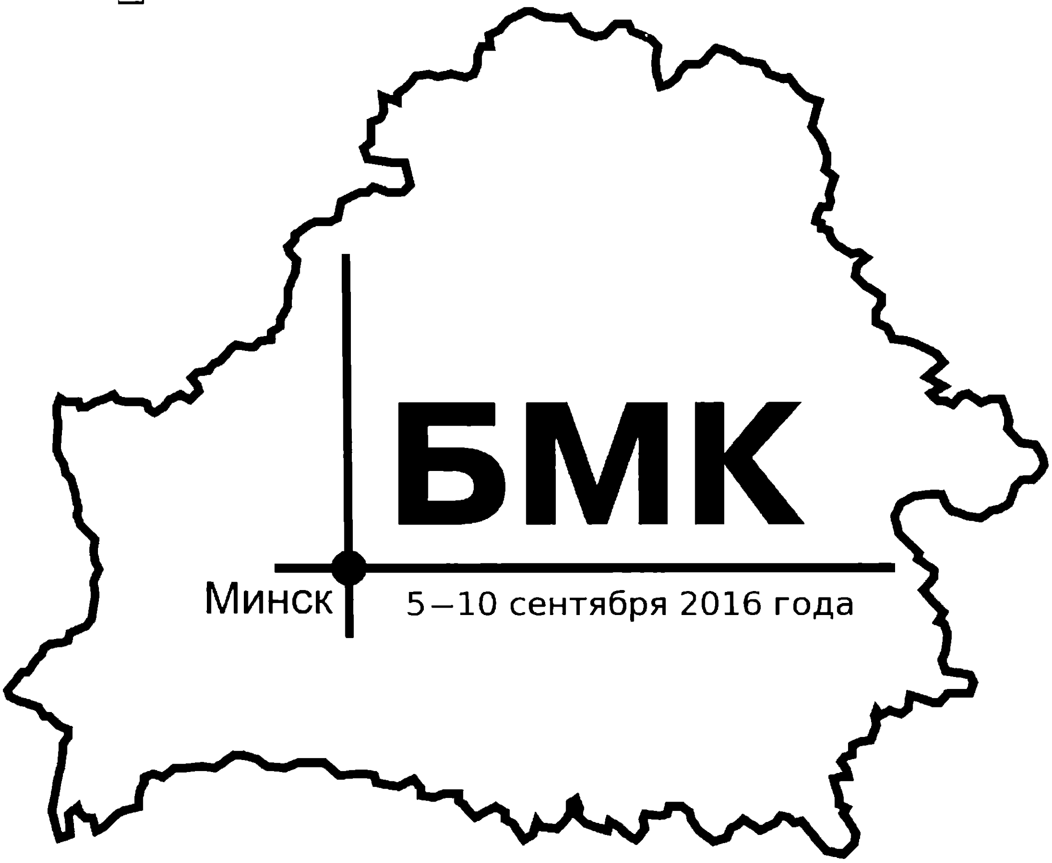

Международная научная конференция «XII Белорусская математическая конференция»

Материалы конференции

Часть 3

5 – 10 сентября 2016 года
Минск, Беларусь

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Международная научная конференция «XII Белорусская математическая конференция»

Материалы конференции

Часть 3

Вычислительная математика
Математическое моделирование и математическая физика
Теоретическая и прикладная механика

МИНСК 2016

УДК 51
ББК 22.1
Д15

Редактор *С. Г. Красовский*

*Конференция проводится при финансовой поддержке
Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований*

XII Белорусская математическая конференция: материалы Междунар. на
Д 15 конф. Минск, 5 – 10 сентября 2016 г. В 5 ч. / Ред. С. Г. Красовский. — Часть 3. — М
Институт математики НАН Беларуси, 2016. — 110 с.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)
ISBN 978-985-6499-90-9

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XII Белорусской математической кон
ренции по следующим направлениям: вычислительная математика, математическое моделирова
и математическая физика, теоретическая и прикладная механика.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)
ISBN 978-985-6499-90-9

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

ОСНОВНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ В ФОРМЕ УРАВНЕНИЯ ЛИУВИЛЛЯ

Э.А. Айрян [1], **А.Д. Егоров** [2], **Е.Г. Еферина** [3], **Д.С. Кулябов** [1,3], **В.Б. Малютин** [2], **Л.А. Севастьянов** [1,3]

[1] Объединённый институт ядерных исследований, Дубна, Россия
ayrjan@jinr.ru, yamadharma@gmail.com, leonid.sevast@gmail.com
[2] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
egorov@im.bas-net.by, malyutin@im.bas-net.by
[3] Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
eg.eferina@gmail.com

Для реализации абстрактного подхода используется представление чисел заполнения. Для изменения состояния системы используют операторы рождения и уничтожения [1]. Методика применения формализма вторичного квантования для неквантовых систем (статистических, детерминированных) была рассмотрена в целом ряде статей [2, 3].

