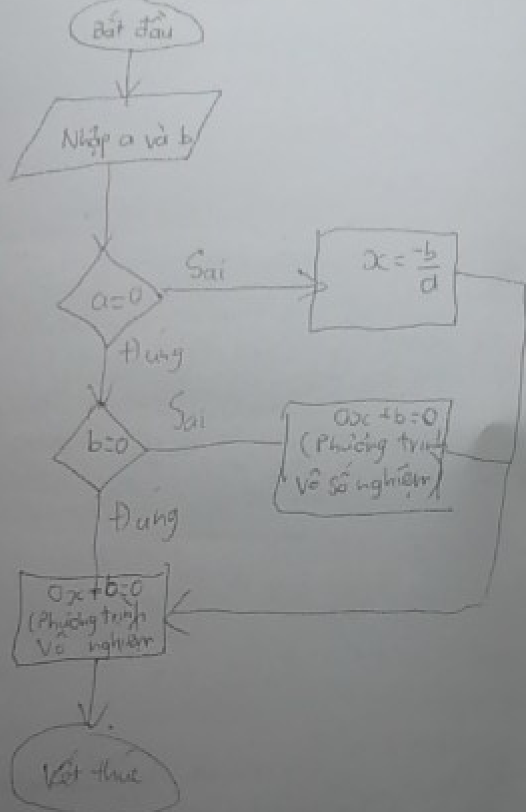
Bài tập về nhà tuần 1 môn Phân tích và thiết kế thuật toán

Bài 1



Bài 2

a) $T(n) = 320$

$T(n) = 320$ là một hằng số, không phụ thuộc vào kích thước đầu vào n

Tồn tại hằng số $c = 320$ và $n_0 = 1$ sao cho

$$T(n) = 320 \le c \cdot 1 = 320 \quad \forall n \ge n_0$$

Vậy tiệm cận trên Big-O của $T(n) = 320$ là

$O(1)$

b) $T(n) = 2n^4 + 100n^2 + 50$

Theo định nghĩa, $T(n) = O(g(n))$ nếu tồn tại hằng số $c > 0$ và n_0 sao cho: $T(n) \le c \cdot g(n) \ \forall n \ge n_0$

Chọn $g(n) = n^4$, ta cần tìm c và n_0 thỏa mãn

$$2n^4 + 100n^2 + 50 \le c\, n^4$$

Với $n \ge 1$ ta có: $100n^4 \ge 100n^2$ và $50n^4 \ge 50$

Suy ra

$$T(n) = 2n^4 + 100n^2 + 50 \le 2n^4 + 100n^4 + 50n^4 = 152n^4$$

Chọn $c = 152$ và $n_0 = 1$ ta có:

$$T(n) \le 152n^4 \ \forall n \ge 1$$

Vậy tiệm cận trên Big-O của $T(n)$ là

$O(n^4)$

c) $T(n) = 2n^3 + 2n + 1$

Từ định nghĩa Big-O, chọn $g(n) = n^3$, ta cần tìm c và n_0

$2n^3 + 2n + 1 \le c \cdot n^3$

$n \ge 1$ ta có: $2n^3 \ge 2n$ và $n^3 \ge 1$

Suy ra $T(n) = 2n^3 + 2n + 1 \le 2n^3 + 2n^3 + n^3 = 5n^3$

Chọn $c = 5$ và $n_0 = 1$ ta có:

$$T(n) \le 5n^3 \ \forall n \ge 1$$

Vậy tiệm cận trên Big-O của $T(n)$ là

$O(n^3)$

g) $T(n) = 2n! + 3n^2 + 7$

Chọn $g(n) = n!$ ta cần tìm C và n_0 thỏa mãn

$2n! + 3n^2 + 7 \le C \cdot n!$

Với $n \ge 4$ ta có

$n^2 \le n!$ và $7 \le n!$

Do đó $3n^2 + 7 \le 3n! + n! = 4n!$

Suy ra $T(n) = 2n! + 3n^2 + 7 \le 2n! + 4n! = 6n!$

Vậy tiệm cận trên Big-O của $T(n)$ là $O(n!)$

h) $T(n) = 4^n + 9n^2 + 7$

Chọn $g(n) = 4^n$ ta cần tìm C và n_0 thỏa mãn

$4^n + 9n^2 + 7 \le C\, 4^n$ ~~Tồn tại $n \ge n_0$ sao cho $\forall n \ge$~~

~~Với $n \ge 33$ ta có~~ $9n^2 \le 4^n$

~~$9n^2 + 7 \le$~~

Tồn tại n_0 sao cho $\forall n \ge n_0$ ta có

$9n^2 + 7 \le 4^n$

Do đó $T(n) = 4^n + 9n^2 + 7 \le 4^n + 4^n = 2 \cdot 4^n$

Vậy tiệm cận trên Big-O của $T(n)$ là $O(4^n)$

$T(n) = 3^n + n! + 6$

Chọn $g(n) = n!$ ta cần tìm C và n_0 thỏa mãn

$3^n + n! + 6 \le C\, n!$

Tồn tại n_0 sao cho $\forall n \ge n_0$ ta có

$3^n \le 3^n + 6 \le n!$

Do đó $T(n) = 3^n + n! + 6 \le n! + n! + 3n! =$

Vậy tiệm cận trên Big-O của $T(n)$ là $O(n!)$

Bài 3

a) $f(n) = 4n - 6$, $g(n) = 2n$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n \to \infty} \frac{4n-6}{2n} = 2$$

Vì giới hạn là hằng số dương nên:

$f(n) = O(g(n))$ $\quad$ $f(n) = \Omega(g(n))$

$f(n) = \Theta(g(n))$

b) $f(n) = 5$

$g(n) = 3n^2 + 8$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n \to \infty} \frac{5}{3n^2+8} = 0$$

Vì giới hạn bằng 0, nên

$f(n) = O(g(n))$ vì hàm số bị chặn bởi hàm bậc hai

$f(n) \neq \Omega(g(n))$

$f(n) \neq \Theta(g(n))$

~~c) f(n) =~~

c) $f(n) = 2n^3 - 1$, $g(n) = n + 5$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n \to \infty} \frac{2n^3 - 1}{n+5} = \infty$$

$f(n) \neq O(g(n))$ (hàm bậc ba ko bị chặn bởi hàm tuyến tính)

$f(n) = \Omega(g(n))$ hàm bậc ba chặn dưới hàm tuyến tính

$f(n) \neq \Theta(g(n))$