

目次

1	光の粒子性と電子の波動性 (第一回 2018/9/18)	2
1.1	Einstein による光の粒子性	2
1.2	物質波 -matter wave-	3
2	波動関数と確率密度関数 (第三回 2018/10/02)	4
2.1	Problem 1.4 / $\Psi(x, t)$ が実数関数	4
2.2	Problem 1.5 / $\Psi(x, t)$ が複素関数	4

1 光の粒子性と電子の波動性 (第一回 2018/9/18)

1.1 Einstein による光の粒子性

1.1.1 光子 -photon-

振動数 ν , 波長 λ の電磁波は, 「エネルギー

$$E = h\nu \quad (1.1)$$

運動量

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (1.2)$$

の光子の集合体」であるとした.

光子について

$$\lambda = \frac{h}{\nu} \quad (1.3)$$

より (1.2) は,

$$p = h \frac{\nu}{c} \quad (1.4)$$

(1.1), (1.4) より,

$$E = cp \leftarrow \text{光子について成り立つ} \quad (1.5)$$

1.1.2 (注) 相対論

総エネルギーの式

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (1.6)$$

(m_0 : 静止質量, $p: mv$) 運動質量 m は

$$m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0 \quad (1.7)$$

光子について $v = c$ より $m_0 = 0$ よって $E = pc$ で一致している.

1.1.3 [問] 光子

あるレーザーポインター (出力 5mW 赤色 ($\lambda=650\text{nm}$))

- (1) このレーザーの光子の運動量は?
- (2) このレーザーから毎秒何個の光子が出ているか?

1.2 物質波 -matter wave-

1.2.1 物質波

de Broglie は光の粒子性を逆に読み、物質が波動を伴うとした。エネルギー E 、運動量 p を持つ粒子は、

$$\nu = \frac{E}{h} \quad (1.8)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1.9)$$

の波動を伴う。(λ は de Broglie 波長)

粒子について

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (1.10)$$

(光子の場合 $\lambda = c/\nu$)

粒子の場合 $\lambda = v/\nu$. v は位相速度.

1.2.2 [問]

ド・ブROI波長 0.2nm の中性子の速度 v を計算せよ. ただし, 中性子の質量 $m = 1.675 \times 10^{-27} \text{kg}$ とする.

1.2.3 光電効果-photoelectric effect-

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W \quad (1.11)$$

$\frac{1}{2}mv^2$ は電子の運動エネルギー, W は仕事関数.

1.2.4 コンプトン効果-Compton effect-

$$\begin{cases} (mv)^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\frac{h}{\lambda}\frac{h}{\lambda'}\cos\theta \\ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} \end{cases} \quad (1.12)$$

$$\quad (1.13)$$

これらから, コンプトン公式

$$(\Delta\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \lambda' - \lambda) = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (1.14)$$

が導ける. なお $\frac{h}{mc} = 2.4 \times 10^{-12} \text{m}$ はコンプトン波長と呼ばれる.

1.2.5 [問] コンプトン効果

$\lambda = 0.124 \text{nm}$ の X 線を用いてコンプトン散乱実験する. 散乱された X 線の波長が 1 % 伸びるような散乱角 θ を求めよ.

2 波動関数と確率密度関数 (第三回 2018/10/02)

2.1 Problem 1.4 / $\Psi(x, t)$ が実数関数

Problem 1.4

At time $t = 0$ a particle is represented by the wave function

$$\Phi(x, t) = \begin{cases} A \frac{x}{a} & \text{if } 0 \leq x \leq a \\ A \frac{(b-x)}{(b-a)} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.1)$$

where A , a , and b are constants.

- (a) Normalize Ψ (that is, find A , in terms of a and b).
- (b) Sketch $\Psi(x, 0)$, as a function of x .
- (c) Where is the particle most likely to be found, at $t = 0$?
- (d) What is the probability of finding the particle to the left of a ? Check your result in the limiting cases $b = a$ and $b = 2a$.
- (e) What is the expectation value of x ?

[解答]

(a) Ψ を規格化せよ. Point を使う.

$$\rho = |\Psi|^2 = \quad (2.2)$$

(b)

2.2 Problem 1.5 / $\Psi(x, t)$ が複素関数

ありがとう!