# СОДЕРЖАНИЕ

1	КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ	5
2	КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ	9
3	ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНО-	12
	го движения	
4	КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ГАРМОНИЧЕСКИХ КО-	21
	ЛЕБАНИЙ	
5	ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ.	25
6	ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ	28
7	РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА	34
8	ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ	37
9	МКТ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ	41
10	ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА	46
11	ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ	50
12	ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ	54
13	ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ	57
14	РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ	65
15	ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ	72
16	ЗАКОНЫ КИРХГОФА	76
17	РАСЧЕТЫ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ	86
18	ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ	92
19	ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК	96
20	ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕ-	100
	СКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ	
21	ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЗАКОН МАЛЮСА	103
22	ИНТЕРФЕРНЦИЯ ОТ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ	107
23	ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ В ПЛЕНКАХ	111
24	ЛИФРАКЦИЯ СВЕТА. ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ	115

ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА	119
ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	122
КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ	125
ФОТОЭФФЕКТ	127
ВОЛНЫ ДЕ БРОЙЛЯ	130
СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ	132
ЧАСТИЦА В БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ ПОТЕНЦИ-	135
АЛЬНОЙ ЯМЕ	
БОРОВСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА ВОДОРОДА	139
ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМА ВОДОРОДА И ВОДОРОДОПО-	141
ДОБНЫХ ИОНОВ	
РАДИОАКТИВНОСТЬ	143
ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ	146
ВЫДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ	148
ПРИЛОЖЕНИЕ	153
	ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ ФОТОЭФФЕКТ ВОЛНЫ ДЕ БРОЙЛЯ СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ЧАСТИЦА В БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ ПОТЕНЦИ- АЛЬНОЙ ЯМЕ БОРОВСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА ВОДОРОДА ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМА ВОДОРОДА И ВОДОРОДОПО- ДОБНЫХ ИОНОВ РАДИОАКТИВНОСТЬ ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ ВЫДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

## 1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Радиус-вектор точки:

$$\vec{r} = r_{x} \cdot \vec{i} + r_{y} \cdot \vec{j} + r_{z} \cdot \vec{k}$$

где  $\overset{\overleftarrow{i}, \ \overrightarrow{j}, \ \overrightarrow{k}}{i}$  - единичные векторы для осей x, y, z;

 $r_x = x$ ,  $r_y = y$ ,  $r_z = z$  — проекции r на координатные оси или декартовы координаты точки.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Вектор скорости точки:

$$\langle V \rangle = \frac{S}{t}$$

Средняя скорость движения: за время t.

 $\left\langle V \right\rangle = rac{S}{t}$  , где S- путь, пройденный точкой  $\left< V_{_{\rm II}} \right> = rac{\left| \Delta r \right|}{\Delta t}$  , где  $\left| \overrightarrow{\Delta r} \right|$  -модуль переме-

Средняя скорость перемешения:

щения за время  $\Delta t$ .

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Ускорение точки:

$$S = \int V dt$$

Пройденный путь:

 $S = \int V dt$  , где V-модуль скорости.  $a_{\tau} = \frac{dV}{dt}$ 

$$a_{\tau} = \frac{dV}{dt}$$

Тангенциальное ускорение:

 $a_n = \frac{V^{\, 2}}{R}$  ение:  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$  , где R-радиус кривизны траектории. Нормальное ускорение: Полное ускорение:

- 1.1. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение растет линейно и за первые 10 с достигает значения 5 м/с<sup>2</sup>. Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки, 2) пройденный точкой путь. Ответ: V=25 м/с, S=83,3 м.
- 1.2. Точка движется по окружности радиусом 4 м по закону  $S = A + Bt^2$ , где S — пройденный путь, A=8 м, B=2 м/c<sup>2</sup>, t- время. Определить, в какой момент времени нормальное ускорение равно 2 м/с<sup>2</sup>. Найти скорость, тангенциальное и полное ускорение точки в этот момент времени. Ответ: t=0.71 c,  $a_{\tau}=4$  м/c<sup>2</sup>, V=2.8 м/c, a=4.5 м/c<sup>2</sup>.

- 1.3. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением  $S = A Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где A = 6 м, B = 3м/с, C = 2 м/с², D = 1м/с³. Определить для тела в интервале времени от  $t_1 = 1$ с до  $t_2 = 4$ с: 1) среднюю скорость движения, 2) среднее ускорение. Ответ: V = 28 м/с, a = 19м/с².
- 1.4. Движение точки задано уравнением  $x = At + Bt^2$ , где A=4м/c, B=-0,05 м/c². Построить графики зависимости пути, перемещения, скорости и ускорения точки в интервале времени от  $t_1$ =0 до  $t_2$ =80c.
- 1.5. При движении тела в плоскости xoy вектор скорости изменяется по закону  $\vec{V}=3t\vec{i}-4t\vec{j}$ . Найти: 1) перемещение тела за первые 4 с движения, 2) ускорение, 3) уравнение траектории. Ответ:  $\Delta r$ =40м, a=5м/ $c^2$ , y = -1,33x.
- 1.6. Движение материальной точки задано уравнением  $\vec{r}(t) = A(\cos\omega t \cdot \vec{i} + \sin\omega t \cdot \vec{j})$ , где  $\vec{r}$  радиус-вектор точки, A=0.5 м,  $\omega=5$  рад/с. Найти уравнение и нарисовать траекторию движения точки, определить модуль скорости и модуль нормального ускорения. Ответ:  $x^2 + y^2 = 0.25$ , V=2.5 м/с,  $a_n = 12.5$  м/с<sup>2</sup>.
- 1. 7. Точка движется в плоскости xoy по закону:  $x=0.1\sin\omega t$ ,  $y=0.1(1+\cos\omega t)$ . Найти путь, пройденный точкой за 10 с, угол между векторами скорости  $\vec{V}$  и ускорения  $\vec{a}$ , уравнение траектории движения y=f(x). Ответ:  $S(10)=\omega,\alpha=\frac{\pi}{2},x^2+(y-0.1)^2=0.01$ .
- 1.8. Радиус-вектор частицы определяется выражением  $\vec{r}=3t^2\vec{i}+4t^2\vec{j}+7\vec{k}$ , где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  единичные вектора осей X, Y, Z. Вычислить: 1) путь S, пройденный частицей за первые 10c, 2) модуль перемещения  $\Delta r$  за тоже время, 3) ускорение частицы. Ответ: S=500м,  $\Delta r$ =500м, a=10 м/c².
- 1.9. Точка движется в плоскости xoy по закону:  $x=2\sin\omega t$ ;  $y=2\cos\omega t$ . Найти путь, пройденный телом за 2c; угол между векторами скорости V и ускорения a; траекторию движения y=f(x). Ответ:  $S(2)=4\omega,\alpha=\pi/2,x^2+y^2=4$ .
- 1.10. Радиус-вектор, определяющий положение движущейся частицы, изменяется по закону:  $\vec{r}(t) = 2t\sqrt{t} \cdot \vec{i} + 4t\sqrt{t} \cdot \vec{j}$  Найти для этой частицы скорость, путь и перемещение спустя 2 с после начала движения. Ответ: V=9,5 м/с, 12,6 м.
- 1.11. Точка движется так, что вектор её скорости V меняется со временем по закону  $\vec{V}=2\vec{i}+2t\vec{j}+2t^2\vec{k}$  (м/с). Найти модуль перемещения  $\left|\Delta\vec{r}\right|$  за первые 4c её движения; модуль скорости в момент времени t=4c. Ответ:  $\left|\Delta\vec{r}\right|=46$ ,3 м, V = 33 м/с.

- 1.12. Точка движется в плоскости xoy по закону: x=-2t; y=4t(1-t). Найти уравнение траектории y=f(x) и изобразить ее графически; вектор скорости  $\vec{V}$  и ускорения  $\vec{a}$  в зависимости от времени; момент времени  $t_0$ , в который вектор ускорения  $\vec{a}$  составляет угол  $\pi/4$  с вектором скорости  $\vec{V}$ . Ответ:  $y=-x^2-2x$ ;  $\vec{V}=-2\vec{i}+4(1-2t)\vec{j}$ ,  $\vec{a}=-8\vec{j}$ ,  $t_0=0,75$ c.
- 1.13. Радиус-вектор частицы изменяется по закону  $\vec{r}(t) = t^2 \cdot \vec{i} + 4t \vec{j} 2\vec{k}\,(_{\it M})$ . Найти вектор скорости  $\vec{V}$ , вектор ускорения  $\vec{a}$ ; модуль вектора скорости V в момент времени t=2c. Ответ:  $\vec{V}=2t\vec{i}+4\vec{j}$ ,  $\vec{a}=2\vec{i}$ , V=5,7 м/c.
- 1.14. Точка начинает двигаться по плоскости xoy из начала координат с ускорением  $\vec{a}=2\vec{i}+3t\vec{j}$ . Найти вектора скорости и перемещения в зависимости от времени и уравнение траектории y=f(x). Ответ:  $\vec{V}=2t\vec{i}+1,5t^2\vec{j}$ ,  $\Delta\vec{r}(t)=t^2\cdot\vec{i}+0,5t^3\cdot\vec{j}$ ,  $y=0,5x\cdot\sqrt{x}$ .
- 1.15. В течение времени  $\tau$  скорость тела задается уравнением  $V=A+Bt+Ct^2$  ( $0\leq t\leq \tau$ ). Определить среднюю скорость движения и среднее ускорение за промежуток времени от начала движения до  $\tau$ . От-

BET: 
$$V_{cp} = A + B\frac{\tau}{2} + C\frac{\tau^2}{3}, a_{cp} = B + C\tau$$

- 1.16. Точка движется в плоскости xoy по закону: x=2t,y=4t(t-1). Найти уравнение траектории y=f(x) и изобразить ее графически; вектор скорости  $\vec{V}$  и ускорения  $\vec{a}$  в зависимости от времени; момент времени  $t_0$ , в который вектор ускорения  $\vec{a}$  составляет угол  $\pi/6$  с вектором скорости  $\vec{V}$ . Ответ: y=x(x-2),  $\vec{V}=2\vec{i}+(8t-4)\vec{j},\vec{a}=8\vec{j}$ ,  $t_0=0,93$ с.
- 1.17. Точка движется в плоскости xoyпо закону:  $x=10\cos\omega t,\,y=10(1-\sin\omega t)$ . Найти путь, пройденный точкой за первые 10с движения; угол между векторами скорости  $\vec{V}$  и ускорения  $\vec{a}$ ; уравнение траектории движения y=f(x).

Other: 
$$S = 100\omega, \alpha = \frac{\pi}{2}, x^2 + (10 - y)^2 = 100$$
.

- 1.18. Точка движется так, что ее вектор скорости меняется со временем по закону  $\vec{V}=2\vec{i}+3t^2\vec{j}+6t^2\vec{k}$  (м/с). Найти модуль перемещения точки за первые 2c её движения и модуль скорости в момент времени t=1c. Ответ: 19,1 м; 7 м/с.
- 1.19. Радиус-вектор  $\vec{r}$  частицы меняется со временем по закону  $\vec{r} = \vec{b} \cdot t (1 \alpha t)$ , где  $\alpha$  постоянная,  $\vec{b}$  постоянный вектор. Найти: 1) век-

тор скорости и ускорения частицы в зависимости от времени, 2) промежуток времени  $\Delta t$ , по истечении которого частица вернется в исходную точку, 3) путь, который пройдет точка за время  $\Delta t$ . Ответ:  $\vec{V} = \vec{b}(1-2\alpha t), \vec{a} = -2\alpha \vec{b}, \Delta t = \frac{1}{\alpha}, S = \frac{b}{2\alpha}$ .

- 1.20. Точка движется в плоскости xoy по закону: x = t/2, y = t(1-t). Найти уравнение траектории y = f(x) и изобразить ее графически; вектор скорости  $\vec{V}$  и ускорения  $\vec{a}$  в зависимости от времени; момент времени  $t_0$ , в который вектор ускорения  $\vec{a}$  составляет угол  $\pi/3$  с вектором скорости  $\vec{V}$ . Ответ:  $y = 2x 4x^2, t_0 = 0,65c; \vec{V} = 0,5\vec{i} + (1-2t)\vec{j}; \vec{a} = -2\vec{j}$ .
- 1.21. Частица движется так, что ее радиус-вектор изменяется по закону:  $\vec{r}(t) = 7\vec{t} + 4t\vec{j} + 3t^2\vec{k}$  (м). По какому закону изменяется вектор скорости  $\vec{V}$  и вектор ускорения  $\vec{a}$  частицы? Найти модуль вектора скорости V в момент времени t=3 с и перемещение тела  $\Delta r$  за первые 4с движения. Ответ:  $\vec{V} = 4 \cdot \vec{j} + 6 t \cdot \vec{k}$ ,  $\vec{a} = 6 \cdot \vec{k}$ ; V = 18,4 м/с;  $\Delta r = 50,6$  м.
- 1.22. В плоскости  $x_{OY}$  движется точка так, что скорость ее изменяется по закону  $\vec{V}=0.2t(6\vec{i}+8\vec{j})$ . Определить: 1) ускорение точки, 2) скорость через 5 с после начала движения, 3) перемещение за 5 с движения. Ответ: 2 м/с², 10 м/с, 25 м.
- 1.23. Точка движется в плоскости xoy по закону:  $x=0,1\cos\omega t, y=1-0,1\sin\omega t$ . Найти путь, пройденный телом за 10с; угол между векторами скорости  $\vec{V}$  и ускорения  $\vec{a}$ ; траекторию движения y=f(x). Ответ:  $S=\omega,\alpha=\pi/2,x^2+(1-y)^2=0,01$ .
- 1.24. Точка движется в плоскости xoy по закону: x=10t, y=9t(1-2t). Найти уравнение траектории y=f(x) и изобразить ее графически; вектор скорости  $\vec{V}$  и ускорения  $\vec{a}$  в зависимости от времени; момент времени  $t_0$ , в который вектор ускорения  $\vec{a}$  составляет угол  $\pi/3$  с вектором скорости  $\vec{V}$ . Ответ:  $y=0.9x(1-0.2x), t_0=0.41c$ .
- 1.25. Частица движется по оси X так, что ее скорость меняется по закону  $V=\beta\sqrt{x}$ , где  $\beta$  постоянная. Имея в виду, что в момент времени t=0 частица находится в точке X=0, найдите: 1) зависимость от времени скорости и ускорения частицы, 2) среднюю скорость частицы за время, в течение которого она пройдет первые S метров пути. Ответ:

$$V = \frac{\beta t^2}{2}, a = \frac{\beta^2}{2}, V_{cp} = \frac{\beta \sqrt{S}}{2}.$$

#### 2. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Угловая скорость:  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ , где  $-\varphi$  угловой путь  $\varphi = \int \omega dt$  .

Средняя угловая скорость за время  $\Delta t$ :  $\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ .

Угловое ускорение:  $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ .

Среднее угловое ускорение:  $\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ .

Связь между линейными и угловыми величинами:  $V = \omega \cdot R$ ;  $a_z = \varepsilon \cdot R$ .

