

**Международная научная конференция
«XII Белорусская математическая конференция»**

Материалы конференции

Часть 3

**5 – 10 сентября 2016 года
Минск, Беларусь**

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Международная научная конференция
«XII Белорусская математическая конференция»**

Материалы конференции

Часть 3

**Вычислительная математика
Математическое моделирование и математическая физика
Теоретическая и прикладная механика**

МИНСК 2016

УДК 51
ББК 22.1
Д15

Редактор *С. Г. Красовский*

*Конференция проводится при финансовой поддержке
Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований*

ХII Белорусская математическая конференция: материалы Междунар. на-
Д15 конф. Минск, 5–10 сентября 2016 г. В 5 ч. / Ред. С. Г. Красовский. — Часть 3. — М.
Институт математики НАН Беларуси, 2016. — 110 с.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)

ISBN 978-985-6499-90-9

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на ХII Белорусской математической кон-
ференции по следующим направлениям: вычислительная математика, математическое моделирова-
и математическая физика, теоретическая и прикладная механика.

ISBN 987-985-7160-01-3 (Часть 3)

ISBN 978-985-6499-90-9

© Коллектив авторов,
© Институт математики НАН Беларуси,

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

ОСНОВНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ В ФОРМЕ УРАВНЕНИЯ ЛИУВИЛЛЯ

Э.А. Айрян¹, А.Д. Егоров², Е.Г. Еферица³, Д.С. Кулябов^{1,3},
В.Б. Малютин², Л.А. Севастьянов^{1,3}

¹ Объединённый институт ядерных исследований, Дубна, Россия
ayrjan@jinr.ru, yamadharm@gmail.com, leonid.sevast@gmail.com

² Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
egorov@im.bas-net.by, malyutin@im.bas-net.by

³ Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
eg.eferina@gmail.com

Для реализации абстрактного подхода используется представление чисел заполнения. Для изменения состояния системы используют операторы рождения и уничтожения [1]. Методика применения формализма вторичного квантования для некантовых систем (статистических, детерминированных) была рассмотрена в целом ряде статей [2, 3].

Взаимодействие элементов системы описывается с помощью схем взаимодействия (см. рис. 1, 2):

$$I_j^{i\alpha} \varphi^j \xrightleftharpoons[\underline{-k_\alpha}]{\underline{+k_\alpha}} F_j^{i\alpha} \varphi^j, \quad (1)$$

здесь греческие индексы задают количество взаимодействий, а латинские — размерность системы. Коэффициенты $\underline{+k_\alpha}$ и $\underline{-k_\alpha}$ имеют смысл интенсивности (скорости) взаимодействия.

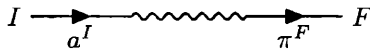


Рис. 1. Прямая реакция

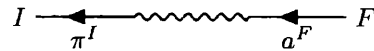


Рис. 2. Обратная реакция

Здесь используются операторы рождения (π) и уничтожения (a):

$$\pi|n\rangle = |n+1\rangle, \quad a|n\rangle = n|n-1\rangle, \quad [a, \pi] = 1.$$

В формализме чисел заполнения основное кинетическое уравнение переходит в уравнение Лиувилля:

$$\frac{\partial}{\partial t} |\varphi(t)\rangle = L |\varphi(t)\rangle.$$

Оператор Лиувилля, записывается через схемы взаимодействия (1) в следующем виде:

$$L = \sum_{\alpha, i} \left[\underline{+k_\alpha} \left(\pi_i^{F^{i\alpha}} - \pi_i^{I^{i\alpha}} \right) a_i^{I^{i\alpha}} + \underline{-k_\alpha} \left(\pi_i^{I^{i\alpha}} - \pi_i^{F^{i\alpha}} \right) a_i^{F^{i\alpha}} \right].$$

При сравнении операторного метода с комбинаторным методом стохастизации одношаговых процессов показана их эквивалентность. Введённый формализм представляется удобным для унифицированного описания стохастических систем.

Работа частично поддержана грантами РФФИ №№ 14–01–00628, 15–07–08795, 16–07–00556, а также грантом Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф16Д–002).

Литература

1. Hnatic M., Eferina E. G., Korolkova A. V., Kulyabov D. S., Sevastyanov L. A. *Operator Approach to the Master Equation for the One-Step Process* // EPJ Web of Conferences. 2016. Vol. 108.
2. Doi M. *Second quantization representation for classical many-particle system* // Journal of Physics A: Mathematical and General. 1976. Vol. 9.
3. Demidova A. V., Korolkova A. V., Kulyabov D. S., Sevastianov L. A. *The method of stochastization of one-step processes* // Mathematical Modeling and Computational Physics. Dubna: JINR, 2013.

