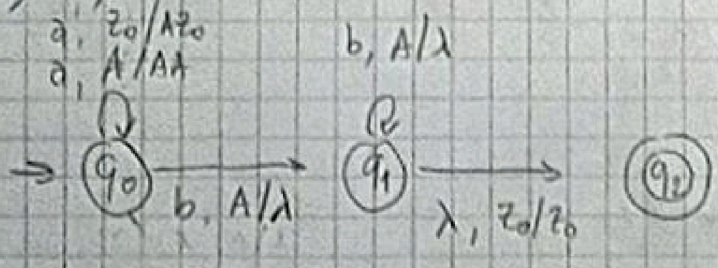
Practica 6

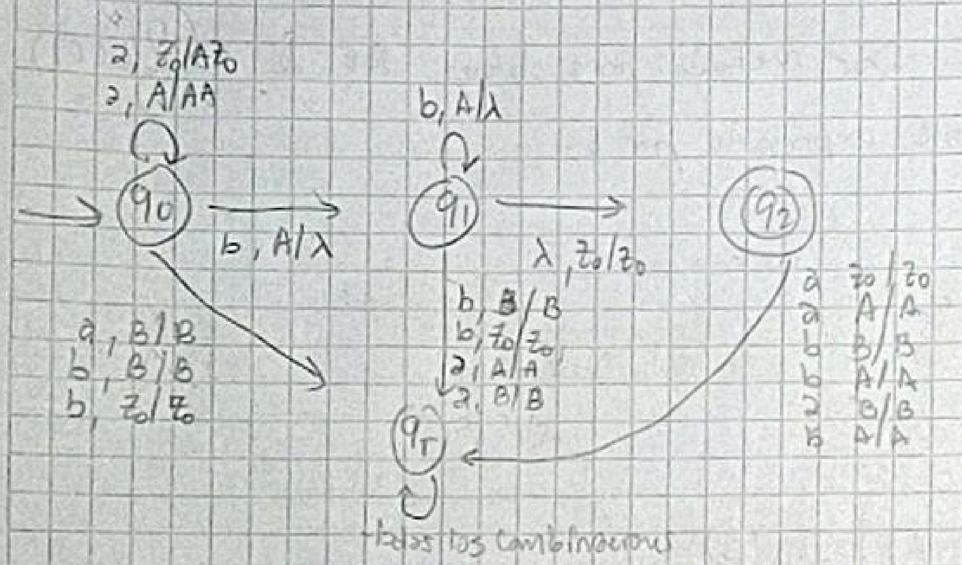
1) a) $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$



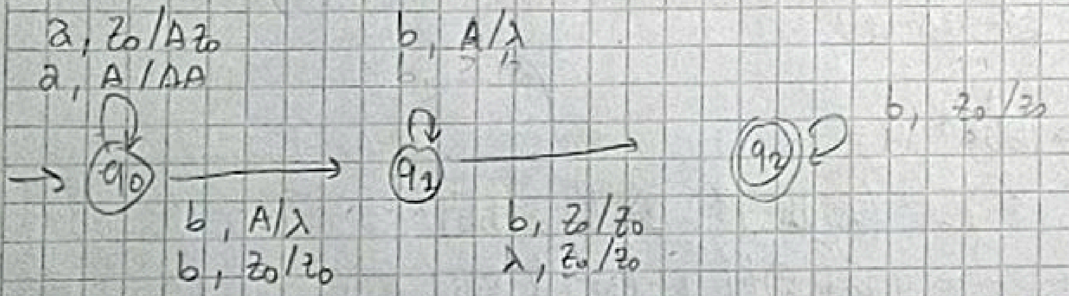
$M = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A, B, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_2\} \rangle$

NOTA

Versión determinística:

