1 9/26 のでそうなとこまとめ

1.1 ダランベール解

$$A\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

において、 $B^2 - 4AC > 0$ の時のみ使える

1.2 解法

$$\mathrm{step}1...\zeta=x+mt,\eta=x+nt$$
 と変数変換 $\mathrm{step}2...rac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2}=rac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2}=0,rac{\partial^2\phi}{\partial\zeta\partial\eta}=0$ となる値を求める $\mathrm{step}...$ 境界条件を用いて $f(\zeta),g(\eta)$ を定める

1.3 具体例

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 5\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 6\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

で考える。

step1

$$\zeta = x + m$$
 y, $\eta = x + ny$ とする $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \eta}$, $\frac{\partial}{\partial y} = m \frac{\partial}{\partial \zeta} + n \frac{\partial}{\partial \eta}$ とおくと、

$$\left(1-5m+6m^2\right)\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}u+\left(2-5n-5m+12mn\right)\frac{\partial^2}{\partial\zeta\partial\eta}u+\left(1-5n+6n^2\right)\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}u$$

step2

$$6m^2-5m+1=0 o m=\frac{1}{2},\frac{1}{3}$$
 $6n^2-5n+1=0 o n=\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ よって $m=\frac{1}{2},n=\frac{1}{3}$ とすると $\zeta=x+\frac{1}{2}y,\eta=x+\frac{1}{3}y$ 計数の関係から $\frac{\partial^2}{\partial\zeta\partial\eta}u=0$ より、 $u=f(\zeta)+g(\eta)=f(x+1/2y)+g(x+1/3y)$ step3

境界条件使って式を出す!