Problem 8. - N elemű lánckapcsolás

Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Természettudományi Kar

Fizika Tanszék

Házi feladat

Műszaki és fizikai problémák számítógépes megoldása (BMETE11AF41 2024/25/1)

Szerző:

Kovács Levente (F5UHYT)

2024. december 11.

Tartalomjegyzék

MATLAB Szkript Leírása

Ez a MATLAB szkript egy RLC létra hálózat viselkedését szimulálja az idő függvényében. A felhasználótól különböző paraméterek megadását kéri a szimulációhoz, beleértve az induktanciát (L), kapacitást (C), forrás belső ellenállását (R0), forrás feszültség amplitúdóját (U0), a létra lépések számát (n) és a szimuláció végidejét (tmax).

A Szkript Által Végrehajtott Lépések

1. A felhasználótól kéri a paraméterek megadását és érvényesíti azokat.
2. Kiszámítja a lezáró ellenállást (Rt) és beállítja a szimuláció időtartamát.
3. Inicializálja az állapotváltozókat (az induktorokon átfolyó áramok és a kondenzátorokon lévő feszültségek).
4. Az `ode45` megoldót használja a RLC létra hálózatot leíró differenciálegyenletek numerikus megoldására.
5. Ábrázolja az első, középső és utolsó kondenzátorokon lévő feszültségeket.
6. Ábrázolja az első, középső és utolsó tekercseken átfolyó áramokat.
7. Lehetőséget biztosít a felhasználónak további áramok vagy feszültségek ábrázolására specifikus tekercseken vagy kondenzátorokon.

A differenciálegyenleteket az `odefun` függvény definiálja, amely kiszámítja az állapotváltozók deriváltjait az aktuális állapot és a bemeneti paraméterek alapján.

Paraméterek

- **L**: Induktancia Henry-ben (H)
- **C**: Kapacitás Farad-ban (F)
- **R0**: Forrás belső ellenállása Ohm-ban (Ω)
- **U0**: Forrás feszültség amplitúdója Volt-ban (V)
- **n**: Létra lépések száma (pozitív egész szám)
- **tmax**: A szimuláció végideje másodpercben (s)

Függvények

- `odefun`: Meghatározza a RLC létra hálózat differenciálegyenleteit.

Kimenetek

- Az első, középső és utolsó kondenzátorokon lévő feszültségek ábrái.
- Az első, középső és utolsó induktorokon átfolyó áramok ábrái.
- Opcionális ábrák specifikus induktorokon vagy kondenzátorokon lévő áramokról vagy feszültségekről a felhasználó kérésére.

MATLAB Kód

Paraméterek Bekérése és Érvényesítése

A paraméterek és azok érvényes tartományai a következők:

- **L (Induktivitás)**: Pozitív valós szám, amely az induktanciát Henryben (H) adja meg.
- **C (Kapacitás)**: Pozitív valós szám, amely a kapacitást Farad-ban (F) adja meg.
- **R0 (Forrás Belső Ellenállása)**: Pozitív valós szám, amely a forrás belső ellenállását Ohm-ban adja meg.
- **U0 (Forrás Feszültség Amplitúdója)**: Valós szám, amely a forrás feszültség amplitúdóját Volt-ban (V) adja meg.
- **n (Létra Lépések Száma)**: Pozitív egész szám, amely a létra hálózat lépéseinek számát adja meg.
- **tmax (Szimuláció Végideje)**: Nem negatív valós szám, amely a szimuláció végidejét másodpercben (s) adja meg. Ha 0-ra van állítva, a végidő automatikusan kiszámításra kerül a többi paraméter alapján.

Lezáró Ellenállás és Szimuláció Időtartama

A lezáró ellenállást értéke a feladatleírás szerint $R_t = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

A szimuláció végidejét a felhasználó által megadott érték alapján állítjuk be. Ha a felhasználó 0-t ad meg, akkor a végidő automatikusan kiszámításra kerül a következő képlet alapján:

$$t_{\max} = 3 \cdot n \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

```
    % Lezaro ellenallas kiszamitasa
    Rt = 2 * sqrt(L / C); % Lezaro ellenallas [Ohm]

    % Szimulacio idotartamanak beallitasa
    tspan = [0 tmax];
```

Állapotváltozók Inicializálása

Az állapotváltozókat (az tekercsen átfolyó áramok és a kondenzátorokon lévő feszültségek) inicializáljuk:

```
% Kezdoallapot: minden aram es feszultseg nulla
y0 = zeros(2 * n, 1);
```

Differenciálegyenletek Meghatározása

Az **odefun** segédfüggvény a differenciálegyenletek meghatározását végzi. Ez a függvény adja vissza az állapotváltozók deriváltjaira rendezett egyenletrendszer jobb oldalát.