- 2.1. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол поворота зависит от времени по закону  $\varphi=10+20\cdot t-2\cdot t^2$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости  $\langle \omega \rangle$  за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки колеса; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 0,1м от оси вращения для момента времени t=4 с. Ответ: 10 рад/с; -4 рад/с²; 1,65 м/с².
- 2.2. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону  $\omega = -16 + 4 \cdot t$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости тела за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени  $t_1=3,5$  с; 3) линейную скорость вращения точек, лежащих на расстоянии 1 м от оси вращения в момент времени  $t_2=3$  с. Ответ: -8 рад/с; 5,66 м/с²; -4 м/с.
- 2.3. Диск радиусом 10 см вращается так, что зависимость угла поворота от времени задается уравнением  $\varphi = A + B \cdot t^3$  (рад), где A=2 рад, B=8 рад/с. При каком значении угла поворота полное ускорение точки на краю диска составляет с радиусом колеса угол 45°? Какова угловая скорость диска в этот момент времени? Ответ: 3 рад; 6 рад/с.
- 2.4. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi=2+4\cdot t-2\cdot t^2$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости  $\langle \omega \rangle$  за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) угловую скорость тела в момент времени t=0,25 с; 3) нормальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения в тот же момент времени. Ответ: 2рад/с; 3 рад/с; 9 м/с $^2$ .
- 2.5. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону  $\omega = 18t 9t^2$ . Найти: 1) среднее

- значение угловой скорости тела  $\langle \omega \rangle$  за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 60 см от оси вращения для момента времени t=1 c; 3) число оборотов, которое сделает колесо до остановки. Ответ: 6 рад/c; 48,6 рад/c²; 1,9.
- 2.6. Колесо автомобиля вращается равнозамедлено и за время 2мин оно изменило частоту вращения от 240 до 60 об/мин. Определить угловое ускорение колеса и число полных оборотов, сделанных колесом за это время. Записать уравнение углового пути и угловой скорости. Ответ: 0,157 рад/ $c^2$ ; 300.
- 2.7. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = 8 8 \cdot t + t^2$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки тела; 3) нормальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени t=2 с. Ответ: -4 рад/с; 2 рад/с²;  $16 \text{ м/c}^2$ .
- 2.8. Диск радиуса R=1 м вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону  $\omega=4-9t^2$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости диска  $\langle \omega \rangle$  за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на ободе диска в момент времени t=0,1 c; 3) угловое ускорение в момент остановки диска. Ответ: 2,67 рад/c; 15,4 рад/c²; -12 рад/c².
- 2.9. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения 50 об/с, после выключения тока, сделав 628 оборотов, остановился. Определить угловое ускорение якоря, написать уравнения углового пути и угловой скорости якоря. Ответ: 12.5 рад/с;  $\omega = 314t 6.25t^2$ ;  $\omega = 314 12.5t$ .
- 2.10. Диск вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = -4 \cdot t + 10 \cdot t^2$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения для момента времени t=0,1 с. Ответ: -2 рад/с; 20 рад/с²;  $16.3 \text{ м/c}^2$ .
- 2.11. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону  $\omega = 9 9t^2$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости тела за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени t=0,5 с; 3) угловое ускорение в момент остановки. Ответ: 6 рад/с; 45,6 рад/с<sup>2</sup>; -18 м/с<sup>2</sup>.
- 2.12. Точка движется по окружности радиусом 1 м и при этом ее нормальное ускорение меняется по закону  $a_n = A + Bt + C \cdot t^2$ , где  $A=1\text{м/c}^2$ ,  $B=2\text{м/c}^3$ ,  $C=1\text{м/c}^4$ . Найти уравнение углового пути точки. Сколь-

- ко оборотов сделает точка за первые 4 с движения? Ответ:  $\varphi = t + 0.5 \cdot t^2$ ; 1,9.
- 2.13. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi=4-16\cdot t+t^2$ . Найти: 1) среднее значение угловой скорости за промежуток времени от начального момента до остановки; 2) угловую скорость тела в момент времени  $t_1=4$  с; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1,2 м от оси вращения для момента времени  $t_2=7$  с. Ответ: -8 рад/с; -8 рад/с; 5,4 м/с².
- 2.14. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону  $\omega=25-9t^2$ . Найти: 1) среднее значение углового ускорения тела за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 0,5 м от оси вращения для момента времени t=1,5 с; 3) зависимость угла поворота тела  $\phi$  от времени. Ответ: 15 рад/с²; 17,6 м/с²; 00 = 17,60 г/с² 17,60 м/с²; 17,60 м/с²; 17,60 м/с² 17,60 м/с
- 2.15. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота от времени определяется уравнением  $\varphi = A \cdot t^2$ , где A=0,5 рад/ $c^2$ . Определить к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска, 2) угловое ускорение, 3) тангенциальное, нормальное и полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения. Ответ: 2 рад/c; 1 рад/ $c^2$ ; 0,8 м/ $c^2$ ; 3,2 м/ $c^2$ ; 3,3 м/ $c^2$ .
- 2.16. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = 14 4t + 2t^2$ . Найти: 1) число оборотов, которое совершит тело до остановки; 2) угловую скорость тела в момент времени t = 0.5 с; 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени t = 0.5 с. Ответ: 1,9 об; -2 рад/с; 5,7 м/с².
- 2.17. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону  $\omega=-16+9t^2$ . Найти: 1) зависимость угла поворота тела  $\phi$  от времени; 2) средние значения угловой скорости и углового ускорения тела за промежуток времени от t=0 до остановки. Ответ:  $\varphi=3t^3-16t$ ; -10,6 рад/с; 12 рад/с².
- 2.18. Колесо, вращаясь равноускоренно, увеличивает частоту вращения от 3 до 4 об/с, совершая при этом 10 полных оборотов. Найти и записать законы изменения угловой скорости и углового пути в зависимости от времени. Ответ:  $\omega = 18.8 + 2.2 \cdot t$ ;  $\varphi = 18.8 \cdot t + 1.1 \cdot t^2$ .
- 2.19. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол поворота зависит от времени по закону  $\varphi=2-6\cdot t+2\cdot t^3$ . Найти: 1) среднее значение углового ускорения в промежутке времени от 0 до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки колеса; 3) тангенциальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 0,4м от оси вращения в момент времени t=0,5 с. Ответ: 6 рад/ $c^2$ ; 12 рад/ $c^2$ ; 2,4 м/ $c^2$ .

- 2.20. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = 6t 2t^3$ . Найти: 1) число оборотов, совершенных телом до остановки, 2) среднее угловое ускорение в этом промежутке времени, 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 20см от оси вращения в момент времени t = 0.8 с. Ответ: 0.64 об; -6 рад/с $^2$ ; 2.13 м/с $^2$ .
- 2.21. Маховик диаметром 18 см вращается на оси электродвигателя с частотой 20 об/с. После отключения электрического тока маховик вместе с ротором электродвигателя совершил 120 оборотов и остановился. Найти и написать закон изменения угловой скорости маховика, и законы изменения нормального и тангенциального ускорения (для точек, лежащих на ободе маховика) от времени.

Other: 
$$\omega = 125,6-10,5t; a_{\tau} = const = 0,94 \text{ m/c}^2; a_{\eta} = (37,7-3,14t)^2$$
.

- 2.22. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону  $\omega = -20t^2 + 4t$ . Найти: 1) среднее значение углового ускорения тела  $\langle \varepsilon \rangle$  за промежуток времени от t=0 до остановки; 2) нормальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1,5 м от оси вращения для момента времени t=0,1 c; 3) зависимость угла поворота тела  $\varphi$  от времени. Ответ: 0; 0,06 м/с²;  $\varphi = 2t^2 6.67t^3$ .
- 2.23. Диск вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi=-6t+2t^3$ . Найти: 1) угловое ускорение в начальный момент времени и в момент остановки; 2) среднее значение углового ускорения за этот промежуток времени, 3) полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения для момента времени t=0,5 с. Ответ: 0; 12рад/ $c^2$ ; 6 рад/ $c^2$ ; 21,1 м/ $c^2$ .

# 3. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ

Основное уравнение динамики материальной точки (второй закон Нью-

тона): 
$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}.$$

Основной закон динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

 $M_z = J_z \mathcal{E}$  , где  $\epsilon$ - угловое ускорение,  $J_z$ - момент инерции тела относительно оси z.

Момент инерции тел массой m относительно оси, проходящей через центр масс:

кольца радиуса R  $J = mR^2$ ;

сплошного диска(цилиндра)  $J = \frac{1}{2} mR^2$ ;

тонкого стержня  $J = \frac{1}{12} mR^2$ .

#### 3.1. Динамика поступательного движения

- 3.1. По горизонтальной поверхности движется тело массой m=2 кг под действием силы F=8 H, направленной под углом  $\alpha=60^{0}$  к горизонту. Найти расстояние, которое прошло тело, если его скорость увеличилась с 3 до 5 м/с, а коэффициент трения между телом и поверхностью равен  $\mu=0,1$ . Ответ: 5,9 м.
- 3.2. Грузы, показанные на рис.1, движутся по гладкой горизонтальной плоскости под действием силы 100 Н. Когда сила приложена к правому грузу, натяжение нити, связывающей грузы, было равно 40 Н. Каким будет натяжение нити, если приложить эту же силу к левому грузу? Ответ: 60 Н.

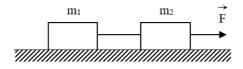
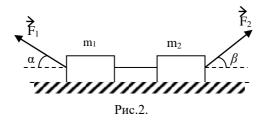
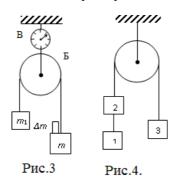


Рис.1.

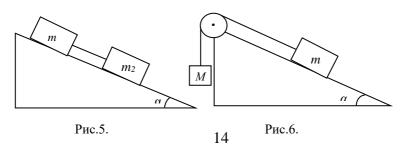
3.3. Два бруска массами  $m_1$ =3 кг и  $m_2$ =2 кг, связанные нерастяжимой нитью, находятся на горизонтальном столе (рис.2). К ним приложены силы  $F_1$ =10 H и  $F_2$ =5H, составляющие с горизонтом углы  $\alpha$ =30 $^0$  и  $\beta$ =60 $^0$ . Найти ускорение системы и силу натяжения нити. Коэффициенты трения брусков о плоскость одинаковы и равны  $\mu$ =0,1. Система движется влево. Ответ: 0,44 м/с $^2$ ; 4,9 H.



- 3.4. Тело массой m =1 кг движется вверх по вертикальной стене под действием силы F=20 H, направленной под углом  $\alpha$ =30 $^{0}$  к вертикали. Найти ускорение тела, если коэффициент трения тела о стенку равен  $\mu$ =0,4. Ответ: 3,5 м/с.
- 3.5. Через блок Б перекинут шнур, к концам которого прикреплены грузы (рис.3) массами  $m_1$ =4 кг и  $m_2$ =5 кг. На больший груз помещен дополнительный груз  $\Delta m$ =0,5 кг. Блок подвешен к пружинным весам В. Определите показания весов F при движении грузов. Массой блоков и шнура, а также трением в блоке пренебречь. Ответ: 92,8 Н.



- 3.6. Через неподвижный блок перекинута нить, к которой подвешены три одинаковых груза массой m=5 кг каждый (рис.4). Найти ускорение системы и силу натяжения между грузами 1 и 2. Какой путь пройдут грузы за первые t=4 с движения? Трением пренебречь. Ответ: 3,3  $\text{м/c}^2$ : 33,5 H; 26.4 м.
- 3.7. Блок подвешен к потолку с помощью троса. Через блок перекинута нить с двумя грузами. Чему равно отношение масс грузов, если во время движения натяжение троса равно силе тяжести более тяжелого груза? Массой блока и нити пренебречь. Ответ: 3.
- 3.8. По наклонной плоскости на рис.5 скользят два груза массами  $m_1$ =2 кг и  $m_2$ =3 кг, связанные невесомой и нерастяжимой нитью. Коэффициенты трения между грузами и плоскостью равны соответственно  $\mu_1$ = 0,2 и  $\mu_2$ = 0,1. Определите силу натяжения нити, если угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha$ =20 $^0$ . Ответ: 1,16 H.

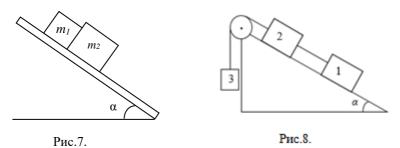


- 3.9. На рис. 6 показана наклонная плоскость с углом наклона  $\alpha$ =30°, на которой лежит брусок массой m=4 кг. Груз массой M=1 кг соединен с бруском при помощи нити, перекинутой через блок. В какую сторону движутся тела? Определить натяжение нити и силу давления на ось блока. Массой блока и нити пренебречь. Коэффициент трения бруска о плоскость  $\mu$ =0,1. Ответ: 11,1 H; 19,1 H.
- 3.10. На неподвижном клине с углом при основании угол  $\alpha$ =30 $^{0}$  (см. рис.6) находится тело массой m, к которому прикреплена нерастяжимая легкая нить, перекинутая через невесомый блок. К другому концу нити прикреплено тело массой M. Отношение масс тел  $\eta$ =M/m=2/5. Коэффициент трения между первым телом и плоскостью равен  $\mu$ =0,1. Найти ускорение тел. Ответ: 0,09 м/с $^{2}$ .
- 3.11. На установке (рис.6) известны угол  $\alpha$  наклонной плоскости с горизонтом и коэффициент трения  $\mu$  между телом m и наклонной плоскостью. Масса блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет. Считая, что в начальный момент оба тела неподвижны, найти отношение масс M/m, при котором тело M: а) начнет опускаться; б) начнет подниматься; в) останется в покое.

Otbet: a) 
$$\frac{M}{m} \rangle \sin \alpha + \mu \cos \alpha$$
; 6)  $\frac{M}{m} \langle \sin \alpha - \mu \cos \alpha$ ;

B) 
$$\sin \alpha - \mu \cos \alpha \langle \frac{M}{m} \langle \sin \alpha + \mu \cos \alpha \rangle$$

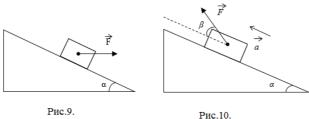
3.12. Два соприкасающихся бруска скользят по наклонной доске (рис.7). Масса первого бруска  $m_1$ = 2 кг, второго  $m_2$ = 3 кг. Коэффициенты трения между первым бруском и доской  $\mu_1$ = 0,1, между вторым и доской  $\mu_2$ = 0,3. Угол наклона доски  $\alpha$ = 45°. Определите ускорение, с которым движутся бруски, и силу, с которой бруски давят друг на друга. Ответ: 5,4 м/с²; 1,65 H.



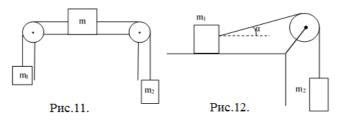
3.13. Определите силы натяжения нитей, связывающих грузы в системе, изображенной на рис.8. Массы тел соответственно равны  $m_1$ =1 кг,  $m_2$ =2 кг и  $m_3$ =4 кг. Коэффициент трения первого тела о наклонную плоскость  $\mu_1$ =0,1, коэффициент трения второго тела  $\mu_2$ =0,2. Угол наклона

плоскости к горизонту  $\alpha$ =30°. Трением в блоке и массой блока пренебречь. Ответ: 8,6 H; 27,6 H.

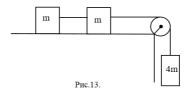
3.14. На тело массой m=50 кг, находящееся на наклонной плоскости (см. рис.9), действует горизонтально направленная сила F=10 H. Найти ускорение тела, если наклонная плоскость составляет с горизонтом угол  $\alpha$ =30 $^{0}$ , а коэффициент трения между телом и плоскостью равен  $\mu$ =0,1. Ответ: 4,7 м/с $^{2}$ .



- 3.15. Брусок массой m=20 кг движется вверх по наклонной плоскости (рис.10) с углом наклона  $\alpha$ =30°. На брусок действует сила F=150 H под углом  $\beta$ = 30° к плоскости. Коэффициент трения бруска о плоскость  $\mu$ = 0,2. Найти ускорение и путь, пройденный бруском за первые 2 с движения, ели начальная скорость равна нулю. Ответ: 0,65 м/с²; 1,3 м.
- 3.16. На наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha=30^{0}$  с горизонтом, положили груз массой m=1 кг. Коэффициент трения груза о плоскость равен  $\mu=0,1$ . Какую горизонтальную силу F необходимо приложить к грузу, чтобы он равномерно перемещался вверх по наклонной плоскости? Ответ: 7,0 H.
- 3.17. Тело соскальзывает без начальной скорости с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha$ =30 $^{0}$ , длина наклонной плоскости L=2 м. Коэффициент трения тела о плоскость равен  $\mu$ =0,3. Каково ускорение тела? Сколько времени длится соскальзывание тела? Ответ: 2.4 м/с $^{2}$ ; 1,3 с
- 3.18. К краям стола прикреплены неподвижные блоки, через которые перекинуты два шнура, привязанные к бруску массой m=3 кг, лежащему на столе (рис.11). Силой трения между столом и бруском пренебречь. К висящим концам шнуров подвешены гири, массы которых  $m_1=1,5$  кг и  $m_2=2,5$  кг. Определите силу натяжения каждого из шнуров. Массой блоков и трением в блоках пренебречь. Ответ: 16.8 H: 21.0 H.



