

**ИНФОРМАЦИОННО-
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ СИСТЕМ**

**Материалы
Всероссийской конференции
с международным участием**

Москва, РУДН, 20–24 апреля 2015 года

УДК 004.007 (063)

ББК 32.81

И74

Организаторы конференции: Российский университет дружбы народов;

Московский технический университет связи и информатики;

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук;

Лаборатория информационных технологий Объединённого института ядерных исследований.

Мероприятие проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 15-07-20169.

Программный комитет: Башарин Г. П., д.т.н., проф., РУДН; Боголюбов А. Н., д.ф.-м.н., проф., МГУ; Вилинский С. И., д.ф.-м.н., проф., ЛТФ ОИЯИ; Вишневский В. М., д.т.н., проф., НПФ «ИНСЕТ»; Гайдамака Ю. В., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Гнатич М. М., проф., University P.J. Safarik, Kosice, Словакия; Гольдштейн Б. С., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Гудкова И. А., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Дружинина О. В., д.ф.-м.н., проф., ВЦ (ФИЦ ИУ РАН); Ефимушкин В. А., к.ф.-м.н., доцент, ОАО «Интеллект Телеком»; Кореньков В. В., д.т.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Крянев А. В., д.ф.-м.н., проф., НИЯУ «МИФИ»; Кулябов Д. С., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Кучерявый А. Е., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Кучерявый Е. А., проф., Tampere University of Technology, Финляндия; Ланеев Е. Б., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Мартикайнен О. Е., проф., Service Innovation Research Institute, Финляндия; Наумов В. А., проф., Service Innovation Research Institute, Финляндия; Осипов Г. С., д.ф.-м.н., проф., ИСА (ФИЦ ИУ РАН); Пузынин И. В., д.ф.-м.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Пшеничников А. П., к.т.н., проф., МТУСИ; Ромашкова О. Н., д.т.н., проф., МГПУ; Самуйлов К. Е., д.т.н., проф., РУДН; Севастьянов А. Л., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Севастьянов Л. А., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Степанов С. Н., д.т.н., проф., ОАО «Интеллект Телеком»; Стрельцова О. И., к.ф.-м.н., с.н.с., ЛИТ ОИЯИ; Толмачев И. Л., к.ф.-м.н., проф., РУДН; Хачумов В. М., д.т.н., проф., ИСА (ФИЦ ИУ РАН); Цирулев А. Н., д.ф.-м.н., проф., ТвГУ; Цитович И. И., д.ф.-м.н., доцент, ИПИ РАН; Шоргин С. Я., д.ф.-м.н., проф., ИПИ ФИЦ ИУ РАН; Щетинин Е. Ю., д.ф.-м.н., проф., СТАНККИН.

Оргкомитет:

Председатель: Самуйлов К. Е., д.т.н., профессор, РУДН.

Сопредседатели: Севастьянов Л. А., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Толмачёв И. Л., к.ф.-м.н., профессор, РУДН.

Учёный секретарь: Острикова Д. Ю., РУДН

Члены оргкомитета: Никитина Е. В., к.х.н., зам. декана РУДН; Гайдамака Ю. В., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Гудкова И. А., к.ф.-м.н., РУДН; Демидова А. В., РУДН; Диваков Д. В., РУДН; Королькова А. В., к.ф.-м.н., РУДН; Кулябов Д. С., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Масловская Н. Д., РУДН; Соченков И. В., к.ф.-м.н., РУДН; Таланова М. О., РУДН.

Секции:

Теория телеграфика и ее применения

Сопредседатели: д.т.н., проф. Башарин Г. П. (РУДН), к.т.н., проф. Пшеничников А. П. (МТУСИ), к.ф.-м.н. Гудкова И. А. (РУДН).

Секретарь: Масловская Н. Д. (РУДН).

Сети связи следующего поколения: управление, качество, архитектура

Сопредседатели: д.т.н., проф. Самуйлов К. Е. (РУДН), д.т.н., проф. Вишневский В. М. (НПФ),

к.ф.-м.н., доцент Гайдамака Ю. В. (РУДН).

Секретарь: Таланова М. О. (РУДН)

Прикладные информационные системы

Сопредседатели: проф. Осипов Г. С., ИСА (ФИЦ ИУ РАН), проф. Толмачев И. Л. (РУДН).

Секретарь: к.ф.-м.н. Соченков И. В. (РУДН).

Высокопроизводительные технологии распределенных вычислений

Сопредседатели: д.т.н., проф. Кореньков В. В. (ЛИТ ОИЯИ), к.ф.-м.н., доцент Кулябов Д. С. (РУДН).