Взаимодействие элементов системы описывается с помощью схем взаимодействия (см. рис. 1, 2):

$$I_j^{i\underline{\alpha}} \varphi^j \underset{{}^{-}k_{\underline{\alpha}}}{\overset{{}^{+}k_{\underline{\alpha}}}{\rightleftharpoons}} F_j^{i\underline{\alpha}} \varphi^j, \tag{1}$$

здесь греческие индексы задают количество взаимодействий, а латинские — размерность системы. Коэффициенты ${}^{+}k_{\underline{\alpha}}$ и ${}^{-}k_{\underline{\alpha}}$ имеют смысл интенсивности (скорости) взаимодействия.

Рис. 1. Прямая реакция

Рис. 2. Обратная реакция

Здесь используются операторы рождения (π) и уничтожения (a) :

$$\pi|n\rangle = |n+1\rangle, \quad a|n\rangle = n|n-1\rangle, \quad [a, \pi] = 1.$$

В формализме чисел заполнения основное кинетическое уравнение переходит в уравнение Лиувилля:

$$\frac{\partial}{\partial t}|\varphi(t)\rangle = L|\varphi(t)\rangle.$$

Оператор Лиувилля, записывается через схемы взаимодействия (1) в следующем виде:

$$L = \sum_{\underline{\alpha}, \underline{i}} \left[{}^{+}k_{\underline{\alpha}} \left(\pi_{\underline{i}}^{F^{i\underline{\alpha}}} - \pi_{\underline{i}}^{I^{i\underline{\alpha}}} \right) a_{\underline{i}}^{I^{i\underline{\alpha}}} + {}^{-}k_{\underline{\alpha}} \left(\pi_{\underline{i}}^{I^{i\underline{\alpha}}} - \pi_{\underline{i}}^{F^{i\underline{\alpha}}} \right) a_{\underline{i}}^{F^{i\underline{\alpha}}} \right].$$

При сравнении операторного метода с комбинаторным методом стохастизации одношаговых процессов показана их эквивалентность. Введённый формализм представляется удобным для унифицированного описания стохастических систем.

Работа частично поддержана грантами РФФИ №№ 14–01–00628, 15–07–08795, 16–07–00556, а также грантом Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф16Д–002).

Литература

1. Hnatic M., Eferina E. G., Korolkova A. V. Kulyabov D. S., Sevastyanov L. A. *Operator Approach to the Master Equation for the One-Step Process* // EPJ Web of Conferences. 2016. Vol. 108.

2. Doi M. *Second quantization representation for classical many-particle system* // Journal of Physics A: Mathematical and General. 1976. Vol. 9.

3. Demidova A. V., Korolkova A. V., Kulyabov D. S., Sevastianov L. A. *The method of stochastization of one-step processes* // Mathematical Modeling and Computational Physics. Dubna: JINR, 2013.

ОЦЕНКА КРИТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ СОЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ПРИ КОТОРЫХ ВОЗМОЖНА ЕЕ ДЕСТАБИЛИЗАЦИЯ

Е.К. Басаева [1], **Е.С. Каменецкий** [2], **З.Х. Хосаева** [2]

[1] Южный математический институт — филиал ВНЦ РАН, Владикавказ, Россия
helen@smath.ru
[2] Владикавказский научный центр РАН, Владикавказ, Россия
esk@smath.ru, hzaiac83@mail.ru

В работе [1] предложена модель напряженности, возникающей при взаимодействии двух социальных групп — элиты и трудящихся. Напряженность каждой социальной группы описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{dP_i}{dt} = \gamma_i[1 - \eta_i(1 - \beta_i)]U_i + \gamma_i[\eta_i(U_i + \beta_i(1 - 2U_i)) - 1]P_i, \quad i = 1, 2, \tag{1}$$

где $P_i \in [0, 1]$ — напряженность группы ($P_i = 0$ соответствует полному полному отсутствию напряженности, $P_i = 1$ — максимально возможной напряженности); U_i — управляющий параметр, характеризующий влияние изменения экономической ситуации или другой социальной группы $U_i \in [0, 1]$; γ_i — интенсивность восприятия воздействия; η_i — внутренняя тенденция к усилению воздействия, $\eta_i \in [0, 1]$; β_i — склонность к восприятию воздействия, $\beta_i \in [-1, 1]$.

В [1] рассматривался частный случай этой модели. А именно, в уравнении для трудящихся ($i = 1$) склонность к восприятию воздействия элиты считалась максимальной ($\beta_1 = 1$), а в уравнении для элиты ($i = 2$) внутренняя тенденция к усилению воздействия трудящихся на элиту отсутствовала ($\eta_2 = 0$). Было получено, что соответствующая система дифференциальных уравнений в области допустимых значений P_i, $i = 1, 2$, при различных значениях управляющих параметров U_i может иметь одну стационарную точку, две или не иметь ни одной [1].

Общий случай включает в себя множество частных случаев взаимодействия любых двух (или более) социальных групп. Например, подобные системы уравнений можно использовать для описания взаимодействия групп разделенных по этническому, конфессиональному, возрастному и т. п. признакам. Представляет интерес качественный анализ общей модели с произвольными значениями коэффициентов из допустимых диапазонов.

СОДЕРЖАНИЕ

Вычислительная математика

Математическое моделирование и математическая физика