

Trabajo Práctico 2

Análisis de estructuras Pratt Truss

Métodos Numéricos

Segundo cuatrimestre - 2013

Outline

Primer tercio de la materia

Contexto y motivación

Formulación del problema y enunciado

Competencia

Paramos la pelota...(10 minutos)

Análisis del primer tercio de la materia

Opiniones sobre el Taller 1, el parcial, etc.?

Antes de pasar el TP2...

Algunos comentarios sobre el TP1

- ▶ Todos los gráficos deben tener leyenda, nombres en los ejes, etc.
- ▶ Explicar que se busca mostrar en cada experimento y como eso se representa gráficamente.
- ▶ Explicitar los parámetros de cada experimento.
- ▶ Argumentar la elección de los mismos.
- ▶ Referenciar en el análisis a las figuras/tablas donde se evidencia el comportamiento.
- ▶ Agregar un README con información sobre la utilización del programa (para replicar los experimentos).
- ▶ Referenciar libros/artículos/technical reports (y no wikipedia).

Contexto y motivación

Construcción de puentes



Contexto y motivación

Objetivo del análisis

Bridge collapses for overweight truck

Updated: 2007-08-17 10:39



A general view shows a bridge collapse due to an overweight truck in Taiyuan, North China's Shanxi Province, August 16, 2007. The total weight of the truck and the goods on it is 180 tons, nine times the maximum weight the bridge can hold.[Xinhua]



Contexto y motivación

Caso de estudio: Pratt Truss

Existen muchos tipos distintos de estructuras. Nos concentraremos en los *Pratt Truss*.



Parámetros de la estructura

- ▶ *span*: largo
 - ▶ *h*: alto
 - ▶ *n*: cantidad par de secciones
-
- ▶ Para realizar el análisis en 2D, suponemos que el peso se distribuye en forma homogénea en la tercera dimensión.
 - ▶ *links*: cuerdas horizontales, verticales y diagonales.
 - ▶ *junta*: puntos de unión de los links.

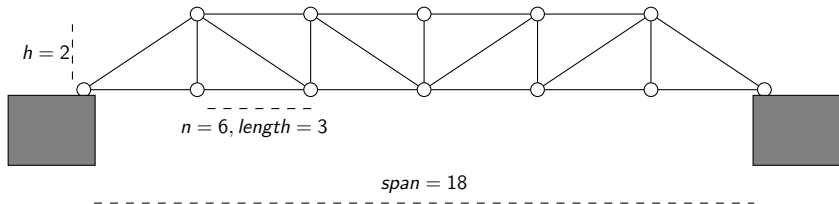
Contexto y motivación

Caso de estudio: Pratt Truss



Parámetros de la estructura

- ▶ *span*: 18 m. (largo)
- ▶ *h*: 2 m. (alto)
- ▶ *n*: 6 (cantidad de secciones)



Contexto y motivación

Caso de estudio: Pratt Truss

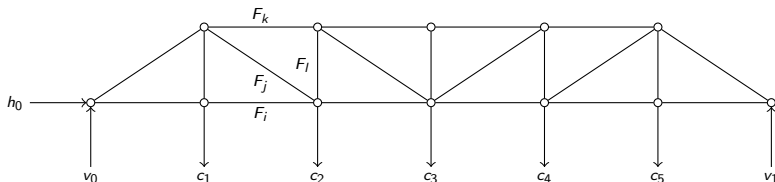
- ▶ Se determina una altura máxima.
- ▶ Para poder utilizarlo, la estructura debe soportar una carga fijada *a priori*.
- ▶ Los links de la estructura deben soportar las fuerzas ejercidas para que la estructura no colapse.



El problema

Una estructura con n secciones tiene:

- ▶ $2n$ juntas.
- ▶ $4n - 3$ links. Llamamos F_j a la fuerza aplicada sobre el link j .
- ▶ c_i , $1 \leq i \leq n - 1$: carga que se aplica sobre la junta interna inferior i .
- ▶ h_0 , v_0 y v_1 fuerzas aplicadas sobre las juntas de los extremos.



Objetivo

Determinar los valores de F_j , $j = 1, \dots, nlinks$, h_0 , v_0 y v_1 .

El problema

Interpretación de F_i

- ▶ $F_i < 0$: compresión.
- ▶ $F_i > 0$: tensión.



El problema

Análisis de la estructura

Nuestro físico amigo nos dijo:

Para que la estructura se encuentre en equilibrio (es decir, que no se encuentre en movimiento) se establece que la fuerza total aplicada sobre la misma es cero.