Секретарь: к.ф.-м.н. Королькова А. В. (РУДН).

Математическое моделирование

Сопредседатели: д.ф.-м.н., проф. Севастьянов Л. А. (РУДН), д.ф.-м.н., проф. Крянев А. В. (НИЯУ «МИФИ»), д.ф.-м.н., проф. Дружинина О. В., ВЦ (ФИЦ ИУ РАН).

Секретари: Демидова А. В. (РУДН), Диваков Д. В. (РУДН).

И74

Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем : материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, РУДН, 20–24 апреля 2015 г. — Москва : РУДН, 2015. — 332 с. : ил.

ISBN 978-5-209-06416-9

УДК 004.007(063)

ББК 32.81

© Коллектив авторов, 2015

© Российский университет дружбы народов, Издательство, 2015

Будочкина С. А. Симметрии уравнений и связанные с ними алгебраические структуры	228
Буурулдай А. Э., Шорохов С. Г. Построение дельта- и гамма-нейтральных портфелей опционов	230
Вальда Васкес Л. Реализация алгоритмов AQM в ns-3	232
Васильев С. А., Болотова Г. О., Урусова Д. А. Построение асимптотических решений бесконечных систем нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром и неоднородные счетные цепи Маркова	235
Васильев С. А., Канзитдинов С. К., Коршок Е. О. Построение асимптотических решений сингулярно возмущенных стохастических дифференциальных уравнений бесконечного порядка	236
Васильев С. А., Полежаева И. С. Построение асимптотического решения краевой задачи для уравнения Кадышевского с периодическими краевыми условиями	238
Велиева Т. Р. Моделирование управляющего модуля маршрутизатора типа RED на GNS3	239
Вельможный Д. Э. О выборе и внедрении DLP-системы	242
Геворкян М. Н., Кулябов Д. С., Севастьянов Л. А., Егоров А. Д. Обзор стохастических методов Рунге-Кутты	245
Герасимов А. А., Пиунова А. П. Сравнительный анализ реализации протоколов Диффи-Хеллмана и Эль-Гамала в эллиптической криптографии	249
Дашицыренов Г. Д. Постановка и решение задачи компьютерного синтеза тонкоплочной обобщенной волноводной линзы Люнеберга	252
Демидова А. В., Дружинина О. В., Масина О. Н. Построение стохастической модели динамики популяций, учитывающей конкуренцию и миграцию видов	255
Денисович А. П., Матюшенко С. И. Сравнительный анализ принципов назначения страховых премий в области краткосрочного страхования жизни	259
Диваков Д. В., Тютюнник А. А. Применение метода Канторовича к задаче моделирования открытых волноводов	263
Дружинина О. В., Масина О. Н. Подход к исследованию систем интеллектуального управления на основе сравнительного анализа полиномиальных TS-моделей	265
Еферица Е. Г., Королькова А. В., Кулябов Д. С., Малютин В. Б. Операторный метод для одношаговых процессов	269
Зорин А. В. Компьютерная реализация модели квантовых измерений	272
Игонина Е. В. Моделирование маятниковых систем интеллектуального управления	275
Камнев А. В., Велиева Т. Р., Королькова А. В., Кулябов Д. С. Имитационное моделирование алгоритма RED в симуляторе NS-3	279
Касимов Ю. Ф., Мальцева Т. А. Анализ связи финальных потерь портфеля однородных ссуд и ранних показателей просрочки коммерческого банка	283
Крянев А. В., Пинегин А. А., Климанов С. Г., Рыжов А. А. Схемы выявления аномалий энерговыделения в активных зонах ядерных реакторов	286
Кузив Я. Ю. Компьютерная модель замкнутой развивающейся экономики на основе модели Чернавского	289

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД ДЛЯ ОДНОШАГОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Ефери́на Е. Г.¹, Коро́лькова А. В.¹, Куля́бов Д. С.^{1,2}, Малу́тин В. Б.³

¹Российский университет дружбы народов, *eg.eferina@gmail.com, akorolkova@sci.pfu.edu.ru, ds@sci.pfu.edu.ru*

²Лаборатория информационных технологий, Объединённый институт ядерных исследований, ул. Жолио-Кюри 6, Дубна, Московская область, Россия, 141980

³Институт математики НАН Беларуси, Белоруссия, 220072, г. Минск, ул. Сурганова, 11, *no@mail.ru*

Адаптирован операторный метод решения стохастических дифференциальных уравнений для одношаговых процессов.