- 3.19. Брусок массой  $m_1$  =1 кг лежит на горизонтальной поверхности (рис.12). К нему под углом  $\alpha$ =30 $^0$  прикреплена нерастяжимая нить, которая переброшена через невесомый блок. Какой минимальной массы груз надо подвесить на другой конец нити, чтобы брусок сдвинуть с места, если коэффициент трения покоя равен  $\mu$ =0,3. Ответ: 0,3 кг.
- 3.20. Три груза массами m, m и 4m, где m=5 кг, соединены невесомыми нерастяжимыми нитями, как показано на рис.13. Коэффициент трения между грузами и горизонтальной поверхностью  $\mu$ =0,3. Определить силы натяжения нитей. Блок невесомый, трения в оси блока нет. Ответ: 84,9 H; 42,5 H.



3.21. Наклонная плоскость, составляет с горизонтом угол  $\alpha$ =60°, вверху переходит в горизонтальную поверхность (рис.14). Два бруска одинаковой массы m=1 кг соединены нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок. Один брусок находится на наклонной плоскости, а второй — на верхней поверхности. Найти силу натяжения нити и ускорение системы, если коэффициент трения между брусками и плоскостью равен  $\mu$ =0,3. Ответ: 5,0 H; 2,0 м/с².

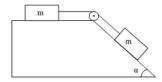


Рис.14.

3.22. Найти ускорение, с которым движутся грузы (рис.15) и силу натяжения нити между ними, если масса грузов одинакова и равна m=1 кг, угол  $\alpha=30^{0}$ , а угол  $\beta=45^{0}$ . Трения в системе нет. Ответ:  $1 \text{ м/c}^{2}$ ; 5,9 H.

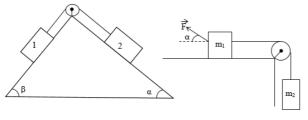


Рис.15.

Рис.16.

3.23. В системе, изображенной на рис.16, массы тел равны  $m_1$ =1,5 кг и  $m_2$ =0,5 кг. На первое тело действуют силой F=10 H, направленной под углом  $\alpha$ =30 $^0$  к горизонту. Коэффициент трения между телом  $m_1$  и плоскостью  $\mu$ =0,1. Определить ускорение тел в системе. Трением в блоке, массами блока и нити пренебречь. Ответ: 1,4 м/с².

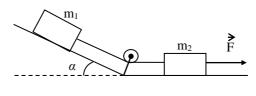
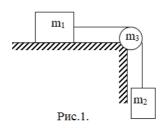


Рис.17.

- 3.24. Небольшое тело резко толкнули снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$ =60 $^{0}$  с горизонтом. Найти коэффициент трения  $\mu$  между телом и поверхностью плоскости, если время подъема оказалось на 20 % меньше времени спуска. Ответ: 0,38.
- 3.25. В системе, изображенной на рис. 17, массы брусков равны  $m_1$ =600 г и  $m_2$ =1 кг. На брусок  $m_2$  действует сила F= 5 H. Угол наклона плоскости к горизонту равен  $\alpha$ =30 $^{0}$ . Коэффициенты трения брусков о плоскость одинаковы и равны  $\mu$ =0,1. Найти ускорение брусков и силу натяжения нити, действующей между брусками. Ответ: 2,8 м/с $^{2}$ ; 1,2 H.

## 3.2. Динамика поступательного и вращательного движений

- 3.26. На обод маховика диаметром 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз с массой 2 кг. Определить момент инерции маховика, если он вращаясь равноускоренно под действием груза, за время t=3c приобрел угловую скорость 9 рад/с. Ответ: 1,78 кг·м².
- 3.27. Вал в виде сплошного цилиндра массой  $m_1$ =10 кг насажен нагоризонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концукоторого подвешена гиря массой  $m_2$ =2 кг. С каким ускорением будетопускаться гиря, если ее предоставить самой себе? Ответ: 2,8 м/с².
- 3.28. С какими ускорениями будут двигаться тела в предыдущей за-даче и какой будет сила натяжения нити, если в оси цилиндра действуетсила трения, создающая тормозящий момент 1,2 Н·м, а радиус цилиндраравен 0,1м? Ответ: 1,14 м/с²; 22,3 Н.
- 3.29. Массы грузов, показанных на рис.1,  $m_1$ =1,5 кг,  $m_2$ =2 кг, массаблока  $m_3$ =1кг. Коэффициент трения между грузом  $m_1$  и горизонтальной поверхностью стола, по которому этот груз движется, равен  $\mu$ =0,2. С ка-ким ускорением движутся грузы? Ответ: 8 м/с².



- 3.30. На горизонтальной поверхности стола находится тележка смассой  $m_1$ =5кг. К тележке привязали легкую нить, которую перебросиличерез блок (масса  $m_3$ =2 кг, радиус 0,1 м), а к концу ее прикрепили гирю смассой  $m_2$ =3 кг (рис.1). Какую кинетическую энергию будет иметь этасистема тел спустя 0,5 с после начала движения? Трением пренебречь.Ответ: 12,5 Дж.
- 3.31. На горизонтальной поверхности стола находится тележка смассой  $m_1$ =0,5 кг. К тележке привязали легкую нить, которую переброси-ли через блок (масса  $m_3$ =0,2 кг, радиус 0,1 м), а к концу ее прикрепилигирю с массой  $m_2$ =0,3 кг (рис. 1). В оси блока действуют силы трения, создающие тормозящий момент  $M_{\text{торм}}$ =0,1 H·м. Коэффициент трениямежду поверхностью стола и тележкой равен  $\mu$ =0,1. Какую кинетическуюэнергию будет иметь эта система тел спустя 0,5 с после начала движе-ния? Ответ: 0,3 Дж.
- 3.32. На блок с массой  $m_1$ =5 кг и радиусом 10 см намотана нить, кконцу которой привязан груз с массой  $m_2$ =1 кг. При поступательномдвижении груза вниз на вращающийся блок со стороны оси действуетсила трения, создающая тормозящий момент  $M_{\text{торм}}$ =0,5  $H\cdot$ м. С какимускорением будет при этом опускаться груз? Ответ: 1,43 м/с²
- 3.33. На вал в виде цилиндра с горизонтальной осью вращениянамотана невесомая нить, к концу ее прикреплен груз. Какую угловуюскорость будет иметь вал спустя 2с после начала движения груза, еслимасса вала 4 кг, его радиус 20 см, масса груза 0,2 кг, действием сил тре- ния на движущиеся тела можно пренебречь. Ответ: 8,9 рад/с.
- 3.34. Гиря массой 1 кг опускается вертикально на легкой нити с вы-соты 0,5 м. Верхняя часть нити намотана на цилиндрический блок с мас-сой 0,8 кг и радиусом 0,15 м. Блок вращается вокруг горизонтальной оси,со стороны которой на блок действует сила трения, создающая тормозя-щий момент  $M_{\text{торм}}$ =0,2  $\text{H}\cdot\text{m}$ . Сколько времени до остановки будет вра-щаться блок после того, как гиря упадет на землю? Ответ: 0,75 с.
- 3.35. На цилиндрический блок массой 1 кг с горизонтальной осью вращения намотана невесомая нить, которая переброшена через второй такой же блок, находящийся на одном горизонтальном уровне с первым. К концу нити привязали груз массой 0,8 кг и отпустили. С какими ускорениями будут двигаться тела системы? Какой будет сила натяжения нити между блоками? Ответ: 4,4 м/с², 2,2 Н.

- 3.36. Найти ответы на вопросы предыдущей задачи, если в осях блоков действуют силы трения, создающие тормозящие моменты по 0,1 H·м, а радиусы блоков равны 0,1 м. Ответ: 3,2 м/с<sup>2</sup>, 1,6 H.
- 3.37. Система тел состоит из двух грузов с массами  $m_1$ =2кг,  $m_2$ =3 кг и блока в форме цилиндра массой  $m_3$ =4 кг, закрепленного на вершине наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ =30 $^0$  и легкой нерастяжимой нити, которая перекинута через блок и своими концами прикреплена к грузам  $m_1$  и  $m_2$  (рис.2). Определить ускорение груза  $m_2$  в процессе движения всех тел. Трением пренебречь. Ответ: 2,8 м/с $^2$ .

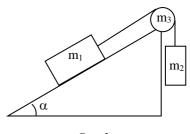
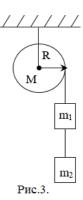


Рис.2.

- 3.38. Каким станет ускорение грузов задачи 3.12, если между телом  $m_1$  и наклонной плоскостью будет действовать сила трения с коэффициентом  $\mu$ =0,5? Ответ: 1,6 м/с².
- 3.39. Во сколько раз отличаются силы натяжения вертикального и наклонного участков нити в задаче 3.12 в случаях, когда:
  - 1) трения нет,
- 2) вдоль наклонной плоскости действует сила трения с коэффициентом  $\mu$ =0,2? Ответ: 0,73, 0,67.
- 3.40. Вычислить кинетическую энергию всех тел системы, описанной в задаче 3.12, спустя 0.5 с после начала ее движения, если в оси блока действует сила трения, создающая тормозящий момент  $M_{\text{торм}}=0.5$  H·м, а радиус блока равен 8 см. Ответ: 3.15 Дж.
- 3.41. Для системы тел, изображенных на рис.2, известно, что  $\alpha$ =20°,  $m_1$ =2 кг, масса блока  $m_3$ = 2 кг, коэффициент трения между наклонной плоскостью и грузом  $m_1$  равен  $\mu$ =0,1. Какой по массе груз  $m_2$  нужно прикрепить к вертикальному участку нити, чтобы он двигался с ускорением 1 м/с²? Ответ: 1,1 кг.
- 3.42. Невесомая нить намотана на цилиндр радиусом 30 см и массой 2 кг, переброшена через невесомый блок, находящийся на одном горизонтальном уровне с цилиндром, а к концу ее прикреплена гиря с массой 0,5 кг. Найти кинетические энергии цилиндра и гири через 0,5 с после начала движения системы тел. Трением в осях цилиндра и блока пренебречь. Ответ: 1,3 Дж, 0,6 Дж.
- 3.43. Через блок в виде однородного сплошного цилиндра с горизонтальной осью вращения массой 160 г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы с массами 200 г и 300 г. Пренебрегая трением в оси блока, определить ускорения грузов и силы натяжения нитей. Ответ: 1,5 м/с, 2,3 H, 2,5 H.

- 3.44. Определить ускорения грузов предыдущей задачи, если в оси блока действует сила трения, создающая тормозящий момент  $M_{\text{торм}}$ =0,04H·м, а радиус блока равен 10 см. Ответ: 1 м/с.
- 3.45. Дан блок массой M=2кг и радиусом R=0,6м и бруски массами  $m_1=2$ кг,  $m_2=3$ кг (рис.3). Найдите угловое ускорение блока и натяжение нити между 1 и 2 брусками. Ответ: 13,6 рад/ $c^2$ , 4,9 H.
- 3.46. Легкая нить переброшена через цилиндрический блок радиусом 10 см и массой 0,8 кг с горизонтальной осью вращения. К концам нити прикрепили грузы с массами 0,5 и 0,4 кг. Пренебрегая трением в оси блока, найти скорости вращения блока и движения грузов спустя 1 с после начала движения. Ответ: 7,5 рад/с, 0,75 м/с.
- 3.47. Найти ответы на вопросы предыдущей задачи, если в оси блока будет действовать сила трения, создающая тормозящий момент  $0.04~{
  m H\cdot m}$ . Ответ:  $7.2~{
  m pag/c}$ ,  $0.72~{
  m m/c}$ .



- 3.48. Невесомая нить переброшена через блок массой  $m_3$ =2 кг, имеющий форму цилиндра. К концам нити прикреплены грузы с массами  $m_1$ =2кг и  $m_2$ =1 кг. Определить ускорение грузов в процессе движения тел. Трением пренебречь. Ответ:  $2,45 \text{ м/c}^2$ .
- 3.49. С каким ускорением будут двигаться грузы предыдущей задачи, если в оси блока действует сила трения, создающая тормозящий момент  $M_{\text{торм}}$ =0,1  $H\cdot M$ , а радиус блока равен 5 см? Ответ: 1,95 M/с².
- 3.50. Каким должен быть момент сил трения в оси блока  $m_3$  задачи 3.23, чтобы ускорения грузов  $m_1$  и  $m_2$  в процессе их движения оказалось равным  $0.7 \text{ м/c}^2$ ? Радиус блока 5 см. Ответ: 0.35 H·м.
- 3.51. Блок массой 0,4 кг, имеющий форму диска (цилиндра), вращается вокруг горизонтальной оси под действием силы натяжения нити, которая переброшена через блок и к концам которой подвешены грузы с массами 0,3 и 0,7 кг. Определить силы натяжения нити по обе стороны блока. Ответ: 3,9 H, 4,6 H.
- 3.52. Система тел, описанная в задаче 3.26, приобрела через секунду после начала движения кинетическую энергию 2,4 Дж. Найти по этим данным момент сил трения, действующих в оси блока. Радиус блока равен 5 см. Задачу решить с применением законов Ньютона. Ответ: 1,5H.

### 4. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Возвращающаяся квазиупругая сила, действующая на колеблющееся тело:

$$F = -kx$$
,

где х-смещение тела от положения равновесия; к- коэффициент квазиу-

пругой силы.

Уравнение гармонических колебаний:

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где А-амплитуда, t-время,  $\phi_0$ -начальная фаза,  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$  -круговая частота колебаний, T-период колебаний.

- 4.1. Уравнение колебаний точки имеет вид:  $x = A \cdot cos\omega(t+\tau)$ , где A=0.02 м,  $\omega=\pi$  с<sup>-1</sup>,  $\tau=0.2$  с. Определить период, начальную фазу колебаний точки и её ускорение в момент времени 1 с. Ответ: T=2 с;  $\phi_0=0.2\pi$  рад; a=0.16 м/с<sup>2</sup>.
- 4.2. Определить период, частоту и начальную фазу колебаний точки, движущейся по уравнению:  $x = A \cdot \sin \omega (t + \tau)$  где  $\omega = 2.5\pi$  с<sup>-1</sup>,  $\tau = 0.4$  с, A = 0.02 м. Какова скорость точки в момент времени 0,8 с. Ответ: T = 0.8с; v = 1.25 с<sup>-1</sup>; V = 0.157 м/с.
- 4.3. Точка совершает колебания по закону  $x = A \cdot cos(\omega t + \varphi)$ , где A=2см,  $\omega = \pi$  с<sup>-1</sup>,  $\varphi = \pi/4$  рад. Построить графики зависимости от времени смещения, скорости и ускорения точки.
- 4.4. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом 6 с. Диаметр окружности 20 см. Написать уравнение движения проекции точки на ось, проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция точки на эту ось равна нулю. Найти смещение, скорость и ускорение в момент времени 1 с. Ответ:  $x = -0.1 \cdot \sin \frac{\pi}{3} t$ ; x = -0.087 м; V = -0.052 м/с; a = 0.095 м/с<sup>2</sup>.
- 4.5. Определить максимальные значения скорости и ускорения точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой 3 см и круговой частотой  $\pi/2$  с<sup>-1</sup>. Написать уравнение скорости точки, если в начальный момент времени точка находилась в положении амплитудного отклонения.

Otbet: 
$$V(t) = 0.015\pi \sin \frac{\pi}{2} t$$
;  $V_{\text{max}} = 0.015\pi \left( \frac{\text{M}_c}{c} \right)$ ;  $a_{\text{max}} = 7.5 \cdot 10^{-3} \pi^2 \left( \frac{\text{M}_c}{c^2} \right)$ .

