Министерство образования и науки Российской Федерации
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

IV МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

СБОРНИК ДОКЛАДОВ

(Москва, НИЯУ МИФИ, 5–7 апреля)

Москва, 2016

УДК 51(06)+53(06)
ББК 22.1г+22.3г
М43

Ответственные редакторы: *Н.А. Кудряшов, О.В. Нагорнов, С.В. Попруженко*
Составители: *И.Ю. Гаюр, Е.Е. Городничев, Ю.С. Иванова, М.Б. Кочанов*

IV Международная конференция «Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование»: сборник докладов (Москва, НИЯУ МИФИ, 5–7 апреля). / Сост. И.Ю. Гаюр и др., под ред. Н.А. Кудряшова, О.В. Нагорнова, С.В. Попруженко. М.: НИЯУ МИФИ, 2016 – xxxx с.
ISBN 978-5-7262-2245-5

Сборник содержит доклады IV Международной конференции «Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование».

Издается в авторской редакции.
Материалы получены до 23.03.2016

УДК 51(06)+53(06)
ББК 22.1г+22.3г

ISBN 978-5-7262-2245-5

Подписано в печать 30.03.2016. Формат 60x84 1/8.
Печ. л. 27,25. Тираж 110 экз. Заказ №35.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Типография НИЯУ МИФИ
115409, Москва, Каширское ш., 31

Министерство образования и науки российской федерации
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

5–7 апреля 2016 года в г. Москва, НИЯУ МИФИ
IV Международная конференция
«Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование»

Сопредседатели конференции

Н.А. Кудряшов, О.В. Нагорнов, С.В. Попруженко.

Программный комитет конференции

W. Becker — Max Born Institute, Germany;
D. Blaschke — University of Wroclaw, Poland;
P. Chardonne — University of Savoy, France;
Y. Efendiev — Texas A&M University, USA;
С.А. Кащенко — Ярославский государственный университет, Россия;
Н.А. Кудряшов — НИЯУ МИФИ, Россия;
А.В. Крянев — НИЯУ МИФИ, Россия;
R. Lazarov — Texas A&M University, USA;
A. Maïsseu — WONUC;
О.В. Нагорнов — НИЯУ МИФИ, Россия;
А.Д. Полянин — ИПМ им. Ишлинского, Россия;
С.В. Попруженко — НИЯУ МИФИ, Россия;
В.П. Яковлев — НИЯУ МИФИ, Россия.

Организационный комитет конференции

И.Ю. Гаюр — НИЯУ МИФИ, Россия;
Е.Е. Городничев — НИЯУ МИФИ, Россия;
Ю.С. Иванова — НИЯУ МИФИ, Россия;
Ю.В. Коновалов — НИЯУ МИФИ, Россия;
М.Б. Кочанов — НИЯУ МИФИ, Россия.

Секции конференции

Методы математической физики
Председатель: профессор, д.ф.-м.н. Н.А. Кудряшов
Секретарь: М.Б. Кочанов

Проблемы теоретической физики
Председатель: профессор, д.ф.-м.н. С.В. Попруженко
Секретарь: профессор, д.ф.-м.н. Е.Е. Городничев

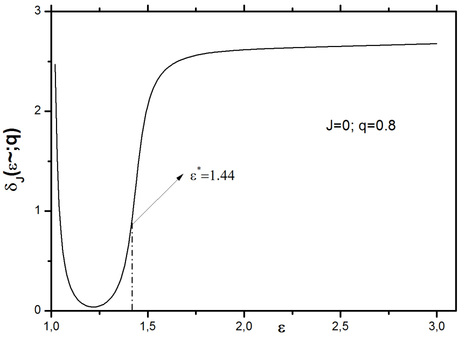
Математическое моделирование
Председатель: профессор, д.ф.-м.н. О.В. Нагорнов
Секретарь: доцент, к.ф.-м.н. Ю.В. Коновалов

Содержание

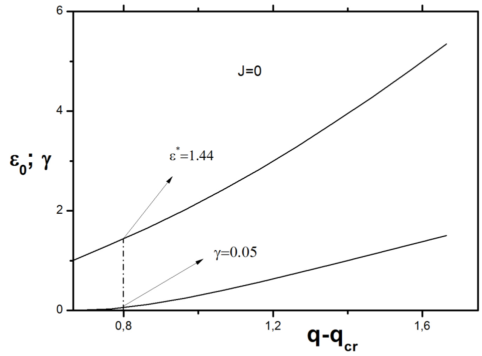
Секция «Методы математической физики»