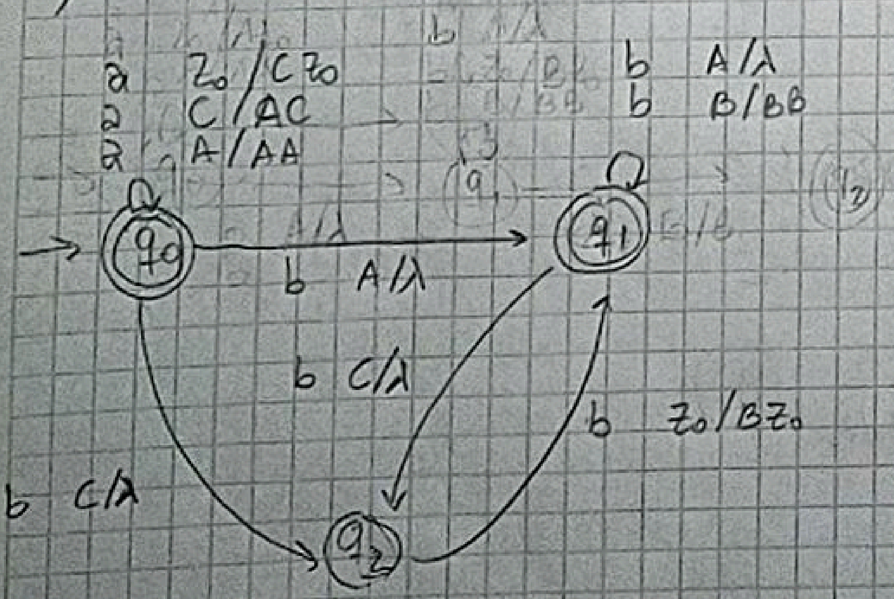


b) $L = \{a^n b^m \mid m > n\} = \{b, bbb, aabbbbb, abb, \ldots\}$



$M = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A, B, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_2\} \rangle$

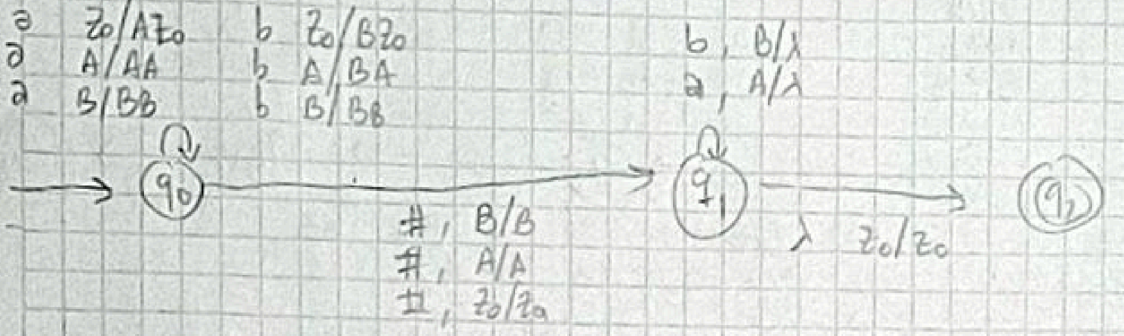
c) $L = \{a^n b^m \mid m \neq n\}$



$M = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A, B, C, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_0, q_1\} \rangle$