- 4.6. Точка совершает колебания по закону  $x = A \cdot cos\omega t$ , где A=5 см,  $\omega$ =2 с<sup>-1</sup>. Определить ускорение точки в тот момент времени, когда её скорость равна 8 см/с. Каково максимальное ускорение точки? Ответ:  $a = -0.12 \text{ м/c}^2$ ;  $a_{\text{max}}$ =0.2 м/c<sup>2</sup>.
- 4.7. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение точки равно 10 см, наибольшая скорость 20 см/с. Найти круговую частоту колебаний и максимальное ускорение точки. Написать уравнение колебаний точки, если известно, что они совершаются по закону косинуса, а в начальный момент времени точка находилась в максимальном отрицательном отклонении. Ответ:  $\omega=2\pi$  с<sup>-1</sup>;  $a_{\rm max}=0,4$  м/с<sup>2</sup>;  $x(t)=0,1\cos(2t+\pi)$  м.

 $4.8\,$  Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания, равна  $10\,$  см/с, а максимальное ускорение  $100\,$  см/с $^2$ . Найти круговую частоту колебаний, их период и амплитуду. Написать уравнение колебаний, если известно, что они совершаются по закону косинуса, и что в начальный момент времени точка проходила положение равнове-

сия. Ответ: 
$$\omega = 10c^{-1}$$
;  $T = 0.2\pi c$ ;  $A = 0.01 \text{ M}$ ;  $\chi(t) = 0.01 \cdot cos \left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{M}$ .

- 4.9. Точка совершает колебания по закону  $x = A \sin \omega t$ . В некоторый момент времени смещение  $x_1$  точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение  $x_2$  стало равным 8 см. Найти амплитуду колебаний. Ответ: A=0,083 м.
- 4.10. Колебания точки происходят по закону  $x = A \cdot cos(\omega t + \varphi)$ . В некоторый момент времени смещение точки равно 5 см, её скорость 20см/с, а ускорение -80 см/с². Найти амплитуду, круговую частоту, период колебаний и фазу в рассматриваемый момент времени. Ответ: A=7,1 см;  $\omega=4$  с $^{-1}$ ; T=0,5  $\pi$  с;  $\varphi_1=\pi/4$ .
- 4.11. Начальная фаза гармонических колебаний равна нулю. При смещении точки от положения равновесия на 2,4 см её скорость равна 3 см/с, а при смещении 2,8 см скорость равна 2 см/с. Найти амплитуду и период колебаний. Ответ: T=4,1 с; A=3,1 см.
- 4.12. Точка совершает колебания вдоль оси х по закону  $x = A \sin(\omega t \varphi_0)$ . Построить графики проекции скорости и ускорения как функций времени. По графикам найти, каково ускорение точки в моменты времени, когда скорость имеет максимальное по модулю значение. Принять  $\varphi_0 = \pi/2$  и A = 2 см. Ответ: a = 0 м/с².
- 4.13. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси х около положения равновесия x=0. Круговая частота колебаний равна 4 рад/с. В некоторый момент времени координата частицы 25 см, и её скорость 100 см/с. Найти координату и скорость частицы через 2,4 с после этого момента. Ответ: x= -0,29 м; V=-0,81 м/с.
- 4.14. Написать уравнение гармонических колебаний, если они совершаются по закону синуса, амплитуда колебаний 5 см, период колебаний 8 с для начальной фазы: 1) 0, 2)  $\pi$ /4, 3)  $\pi$ /2, 4)  $\pi$ . Начертить графики колебаний для этих случаев.
- 4.15. Уравнение колебаний материальной точки массой 16 г имеет вид  $x=0.1\sin(0.125\pi\cdot t-\pi/4)$ . (м, с). Построить графики зависимости от времени координаты, кинетической энергии и силы, действующей на точку. Сравнить их. Найти максимальное значение силы. Ответ:  $F_{\rm max}=2.4\cdot 10^{-4}\,H$
- 4.16. Материальная точка массой 10 г колеблется по уравнению  $x=5\sin(0,2\pi\cdot t-\pi/4)$ . (см, с). Найти максимальную силу, действующую на точку, и её полную энергию. Ответ:  $F_{max}$ =0,2 мH; W=4,9 мкДж.

- 4.17. Уравнение колебаний материальной точки массой 16 г имеет вид  $x = 0.2\sin(0.25\pi \cdot t \pi/4)$  (см,с). Найти кинетическую и потенциальную энергию в момент времени, когда действующая на неё сила равна половине амплитудного значения. Ответ:  $1.5 \cdot 10^{-8}$ Дж;  $0.5 \cdot 10^{-8}$ Дж.
- 4.18. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические синусоидальные колебания, к её потенциальной энергии для моментов времени Т/12 и Т/8, где Т период колебаний. Начальная фаза колебаний равна нулю. Ответ: 3; 1.
- 4.19. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические синусоидальные колебания, к её потенциальной энергии для моментов времени, когда смещение точки от положения равновесия составляет 0,25A, 0,5A, A, где A амплитуда колебаний. Ответ: 15; 3; 0.
- 4.20. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания, равна  $3\cdot 10^{-5}$  Дж. Максимальная сила, действующая на тело, равна  $1.5\cdot 10^{-3}$  Н. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен 2 с и начальная фаза  $60^{0}$ . Ответ:  $x = 0.04\sin(\pi \cdot t + \pi/3)$ .
- 4.21. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки 2 см, полная энергия  $3\cdot 10^{-7}$  Дж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила  $2,25\cdot 10^{-5}$  H? Ответ:  $1,5\cdot 10^{-2}$  м.
- 4.22. Материальная точка совершает колебания согласно уравнению  $x = 0.02 \cdot cos(\pi \cdot t \pi/2)$ ,(м, с). Определите 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу колебаний; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение точки; 6) через сколько времени после начала движения точка будет проходить через положение равновесия. Ответ: 1) 0.02 m; 2) 2 c; 3)  $\pi/2$ ; 4)  $0.02\pi \text{ m/c}$ ; 5)  $0.02\pi^2 \text{ m/c}^2$ ; 6) 1 с.
- 4.23. Материальная точка массой m=50 г совершает гармонические колебания согласно уравнению  $x=0.1\cdot cos(3\pi/2\cdot t)$  м. Определите: 1) возвращающую силу для момента времени t=0,5 c; 2) полную энергию точки. Ответ: 1) 78,5 мH; 2) 5,55 мДж.
- 4.24. Определите отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические колебания, к её потенциальной энергии, если известна фаза колебаний  $\varphi$ . Ответ:  $W_k/W_p=tg^2\varphi$ .
- 4.25. Материальная точка колеблется согласно уравнению  $x = A \cdot cos \omega_0 t$  где A=5 см, $\omega_0 = \pi/12$  с<sup>-1</sup>. Когда возвращающая сила в первый раз достигает значения -12мH, потенциальная энергия точки оказывается равной 0,15 мДж. Определите этот момент времени и соответствующую этому моменту фазу  $\omega_0 t$ . Ответ: t=4 c;  $\omega_0 t = \pi/3$  рад.

4.26. Однородный стержень положили на два быстро вращающихся блока, как показано на рис.1. Расстояние между осями блоков l=20 см, коэффициент трения между стержнем и блоками к=0,18. Показать, что стержень будет совершать гармонические колебания. Найти их период. Ответ: 1.5 с.

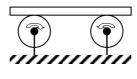


Рис.1.

- 4.27. Найти период малых вертикальных колебаний шарика массы 40 г, укреплённого на середине горизонтально натянутой струны длины 1 м. Натяжение струны считать постоянным и равным 10 Н. Ответ: 0,2 с.
- 4.28. Вычислить период малых колебаний ареометра (рис.2), которому сообщили небольшой толчок в вертикальном направлении. Масса ареометра  $m=50\,$  г, радиус его трубки  $r=3,2\,$  мм, плотность жидкости  $\rho=1,00\,$  г/см³. Сопротивление жидкости считать пренебрежимо малым. Ответ:  $2,5\,$  с.

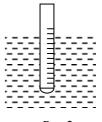


Рис.2.

#### 5. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Уравнение затухающих колебаний тела:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где  $A_0$ -начальная амплитуда,  $\beta$ -коэффициент затухания,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  - частота затухающих колебаний,  $\omega_0$  -собственная частота.

Время релаксации:  $\tau = \frac{1}{\beta}$ .

Декремент затухания:  $D = e^{\beta T}$ .

Логарифмический декремент затухания:  $\lambda = \beta T$  .

5.1. Период затухающих колебаний равен T = 4c, логарифмический декремент затухания 1,6; начальная фаза равна 0. Смещение точки в мо-

- мент Т/4 равно 4,5 см. Написать уравнение колебаний и построить график в пределах трёх периодов. Ответ:  $x = 6.7e^{-0.4t} \sin(0.5\pi t)$ , см.
- 5.2. Написать уравнение и построить график затухающих колебаний тела, если коэффициент затухания равен  $0.01~c^{-1}$ , частота колебаний  $0.125~c^{-1}$ , в начальный момент времени тело находилось в положении амплитудного отклонения, равного 10~cm. За какое число колебаний амплитуда уменьшится в е раз? Ответ:  $N_e$ =12.5.
- 5.3. Уравнение затухающих колебаний имеет вид  $x = 0.5e^{-0.25t}\sin(0.5\pi t)$  (м,с). Найти время релаксации, логарифмический декремент затухания и скорость колеблющейся точки в момент времени 0, T, 2T (где T период колебания). Ответ:  $\tau = 4$  с;  $\lambda = 1$ ; 0,79, 0,29, 0,11 м/с.
- 5.4. Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0,2. Найти, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за два полных колебания. Напишите уравнение движения этого маятника, если период колебаний 2 с, начальная амплитуда 10 см, начальная фаза  $\pi/2$ . Ответ:  $A_0/A=1,5$ ;  $x=0,1e^{-0.1t}\sin(\pi t+0.5\pi)$ , M.
- 5.5. Чему равен логарифмический декремент и коэффициент затухания математического маятника длиной 1 м, если за 1 мин амплитуда колебаний маятника уменьшилась в два раза? Ответ:  $\lambda$ =0,023;  $\beta$ =0,012.
- 5.6. Математический маятник длиной 24,7 см, совершает затухающие колебания. Через сколько времени энергия колебаний уменьшится в 9,4 раза? Задачу решить при значении логарифмического декремента: 1) 0,01 и 2) 0,1. Ответ:  $t_1$ =112 c;  $t_2$ =11,2c.
- 5.7. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 мин уменьшается вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 3 мин? Чему равно время релаксации и логарифмический декремент затухания, если длина маятника 1 м? Ответ:  $A_0/A=86$ ;  $\tau=86$  с;  $\lambda=0,023$ .
- 5.8. Математический маятник длиной 0,5 м, выведенный из положения равновесия, отклонился при первом колебании на 5 см, а при втором (в ту же сторону) на 4 см. Найти время релаксации, декремент затухания и логарифмический декремент затухания. Ответ:  $\tau$ =6,4 с, D=1,25,  $\lambda$ =0.223.
- 5.9. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время  $t_1$  =5мин уменьшается в два раза. За какое время  $t_2$ , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз? С каким логарифмическим декрементом затухания колеблется этот маятник, если частота его колебаний  $0.5 \, \mathrm{c}^{-1}$ ? Ответ:  $t_2$ =15 мин : $\lambda$  =0.0046.
- 5.10. Амплитуда колебаний математического маятника длиной 0,6м уменьшилась в два раза за 10 мин. Определить логарифмический декремент затухания и коэффициент сопротивления, если m=0,5 г. Ответ:  $\lambda=0,0018, r=1,2\cdot10^{-6}$  H·c/м.
- 5.11. Математический маятник длиной 0,9 м отклонили на 5 см и отпустили, после чего он начал совершать затухающие колебания. Через

- 5 полных колебаний амплитуда уменьшилась в 2 раза. Написать уравнение движения этого маятника, если они совершаются по закону синуса. Ответ:  $x = 5e^{-0.074t} \sin(3.3t + 0.5\pi)$  (см).
- 5.12. Гиря массой 500 г подвешена на пружине жёсткостью 20 Н/м и совершает колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент затухания 0,004. Определить число полных колебаний, которое должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в два раза. За какое время произойдет это уменьшение? Ответ: N=173; t=2 мин 52 с.
- 5.13. Тело массой 5 г совершает затухающие колебания. В течение времени 50 с тело потеряло 60 % своей первоначальной энергии. Определить коэффициент сопротивления среды, в которой колеблется тело. Ответ:  $r = 9.2 \cdot 10^{-5}$  кг/с.
- 5.14. Найти число полных колебаний тела, в течение которых его энергия уменьшается в 2 раза. Логарифмический декремент затухания равен 0.01. Ответ: N=34.
- 5.15. Шарик массой 200 г подвешен на пружине и совершает вертикальные затухающие колебания в воде с логарифмическим декрементом 0,05. При этом за 23 с его энергия уменьшается в 10 раз. Найти по этим данным жёсткость пружины. Ответ: к=7,9 Н/м.
- 5.16. За t=4 минуты колебаний математического маятника длиной 0,5 м, амплитуда уменьшилась в 1,5 раза. Определите коэффициент затухания и логарифмический декремент  $\lambda$ . Ответ:  $\beta$  =0,0017;  $\lambda$  =0,0024.
- 5.17. Математический маятник длиной l=1 метр совершает колебания с логарифмическим декрементом затухания  $\lambda$  =0,23. Во сколько раз уменьшится амплитуда через 10 секунд колебаний. Рассчитайте коэффициент затухания  $\beta$ . Ответ:  $A_0/A$ =3,2;  $\beta$  =0,115.
- 5.18. Пружинный маятник массой 100 г совершает затухающие колебания на пружине жесткостью  $\kappa$ =6 H/м. Через какой промежуток времени его энергия уменьшится в 16 раз, если логарифмический декремент затухания  $\lambda$  =0,03? Рассчитайте коэффициент затухания  $\beta$ . Ответ: t=37,5c;  $\beta$  =0.037 1/c.
- 5.19. Через N=8 полных колебаний пружинного маятника амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. Найдите промежуток времени за который это произошло если жесткость пружины  $\kappa$  =10 H/м, а масса груза на пружине m=50 гр. Рассчитайте энергию  $\Delta E$ , потерянную маятником за 8 колебаний, если начальная амплитуда  $A_0$ =20 см. Ответ: t=3,52 с;  $\Delta E$ =0,15Дж.
- 5.20. Энергия математического маятника длиной 30 см, совершающего затухающие колебания, уменьшилась в 16 раз. Рассчитайте, за какой промежуток времени это произошло? Определите число полных колебаний N, совершённых маятником к этому времени, если коэффициент затухания  $\beta$  =0,06 1/c. Ответ: t=23,1 c; N=21.

#### 6. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

- 6.1. Частица 1 испытала абсолютно упругое столкновение с покоившейся частицей 2. Найти отношение их масс, если столкновение лобовое и частицы разлетаются в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями. Ответ: 3.
- 6.2. На вагонетку массой 800 кг, катящуюся по горизонтальному пути со скоростью 0,2 м/с, насыпали сверху 200 кг щебня. На сколько при этом уменьшилась скорость вагонетки? Ответ: 4 см/с.
- 6.3. На противоположных концах неподвижной тележки массой 80 кг стоят два человека, один массой 50 кг, другой массой 60 кг. Они одновременно спрыгивают с тележки в противоположные стороны со скоростями относительно земли 2 м/с и 1 м/с, соответственно. С какой скоростью после этого будет двигаться тележка? Считать, что скорости людей в момент отрыва от тележки направлены горизонтально. Ответ: 0,5 м/с.
- 6.4. При горизонтальном полете со скоростью 250 м/с снаряд массой 8 кг разорвался на два осколка. Большая часть снаряда массой 6 кг получила скорость 400 м/с в направлении полета снаряда. определить модуль и направление скорости меньшего осколка. Ответ: 200 м/с.
- 6.5. Пуля массой 10 г попадает в неподвижный брусок, покоящийся на гладкой горизонтальной поверхности. Масса бруска 10 кг, скорость пули 500 м/с направлена горизонтально. Пуля застревает в бруске. Определить скорость движения бруска после попадания в него пули. Ответ: 0.5 м/с.
- 6.6. Пуля массой 1 г, летящая горизонтально со скоростью 150 м/с попадает в брусок, лежащий на гладком полу, и пробивает его насквозь. Масса бруска 50 г, скорость пули после вылета 90 м/с. Определить скорость движения бруска. Ответ:1,2 м/с.
- 6.7. Тело массой 3 кг движется со скоростью 2 м/с и сталкивается с покоящимся телом массой 5 кг неупруго, а затем они сталкиваются неупруго с третьим телом массой 2 кг, движущимся навстречу со скоростью 2 м/с. Какова будет скорость тел после последнего столкновения? Ответ: 0,2 м/с.
- 6.8. Человек массой 70 кг, бегущий со скоростью 9 км/ч, догоняет тележку массой 190 кг, движущуюся со скоростью 3,6 км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке? Ответ: 5,1 км/ч, 0,2 км/ч
- 6.9. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой  $2.5~\rm kr$  под углом  $30^0~\rm k$  горизонту со скоростью  $10~\rm m/c$ . Какова будет начальная скорость движения конькобежца, если его масса равна  $60~\rm kr?$  Ответ:  $0.36~\rm m/c$ .