ОЦЕНКА КРИТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ СОЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ПРИ КОТОРЫХ ВОЗМОЖНА ЕЕ ДЕСТАБИЛИЗАЦИЯ

Е.К. Басаева¹, Е.С. Каменецкий², З.Х. Хосаева²

¹ Южный математический институт — филиал ВНИИ РАН, Владикавказ, Россия
helen@smath.ru

² Владикавказский научный центр РАН, Владикавказ, Россия
esk@smath.ru, hzaia83@mail.ru

В работе [1] предложена модель напряженности, возникающей при взаимодействии двух социальных групп — элиты и трудящихся. Напряженность каждой социальной группы описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{dP_i}{dt} = \gamma_i[1 - \eta_i(1 - \beta_i)]U_i + \gamma_i[\eta_i(U_i + \beta_i(1 - 2U_i)) - 1]P_i, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где $P_i \in [0, 1]$ — напряженность группы ($P_i = 0$ соответствует полному отсутствию напряженности, $P_i = 1$ — максимально возможной напряженности); U_i — управляющий параметр, характеризующий влияние изменения экономической ситуации или другой социальной группы $U_i \in [0, 1]$; γ_i — интенсивность восприятия воздействия; η_i — внутренняя тенденция к усилению воздействия, $\eta_i \in [0, 1]$; β_i — склонность к восприятию воздействия, $\beta_i \in [-1, 1]$.

В [1] рассматривался частный случай этой модели. А именно, в уравнении для трудящихся ($i = 1$) склонность к восприятию воздействия элиты считалась максимальной ($\beta_1 = 1$), а в уравнении для элиты ($i = 2$) внутренняя тенденция к усилению воздействия трудящихся на элиту отсутствовала ($\eta_2 = 0$). Было получено, что соответствующая система дифференциальных уравнений в области допустимых значений P_i , $i = 1, 2$, при различных значениях управляющих параметров U_i может иметь одну стационарную точку, две или не иметь ни одной [1].

Общий случай включает в себя множество частных случаев взаимодействия любых двух (или более) социальных групп. Например, подобные системы уравнений можно использовать для описания взаимодействия групп разделенных по этническому, профессиональному, возрастному и т. п. признакам. Представляет интерес качественный анализ общей модели с произвольными значениями коэффициентов из допустимых диапазонов.

СОДЕРЖАНИЕ

Вычислительная математика

Айрян Э.А., Егоров А.Д., Кулябов Д.С., Малютин В.Б., Севастьянов В.А. Метод функциональных интегралов для стохастических уравнений	3
Баханович С.В., Соболевский П.И. Применение двухуровневого тайлинга при отображении алгоритмов на параллельные вычислительные системы	4
Бобков В.В. Построение вычислительных алгоритмов для начальных задач с использованием принципа обратной связи	5
Бондарь И.В., Фалейчик Б.В. Обратно-смещенный предобусловливатель для обобщенных итераций Пикара	6
Дирвук Е.В. Разработка библиотеки процедур для приближенного вычисления интегралов	7
Ивановский Л.И. Фазовые перестройки динамических систем с импульсными воздействиями	8
Лаврова О.А., Полевилов В.К. Численное моделирование неустойчивости магнитоэлектронной капли в капилляре	9
Лемешевский С.В. Численное решение смешанных задач для волнового уравнения с негладкими входными данными	10
Лиходед Н.А., Толстикова А.А. Получение коммуникационных операций параллельных зернистых алгоритмов	11
Малютин В.Б. Использование последовательностей Штурма для решения уравнений Фоккера — Планка	12
Мартыненко С.И., Толкачев П.Д., Волохов В.М., Волохов А.В., Яновский В.С. Многосеточные методы: достижения и проблемы	13
Матус П.П. О монотонных и разностных схемах повышенного порядка точности	14
Матусик О.В. Априорный выбор параметра регуляризации в явном методе итераций решения некорректных задач	15
Матюшкин И.В. Особенности численного решения классических уравнений математической физики на гексагональной сетке с помощью клеточных автоматов с непрерывными значениями	16
Михайлов А.В. Операторные уравнения первого рода с нормальными операторами	17
Полещук М.А., Лиходед Н.А. Построение двумерных зернистых вычислительных процессов	18
Поляков Д.Б. О согласованных двусторонних оценках решений квазилинейных параболических уравнений и их аппроксимаций	19
Репников В.И. Использование групповых свойств дифференциальной задачи при ее численном решении	20
Туен В.Т.К. Монотонные разностные схемы для одномерной нелинейной модели Biot	21
Фалейчик Б.В. Безматричные двухшаговые итерационные процессы с подавлением медленных компонент	21
Хиеу Л.М. Монотонные разностные схемы для параболического уравнения	22
Чуйко М.М., Королева О.М. Исследование устойчивости неявной разностной схемы для нелинейного уравнения переноса	23
Якименко Т.С. Прямой метод решения сингулярных интегральных уравнений первого рода с кратными ядрами Гильберта	24
Янович Л.А., Игнатенко М.В. Интерполяционные формулы для функций, заданных на множестве квадратных матриц с умножением по Йордану	26
Янович Л.А., Худяков А.П. Формулы квадратичной матричной интерполяции на множестве некоммутируемых матриц	27
Atanasova P., Georgieva A., Popova L. Fixed point method for solving two-dimensional nonlinear Fredholm fuzzy functional integral equation	28