Секция «Проблемы теоретической физики»

Секция «Математическое моделирование»



a)



b)

Figure 1: Фаза рассеяния $\delta_J(\tilde{\varepsilon}; q)$ для $J = 0$ как функция энергии дырки для зарядов, близких к Z_{cr} при $R = 1/20$, а также зависимость положения низшего квазидискретного уровня ε_0 и его ширины γ от разности $q - q_{cr}$ при значении радиуса обрезания $R = 1/20$. Парциальное сечение рассеяния $\sigma_J(\tilde{\varepsilon})$ описывается формулой (3), если энергия дырки $\tilde{\varepsilon} \simeq \varepsilon^*$, попадает в область резкого изменения фазы рассеяния с шириной γ^*.

Дирако-подобный гамильтониан уравнений Максвелла

Д.С. Кулябов,[1,2,a)] А.В. Королькова,[1,b)] Л.А. Севастьянов,[1,3,c)]

[1] *Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей, Российский университет дружбы народов*

[2] *Лаборатория информационных технологий, Объединённый институт ядерных исследований*

[3] *Лаборатория теоретической физики, Объединённый институт ядерных исследований*

Спиноры являются более специализированными объектами, чем тензоры. Поэтому обладают большим количеством свойств, нежели более общие объекты, такие как тензоры. Группа лоренцевых 2-спиноров является накрывающей группой группы Лоренца. Поскольку группа Лоренца является группой симметрии уравнений Максвелла, то предполагается оправданным использовать при записи уравнений Максвелла спиноры вместо тензоров. Уравнения Максвелла записываются в форме лоренцевых спиноров. Также используется удобное представление лоренцевых спиноров через комплексные векторы Зильберштейна. В спинорном формализме (в представлении лоренцовых спиноров и векторов Зильбернштейна) построен гамильтониан максвелловской оптики. При спинорной записи уравнения Максвелла приобретают вид, подобный уравнениям Дирака. При записи уравнений Максвелла в диракоподобном виде представляется возможным расширить инструментарий исследования за счёт методов квантовой теории поля. В этом виде наглядно представляется связь между гамильтонианами геометрической, параксиальной и волновой оптики.

[a)] Email: yamadharma@gmail.com
[b)] Email: akorolkova@sci.pfu.edu.ru
[c)] Email: leonid.sevast@gmail.com

Уравнения Максвелла имеют большое число представлений [1]. Принцип их введения следующий: каждое представление должно упрощать конкретное теоретическое или практическое исследование. К нашим интересам при исследовании уравнений Максвелла относятся их геометризация и гамильтонов формализм. В данной работе мы предлагаем на основе спинорного описания уравнений Максвелла [2, 3, 4] сконструировать дираковски-подобный гамильтониан. Предполагается, что данная форма позволит применять аппарат, разработанный в рамках квантовой теории, к изучению уравнений Максвелла.

Комплексное представление уравнений Максвелла рассматривалось разными авторами [5, 6, 7].

Зададим соответствие упорядоченной пары и комплексного 3-вектора

$$\begin{aligned} &F^{\underline{i}} \sim (E^{\underline{i}}, B^{\underline{i}}), \quad F^{\underline{i}} = E^{\underline{i}} + iB^{\underline{i}};\\ &G^{\underline{i}} \sim (D^{\underline{i}}, H^{\underline{i}}), \quad G^{\underline{i}} = D^{\underline{i}} + iH^{\underline{i}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Тогда уравнения Максвелла приобретают вид:

$$\begin{aligned} \nabla_i F^i &= \frac{4\pi}{\sqrt{\varepsilon}}\rho;\\ i\frac{\partial F^i}{\partial t} &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} e^{ijk}\nabla_j F_k - i\frac{4\pi}{\sqrt{\varepsilon}} j^i. \end{aligned} \tag{2}$$

Данное представление уравнений Максвелла имеет несколько наименований. В частности, оно известно как представление Зильберштейна [5, 6].