- 6.10. Снаряд массой 50 кг, летящий под углом 30° к вертикали со скоростью 600 м/с, попадает в платформу с песком и застревает в ней. Найти скорость платформы после попадания снаряда. Масса платформы 950 кг. Трением между платформой и рельсами пренебречь. Ответ: 1,5 м/с.
- 16.11. Платформа с установленным на ней орудием движется со скоростью 9 км/ч. Общая масса M=200m. Из орудия выпущен снаряд массой m со скоростью 800 м/с относительно платформы. определить скорость платформы после выстрела, если: а) выстрел произведен по направлению движения; б) выстрел произведен под углом  $60^0$  к направлению движения. Ответ: 1,5 м/с; 0,5 м/с.
- 6.12. В ящик с песком массой 9 кг, соскальзывающий с гладкой наклонной плоскости, попадает горизонтально летящее ядро массой 3 кг и застревает в нем. Найти скорость ящика сразу после попадания ядра, если непосредственно перед попаданием скорость ящика равнялась 6 м/с, а скорость ядра 12 м/с. Угол наклона плоскости к горизонту 60°. Ответ: 3 м/с.
- 6.13. Груз массой 2 кг соскальзывает без трения с наклонной доски на неподвижную платформу массой 18 кг. С какой скоростью(в см/с) начнет двигаться платформа, когда груз упадет на нее? Угол наклона доски к горизонту  $60^{0}$ , высота начального положения груза над уровнем платформы 1,8 м. Ответ: 30 см/с.
- 6.14. В ящик с песком массой 12 кг, соскальзывающий с гладкой наклонной плоскости, с высоты 3,2 м падает груз массой 4 кг и застревает в нем. Найдите скорость ящика сразу же после попадания груза, если непосредственно перед попаданием скорость ящика равнялась 8 м\с. Угол наклона плоскости к горизонту 30°. Ответ: 7,0 м/с.
- 6.15. На противоположных концах стоящей на рельсах железнодорожной платформы закреплены две пушки. Ствол первой из них установлен под углом  $60^{\circ}$ , а второй под углом  $45^{\circ}$  к горизонту. Из первой пушки производят выстрел снарядом массой 50 кг. Затем из второй пушки производят выстрел таким же снарядом. Оба снаряда имеют одинаковые начальные скорости 200 м/с относительно платформы. Определить скорость платформы после двух выстрелов. Масса платформы с пушками и снарядами равна 1,5 т. Оба выстрела производятся в противоположные стороны вдоль рельсов. Трением пренебречь. Ответ: 1,4 м/с.
- 6.16. На покоящуюся надувную лодку массой 20 кг бросили два рюкзака массами 12 кг и 16 кг. В момент падения в лодку горизонтальные составляющие скорости были равны 2 м/с и 2,5 м/с, причем скорости были направлены под прямым углом друг к другу. Какая скорость будет у лодки с рюкзаками? Ответ: 1,4 м/с.
- 6.17. Снаряд, летящий со скоростью  $16\,\mathrm{m/c}$ , разорвался на два осколка, массы которых  $6\,\mathrm{kf}$  и  $10\,\mathrm{kf}$ . Скорость первого осколка  $12\,\mathrm{m/c}$  и направлена под углом  $60^0\,\mathrm{k}$  скорости снаряда. Найти величину скорости второго осколка и ее направление. Ответ:  $22.9\,\mathrm{m/c}$ ;  $15.8^0$ .

- 6.18. Доска свободно скользит по поверхности льда со скоростью 3 м/с. На доску с берега прыгает человек. Скорость человека перпендикулярна скорости доски и равна 4 м/с. Определить скорость и направление движения доски с человеком. Масса доски и человека одинаковы. Силой трения доски о лед пренебречь. Ответ: 2,5 м/с; 53°.
- 6.19. С какой скоростью полетит тело, образованное из двух кусков пластилина в результате столкновения, если они двигались по взаимно перпендикулярным прямым со скоростями 4 м/с и 6 м/с. Масса первого куска в 2 раза больше массы второго. Ответ: 3,33 м/с.
- 6.20. Граната, летящая горизонтально со скоростью 20 м/с, разорвалась на два равных осколка. Один из них полетел вертикально со скоростью 150 м/с. Найдите начальную скорость и направление полета второго осколка. Ответ: 155 м/с; 750 к горизонту.
- 6.21. Снаряд вылетает из орудия под углом  $60^{0}$  к горизонту с начальной скоростью 420 м/с. В некоторой точке траектории он разрывается на три осколка одинаковой массы. Первый осколок летит вверх по вертикали, второй вниз по вертикали, а третий под углом  $45^{0}$  к горизонту. Найти скорость третьего осколка. Ответ: 891 м/с.
- 6.22. Снаряд в верхней точке траектории на высоте 100 м разорвался на две части массами 1 кг и 1,5 кг. Скорость снаряда в этой точке 100 м/с. Скорость большего осколка оказалась горизонтальной, совпадающей по направлению со скоростью снаряда и равной 200 м/с. Определить расстояние между точками падения обоих осколков. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ: 1680 м.
- 6.23. Горизонтально летевшая ракета со скоростью 60 м/с разорвалась на два осколка, массы которых относятся как 1:3. Осколки разлетаются после взрыва под одинаковыми углами  $60^{0}$  к первоначальному направлению движения ракеты. Какова величина скорости большего осколка сразу после взрыва? Ответ:60 м/с.
- 6.24. Во время неудачной попытки вывести спутник на орбиту ракетоноситель, движущийся со скоростью 3000 м/c, взрываясь, разорвался на две части, одна из которых продолжила движение вверх под углом  $45^0$  к вертикали со скоростью 3.5 км/c. Определить скорость и направление движение второй части ракеты в момент взрыва, если ее масса составляет 0.6 от массы первой части. Ответ: 5.7 км/c;  $47^0$ .
- 6.25. Лягушка массой 100 г сидит на конце доски массой 900 г и длиной 520 см, которая лежит на гладкой горизонтальной поверхности. Лягушка прыгает под углом 15 0 вдоль доски. Какова должна быть начальная скорость лягушки, чтобы она приземлилась на другом конце доски? Ответ: 3 м/с.
- 6.26. Шар массой  $m_1$ =5 кг движется со скоростью  $V_1$ = 1 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой  $m_2$ =2 кг. Определите скорости шаров после удара. Удар считать упругим, прямым и центральным. Ответ: 0,43 м/с, 1,43 м/с.

- 6.27. Тело массой  $m_1$ =5 кг ударяется о неподвижное тело массой  $m_2$ =2,5 кг, которое после удара приобретает кинетическую энергию E=5Дж. Считая удар центральным и упругим, найдите кинетическую энергию первого тела до и после удара. Ответ: 5,62 Дж, 0,62 Дж.
- 6.28. Шар массой  $m_1$ =4кг движется со скоростью  $V_1$ =5 м/с и сталкивается с шаром массой  $m_2$  =6 кг, который движется ему навстречу со скоростью  $V_2$ =2 м/с. Определите скорости шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым и центральным. Ответ: 3,4 м/с, 3,6 м/с.
- 6.29. Движущийся шар массой  $m_1$ =2 кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и теряет при этом 40% своей кинетической энергии. Определите массу  $m_2$  большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым и центральным. Ответ: 15.7 кг.
- 6.30. Тело массой m=3 кг движется со скоростью V=4 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и абсолютно неупругим, найдите количество тепла, выделившееся при ударе. Ответ: 12 Дж.
- 6.31. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой  $m_1$ =10 г со скоростью V=300 м/с. Затвор пистолета массой  $m_2$  =200 г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой к=25 кH/м. Определите, на какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен. Ответ: 4,2 см.
- 6.32. Два малых по размеру груза массами  $m_1$ =10 кг и  $m_2$ =15 кг подвешены на нитях одинаковой длины L=2 м в одной точке и соприка-

саются между собой. Меньший груз был отклонен на угол  $\alpha$ = $60^{0}$  и отпущен. Определите высоту, на которую поднимутся оба груза после абсолютно неупругого удара. Ответ: 16 см.

6.33. В деревянный шар массой М=8 кг, подвешенный на нити длиной L=1,8 м, попадает горизонтально летящая пуля массой m=4 г. Определите скорость пули перед ударом, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол  $\alpha$ =3 $^{0}$ ? Размером шара пренебречь, удар пули считать центральным. Ответ: 444 м/с.

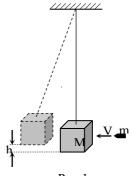


Рис.1.

- 6.34. Пуля массой m=10 г, летевшая со скоростью V=600 м/с, попала в баллистический маятник массой M=5 кг и застряла в нем (рис.1). Определите, на какую высоту, откачнувшись после удара, поднялся маятник? Ответ: 7,2 см.
- 6.35. В баллистический маятник массой M=3 кг попадает горизонтально летевшая пуля массой m=8 г и застревает в нем (рис.1). Найдите скорость полета пули, если маятник, отклонившись после удара, поднялся на высоту h=10 см. Ответ: 532 м/c.

- 6.36. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком тонком металлическом стержне, и застревает в нем. Диаметр шара много меньше длины стержня, масса пули т=5 г, масса шара M=0.5кг, скорость полета пули V=500 м/с. Определите, при какой предельной длине стержня шар от удара пули поднимется до верхней точки окружности? Ответ: 61 см.
- 6.37. Крутильно-баллистический маятник состоит из двух шаров, скрепленных невесомым стержнем и вертикальной упругой проволоки с закрепленными концами А и В (рис.2). Стержень с шарами может вращаться в горизонтальной плоскости, закручивая при этом проволоку. Масса каждого шара М=1 кг, радиусы R=5 см, расстояние между центрами шаров r=30 см. Коэффициент упругости проволоки при кручении  $f=10\text{H}\cdot\text{м/рад}$ . Пуля массой т=10 г, летящая горизонтально со скоростью V=100 м/с так, как показано на рис. 2, попадает в центр одного из шаров и застревает в нем. На ка-

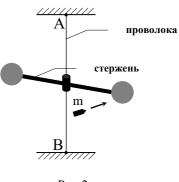


Рис.2.

кой максимальный угол повернется после этого стержень с шарами? Ответ: 12,7°.

- 6.38. По условию задачи 6.37 найдите, во сколько раз измениться скорость пули после абсолютно упругого удара о маятник. Принять М=0,1 кг. Ответ: 1,1.
- 6.39. Крутильно-баллистический маятник, конструкция которого описана в задаче 6.37, а вид показан на рис.2, имеет следующие параметры: длина стержня  $\ell$  =20 см, масса стержня  $m_1$ =600 г, радиусы шаров R=8 см, массы шаров M=0,5 кг, коэффициент упругости закручивающейся проволоки  $f=20~{\rm H\cdot m/pag}$ . Маятник используют для определения скорости полета пули. Эксперимент показал, что в результате абсолютно неупругого соударения горизонтально летевшей пули массой m<sub>2</sub>=8 г с одним из шаров маятника последний повернулся на угол  $\phi=18^{\circ}$ . Вычислите скорость полета пули. Ответ: 188 м/с
- 6.40. Однородная прямоугольная пластина может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей по ее плоскости через середину. В край пластины перпендикулярно ее плоскости упруго ударяется горизонтально летящий со скоростью V=3 м/с шарик (рис.4). Найдите скорость шарика после удара, если масса пластины в 1,5 раза больше массы шарика. Ответ: 1 м/с.

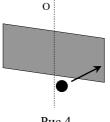


Рис.4.

- 6.41. По условию задачи 6.40 найдите угловую скорость вращения пластины сразу после удара. Длина ее горизонтальной стороны  $\ell$  =80 см. Ответ: 10 с<sup>-1</sup>.
- 6.42. Прямоугольный металлический флажок массой M=200 г может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его край. Горизонтально летящий шарик малого размера попадает в середину флажка и прилипает к его поверхности. Масса шарика m=100 г, скорость перед ударом V=5 м/с. Найдите потерю механической энергии системы «флажок шарик» в результате такого соударения. Ответ: 0,9 Дж.
- 6.43. Решите задачу 6.42 полагая, что после удара шарик отскакивает от пластины со скоростью V=1 м/с. Ответ:  $0.525~\rm Дж$ .
- 6.44. Однородный стержень длиной  $\ell=1$  м может свободно вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. Пуля, летящая горизонтально и перпендикулярно стержню и его оси, попадает в другой (нижний) конец стержня и застревает в нем. В результате этого взаимодействия стержень отклонился на угол  $\alpha=60^{\circ}$ . Масса пули m=7 г, скорость перед ударом V=360 м/с. Определите массу стержня M, полагая, что M»m. Ответ: 2 кг.
- 6.45. Решите задачу 6.44 при условии, что пуля попадает в середину стержня. Ответ: 0,98 кг.
- 6.46. Решите задачу 6.44 при условии, что удар пули абсолютно упругий, а в результате этого удара пуля отскакивает от стержня и модуль ее скорости уменьшается в 2 раза. Ответ: 2,9 кг.
- 6.47. Вертикально расположенная прямоугольная пластина массой M=0,6 кг может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через ее верхнюю сторону. В нижний конец пластины перпендикулярно ее плоскости неупруго ударяется маленький по размеру шарик массой m=100 г, летящий со скоростью V=3 м/с. На какую максимальную высоту поднимется после этого нижний конец пластины? Ответ: 3,8 см.
- 6.48. Детская карусель, имеющая вид горизонтального диска вращается с частотой  $v_1$ =0,7  $c^{-1}$ . Масса карусели M=200 кг, диаметр d=4 м. На ее край с высоты h=1 м вертикально вниз прыгает человек массой m=50 кг. Определите, какой станет частота вращения карусели и на сколько уменьшится суммарная механическая энергия карусели и человека после прыжка. Ответ: 0,47  $c^{-1}$ , 1780 Дж.
- 6.49. Цилиндр массой M=2 кг и радиусом R=8 см вращается вокруг горизонтальной оси О с угловой скоростью  $\omega_1$ =2 рад/с так, как показано на рис.3. На боковую поверхность цилиндра с высоты

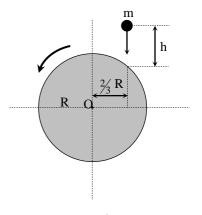


Рис.3.

h=0,5 м падает, как показано на рисунке, пластилиновый шарик массой m=50 г. Какую угловую скорость  $\omega_2$  будет иметь цилиндр после неупругого удара шарика о цилиндр? Ответ: 0,66рад/с.

6.50. С какой высоты должен упасть шарик на цилиндр в задаче 6.24, чтобы цилиндр остановился? Ответ: 1,2 м.

#### 7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

Правило сложения скоростей:

$$\upsilon = \frac{\upsilon' + V}{1 + \frac{\upsilon'V}{c^2}},$$

где

U, U'-скорости тел(частиц) в двух инерциальных системах координат, движущихся относительно друг друга со скоростью V,

$$C = 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c}$$
 скорость света.

Релятивистское сокращение длины и замедление хода движущихся часов:

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}},$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

где  $\ell_0$  - собственная длина,  $\Delta t_0$  - собственное время движущихся часов.

Релятивистская масса и релятивистский импульс:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \ p = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

где  $m_0$  -масса покоя частицы.

Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы:

$$E=rac{m_0c^2}{\sqrt{1-rac{V^2}{c^2}}}$$
 ,  $T=E-E_0$  , где  $E_0=m_0c^2$  -энергия покоя частицы.

- 7.1. Объём воды в океане составляет V=1,37·10<sup>9</sup> км<sup>3</sup>. На сколько изменится масса воды в океане, если повысить ее температуру на 1°C. Плотность морской воды  $\rho$  =1030 кг/м<sup>3</sup>. Ответ:  $\Delta$  m=6,59·10<sup>7</sup> кг.
- 7.2. Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта  $q/m=0.88\cdot10^{11}$  Кл/кг. Определите релятивистскую массу электрона и его скорость. Ответ:  $m=2m_0$ ;  $v=0.87\cdot C$ .
- 7.3. В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц с массой  $m_0$  покоится, другая движется со скоростью  $v=0,8^{\circ}C$  по направлению к покоящейся частице. Определите релятивистскую массу движущейся частицы в лабораторной системе отсчета и ее кинетическую энергию. Ответ:  $m=1,67~m_0$ ;  $E=0,67~m_0c^2$ .
- 7.4. Электрон движется со скоростью v=0,6 С. Определите его релятивистский импульс и кинетическую энергию E. Ответ:  $p=2,05\cdot 10^{-22} \mathrm{kr\cdot m/c}$ ;  $E=0,128~\mathrm{MpB}$ .
- 7.5. Импульс р релятивистской частицы равен  $m_0$ с ( $m_0$ -масса покоя). Определите скорость частицы v в долях скорости света и отношение массы движущейся частицы k ее массе покоя  $m/m_0$ . Ответ: v=0,71 °C;  $m/m_0=1,41$ .
- 7.6. Полная энергия  $\alpha$ -частицы возросла в процессе ускоренного движения на  $\Delta$  E=564 МэВ. На сколько при этом изменится масса частицы? С какой скоростью движется частица? Массой покоя  $\alpha$ -частицы  $m_0$ =4 а.е.м. Ответ:  $\Delta$  m=10,15 $m_0$ ; v=0,49 $\cdot$ C.
- 7.7. Предположим, что мы можем измерить длину стержня с точностью  $\Delta l=0,1$  мкм. При какой относительной скорости и двух инерциальных систем отсчета можно было бы обнаружить релятивистское сокращение длины стержня, собственная длина которого  $l_0=1$  м? Во сколько раз изменится масса стержня, при движении его с рассчитанной скоростью и относительно неподвижной системы отсчета? Ответ: u=134 км/с;  $m/m_0=10^{-7}$ .
- 7.8. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы  $\tau_0$ = 10 нс. Найти скорость частицы и путь, который пролетит эта частица до распада, в лабораторной системе отсчета, где время её жизни  $\tau$  = 20 нс. Ответ:  $v=0.87\cdot C$ ; S=5.2 м.
- 7.9.  $\mu$  мезон, рождённый в верхних слоях земной атмосферы, движется со скоростью  $V=0,99^{\circ}\mathbf{C}$  относительно земли и пролетает от места своего рождения до точки распада расстояние l=3 км. Определить собственное время жизни этого мезона и расстояние, которое он пролетит в этой системе отчёта «с его точки зрения». Ответ:  $\tau_0$ =1,4 мкс;  $l_0$ =420 м.
- 7.10. Два стержня одинаковой собственной длины  $l_0$  движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же скоростью v=0,8 С относительно лабораторной системы отсчёта. Во сколько раз длина каждого стержня l в системе отсчёта, связанной с другим стержнем, отличается от собственной длины? Ответ:  $l_0/l=4,6$ .

- 7.11. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость спутника v=7,9 км/с. На сколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя за промежуток времени 0,5 года? Как отличаются значения кинетической энергии спутника, если расчет провести по классической и релятивистской формулам? Масса покоя спутника составляет 10 тонн. Ответ:  $\Delta \tau = 5,4\cdot 10^{-3}$  с; не отличаются.
- 7.12. Если вычислять импульс частицы при скоростях 1) 10 км/c, 2)  $10^3 \text{ км/c}$ , 3)  $10^5 \text{ км/c}$ , 4)  $0.9 \cdot \text{C}$  в рамках классической механики, то во сколько раз полученные значения будут отличаться от истинных? Ответ: 1) 1.0; 2) 1.0; 3) 1.06; 4) 2.3.
- 7.13. Какую работу необходимо совершить, чтобы скорость частиц, с массой покоя  $m_0$ , изменилась от  $0.6 \cdot C$  до  $0.8 \cdot C$ ? Сравнить полученный результат со значением работы, вычисленным по классической формуле. Ответ:  $A_{pen}=0.417m_0c^2$ ;  $A_{knacc}=0.14 m_0c^2$ .
- 7.14. Фотонная ракета движется относительно земли с такой скоростью, что по часам наблюдателя на Земле, ход времени в ней замедляется в 1,25 раз. Какую часть от скорости света составляет скорость движения ракеты? На сколько изменятся ее линейные размеры в направлении движения, если первоначально длина ракеты составляла 35м? Ответ:  $v=0,6\cdot C$ ;  $\Delta l=7$  м.
- 7.15. Частица с массой покоя  $m_0$  в момент времени t=0 начинает двигаться под действием постоянной силы F. Найти зависимость скорости V частицы от времени t. Построить качественно график V(t). Ответ:

$$V = \left[ \left( \frac{m_0}{Ft} \right)^2 + \frac{1}{c^2} \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

- 7.16. Импульс релятивистского электрона равен  $3 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. Найти кинетическую энергию этого электрона. Ответ: E=0,25 MэB.
- 7.17. Собственное время жизни  $\mu$  мезона равно  $\tau_0$  = 2 мкс. От точки рождения до точки распада мезон пролетает относительно земли расстояние 6 км. С какой скоростью двигался мезон? Ответ: v=0,995·C.
- 7.18. Кинетическая энергия ускоряемого протона возросла до  $3\cdot 10^{-10}$  Дж. Во сколько раз изменилась при этом масса протона? Какова скорость протона? Ответ:  $m/m_0=3$ ;  $v=2,8\cdot 10^8$  м/с.
- 7.19. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями  $v_1$ =0,6 $\cdot$ C и  $v_2$ =0,9 $\cdot$ C вдоль одной прямой. Определите их относительную скорость в двух случаях: 1) частицы движутся в противоположных направлениях, 2) частицы движутся в одном направлении. Чему равна кинетическая энергия первой частицы в системе отсчета связанной со второй, если первая частица протон? Ответ: 1) v=0,974 $\cdot$ C,  $E_{1,2}$ =510 пДж; 2) v=0,195c,  $E_{1,2}$ =300 пДж.
- 7.20. С какой скоростью (в долях от скорости света) должен двигаться электрон, чтобы его масса возросла на  $6\cdot 10^{-31}$  кг. Какую кинетиче-

скую энергию имеет электрон при такой скорости? Ответ: v=0,8  $\cdot$  C; E=0.34 Мэв.

- 7.21. Кинетическая энергия движущегося тела в 2 раза превышает энергию покоя. Во сколько раз уменьшается при этом видимый размер тела в направлении движения? Какова скорость тела? Ответ:  $l_0/l=3$ ; v=0.94 °C.
- 7.22. Масса движущейся частицы увеличилась в 1,5 раза. Какую скорость имеет частица? Какая относительная ошибка будет допущена, если кинетическую энергию частицы в этих условиях рассчитывать классическим образом? Ответ: v=0.75: С;  $\Delta E/E_{pen}=0.44$ .
- 7.23. Электрон ускорен в электрическом поле с разностью потенциалов U=106 В. Вычислить скорость электрона и его кинетическую энергию методами: 1) классической механики, 2) релятивистской механики. Оценить полученные данные. Ответ: 1)  $v=6\cdot10^8 \text{м/c}$ ;  $E=10^6$  эВ. 2)  $v=0.94\cdot \text{C}$ ;  $E=10^6$  эВ.
- 7.24. Электрон в ускорителе прошёл ускоряющую разность потенциалов U=102 кВ. Во сколько раз увеличилась масса частицы? Вычислите его кинетическую энергию. Ответ:  $m/m_0=1,2;\ 1,6\cdot 10^{-14}$ Дж.
- 7.25. Первоначально кинетическая энергия релятивистской частицы была равна ее энергии покоя, а затем при ускоренном движении возросла в 4 раза. Во сколько возрастет при этом импульс частицы? С какой скоростью (в долях скорости света) двигалась частица первоначально? Ответ:  $p_2/p_1=2,84$ ;  $v=0,87\cdot C$ .

### 8. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Функция распределения (смысл):

$$f(V) = \frac{dN}{N \cdot dV}.$$

Для очень малого интервала  $\Delta V$  :

$$f(V) = \frac{\Delta N}{N \cdot \Delta V}.$$

Функция распределения молекул по модулям скоростей V (распределение Максвелла):

$$f(V) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0V^2}{2kT}} \cdot V^2.$$

Функция распределения молекул по проекциям скоростей  $V_x$  (распределение Гаусса):

$$f(V_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot e^{\frac{-m_0V_x^2}{2kT}}.$$

Функция распределения молекул в поле постоянной силы F (распределение Больцмана):

$$n(x) = n_0 e^{-\frac{F \cdot x}{kT}}.$$

Среднее значение микропараметра x при известной функции распределения f(x):  $\langle x \rangle = \int x \cdot f(x) dx$ .

Справочный интеграл:

$$\int_{0}^{\infty} e^{-ax^{2}} \cdot x \cdot dx = \frac{1}{2a};$$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-ax^{2}} \cdot x^{2} \cdot dx = \frac{\sqrt{\pi} \cdot a^{-1.5}}{4};$$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-ax^{2}} \cdot x^{3} \cdot dx = \frac{1}{2a^{2}};$$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-ax^{2}} \cdot x^{4} \cdot dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}.$$

- 8.1. Найдите для газообразного азота температуру, при которой скоростям молекул  $v_1=300$  м/с и  $v_2=600$  м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения Максвелла f(V). Ответ:  $T=\frac{m(V_2^2-V_1^2)}{4k\ln(V_2/V_1)}=330\,K.$
- 8.2. Найдите для газообразного азота скорость молекул, при которой значение функции распределения Максвелла f(V) для температуры  $T_0$  будет таким же, как и для температуры в  $\eta$  раз большей. Ответ:  $V = \sqrt{\frac{3kT_0}{m} \frac{\eta \cdot \ln \eta}{n-1}} \cdot$
- 8.3. Определите, при какой температуре газа, состоящего из смеси азота и кислорода, наиболее вероятные скорости молекул азота и кислорода будут отличаться друг от друга на  $\Delta v = 30$  м/с? Ответ: 363 К.
- 8.4. Смесь водорода и гелия находится при температуре  $T=300~\rm K$ . Определите, при каком значении скорости молекул значения Максвелловской функции распределения по скоростям f(V) будут одинаковыми для обоих газов? Ответ: 1,61 км/с.
- 8.5. При нагревании некоторого газа наиболее вероятная скорость его молекул увеличилась от 400 до 800 м/с. Найти числовое значение

скорости молекул, количество которых не изменилось при нагревании. Ответ: 665 m/c.

- 8.6. Пользуясь Максвелловской функцией распределения по скоростям f(V) покажите, что между средней квадратичной  $V_{\rm kB}$ , средней арифметической  $V_{\rm ap}$  и наиболее вероятной  $V_{\rm B}$ . скоростями справедливо соотношение  $V_{\rm BB} \rangle V_{\rm B}$ .
- 8.7. Распределение молекул по скоростям в пучке, выходящем из отверстия в сосуде, описывается функцией  $f(V) = AV^3 e^{\frac{-mV^2}{2kT}}$ , где T температура газа внутри сосуда, m-средняя масса молекул, A- коэффициент. Найдите наиболее вероятное значение скорости молекул в пучке. Сравните полученную величину с наиболее вероятной скоростью молекул в самом сосуде. Ответ:  $V_{_{\rm B}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ .
- 8.8. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем 1 см $^3$ . Определить число молекул в этом объеме, обладающих скоростями меньше 1 м/с. Ответ: 4,4·10  $^9$ .
- 8.9. Водород находится при температуре T=273 К. Определите отношение числа молекул водорода, обладающих скоростями в интервале от 2 до 2,01 км/с, к числу молекул, обладающих скоростями от 1 до 1,01 км/с. Ответ: 1,07.
- 8.10. В сосуде объемом 2 л находится гелий при нормальных условиях в равновесном состоянии. На сколько изменится число молекул, имеющих скорости от 500 до 510 м/с, если температуру газа увеличить в 2 раза? Найти наиболее вероятную скорость молекул до и после нагревания и объяснить полученный результат. Ответ:  $1,2\cdot10^{20}$ ; 1070 м/с, 1500 м/с.
- 8.11. Для кислорода и гелия, находящихся при T=300К в равновесном состоянии, найти относительное число молекул, имеющих скорости от 390 до 400 м/с. Объяснить разницу полученных значений, вычислив предварительно наиболее вероятные скорости молекул обоих газов. Ответ:  $2,1\cdot10^{-2}$ ;  $2,2\cdot10^{-3}$ .
- 8.12. Найдите, при какой температуре число молекул азота, скорости которых лежат в интервале 299-301 м/с, равно числу молекул со скоростями в интервале 599-601 м/с? Ответ:  $56^0$  С.
- 8.13. Определить относительное число  $\omega$  молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости  $V_{\rm B}$ . Ответ: 7,52·10<sup>-7</sup>.

- 8.14. Определите, при какой температуре идеального газа число молекул в заданном интервале v, v+dv будет максимально? Масса каждой молекулы равна m. Ответ:  $T = \frac{mV^2}{3L}$
- 8.15. Найти среднее значение проекции скорости молекул углекислого газа  $\langle V_x \rangle$ , находящегося в равновесии, движущихся в положительном направлении некоторой оси X при t=20  $^0$ C. Ответ: 94 м/с.
- 8.16. Идеальный газ находится в равновесном состоянии. Вывести формулу для нахождения среднего значения проекции импульса молекул, движущихся в положительном направлении некоторой оси X, проведенной в объеме этого газа. Ответ:  $\langle p_{_{\scriptscriptstyle Y}} \rangle = \sqrt{mkT/2\pi}$ .
- 8.17. При какой температуре среднее значение положительной проекции скорости молекул $\langle V_x \rangle$  углекислого газа будет иметь такое же значение, как и для кислорода при температуре 200 К? Ответ: 413 К.
- 8.18. Газообразный азот находится в равновесном состоянии при нормальных условиях. Найти относительное число молекул, имеющих положительные проекции скорости  $V_x$  в интервалах от 60 до 65 м/с и от 300 до 305 м/с. Объяснить полученный результат. Ответ: 0,68%, 0,4%.
- 8.19. Определите высоту горы, если давление на ее вершине равно половине давления на уровне моря. Температуру считать везде одинаковой и равной  $t=7^0$  С. Ответ: 5,6 км.
- 8.20. Договоримся, что верхняя граница атмосферы Земли находится на высоте, где давление в 1 млн. раз меньше, чем у поверхности земли. Какова в этом случае высота атмосферы? Какой была бы высота атмосферы, если бы она состояла из водорода? Считать, что температура атмосферы по всей высоте равна 250 K, а ускорение свободного падения практически не меняется. Ответ: 100, 1460 км.
- 8.21. Атмосфера Венеры состоит из углекислого газа и имеет температуру  $500^{0}$ С. Во сколько раз высота венерианской атмосферы превосходит земную? Атмосферу Земли считать изотермической с T=250К. Ускорение свободного падения Венеры равно  $8.9~\text{m/c}^2$ . Критерий для определения высоты атмосферы установите самостоятельно. Ответ: 2.24.
- 8.22. Закрытую с обоих концов горизонтальную трубку длиной 1м перемещают с постоянным ускорением a, направленным вдоль ее оси. Внутри трубки находится аргон при температуре 330 К. При каком значении a концентрации аргона вблизи торцов трубки будут отличаться друг от друга на 1%? Ответ: 70g.
- 8.23. При наблюдении в микроскоп взвешенных частиц гуммигута обнаружено, что среднее число их в слоях, расстояние между которыми h=40 мкм, отличается друг от друга в  $\eta$ =2 раза. Температура среды T=290К. Диаметр частиц d=0,4 мкм и их плотность на  $\Delta \rho$ =0,2 г/см³ больше плотности окружающей жидкости. Найти по этим данным число Авогадро. Ответ:  $N_{\scriptscriptstyle \Delta} = (6RT/\pi d^3 \Delta \rho g h) \ln \eta = 6,4 \cdot 10^{23} \, \text{моль}^{-1}$ .