Ключевые слова: операторный метод, стохастические дифференциальные уравнения, модель «хищник-жертва», основное кинетическое уравнение.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14-01-00628, 15-07-08795, договором с БРФФИ № Ф14Д-002.

Введение

При решении основного кинетического уравнения, которое описывает одношаговые процессы, возникают проблемы. Решение формально представляется в форме матричной экспоненты и расходится.

В работе описывается адаптированный операторный подход квантовой теории поля (КТП) для решения задач, связанных с одношаговыми процессами. Операторный метод состоит из следующих частей:

- запись основного кинетического уравнения в операторной форме и определение гамильтониана,
- разложение гамильтониана в ряд,
- применение оператора хронологического упорядочения Дайсона к решению основного кинетического уравнения,
- переход к хронологическому оператору Вика,
- получение точного решения с помощью диаграмм Фейнмана.

Метод стохастизации одношаговых процессов

Метод стохастизации одношаговых процессов позволяет нам на основе схем взаимодействия получить операторы изменения состояний и интенсивности переходов [1]. Используя их, можно получить основное кинетическое уравнение в следующем виде:

$$\dot{P}(t, n) = s^-(n+1)P(t, n+1) - s^+(n)P(t, n) + s^+(n-1)P(t, n-1) - s^-(n)P(t, n), \quad (1)$$

где s^+ и s^- – интенсивности переходов.

Операторный метод

Полученное с помощью метода стохастизации одношаговых процессов основное кинетическое уравнение представим в операторной форме, для этого воспользуемся формализмом Дирака [2]:

$$\dot{P}(t, n) = (a^\dagger - I)s^-(n)P(t, n) + (a - I)s^+(n)P(t, n), \quad (2)$$

где a^\dagger – оператор рождения, a – оператор гибели.

Определим действие операторов рождения и гибели следующим образом [2-3]:

$$a|0\rangle = 0, \quad a^\dagger|n\rangle = |n+1\rangle, \quad a|n\rangle = |n-1\rangle,$$

$$[a, a^\dagger] = aa^\dagger - a^\dagger a = I, \quad \langle n|m\rangle = \delta_{nm}.$$

Здесь $|0\rangle$ – вакуумное состояние, $|n\rangle$ – вектор состояния, $\langle n|m\rangle$ – нормировка, I – единичный оператор.

Для того чтобы перейти к гамильтонову формализму, запишем основное кинетическое уравнение в каноническом виде:

$$\frac{d|P_t\rangle}{dt} = H|P_t\rangle, \quad (3)$$

где $|P_t\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P(t, n) |n\rangle$, H – гамильтониан.

Запишем уравнение (3), используя скобку Пуассона, чтобы применить теорию возмущений для нахождения решения

$$\varphi_n = \{\varphi_n, H(\varphi, t)\}, \quad n = \overline{1, \infty}. \quad (4)$$

Представим гамильтониан $H(\varphi, t)$ в виде $H = H_0 + h$, чтобы уравнения

$$\dot{\varphi}_n = \{\varphi_n, H_0(\varphi, t)\} \quad (5)$$

имели точное решение $\varphi_n = \varphi_n(\varphi', t)$. Координаты φ'_n удовлетворяют уравнениям:

$$\dot{\varphi}'_n = \{\varphi'_n, H'(\varphi', t)\} \quad (6)$$

с гамильтонианом $H'(z', t) = \hat{h}(\varphi(\varphi', t), t)$.

Решив уравнения (5) и (6) и обозначив $\widetilde{\varphi}_n \equiv \varphi_n(\varphi'_0, t)$, $\widetilde{\varphi}_{n\alpha} \equiv \varphi_n(\varphi'_0, t_\alpha)$, можем записать решение уравнения (4) в виде ряда:

$$\varphi_n = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{t_0}^{t_{k-1}} dt_k \hat{h}(t_k) \hat{h}(t_{k-1}) \cdots \hat{h}(t_1) \widetilde{\varphi}_n,$$

где оператор $\hat{h}(t_\alpha)$ определяется по формуле:

$$\hat{h}(t_\alpha) = \omega_{\alpha\beta} \frac{\partial h(\widetilde{\varphi}_\alpha, t_\alpha)}{\partial \varphi'_\beta} \frac{\partial}{\partial \varphi'_{\alpha 0}}, \quad \alpha, \beta = \overline{1, \infty}.$$

