目次

1　光の粒子性と電子の波動性 (第一回 2018/9/18)

1.1　Einstein による光の粒子性

1.1.1　光子 -photon-

振動数 ν，波長 λ の電磁波は，「エネルギー

$$E = h\nu \tag{1.1}$$

運動量

$$p = \frac{h}{\lambda} \tag{1.2}$$

の光子の集合体」であるとした．

　光子について

$$\lambda = \frac{h}{\nu} \tag{1.3}$$

より (1.2) は，

$$p = h\frac{\nu}{c} \tag{1.4}$$

　(1.1)，(1.4) より，

$$E = cp \leftarrow \text{光子について成り立つ} \tag{1.5}$$

1.1.2　(注) 相対論

総エネルギーの式

$$E^2 = {m_0}^2c^4 + p^2c^2 \tag{1.6}$$

（m_0：静止質量，p：mv）運動質量 m は

$$m\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = m_0 \tag{1.7}$$

光子について $v = c$ より $m_0 = 0$ よって $E = pc$ で一致している．

1.1.3　[問] 光子

あるレーザーポインター (出力 5mW 赤色 ($\lambda = 650nm$))

　(1) このレーザ＝の光子の運動量は？

　(2) このレーザーから毎秒何個の光子が出ているか？

1.2 物質波 -matter wave-

1.2.1 物質波

de Broglie は光の粒子性を逆に読み，物質が波動を伴うとした．エネルギー E，運動量 p を持つ粒子は，

$$\nu = \frac{E}{h} \tag{1.8}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{1.9}$$

の波動を伴う．（λ は de Broglie 波長）

粒子について

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \tag{1.10}$$

(光子の場合 $\lambda = c/\nu$)
粒子の場合 $\lambda = v/\nu$. v は位相速度.

1.2.2 [問]

ド・ブロイ波長 0.2nm の中性子の速度 v を計算せよ．ただし，中性子の質量 $m = 1.675 \times 10^{27}$kg とする．

1.2.3 光電効果-photoelectric effect-

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W \tag{1.11}$$

$\frac{1}{2}mv^2$ は電子の運動エネルギー，W は仕事関数.

1.2.4 コンプトン効果-Compton effect-

$$\begin{cases} (mv)^2 = \left(\dfrac{n}{\lambda}\right)^2 + \left(\dfrac{n}{\lambda'}\right)^2 - 2\dfrac{n}{\lambda}\dfrac{n}{\lambda'}\cos\theta & (1.12) \\ \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{hc}{\lambda} - \dfrac{hc}{\lambda'} & (1.13) \end{cases}$$

これらから，コンプトン公式

$$(\Delta\lambda \overset{\text{def}}{=})\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \tag{1.14}$$

が導ける．なお $\dfrac{h}{mc} = 2.4 \times 10^{-12}$m はコンプトン波長と呼ばれる．

1.2.5 [問] コンプトン効果

$\lambda = 0.124$nm の X 線を用いてコンプトン散乱実験する．散乱された X 線の波長が 1 %伸びるような散乱角 θ を求めよ．

2　波動関数と確率密度関数 (第三回 2018/10/02)

2.1　Problem 1.4 / $\Psi(x,t)$ が実数関数

Problem 1.4

At time t = 0 a particle is represented by the wave function

$$\Phi(x,t) = \begin{cases} A\dfrac{x}{a} & \text{if } 0 \le x \le a \\ A\dfrac{(b-x)}{(b-a)} & \text{if } a \le x \le b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{2.1}$$

where A, a, and b are constants.

(a) Normalize Ψ (that is, find A, in terms of a and b).

(b) Sketch $\Psi\ (x,0)$, as a function of x.

(c) Where is the particle most likely to be found, at $t=0$?

(d) What is the probability of finding the particle to the left of a? Check your result in the limiting cases $b=a$ and $b=2a$.

(e) What is the expectation value of x?

[解答]

(a)Ψ を規格化せよ．Point を使う．

$$\rho = |\Psi|^2 = \tag{2.2}$$

(b)

2.2　Problem 1.5 / $\Psi(x,t)$ が複素関数