Állapotváltozók definiálása

A tekercsek áramai (iL) és a kondenzátorok feszültségei (uC) az állapotváltozók, amelyeket a bemeneti vektor (y) alapján határozunk meg.

```
    iL = y(1:n); % Tekercsek aramai
    uC = y(n+1:end); % Kondenzatorok feszultsegei
```

Forrás feszültségének meghatározása

A forrás feszültsége (Us) az idő (t) függvényében változik. Ha t >= 0, akkor Us = U0, különben Us = 0.

```
if t >= 0
    Us = U0;
else
    Us = 0;
end
```

Differenciálegyenletek felírása

$$i_C = C\frac{du_C}{dt}$$

$$u_L = L\frac{di_L}{dt}$$

```
diL_dt = zeros(n, 1);
duC_dt = zeros(n, 1);
```

Egyenletek felírása minden létrafokra

Egy **for** ciklus segítségével minden létrafokra felírjuk az egyenleteket. A végén visszaadjuk az **ÁVLNA** egyenleteit egy vektorban.

```
    for i = 1:n
        if i == 1
            U_be = Us - R0 * iL(i); % Elso letrafok bemeneti feszultsege
        else
            U_be = uC(i-1); % Elozo kondenzator feszultsege
        end

        if i == n
            I_ki = uC(i) / Rt; % Lezaro ellenallas a vegen
        else
            I_ki = iL(i+1); % Kovetkezo tekercs arama
        end

        % Tekercs karakterisztikaja
        diL_dt(i) = (U_be - uC(i)) / L;

        % Kondenzator karakterisztikaja
        duC_dt(i) = (iL(i) - I_ki) / C;
    end

    % Kombinalt eredmeny
    dydt = [diL_dt; duC_dt];
```

Differenciálegyenletek Megoldása

Az `ode45` megoldót használjuk a differenciálegyenletek numerikus megoldására:

```
%% Numerikus megoldas ode45 solverrel
[t, y] = ode45(@(t, y) odefun(t, y, L, C, R0, Rt, U0, n), tspan, y0);
```

Eredmények Ábrázolása

Az eredményeket ábrázoljuk az első, középső és utolsó kondenzátorokon lévő feszültségekre és az induktorokon átfolyó áramokra:

```matlab
%% Abrazolas

% kondenzatorok feszultsegei

% Elso, kozepso es utolso kondenzator kivalasztasa
U_1 = y(:, n+1); % Elso kondenzator feszultsege
mid_idx = ceil(n/2); % Kozepso kondenzator indexe
U_mid = y(:, n+mid_idx); % Kozepso kondenzator feszultsege
U_last = y(:, end); % Utolso kondenzator feszultsege

figure;
plot(t, U_1, 'b', 'DisplayName', 'Elso kondenzator (U_{C1}');
hold on;
plot(t, U_mid, 'g', 'DisplayName', sprintf('Kozepso kondenzator (U_{C%d})', mid_idx));
plot(t, U_last, 'r', 'DisplayName', sprintf('Utolso kondenzator (V_C_{%d})', n));
xlabel('Ido [s]');
ylabel('Feszultseg [V]');
legend;
grid on;
title('Kondenzatorok feszultsegei a tavvezeteken');

% Tekercsek aramai
I_1 = y(:, 1); % Elso tekercs arama
I_mid = y(:, mid_idx); % Kozepso tekercs arama
I_last = y(:, n); % Utolso tekercs arama

figure;
plot(t, I_1, 'b', 'DisplayName', 'Elso tekercs (I_{L1})');
hold on;
plot(t, I_mid, 'g', 'DisplayName', sprintf('Kozepso tekercs (I_{L%d})', mid_idx));
plot(t, I_last, 'r', 'DisplayName', sprintf('Utolso tekercs (I_{L%d})', n));
xlabel('Ido [s]');
ylabel('Aram [A]');
legend;
grid on;
title('Tekercsek aramai a tavvezeteken');
```

Megfigyelések és Következtetések

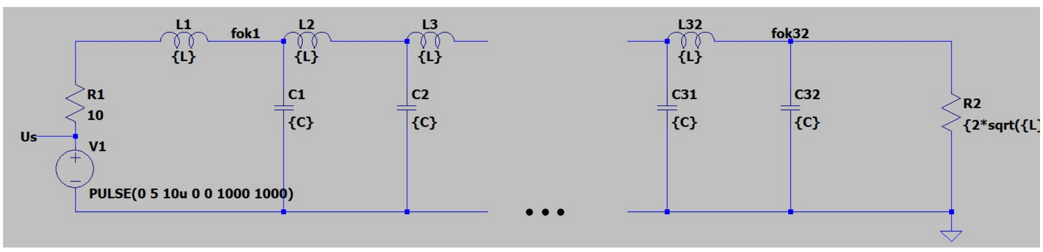
Tekintve, hogy ez egy távvezetékmodell, megfigyelhető, hogy a szimuláció eredményei alapján a kondenzátorokon lévő feszültségek és a tekercseken átfolyó áramok időbeli változása hogyan alakul. Az alábbi megfigyelések tehetők:

- Az első kondenzátor feszültsége gyorsan eléri a forrás feszültségét, majd oszcillál a beállási érték körül.
- A középső kondenzátor feszültsége késleltetve követi az első kondenzátor feszültségét, és hasonló oszcillációkat mutat.
- Az utolsó kondenzátor feszültsége a legkisebb amplitúdójú oszcillációkat mutatja, mivel a lezáró ellenállás csillapítja a rezgéseket.