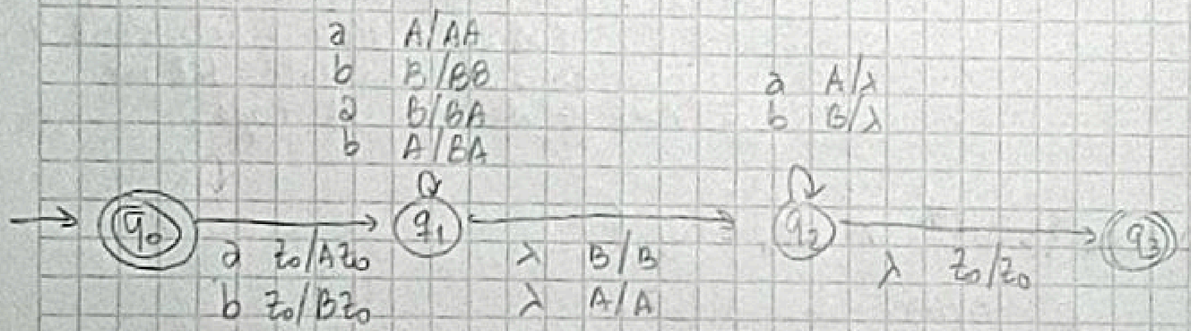
NOTA

d) $L = \{ \omega \# \omega^r \mid \omega \in \{a,b\}^* \}$

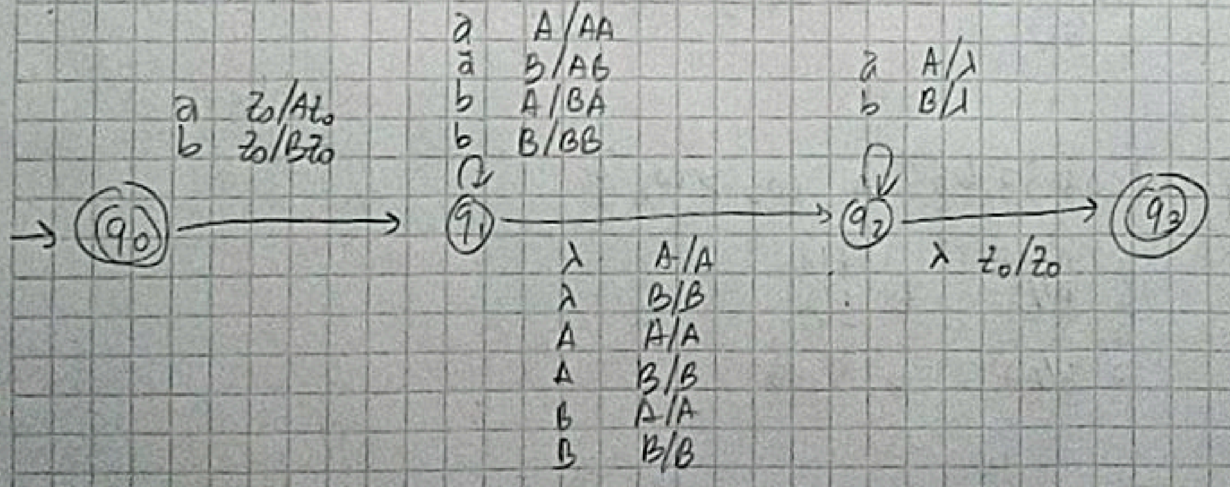


$M = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a,b\}, \{A,B,z_0\}, \delta, q_0, z_0, \{q_2\} \rangle$

e) $L = \{ \omega\omega^r \mid \omega \in \{a,b\}^* \}$

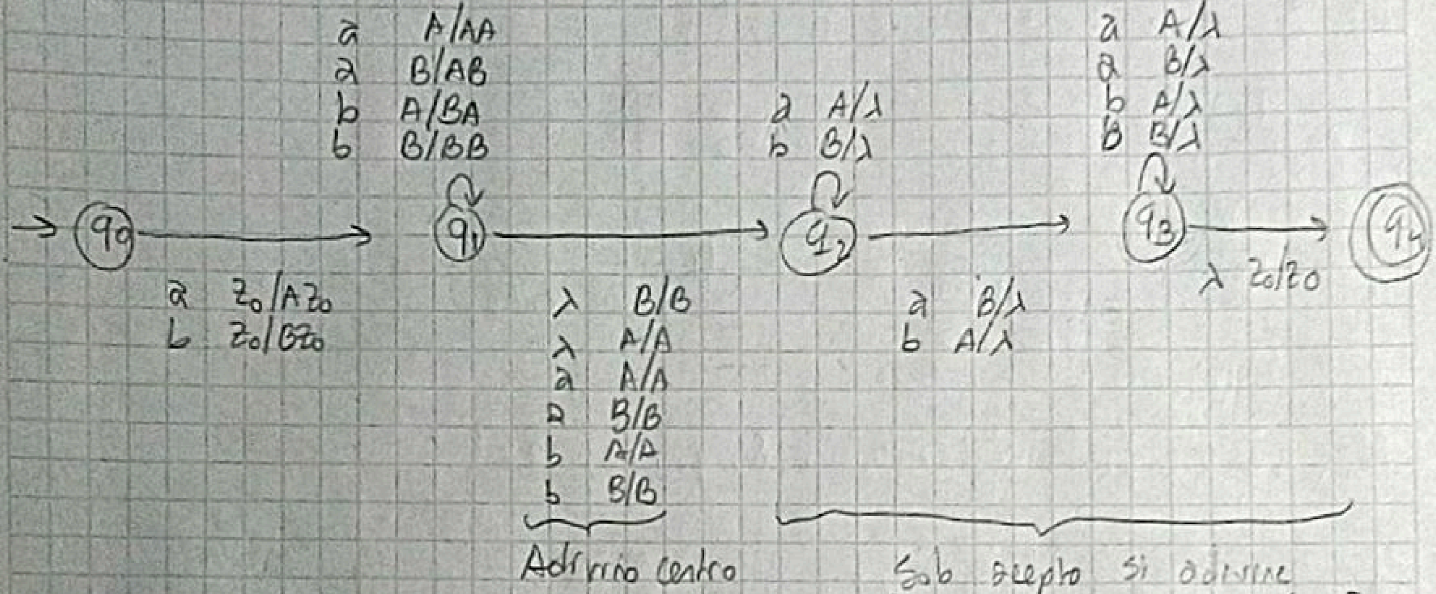


f) $L = \{ \omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \omega = \omega^r \}$



