1　9/26 のでそうなとこまとめ

1.1　ダランベール解

$$A\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+B\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0$$

において、$B^2-4AC>0$ の時のみ使える

1.2　解法

step1...$\zeta=x+mt,\eta=x+nt$ と変数変換
step2...$\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2}=\frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2}=0,\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta\partial\eta}=0$ となる値を求める
step... 境界条件を用いて $f(\zeta),g(\eta)$ を定める

1.3　具体例

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-5\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+6\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

で考える。

step1

$\zeta=x+m$ y $,\eta=x+ny$ とする $\frac{\partial}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial\zeta}+\frac{\partial}{\partial\eta},\frac{\partial}{\partial y}=m\frac{\partial}{\partial\zeta}+n\frac{\partial}{\partial\eta}$ とおくと、

$$\left(1-5m+6m^2\right)\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}u+(2-5n-5m+12mn)\frac{\partial^2}{\partial\zeta\partial\eta}u+\left(1-5n+6n^2\right)\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}u$$

step2

$6m^2-5m+1=0\rightarrow m=\frac{1}{2},\frac{1}{3}$

$6n^2-5n+1=0\rightarrow n=\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ よって $m=\frac{1}{2},n=\frac{1}{3}$ とすると $\zeta=x+\frac{1}{2}y,\eta=x+\frac{1}{3}y$

計数の関係から $\frac{\partial^2}{\partial\zeta\partial\eta}u=0$ より、$u=f(\zeta)+g(\eta)=f(x+1/2y)+g(x+1/3y)$

step3

境界条件使って式を出す！