Para cada junta:

- ▶ La suma de las fuerzas que actúan horizontalmente es cero
- ▶ La suma de las fuerzas que actúan verticalmente es cero

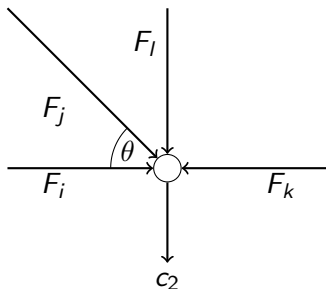
Sistema de ecuaciones?

Cada junta genera dos ecuaciones.

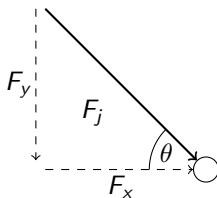
- ▶ $2n$ juntas $\implies 4n$ ecuaciones.
- ▶ $4n - 3$ fuerzas, $h_0, v_0, v_1 \implies 4n$ variables.

El problema

Formulación de las ecuaciones



Descomponemos la fuerza F_j en sus componentes horizontal y vertical

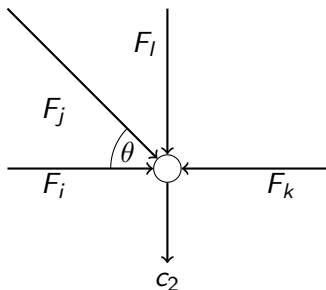


$$\cos(\theta) = \frac{\text{adj}}{\text{hip}} = \frac{F_x}{F} \implies F_x = F \cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{\text{op}}{\text{hip}} = \frac{F_y}{F} \implies F_y = F \sin(\theta)$$

El problema

Formulación de la ecuaciones



Ecuaciones:

Horizontal:

$$F_i + \underbrace{F_j \cos(\theta)}_{F_x} - F_k = 0$$

Vertical:

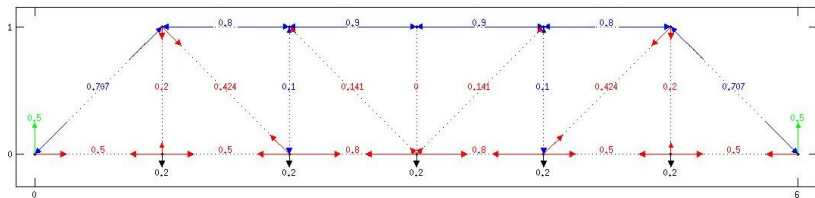
$$\underbrace{F_j \sin(\theta)}_{F_y} + F_l + c_2 = 0$$

Observaciones

- ▶ No hace falta calcular θ , solo $\cos(\theta)$ y $\sin(\theta)$. Podemos usar la información geométrica del puente (h , long de cada sección, calcular la hipotenusa).
- ▶ Definimos el sentido de las fuerzas para armar cada ecuación.

El problema

Ejemplo de solución

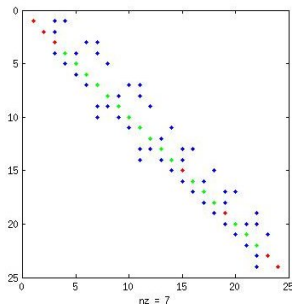


Enunciado

Punto I: Formulación del sistema

1. Formular el sistema lineal de forma tal que la matriz resultante cumpla la propiedad de ser banda p, q , donde estos valores deben estar acotados por una constante.

Ejemplo:



Idea:

Numerar las variables (F_j , h_0 , v_0 y v_1) y las ecuaciones para cada junta de forma tal que la matrix tenga una estructura banda.

Enunciado

Punto 2: Resolución del sistema

2. Implementar el método de Eliminación Gaussiana con pivoteo parcial. Para ello, demostrar que al aplicar este metodo sobre una matriz banda p, q , en el peor caso la matriz resultante tendrá bandas $p, q + p$. Demostrar este resultado, y utilizarlo para almacenar el sistema de forma eficiente en términos de memoria utilizada.

Alternativas para almacenar la matriz?

- ▶ Almacenar la banda.
- ▶ Representación esparsa.

En sistemas grandes pueden notarse diferencias. El costo de las operaciones se incrementa, pero si las bandas no son muy grandes no es muy significativo.

Enunciado

Punto 3: Análisis de resultados

3. Realizar experimentos computacionales comparativos analizando como evoluciona el valor absoluto de la maxima fuerza ejercida sobre alguno de los links de la estructura en función del *span* (fijando h y los valores de c_i) y de los valores de c_i (fijando el *span* y h) para distintos valores de n , además de cualquier otro experimento que considere pertinente.