NOTA

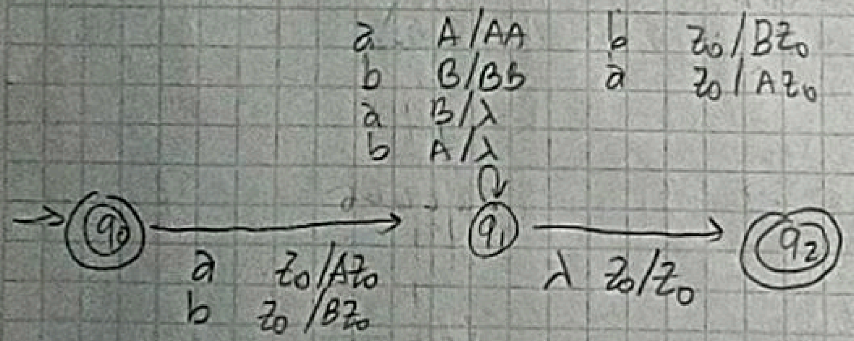
g) $L = \{ \omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \omega \neq \omega^r \}$



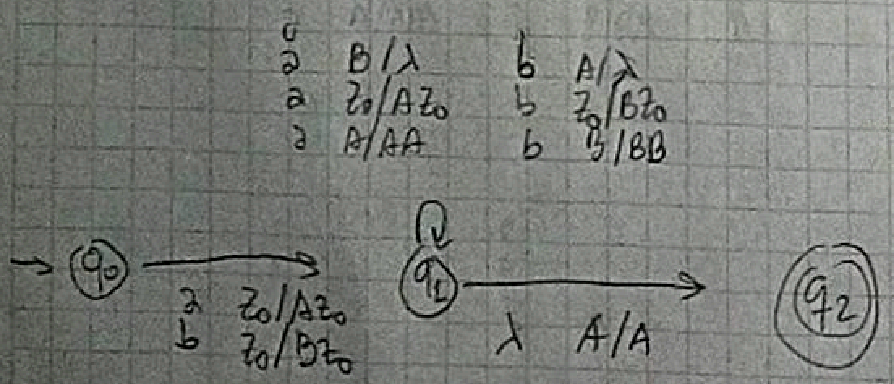
Solo acepto si adivine bien el centro y $\omega \neq \omega^r$

Cuando el stack queda vacío y en algún momento lee un caracter distinto al tope.

h) $L = \{ \omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \omega_a = \omega_b \}$



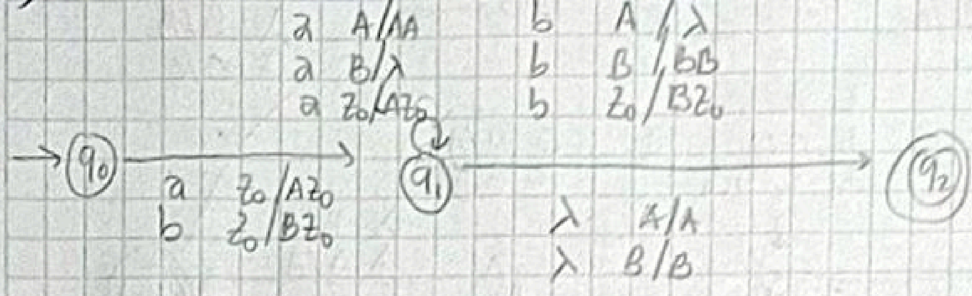
I) $L = \{ \omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \omega_a > \omega_b \}$