Область интегрирования ограничена условиями $t_0 \leq t_1 \leq t, t_\alpha \leq t_{\alpha-1}$. Это ограничение можно устранить введение хронологического оператора Дайсона P , который, действуя на произведение операторов, располагает их в хронологическом порядке. Тогда решение можно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} \varphi_n &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{t_0}^{t_{k-1}} dt_k P \hat{h}(t_1) \hat{h}(t_2) \cdots \hat{h}(t_k) \widetilde{\varphi}_n, \\ \varphi_n &= P \exp \left(\int_{t_0}^t dt \hat{h}(t) \right) \widetilde{\varphi}_n. \end{aligned}$$

Так как мы хотим учитывать статистику, то перейдем от оператора Дайсона к оператору Вика. Оператор Вика T располагает произведение операторов в порядке возрастания временных аргументов так, что операторы, соответствующие более поздним моментам времени стоят слева от тех, которые соответствуют более ранним моментам, а общий знак выражения определяется четностью перестановок фермиевских операторов. Оператор Вика имеет следующий вид:

$$T\{\varphi(t_1)\varphi(t_2)\} =: \varphi(t_1)\varphi(t_2): + \varphi(t_1)^{\text{B}}\varphi(t_2)^{\text{B}}.$$

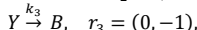
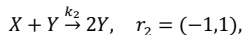
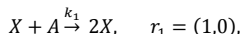
Диаграммы Фейнмана

Диаграммы Фейнмана – наглядный и эффективный способ описания взаимодействий в КТП. Основными элементами диаграммы Фейнмана являются вершины, внутренние и внешние линии. Правила Фейнмана сопоставляют каждому элементу диаграммы определенные математические величины и операции.

Таким образом, ряд можно проиллюстрировать с помощью диаграмм Фейнмана и получить точное решение.

Получение гамильтониана для модели «хищник-жертва»

Рассмотрим модель системы «хищник-жертва», состоящую из особей двух видов, один из них охотится за другим, который обеспечен неисчерпаемыми пищевыми ресурсами. Обозначив X – жертва, Y – хищник, запишем схемы взаимодействия:



которые имеют следующую интерпретацию. Первое соотношение означает, что жертва, которая съедает единицу пищи, немедленно репродуцирует. Второе соотношение описывает поглощение жертвы хищником и мгновенное репродуцирование хищника. Последнее соотношение – естественная смерть хищника.

Все процессы необратимы, поэтому $s^- = 0$,

$$s_1^+(x, y) = k_1 \frac{x!}{(x-1)!} \frac{y!}{y!} = k_1 x, \quad s_2^+(x, y) = k_2 \frac{x!}{(x-1)!} \frac{y!}{(y-1)!} = k_2 xy,$$

$$s_3^+(x, y) = k_3 \frac{x!}{x!} \frac{y!}{(y-1)!} = k_3 y.$$

Основное кинетическое уравнение в операторной форме имеет следующий вид:

$$\frac{\partial P(n, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 (a - I) s_i^+(n) P(n, t).$$

Таким образом, для модели «хищник-жертва» гамильтониан имеет вид:

$$H = \sum_{i=1}^3 (a - I) s_i^+(n).$$

Выводы

Получен адаптированный операторный метод для одношаговых процессов, описанных основным кинетическим уравнением. Метод позволяет корректно решать уравнения с матричной экспонентой и снимает проблему расходимости решения.

Применение метода проиллюстрировано на модели «хищник-жертва».

Литература

1. Eferina E.G. et al. One-Step Stochastic Processes Simulation Software Package // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series «Mathematics. Information Sciences. Physics». 2014. № 3. P. 46-59.
2. Hnatič M., Honkonen J., Lučivjanský T. Field-theoretic technique for irreversible reaction processes // Physics of Particles and Nuclei. 2013. № 2. P. 316-348.
3. Doi M. Second quantization representation for classical many-particle system // Journal of Physics A: Mathematical and General. 1976. № 9. P. 1465-1477.

OPERATOR METHOD FOR ONE-STEP PROCESSES

Eferina E.G.¹, Korolkova A.V.¹, Kulyabov D.S.^{1,2}, Malutin V.B.³

¹Peoples' Friendship University of Russia, eg.eferina@gmail.com, akorolkova@sci.pfu.edu.ru, ds@sci.pfu.edu.ru

²Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research, Russia, 141980, Dubna, Moskovskaya obl., Joliot-Curie st., 6

³Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Belarus, 220072, Minsk, Surganov str., no@mail.ru

Operator method was adapted for solving stochastic differential equations for one-step processes.

Key words: operator method, stochastic differential equations, the "predator-prey" model, master equation.

The work is partially supported by RFBR grants No's 14-01-00628 and 15-07-08795, agreement with BRFFR No F14D-002.