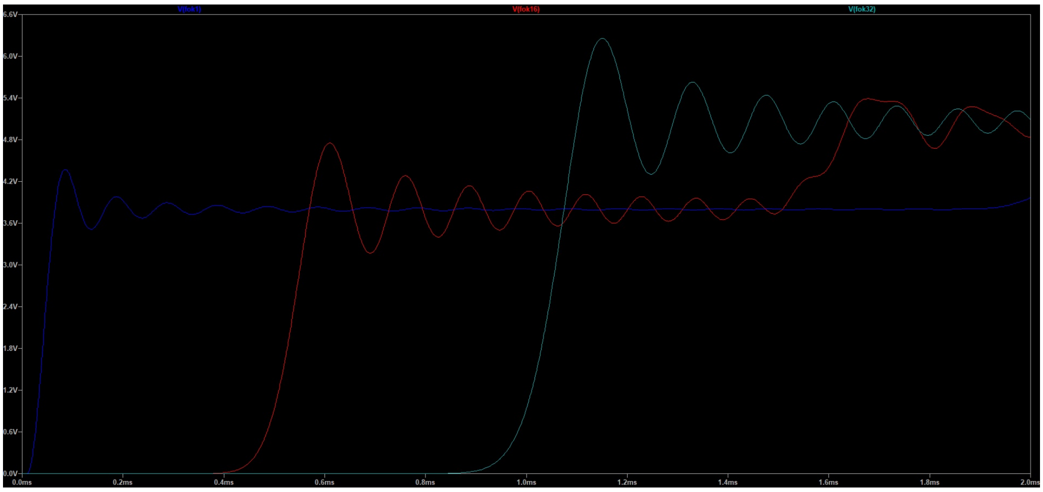
Az eredmények validálása érdekében elvégeztem egy 32 fokos kapcsoláson egy LTSpice szimulációt (1. ábra) is, melynek eredménye (2. ábra) maximálisan megegyezik a szkriptem kimenetével (3. ábra).

A szimuláció paraméterei:

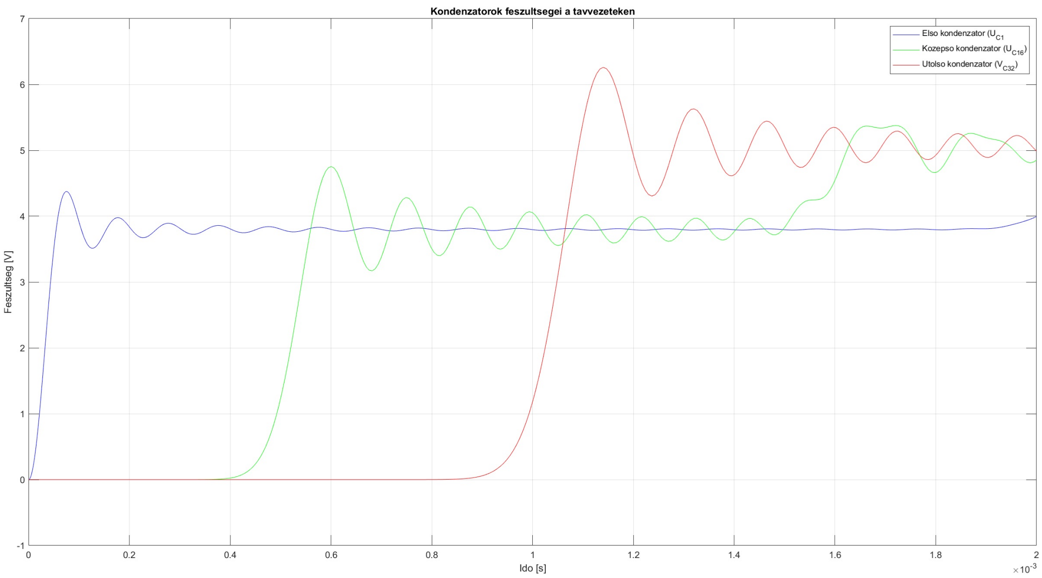
- **U0** = 5V
- **tmax** = 2ms
- **fokok száma** = 32
- **L** = 1mH
- $\mathbf{R_t} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \approx 63.6246\,\Omega$



1. ábra. LTspice szimuláció összeállítása



2. ábra. LTspice szimuláció eredménye



3. ábra. MATLAB szimuláció eredménye

A szimuláció eredményei alapján következtetéseket vonhatunk le a rendszer stabilitásáról, csillapításáról, a különböző elemek közötti kölcsönhatásokról és a modellezett távvezeték hullámterjedési paramétereiről is.

Opcionális Ábrázolás

Lehetőséget biztosítunk a felhasználónak további áramok vagy feszültségek ábrázolására is.