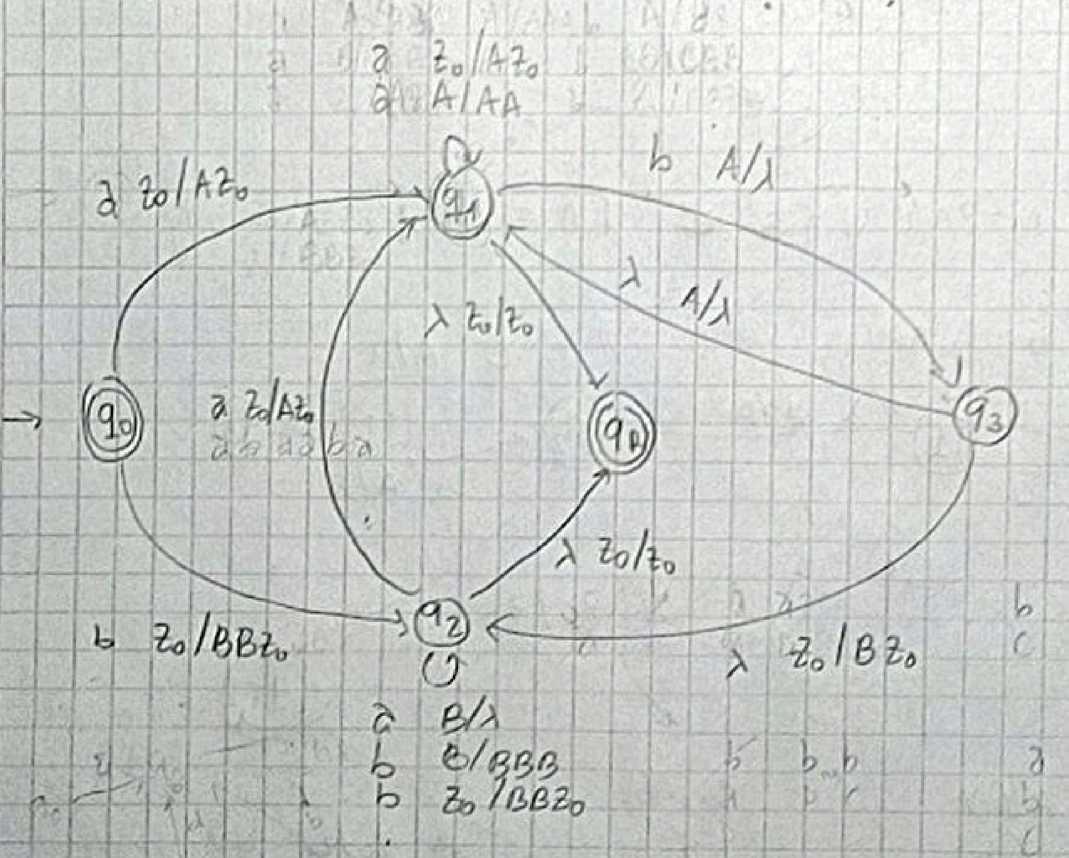
HOJA N°

FECHA

j) $L = \{\omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \omega_a \neq \omega_b\}$

