1　偏微分方程式、変数分離法

使い方

$f(x,y) = X(x) \cdot Y(y)$ と表せる問題に対して用いられる

例題を用いた解法

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial u(x,y)}{\partial y}$$

変数分離解　$u(x,y) = f(x) \cdot g(y)$ とすると

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} g(y) = f(x) \frac{\partial g(y)}{\partial y}$$

両辺を $f(x) \cdot g(y)$ で割る

$$\frac{1}{f(x)} \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{g(y)} \cdot \frac{\partial g(y)}{\partial y}$$

常に成り立つためには $\frac{1}{f(x)} \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{g(y)} \cdot \frac{\partial g(y)}{\partial y} = k(\text{定数})$ が必要

$\frac{1}{f(x)} \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} = k$ から

$\ln f(x) = kx + C$

同様にして

$\ln g(y) = ky + C'$

よって $f(x) = Ae^{kx}, g(y) = Be^{ky} \to u(x,y) = De^{k(x+y)}$

daichi sawada