Из спинора второй валентности φ_{AB} сконструируем спинор первой валентности ψ^a и спинор тока ξ^a:

$$\psi^{\underline{a}} = \begin{pmatrix} \psi^1 \\ \psi^2 \\ \psi^3 \\ \psi^4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} \varphi^{00} \\ \varphi^{01} \\ \varphi^{10} \\ \varphi^{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F^1 + iF^2 \\ F^3 \\ F^3 \\ F^1 + iF^2 \end{pmatrix}. \qquad \xi^{\underline{a}} = \begin{pmatrix} -j^1 + ij^2 \\ j^3 - \sqrt{\varepsilon}\rho \\ j^3 + \sqrt{\varepsilon}\rho \\ j^1 + ij^2 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Тогда система уравнений (2) приобретает следующий дирако-подобный вид:

$$\frac{\partial \psi^a}{\partial t} = -\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} e^{ijk}\nabla_j \gamma_{k}{}^{a}_{b}\psi^b - \frac{4\pi}{\sqrt{\varepsilon}}\xi^a, \tag{4}$$

где $\gamma_{\underline{k}}{}^{\underline{a}}_{\underline{b}}$ суть символы Инфельда–ван дер Вердена. Из структуры уравнения Дирака

$$i\hbar\frac{d\psi}{dt} = [c\gamma^i p_i + \gamma^0 mc^2]\psi = H\psi \tag{5}$$

можно записать дирако-подобный гамильтониан уравнений Максвелла при отсутствии токов:

$$H = -\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} e^{ijk}\nabla_j \gamma_{k}{}^{a}_{b}. \tag{6}$$

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14-01-00628, 15-07-08795 и 16-07-00556.

Литература

[1] Kulyabov D. S., Korolkova A. V., Korolkov V. I. *Maxwell's Equations in Arbitrary Coordinate System* // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics" **1** (2012) — arXiv : http://arxiv.org/abs/1211.6590.

[2] Laporte O., Uhlenbeck G. E. *Application of spinor analysis to the Maxwell and Dirac equations* // Physical Review **37**, 11 (1931) — doi: 10.1103/PhysRev.37.1380

[3] Aste A. *Complex Representation Theory of the Electromagnetic Field* // Journal of Geometry and Symmetry in Physics. **28** (2012) — arXiv:1211.1218v3.

[4] Bialynicki-Birula I. *Photon Wave Function* // Progress in Optics Elsevier, **36** (1996). — arXiv: quant-ph/0508202.

[5] Silberstein L. *Elektromagnetische Grundgleichungen in bivektorieller Behandlung* // Annalen der Physik. **327** 3. (1907) — doi: 10.1002/andp.19073270313.

[6] Silberstein L. *Nachtrag zur Abhandlung über „Elektromagnetische Grundgleichungen in bivektorieller Behandlung"* // Annalen der Physik. **329** 14. (1907) — doi:10.1002/andp.19073291409.

[7] Стрэттон Д. А. *Теория электромагнетизма.* // М.-Л.: ГИТТЛ, (1948)

Dirac-like Hamiltonian for Maxwellian optics

D.S. Kulyabov,[1,2] A.V. Korolkova,[1] L.A. Sevastianov,[1,3]
[1] *Department of Applied Probability and Informatics, Peoples' Friendship University of Russia*
[2] *Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research*
[3] *Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research*

Spinors are more special objects than tensor. Therefore possess more properties than the more generic objects such as tensors. Group of Lorentz two-spinors is the covering group of the Lorentz group. Since the Lorentz group is a symmetry group of Maxwell's equations, it is assumed to reasonable to use when writing the Maxwell equations Lorentz two-spinors and not tensors. We write the Maxwell equations using Lorentz two-spinors. Also used a convenient representation of Lorentz two-spinors in terms of the Riemann-Silberstein's complex vectors. In the spinor formalism (in the representation of the Lorentz spinors and Riemann-Silberstein's vectors) we have constructed the Hamiltonian of Maxwellian optics. With the use of spinors Maxwell's equations take the form similar to the Dirac equation. For Maxwell's equations in the Dirac-like form we can expand research methods at the expense of the methods of quantum field theory. In this form, clearly visible the connection between the Hamiltonians of geometric, beam and Maxwellian optics.