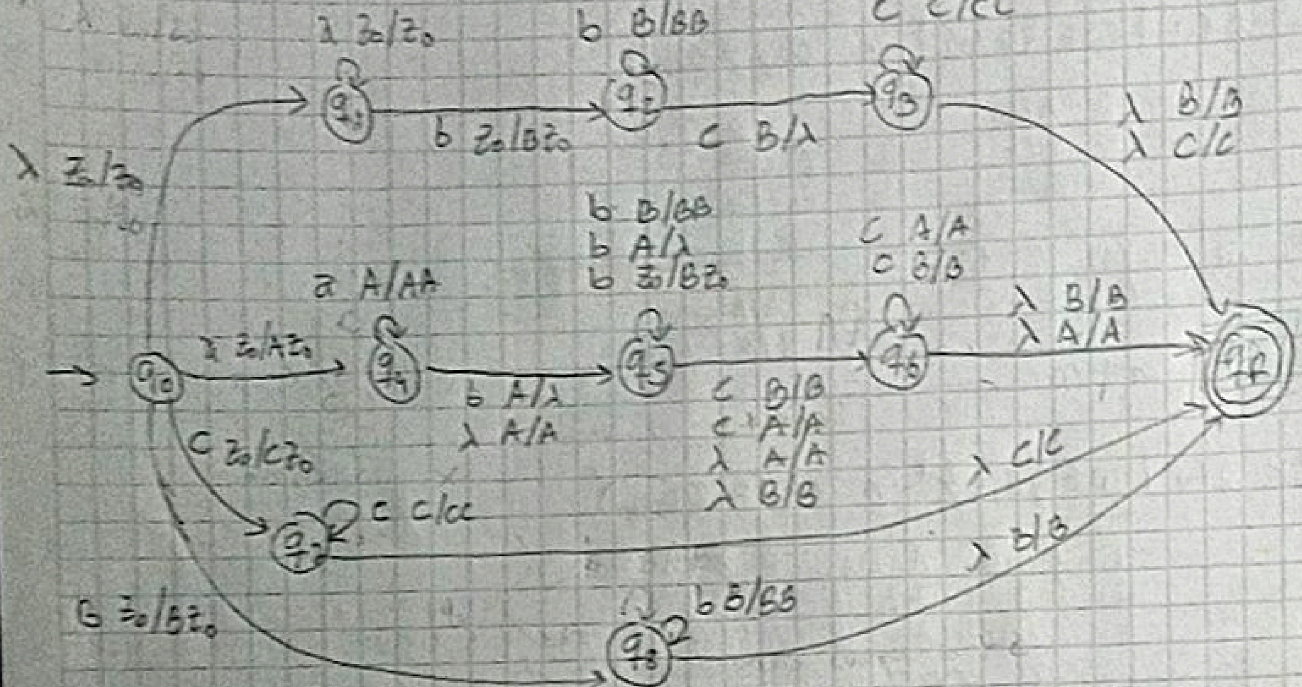


k) $L = \{w \mid w \in \{a,b\}^* \wedge \omega_a = 2\omega_b\}$

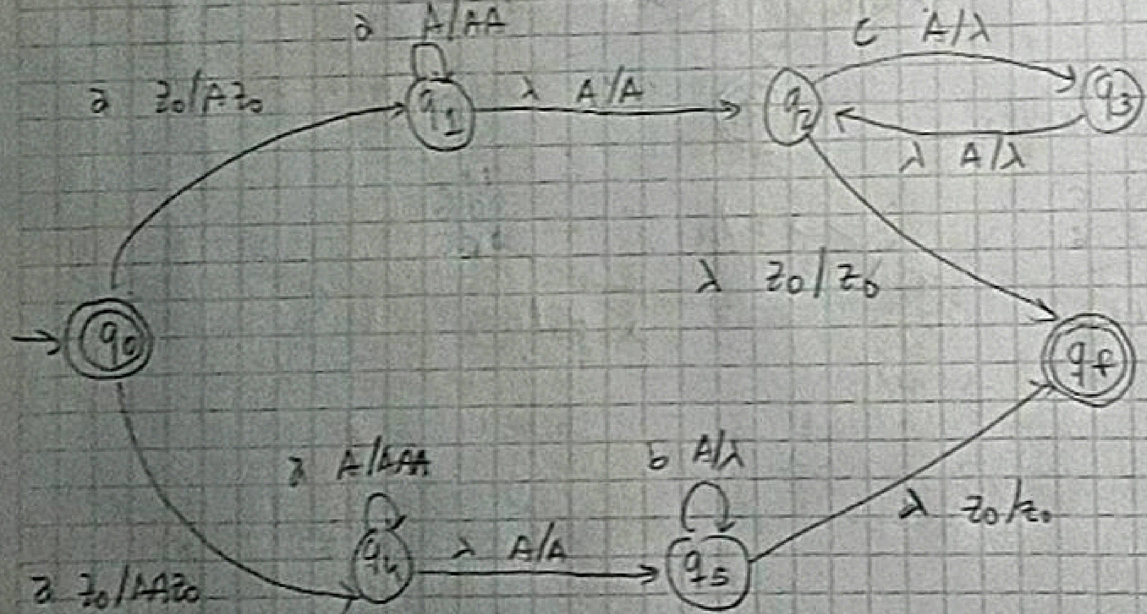


NOTA

l) $L = \{a^n b^m c^k \mid n \neq m \vee m \neq k\}$



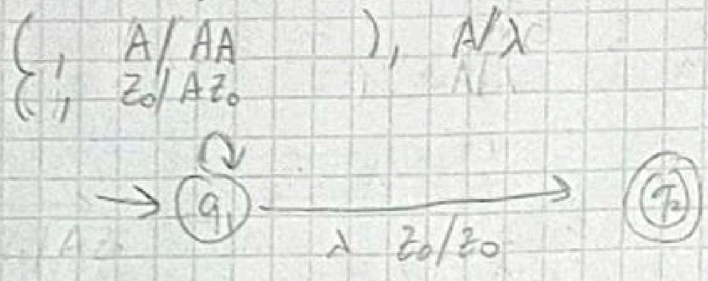
m) $L = \{a^n b^m \mid m = 2n\} \cup \{a^n c^m \mid n = 2m\}$



HOJA Nº

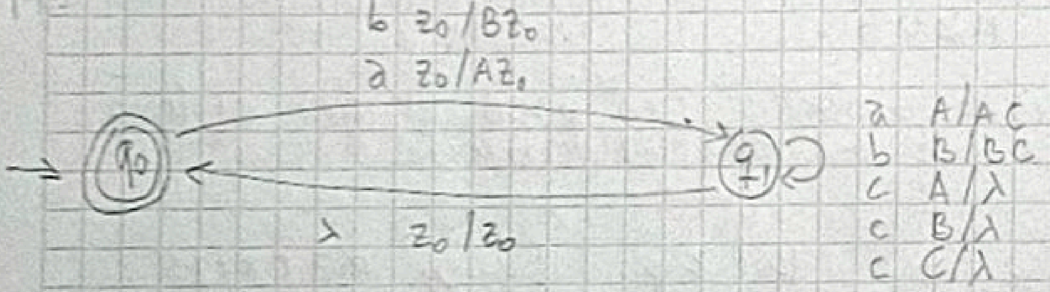
FECHA

1) L= cadenas de parentesis balanceados



2) $M = \langle \{q_0, q_1\}, \{a,b,c\}, \{Z_0, A, B, C\}, \delta_M, q_0, Z_0, \{q_0\} \rangle$