8.24. Найти силу, действующую на частицу со стороны однородного поля, если концентрации этих частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на расстоянии  $\Delta h=3$  см(вдоль поля), отличаются в  $\eta=2$ раза. Температура системы T=280 К.

Otbet:  $F = (kT/\Delta h) \ln \eta = 0.9 \cdot 10^{-19} H$ .

### 9. МКТ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа:

$$E = \frac{i}{2}kT,$$

где i-число степеней свободы, к- постоянная Больцмана, Т- температура. Скорости молекул:

средняя квадратичная 
$$\left\langle V_{_{\mathrm{KB}}} \right\rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$
 ;

средняя арифметическая  $V_{\rm ap} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$  ;

наиболее вероятная 
$$V_{_{\rm HB}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \; , \label{eq:VHB}$$

где R- универсальная газовая постоянная,  $\mu$ - молярная масса газа,  $m_0$ - масса молекулы газа.

Основное уравнение МКТ для идеального газа:

$$P = \frac{1}{3} m_0 n \langle V_{\text{\tiny KB}} \rangle^2 = \frac{2}{3} n E ,$$

где n - концентрация молекул, E - средняя кинетическая энергия поступательно движения молекул.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{\mu}RT ,$$

где P-давление газа, V- его объем, T- температура. Уравнение состояния для смеси газов:

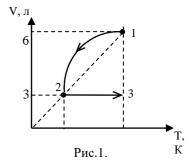
$$PV = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots\right) RT.$$

Связь макропараметров в адиабатическом процессе:

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}, \qquad T_1^{\gamma}P_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma}P_2^{1-\gamma}, \qquad T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1},$$

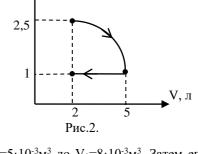
где  $\gamma = \frac{i+2}{i}$  -показатель адиабаты; i-число степеней свободы.

- 9.1. Идеальный газ изохорически охладили, а затем изобарически расширили до первоначальной температуры. Во сколько раз изменяется энергии поступательного движения молекул газа в изохорическом процессе, если в ходе его давление газа уменьшилось в 3 раза? Во сколько раз изменяется средняя скорость движения молекул в изобарическом процессе? Ответ: 3; 1,73.
- 9.2. Идеальный двухатомный газ объемом 5 л и давлением  $10^6$  Па изохорически нагрели, в результате чего средняя кинетическая энергия его молекул увеличилась от 0,0796 эВ до 0,0923 эВ. На сколько при этом измениться давление газа? В дальнейшем газ изотермически расширили до начального давления. Определите объем газа в конце процесса. Ответ: увеличится на 0,16 МПа; 5,8 л.
- 9.3. Средняя арифметическая скорость молекул углекислого газа в исходном состоянии 1 равна  $\upsilon=500$  м/с; плотностью газа в этом состоянии  $\rho=5$  г/л. Газ совершил процесс, представленный на рис.1. Определите массу газа и его давление в состояниях 1, 2 и 3. Проанализируйте качественно, как изменяется давление в процессе 1-2. Ответ: 30 г; 4,9 и 9,8 атм.



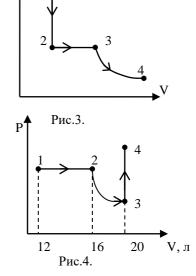
- 9.4. Два моля кислорода изотермически сжали, а затем изобарически
- расширили до первоначального объема. Известно, что  $P_1$ =550 кПа,  $V_1$ =9·10<sup>-3</sup>м³, а средняя квадратичная скорость движения молекул в конечном состоянии равна 720м/с. На сколько измениться конечная средняя кинетическая энергия его молекул относительно начальной. Представить графики описанных процессов в координатах V-T. Ответ: 0,0079 эВ.
- 9.5. З моля азота плотностью  $\rho=1,25$ кг/м³ изохорно нагрели так, что его давление изменилась с  $1,1\cdot10^5$  Па до  $1,6\cdot10^5$ Па, а затем изобарно сжали до первоначальной температуры. Определите температуры в каждом из трех описанных состояний и конечный объем газа. Изобразите графики этих процессов в координатах P-T. Ответ: 297К; 432 К; 46 л.

9.6. С углекислым газом с исходной плотностью 1,15 кг/м<sup>3</sup> совершен процесс, приведенный на рис.2. Определите число молей газа, участвующих в процессе. На сколько изменится температура в конце второго процесса по сравнению с началом первого процесса? Как изменялась средняя скорость молекул в процессе перехода газа из состояния 1 в состояние 2? Ответ: 0,052 моль; 690 К.



P. 10<sup>5</sup> Πa

- 9.7. Один моль кислорода изотермически расширили от  $V_1$ =5· $10^{-3}$ м³ до  $V_2$ =8· $10^{-3}$ м³. Затем его изобарически сжали до первоначального объема. Известно, что в начальном состоянии  $P_1$ =800кПа. Найдите изменение средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа. Представить графики описанных процессов в координатах V-T. Ответ: 0,023 эВ.
- 9.8. 5 молей кислорода совершают процесс, изображенный на рис.3, состоящий из изохоры, изобары и изотермы. Известно, что в первом состоянии давление  $P_1=12\cdot 10^5$  Па, объем газа в изобарическом процессе изменяется в 3 раза, объем кислорода в третьем состоянии  $V_3=24$  л, средняя кинетическая энергия молекул в конечном состоянии  $E_4=2\cdot 10^{-20}$ Дж. Найти по этим данным среднюю квадратичную скорость движения молекул в первом состоянии. Ответ: 425 м/с.
- 9.9. Найти давление и среднюю кинетическую энергию теплового движения молекул 0,8 молей гелия в начале процесса, изображенного на рис. 4, где 2-3 –изотерма. Известно, что средняя скорость молекул в конечном состоянии 2,5 км/с, а давление в изохорном процессе изменяется в 2,5 раза. Ответ: 1,67·10<sup>5</sup> Па; 0,039 эВ.



9.10. Один моль некоторого газа имеет объем  $V_1$ =10 л и совершает процесс представленный на рис.5. Известно, что наиболее вероятная скорость молекул в исходном состоянии равна 301,5 м/с, а температура в первом процессе возрастает в 4 раза. В конечном состоянии давление газа 8 атм. Какой это газ? Какова его начальная плотность? Как изменялся объем газа в процессе перехода газа из состояния 1 в состояние 2? Ответ:  $CO_2$ ; 4,4 г/л.

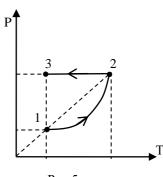


Рис.5.

9.11. С одним молем азота, кото-

рый имел начальное давление  $P_1$ =120 кПа, провели процесс, состоящий из изохоры и изобары. Известно, что в конце процесса температура стала равной 320 К, а в изохорическом процессе средняя арифметическая скорость молекул газа увеличилась с 430 м/с до 470 м/с. Найдите исходный и конечный объемы газа. Представить графики описанных процессов в координатах V-T. Ответ: 16,9 и 18,5 л.

- 9.12. Два моля двухатомного газа имеют исходную концентрацию молекул  $n_1$ = $4\cdot 10^{25}$ м<sup>-3</sup>. Газ сначала изохорно нагревают так, что средняя кинетическая энергия молекул увеличивается с 0,052 эВ до 0,096 эВ. Затем изотермически сжимают так, что объем газа уменьшается в 2 раза. Найти объем газа в конечном состоянии. Представить графики описанных процессов в координатах P-T. Ответ: 15 л.
- 9.13. В сосуде объемом 30 л находится некоторый газ, который имеет температуру, соответствующую средней скорости движения молекул 493 м/с. После того, как часть газа была выпущена наружу, давление в сосуде понизилось на 0,78 атм. (без изменения температуры). Найти массу выпущенного газа. Какой это газ, если плотность этого газа при нормальных условиях  $\rho_0 = 1,235 \text{ кг/м}^3$ . Ответ: 29 г;  $N_2$ .
- 9.14. В сосуде находится смесь  $m_1$ =7 г азота и  $m_2$ =11 г углекислого газа при температуре T=290 К и давлении P=1 атм. Найти плотность этой смеси, считая газы идеальными. Во сколько раз отличаются средние скорости движения молекул газов смеси и средние кинетические энергии их движения? Ответ: 1,5 кг/м³; 1,25; 1,2.
- 9.15.В сосуде объемом 20 л находится смесь водорода и гелия под давлением 2 атм. Общая масса смеси 5 г. Известно, что средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул смеси газов равна 0,038 эВ. Во сколько раз отличаются массы водорода и гелия в смеси? Ответ: 2,2 раза.
- 9.16. Азот с начальными параметрами  $P_1$ =500 кПа,  $T_1$ = 250 К и  $V_1$ =0,5 $\cdot$ 10<sup>-3</sup>м<sup>3</sup> подвергли изотермическому расширению. Затем он был изобарно сжат до первоначального объема, в результате чего средняя

скорость движения молекул уменьшилась в n=1,3 раз. Найти массу азота и  $V_2$  в промежуточном состоянии. Ответ: 3,4 г; 0,84 л.

- 9.17. Воздух находится в закрытом пробкой сосуде при давлении  $10^5$  Па, равном внешнему атмосферному. Воздух нагрели, в результате чего средняя кинетическая энергия его молекул увеличилась от 0,0647 эВ до 0,0863 эВ. На сколько при этом изменилось давление газа? До какой изменится температура воздуха в сосуде, если пробку открыть, в результате чего он очень быстро расширится? Представить графики описанных процессов в координатах P-V. Ответ:  $0,33\cdot10^5$  Па; 369 К.
- 9.18. Некоторое количество гелия сначала адиабатически сжали. Затем изобарически расширили до первоначального объема. Во сколько раз изменилась средняя скорость движения молекул гелия при расширении, если известно, что при сжатии давление увеличилось в 3 раза? Ответ: 1,39.
- 9.19. Двухатомный газ сначала изобарически сжали, а затем адиабатически расширили до первоначального объема. Известно, что при расширении давление уменьшилось в 4 раза. Во сколько раз изменилась наиболее вероятная скорость молекул газа при сжатии? Ответ: 1,64.
- 9.20. Кислород, находившийся при температуре 370 К, подвергли адиабатическому расширению, в результате которого давление уменьшилось в 4 раза. При последующем изотермическом сжатии установилось первоначальное давление. Найти среднюю квадратичную скорость движения молекул кислорода в изотермическом процессе. Во сколько раз изменился объем газа при переходе из начального состояния в конечное состояние. Ответ: 440 м/с; 1,49.
- 9.21.Сжатый азот, имевший первоначально температуру 400 К, сначала очень быстро(адиабатически) расширили до объема 7 л, а затем очень медленно(изотермически), сжали. В обоих процессах давление изменялось в 4 раза. Найти: 1) объемы газа в начальном и конечном состояниях; 2) изменение средней арифметической скорости молекул азота в адиабатическом процессе. Ответ: 1,75 л, 2,6 л; 100 м/с.
- 9.22. Некоторое количество азота сначала адиабатически сжали, затем изобарически расширили до первоначального объема. Известно, что при изобарическом расширении средняя скорость движения молекул возросла в 1,41 раза. Во сколько раз увеличилось давление при сжатии? Ответ: 2,64.
- 9.23. Двухатомный газ адиабатически расширяют так, что давление уменьшается в 5 раз. На сколько при этом изменится средняя кинетическая энергия его молекул? Во сколько раз измениться объем газа при последующим изотермическом сжатии до первоначального давления? Начальная температура газа 420 К. Ответ: 0,0334 эВ; 5.

9.24. Двухатомный газ, находившийся в закрытом сосуде при нормальных условиях, нагрели до Т=400 К. На сколько изменится средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа? Во сколько раз измениться давление в сосуде по отношению к первоначальному состоянию, если при открытии пробки газ адиабатически расшириться и его температура понизится до 300К? Представить графики описанных процессов в координатах Р-Т. Ответ: 0,0164 эВ; 1,9.

#### 10. ЯВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСА

Уравнение диффузии: 
$$M = -D\frac{d\rho}{dx} \cdot St$$
,  $j_M = -D\frac{d\rho}{dx}$ ,

где М-масса вещества, переносимого через площадку S за время t;

 $j_{\mathrm{M}}$ -плотность потока массы;

$$\frac{d\rho}{dx}$$
 - градиент плотности;

D-коэффициент диффузии:  $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$ .

Уравнение внутреннего трения:

$$\Delta p = -\eta \frac{dV}{dx} S t$$
,  $F = -\eta \frac{dV}{dx} S$ ,  $j_p = -\eta \frac{dV}{dx}$ ,

где  $\Delta p$ -импульс, перенесенный через площадку S за время t;

F-сила внутреннего трения между двумя движущимися слоями площадью S;

 $j_{
m p}$  -плотность потока импульса;

 $\frac{dV}{dx}$  - градиент скорости;

 $\eta$ -динамическая вязкость:  $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$ .

Уравнение теплопроводности:  $Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \cdot St$  ,  $j_{Q} = -\lambda \frac{dT}{dx}$  ,

где Q-количество теплоты, перенесенное через площадку S за время t;  $j_0$  -плотность теплового потока;

 $\frac{dT}{dx}$  -градиент температуры;

$$\lambda$$
 -коэффициент теплопроводности:  $\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$ ,

где с $_{\rm v}$ -удельная теплоемкость газа при постоянном объеме,  $\rho$ - плотность газа,  $\langle v \rangle$ -средняя скорость теплового движения,  $\langle l \rangle$ -средняя длина свободного пробега молекул.

- 10.1. Определите, во сколько раз отличаются коэффициенты динамической вязкости  $\eta$  углекислого газа и азота, если оба газа находятся при одинаковой температуре и одном и том же давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов равны. Ответ:  $\eta_1\eta_2=1,25$ .
- 10.2. Определите коэффициент теплопроводности  $\lambda$  азота, если коэффициент динамической вязкости  $\eta$  для него при тех же условиях равен 10 мкПа·с. Ответ:  $\lambda$ =7.42 мВт/м·К.
- 10.3. Построить график зависимости вязкости азота от температуры в интервале  $100 \le T \le 600$  мК.
- 10.4. Построить график зависимости коэффициента диффузии водорода от температуры в интервале  $100 \le T \le 600$  К при P=100 кПа.
- 10.5. Построить график зависимости коэффициента теплопроводности водорода от температуры в интервале  $100 \le T \le 600$  К.

10.6. Экспериментально получены следующие данные зависимости коэффициента вязкости от температуры:

t, C <sup>0</sup>	0	10	20	30	40	50
η·10 <sup>-3</sup> Πα·c	1,75	1,30	1,00	0,82	0,62	0,55

Найти по этим данным энергию активации температурного изменения коэффициента вязкости, считая, что зависимость  $\eta(T)$  носит экспоненциальный характер. Ответ:  $1,41\cdot 10^{-2}$  эВ.