Podhaisky H., Butcher J. Analysing and constructing high order G -symplectic methods	28
Schadinskii D.A. The role of conservation laws in blow-up problems for nonlinear parabolic equations	29

Математическое моделирование и математическая физика

Айрян Э.А., Егоров А.Д., Еферица Е.Г., Кулябов Д.С., Малютин В.Б., Севастьянов Л.А. Основное кинетическое уравнение в форме уравнения Лиувилля	30
Басаева Е.К., Каменецкий Е.С., Хосаева З.Х. Оценка критических значений параметров социальной системы, при которых возможна ее дестабилизация	31
Буяльская Ю.В., Волков В.М. Численное моделирование бистабильных режимов оптоволоконных усилителей на основе вынужденного комбинационного рассеяния	32
Ватульян А.О., Юров В.О. О спектральных пучках операторов и их приложениях к исследованию дисперсионных соотношений для пьезоэлектрических волноводов с затуханием	33
Вирченко Ю.П., Субботин А.В. Четномерные обратимые динамические системы	34
Волков В.М., Гуревский А.Н. Двухпараметрическая оптимизация компактных разностных схем спектрального разрешения для нелинейных уравнений Шредингера	35
Волков В.М., Проконина Е.В. Разностные схемы и итерационные методы для многомерных эллиптических задач анизотропной диффузии	36
Гермидер О.В., Попов В.Н. Математическое моделирование процесса переноса тепла в прямоугольном канале в задаче о течении Пуазейля	37
Громыко Г.Ф., Жерело А.В., Баханович С.В. Трехмерное моделирование турбулентных течений в сжимаемых средах на суперкомпьютерах с распределенной памятью	38
Громыко Г.Ф., Мацука Н.П., Ильющенко А.Ф., Шевцов А.И. Математическое моделирование СВС-процесса при формировании износостойких композиционных покрытий типа связующее звено — карбидная фаза	40
Ермаков В.В., Табатадзе В.В. Математическая модель возникновения волн сгущения в транспортном потоке	41
Ерофеев В.Т., Громыко Г.Ф., Заяц Г.М. Численное моделирование нелинейных краевых задач экранирования с интегральными граничными условиями	42
Заика Ю.В. Моделирование ТДС-спектра дегидрирования с учетом сжатия и теплопоглощения	43
Заика Ю.В., Костикова Е.К. Моделирование термодесорбции водорода	44
Заика Ю.В., Родченкова Н.И. Моделирование гидрирования циркониевого сплава	45
Игнатенко В.В. Линейные математические модели в лесной промышленности	46
Карнилович С.П., Ловецкий К.П., Севастьянов Л.А., Щесняк Е.Л. Сейсмоизолирующие системы на основе кинематических опор А. М. Курзанова	48
Корзюк В.И., Винь Н.В. Классические решения задач для гиперболического уравнения четвертого порядка	49
Корзюк В.И., Козловская И.С. Классические решения смешанных задач со смешанными граничными условиями	50
Корзюк В.И., Мандрик А.А. Классическое решение граничной задачи для нестрогого гиперболического уравнения третьего порядка	51
Корзюк В.И., Наумовец С.Н. Классическое решение первой смешанной задачи одномерного волнового уравнения с дифференциальными полиномами второго порядка в граничных условиях	52
Корзюк В.И., Пузырный С.И. Классическое решение смешанных задач для одномерного волнового уравнения с негладкими условиями Коши	52
Куликов А.Н., Куликов Д.А. Уравнение Курамото — Сивашинского. Существование аттрактора, все решения на котором неустойчивы	53
Куликов А.Н., Секацкая А.В. О влиянии выбора краевых условий на динамику решений обобщенного уравнения Курамото — Сивашинского	54
Курочка К.С., Комракова Е.В. Конечно-элементная математическая модель напряженно-деформированного состояния пластины с учетом термоупругости	56