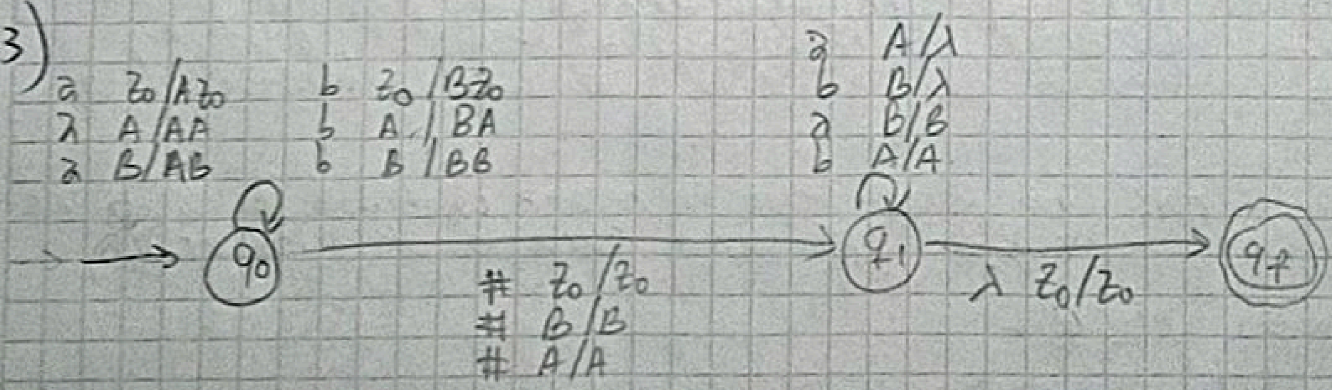
$\delta_M =$



$L = \{\gamma\omega \mid \gamma \in \{a,b\},\ \omega \in \{a,b,c\}\quad |\gamma|_b = 1 \wedge |\omega|_c = 2(|\omega|_a + |\omega|_b) - 1\}$

$L(M) = L^*$

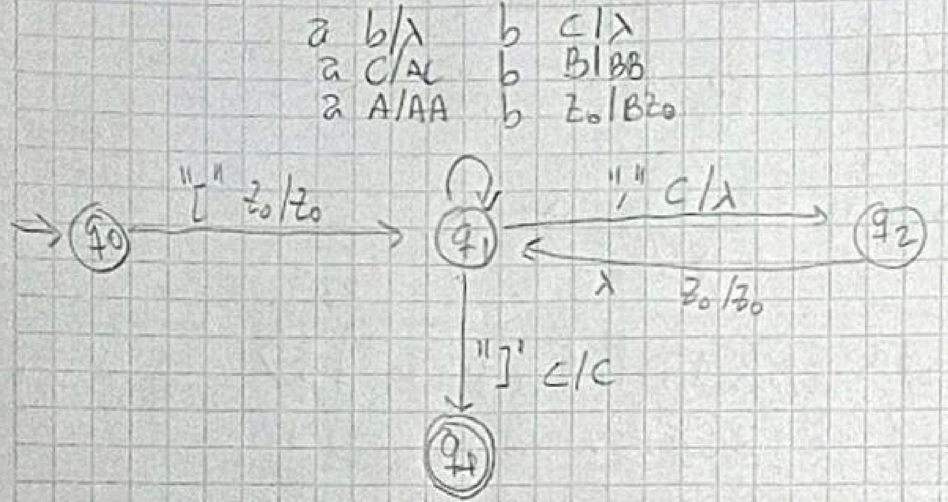
3)



4) Hecho en clase

NOTA

5)



6) $L = \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$

Sup L es libre de contexto. Sea $p > 0$ el nat del lema de pumping para lenguajes libre de contexto

$\alpha = a^p b^p c^p \in L$ y $|\alpha| \geq p$. Luego $\alpha = rxyzs$

con $|xyz| \leq p$ y $|xz| \geq 1$

Además $\forall i \geq 0$ $rx^i y z^i s \in L$.

Si tomo $i=0$ $rx^0 y z^0 s = rys$

Como $|xyz| \leq p$ no puede tener "a", "b" y "c" al mismo tiempo. Es decir, o tiene solo "a", solo "b", solo "c", una combinación de "a" y "b", o una combinación de "a" y "c".

Luego rys no puede tener la misma cantidad de "a", "b" y "c" ya que $|xz| \geq 1$. (al menos sacamos un caracter).