Volvemos al problema

Utilizando la solución del sistema

f_{max} : valor máximo de la fuerza que puede resistir cualquier link de la estructura (en valor absoluto). En caso de superar este valor, la estructura no es segura.



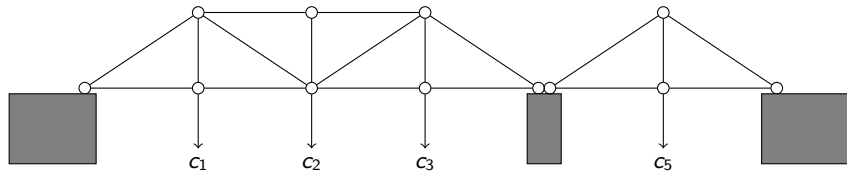
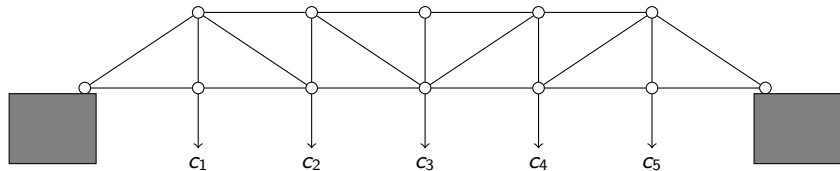
Se pueden intercalar pilares de concreto para reducir la fuerza particionando la estructura original en sub-estructuras más chicas que cumplan con las mismas hipótesis.

Importante

Cada uno de estos pilares es muy costoso y se busca minimizar la utilización de los mismos.

Volvemos al problema

Inserción de pilares de concreto



Volvemos al problema

Calculando los costos

- ▶ El costo total del puente, que llamaremos c_{total} , se calcula en base a los costos parciales de cada sub-estructura sumado al costo de construcción de los pilares.
- ▶ Dada una sub-estructura e el costo parcial, cp_e , se computa como

$$cp_e = \max_{\substack{i \text{ link} \\ i \in e}} |F_i| \left(\sum_{\substack{i \text{ link} \\ i \in e}} l_i \right),$$

donde l_i es la longitud de link i perteneciente a la estructura e .

- ▶ C : costo fijo de construcción de pilares.
- ▶ Sean e_1, \dots, e_k las sub-estructuras seguras (es decir, ninguna de las fuerzas aplicadas sobre sus respectivos links excede $fmax$), el costo total del puente se calcula como

$$c_{\text{total}} = \sum_{i=1}^k cp_{e_i} + (k - 1)C.$$

Enunciado

Punto 4: Insertando pilares

4. Proponer un método heurístico que permita simular el agregado de pilares de concreto mediante la partición de la estructura original en sub-estructuras, de forma tal que el puente sea seguro, buscando minimizar el costo total de construcción del puente.

Objetivo:

Utilizar la solución del sistema para tomar decisiones.

Competencia

- ▶ Se realizará una competencia donde se analizarán los resultados obtenidos por los distintos grupos sobre distintas instancias del problema donde la estructura original no es segura.
- ▶ Se armará un ranking en función de los resultados obtenidos.
- ▶ Premios para el primer y segundo puesto.
- ▶ Las condiciones de la competencia serán publicadas el Lunes 23 de Septiembre de 2013.

Aclaración

La nota de los trabajos es independiente de los resultados de esta competencia y depende únicamente del trabajo realizado.

Trabajo Práctico

Recomendaciones

- ▶ Incluir en el desarrollo alternativas que consideran para la matriz esparsa, y justificar la elección.
- ▶ Plantear la solución del sistema en forma modular (para aprovechar como se definen las sub-estructuras).
- ▶ Utilizar los experimentos preliminares en el desarrollo del algoritmo de inserción de pilares.
- ▶ No dejar el informe para el último día!!!

Cronograma sugerido

- ▶ 23.09.2013: Formulación del sistema lineal. Implementación matriz. Idea EG con pivoteo parcial.
- ▶ 30.09.2013: Implementación EG con pivoteo parcial. Demostración propiedad. Resultados sobre fuerza. Idea algoritmo para insertar pilares.
- ▶ 06.10.2013: Entrega TP

Trabajo Práctico

Fecha de entrega

- ▶ **Formato Electrónico:** Domingo 6 de Octubre de 2013, hasta las 23:59 hs, enviando el trabajo (informe + código) a la dirección **metnum.lab@gmail.com**. El subject del email debe comenzar con el texto **[TP2]** seguido de la lista de apellidos de los integrantes del grupo.
- ▶ **Formato físico:** Lunes 7 de Octubre de 2013, de 17 a 18 hs.

Importante

El horario es estricto. Los correos recibidos después de la hora indicada serán considerados re-entrega.