Entonces $rys \notin L$

7) $L = \{a^i b^j c^k : 0 \leq i \leq j \leq k\}$

$\alpha = a^p b^p c^p \in L \qquad |\alpha| \geq p \qquad p > 0$

$\alpha = rxyzs$ con $|xyz| \leq p$ y $|xz| \geq 1$

Dado que $|xyz| \leq p$ xyz no puede tener as, bs y cs.
Y como $|xz| \geq 1$ al menos tiene uno de ellos.

- xyz consta de uno de los símbolos
  - $xyz = a^{p-t}$ $\quad 0 \leq t < p$
    podemos pumpear para agregar una cantidad arbitraria de as, quedando una cantidad mayor que cs. Luego no pertenece al lenguaje
  - $xyz = b^{p-t}$ $\quad 0 \leq t < p$
    $\alpha' = r x^0 y z^0 s = rys$ quedan más as que bs por lo que no pertenece al lenguaje.
  - $xyz = c^{p-t}$ $\quad 0 \leq t < p$ idem al anterior

- xyz consta de 2 símbolos (as y bs o bs y cs)
  - as y bs: como $|xz| \geq 1$ x por lo menos tiene un a. Lo podemos pumpear para obtener una cantidad mayor de as que cs. Luego $\notin L$
  - bs y cs: con $i=0$ $\alpha' = r x^0 y z^0 s = rys$ quedan más as que cs o bs según como sea la descomposición (al menos sacamos o un c o un b ya que $|xz| \geq 1$). Luego la palabra resultante no pertenece al lenguaje.

En todos los casos llegamos a una contradicción, que provino de suponer L es libre de contexto.

8) $L = \{ a^i b^j c^i d^j : i,j \geq 0 \}$ Sea $p>0$ el nat de pumping

$\alpha = a^p b^p c^p d^p$ $|\alpha| \geq p$ $\alpha = rxyzs$ $|xyz| \leq p$ $|xz| \geq 1$

Como $|xyz| \leq p$ entonces no puede tener mas de 3 símbolos. Como $|xz| \geq 1$ tiene por lo menos un símbolo

- Caso xyz consta de un solo símbolo, luego

$\alpha' = r x^0 y z^0 s = rys$

Para que $\alpha' \in L$ debe ocurrir que $|\alpha'|_a = |\alpha'|_c \wedge |\alpha'|_b = |\alpha'|_d$

Como xyz solo consistía de un símbolo, $x^0 y z^0 = y$ tiene una cantidad menor de ese símbolo. Luego no cumple alguna de las dos condiciones.

- Caso xyz consta de 2 símbolos

equivalentemente, rys le faltaría algún símbolo y no se cumpliría que la cant de as coincide con la cant de c y la cant de b con la cant de d.

En ambos casos llegamos a una contradicción, de suponer L libre de contexto

9) $L = \{ ww : w \in \{0,1\}^* \}$ Sea $p>0$ el nat del Lema de pumping

$\alpha = \underbrace{0^p 1^p}_{w} \underbrace{0^p 1^p}_{w}$ $\alpha \in L$ y $|\alpha| \geq p$

$\alpha = rxyzs$ $|xyz| \leq p$ $|xz| \geq 1$

- Caso xyz consta solo de un símbolo

$\alpha' = r x^0 y z^0 s = rys$ hace que alguna de las mitades le falte 0s o 1s. (también podríamos pumpear 0s o 1s arbitrariamente)

- Caso xyz tenga ambos símbolos

$\alpha' = r x^0 y z^0 s = rys$, si xyz formaba parte de la primera o segunda mitad solamente, entonces ahora no coinciden

Si tenía partes en ambas mitades, entonces a la primera le saca 1s y la segunda 0s. Tampoco coinciden.

En ambos casos llegamos a una contradicción, de suponer L libre de contexto

10) $L = \{ \omega\omega^r\omega : \omega \in \{0,1\}^* \}$

$\alpha = (01)^p (10)^p (01)^p$ $\quad\quad \alpha \in L \wedge |\alpha| \geq p$

$\alpha = rxyzs$ $\quad\quad |xyz| \leq p$ $\quad\quad |xz| \geq 1$

- Caso xyz solo codifica una parte de los tercios (solo $(01)^p$ o solo $(10)^p$ o solo el segundo $(01)^p$)

  $\alpha' = rx^0yz^0s$ altero alguno de los tercios sacando 0s y/o 1s. Luego no queda del formato $\omega\omega^r\omega$

- Caso xyz codifica parte del primer y segundo tercio o del segundo y tercer tercio

  nuevamente $\alpha' = rys$ saco 1s o 0s y no quedo del formato $\omega\omega^r\omega$

- No puede codificar los 3 ya que $|xyz| \leq p$. y cada tercio tiene $2p$ simbolos.

Luego en ambos casos llegamos a una contradicción de suponer L libre de contexto.