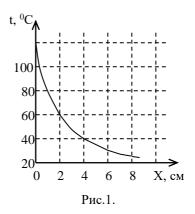
- 10.7. Определите массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку  $50~{\rm cm}^2$  за  $20~{\rm c}$ , если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен  $1~{\rm kr/m}^4$ , температура азота  $290~{\rm K}$ , а средняя длина свободного пробега его молекул равна  $1~{\rm mkm}$ . Ответ:  $m=15,6~{\rm mr}$ .
- 10.8. Пространство между двумя параллельными пластинами площадью  $150~{\rm cm}^2$  каждая, находящихся на расстоянии 5 мм друг от друга, заполнено кислородом. Одна пластина поддерживается при температуре  $17^{0}{\rm C}$ . Определите количество теплоты, прошедшее за 5 минут посредством теплопроводности от одной пластины к другой. Эффективный диаметр молекул кислорода считать равным  $0.36~{\rm hm}$ . Ответ:  $79.4~{\rm Jm}$ .
- 10.9. Тонкая металлическая прямоугольная пластина массой  $50~\rm r$  размером  $20\times30~\rm cm$  падает в воде в вертикальном положении с установившейся скоростью  $6.9~\rm m/c$ . Считая, что поверхностью пластины увлека-

ется в движение слой воды толщиной 2 мм, оценить по этим данным, динамическую вязкость воды. Ответ:  $\eta$ =1,2·10<sup>-3</sup> Па·с.

- 10.10. Какой толщины следовало бы сделать деревянную стену здания, чтобы она давала такую же потерю тепла, как кирпичная стена толщиной  $\Delta x_1$ =40 см при одинаковой температуре внутри и снаружи здания. Коэффициенты теплопроводности кирпича и дерева равны соответственно:  $\lambda_1$ = 0,70 BT/м·K,  $\lambda_2$ = 0,175 BT/м·K. Ответ:  $\Delta x_2$ =0,1 м.
- 10.11. Потолочное перекрытие парового котла состоит из двух слоев тепловой изоляции. Определить температуру  $t_2$  на границе между слоями, если температура наружных поверхностей перекрытия  $t_1$ =800  $^0$ C и  $t_3$ =60 $^0$ C, а толщина и теплопроводность каждого слоя соответственно равны:  $\Delta x_1$ =500 мм,  $\lambda_1$ = 1,3 BT/м;  $\Delta x_2$ =200 мм,  $\lambda_2$ = 0,16 BT/м·K. Ответ:  $t_2$ =626  $^0$ C.
- 10.12. В топке парового котла сжигается m=200 кг топлива в час с теплотой сгорания q=41 МДж/кг. Определить потерю теплоты стенками топки в окружающую среду в процентах от общего количества выделяемого тепла, если поверхность стен топки S=60 м², толщина стен  $\Delta x_1$ =750мм, коэффициент теплопроводности кладки  $\lambda_1$ = 0,60 Вт/м·К, а температуры с внутренней и наружной сторон стен соответственно равны  $t_1$ =750°C и  $t_2$ =50 °C. Ответ: 1,5%.
- 10.13. Стальная стенка котла толщиной  $\Delta x_1$ =1,5 мм покрыта с внутренней стороны слоем котельной накипи толщиной  $\Delta x_2$ =1мм. Определить тепловой поток, проходящий через 1 м² стенки котла и температуру стального листа под накипью, если температура внутренней поверхности стенки  $t_1$ =250  $^0$ C, а наружной  $t_2$ =200  $^0$ C. Коэффициент теплопроводности накипи  $\lambda_2$ =0,6 Bt/м·K, коэффициент теплопроводности стали  $\lambda_1$ =46 Bt/м·К. Ответ: j=29 кВт/м²,  $t_2$ =201,6 $^0$ C.
  - 10.14. Площадь озера Тургояк составляет 27 км<sup>2</sup>. Найти, во сколь-

ко раз мощность теплового потока, передаваемого водой в атмосферу, превышает мощность электростанции в  $10^6$  кВт, если озеро покрыто слоем льда толщиной 200 мм, а температура на нижней и верхней поверхностях льда  $t_1$ =  $0^0$ C и  $t_2$ =  $-15^0$ C. Теплопроводность льда  $\lambda$ =2,5 Вт/м·К. Ответ: 5.

10.15. Антикатод рентгеновской трубки выполнен в виде медного стержня длиной 250 мм и диаметром 15 мм. Определить разность температур между горячим и холодным концом стержня, если через



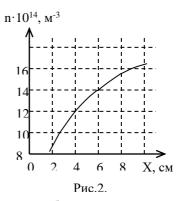
боковую поверхность стержня тепло не проходит, а холодный конец омывается проточной водой. При этом вода нагревается на 3 градуса при

расходе 1л/мин. Коэффициент теплопроводности меди  $\lambda$ =390 Bт/м·К. Ответ:  $\Delta t = 780^{0} C$ .

10.16. Найти массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку S=100 см² за t=10 с, если градиент плотности в направлении перпендикулярном площадке  $\frac{\Delta \rho}{\Delta x}$  = 1,26 кг/м⁴, температура газа t=27°C,

средняя длина свободного разбега молекул < l >= 10 мкм. Ответ: 0,2 г.

- 10.17. На рис.1 показано изменение температуры воздуха вблизи вертикальной металлической стенки, нагретой до 120  $^{0}$ C. Найти тепловой и поток через площадку S= 15 см², установленную параллельно стенки на расстоянии 3см от нее. Эффективный диаметр молекул воздуха принять равным 0,35 нм. Ответ: 0,017 Дж/с.
- 10.18. Концентрация молекул кислорода в азоте при нормальных условиях меняется вдоль некоторого направления X по закону  $n=n_0(1-\kappa x)$ , где  $n_0=2\cdot 10^{16}~1/\text{m}^3$ ,  $\kappa=0,4~1/\text{m}$ . Вычислить диффузионный поток кислорода через площадку  $10~\text{cm}^2$ , которая установлена перпендикулярно оси X. Считать эффективные диаметры молекул азота и кислорода равными 0,35~hm. Ответ:  $4,3\cdot 10^{-18}~\text{kr/c}$ .
- 10.19. Две металлические параллельные пластины площадью по 500 см² находятся в воздухе ( $P=10^5$  Па) на расстоянии 1 см друг от друга. Температуры пластин разные и поддерживаются постоянными так, что температура воздуха между ними изменяется по закону  $t^0C=40(1-50x)$ . Найти количество тепла, которое переносится за 5 мин от горячей пластины к холодной. Ответ: Q=325 Дж.
- 10.20. В направлении оси X в кислороде ( $P=10^5~\Pi a,~T=295K$ ) создано неравновесное распределение концентрации п аргона, зафиксированное в некоторый момент времени графиком, приведенном на рис.2. Рассчитайте для этого момента времени диффузионный поток аргона чрез площадку  $S=20~cm^2$ , установленную перпендикулярно оси X в точке x=5~cm. Эффективный диаметр молекул кислорода и аргона равен  $3.5\cdot10^{-10}~m$ . Ответ:  $1.4\cdot10^{-17}\kappa_{\Gamma}/c$ .



10.21. Между двумя пластинами с очень большой теплоемкостью, находящимся на расстоянии  $\Delta x$ =1мм, находится воздух при нормальных условиях. Разности температур между пластинами  $\Delta T$ =1 К. Площадь каждой пластины S=100 см². Диаметр молекул d=0,35·10<sup>-9</sup> м. Найти тепловой поток и количество теплоты, переданной за счет теплопроводности от одной пластины к другой за t=10 минут. Ответ: W=0,1 Вт, Q=62 Дж.

- 10.22. Какое количество тепла теряет помещение за время t=1 час через окно за счет теплопроводности воздуха между рамами? Площадь каждой рамы S=4 м², расстояние между ними  $\Delta x$ =20 см, температура в помещении t<sub>1</sub>=18  $^{0}$ C, температура наружного воздуха t<sub>2</sub> =-20  $^{0}$ C, давление P=10<sup>5</sup> Па, диаметр молекул воздуха d=0,35·10<sup>-9</sup> м. Ответ: Q=28 кДж.
- 10.23. Самолет летит со скоростью 360 км/час. Считая, что толщина слоя воздуха, увлекаемая крылом самолета, равна  $\Delta x$ =2 см, найти касательную силу трения, действующую на единицу площади крыла. Температура воздуха  $\Delta t$ =0  $^{0}$ C. Диаметр молекул воздуха 0,3 нм. Ответ: 0,09 H.
- 10.24. Пространство между двумя коаксиальными цилиндрами заполнено газом. Радиусы цилиндров r=5 см и R=5,2 см, высота внутреннего цилиндра h=25 см. Внешний цилиндр вращается с частотой v=360 об/мин. Для того, чтобы внутренний цилиндр оставался неподвижным, к нему надо приложить касательную силу F=1,38 мН. Найти по этим данным коэффициент вязкости газа, находящегося между цилиндрами. Ответ:  $\eta=1,8\cdot 10^{-5}~\mathrm{H\cdot c/m^2}$ .
- 10.25. Определить тепловой поток через огнеупорную обмуровку теплового агрегата, если толщина обмуровки равна 400 мм, температуры поверхностей обмуровки  $t_1$ =900  $^0$ C и  $t_2$ =60  $^0$ C , а коэффициент теплопроводности огнеупора изменяется по закону  $\lambda = \lambda_0 (1+b \cdot t)$ , где  $\lambda_0$ =0,35 Вт/м·К, b=1,5·10<sup>-3</sup> 1/К. Ответ: j=1265 Вт/м².
- 10.26. Один конец стержня, заключенного в теплоизолирующую оболочку, поддерживается при температуре  $T_1$ , а другой при температуре  $T_2$ . Сам стержень состоит из двух частей, длины которых  $l_1$  и  $l_1$ , теплопроводности  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Найти температуру поверхности соприкосновения

частей стержня. Ответ: 
$$T = \left(\frac{\lambda_1 T_1}{\ell_1} + \frac{\lambda_2 T_2}{\ell_2}\right) : \left(\frac{\lambda_1}{\ell_1} + \frac{\lambda_2}{\ell_2}\right).$$

10.27. Стержень длиной l с теплоизолированной боковой поверхностью состоит из материала, коэффициент теплопроводности которого меняется с температурой  $\lambda(T) = \frac{\alpha}{T}$ , где  $\alpha$  — постоянная. Торцы стержня

поддерживаются при температуре  $T_1$  и  $T_2$ . Найти тепловой поток и зависимость T(x), где x — расстояние от торца стержня с температурой  $T_1$ .

Other: 1) 
$$j = \frac{\alpha}{l} \cdot \ln(\frac{T_2}{T_1});$$
 2)  $T(x) = T_1(\frac{T_2}{T_1})^{\frac{x}{l}}$ 

# 11. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Поверхностная энергия жидкости:

$$W = \sigma \cdot S$$
.

где  $\sigma$ - коэффициент поверхностного натяжения, S-площадь поверхности

#### жидкости

Сила поверхностного натяжения:

$$F = \sigma \cdot l$$

где  $\ell$ - длина контура, построенного на поверхности жидкости Зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры (для воды и спирта):

$$\sigma = \sigma_0 (1 - \alpha \cdot t),$$

где α- температурный коэффициент,

t — температура в  $^{0}$ С,  $\sigma_{0}$  — коэффициент поверхностного натяжения при t=0 $^{0}$ С

Давление Лапласа:  $P=\frac{2\sigma}{r}$  , где r – радиус кривизны поверхности.

Давление Лапласа в капилляре:  $P=\frac{2\sigma\cdot\cos\Theta}{R}$  , где R — радиус капилляра,  $\Theta$  — краевой угол.

#### Справочные данные

Веще-	Коэффици-	Коэффици-	Темпера-	Плот-	Удель-
ство	ент поверх-	ент поверх-	турный	ность,	ная теп-
	ностного	ностного	коэффи-	$\rho \cdot 10^3$	лоем-
	натяжения	натяжения	циент	$\kappa\Gamma/M^3$	кость,
	σ при 20°С,	$\sigma_0$ при $0^0$ С,	$\alpha \cdot 10^{-3}, 1/{}^{0}\text{C}$		Дж/кг
	мН/м	мН/м			
Вода	73	76	2,18	1,0	4180
Мыль-					
ная вода	40				
Ртуть	500			13,6	139
Спирт	23	24,4	3,64	0,79	
Сталь				7,8	
Свинец				11,3	

- 11.1. Найти поверхностную энергию: а) капли ртути диаметром 1,38 мм. б) мыльного пузыря диаметром 6 мм. Ответ: 3мкДж, 9мкДж.
- 11.2. Какую работу А против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря с начальным радиусом 1 см? Ответ: 59мкДж.
- 11.3. При выдувании мыльного пузыря против сил поверхностного натяжения была совершена работа равная  $6.3 \cdot 10^{-4}$  Дж. Каков диаметр полученного пузыря? Ответ: 5 см.

- 11.4. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разделить сферическую каплю ртути радиусом 3 мм на две одинаковые капли? Ответ: 4,9 мДж.
- 11.5. На сколько градусов нагреется ртуть при слиянии двух одинаковых капель диаметром 1,5 мм? Ответ:  $2,2\cdot10^{-3}$  К.
- 11.6. Каким должен быть диаметр мыльного пузыря, чтобы давление газа в нем было на 0.1% больше внешнего атмосферного, равного  $10^5$  Па? Ответ: 3.2 мм.
- 11.7. Найти капиллярное давление: а) в капельке ртути диаметром 1мм, б) внутри мыльного пузыря диаметром 5 мм. Ответ:  $2 \cdot 10^3$  Па, 64Па.
- 11.8. Капилляр с внутренним радиусом 1 мм опущен вертикально нижним концом в жидкость. Найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости, если известно, что в капилляр поднялась масса жидкости 46 мг. Смачивание считать полным. Ответ: 73 мН/м.
- 11.9. Найти разность уровней ртути в двух сообщающихся вертикальных капиллярах, диаметры которых  $d_1$ =0,5 мм и  $d_2$ =1,0 мм, если краевой угол равен  $138^0$ . Ответ: 1,1 см.
- 11.10. Стеклянный капилляр с запаянным верхним концом длиной 11 см с внутренним диаметром 20 мкм опущен в вертикальном положении в воду. Внешнее давление воздуха нормальное. Какая длина капилляра должна быть погружена в воду, чтобы уровни воды в капилляре и вне его совпадали? Смачивание считать полным. Ответ: 1,4см.
- 11.11. Вертикальный стеклянный капилляр диаметром 1 мм погружен нижним концом в воду. Вся система медленно нагревается от  $0^{0}$ С до  $100^{0}$ С. Найти и построить графически зависимость высоты жидкости в капилляре от температуры. Смачивание считать полным. Ответ:
- 11.12. Две стеклянные трубки с внутренними диаметрами 1 и 0,7мм погрузили нижними концами в ртуть. На сколько отличаются уровни ртути в этих трубках? Краевой угол принять равным  $150^{\circ}$ . Решение поясните рисунком. Ответ: 0,5 см.
- 11.13. U-образная стеклянная трубка установлена вертикально и в нее налили некоторое количество воды. Какова разность уровней воды в коленах трубки, если внутренние радиусы их равны 0,2 мм и 0,5 мм? Смачивание водой поверхности стекла считать полным. Ответ: 4,4 см.
- 11.14. Один из двух сообщающихся внизу стеклянных вертикальных капилляров заполнен спиртом до высоты  $h_1=50$  мм, а другой водой. Найти уровень воды  $h_2$  во втором капилляре Радиусы капилляров 0,2 мм, смачивание считать полным. Ответ: 8 см.
- 11.15. Сообщающиеся сосуды в виде двух вертикальных стеклянных капилляров диаметром 0,5 мм заполнены до половины их высоты водой. Затем в один из капилляров поверх воды налили 2 мг спирта. Какой станет разность уровней жидкостей в капиллярах? Считать, что жидкости не перемешались, а смачивание полным. Ответ: 2,9 см.

- 11.16. В дне сосуда с ртутью имеется круглое отверстие диаметром 0,5 мм. При какой максимальной толщине слоя ртути в сосуде она еще не будет вытекать через отверстие? Ответ: 2,9 см.
- 11.17. В дне алюминиевой кастрюли есть отверстия диаметром 0,4мм. В кастрюлю налили воды так, что толщина слоя жидкости составляет 6,8 см. До какой температуры надо нагреть кастрюлю, чтобы вода начала вытекать через отверстия? Считать, что вода не смачивает алюминиевую поверхность. Ответ:  $48\,^{\circ}\mathrm{C}$ .
- 11.18. В дне стеклянного сосуда площадью 30 см<sup>2</sup> имеется круглое отверстие диаметром 0,4 мм. В сосуд налили ртуть. Какова масса ртути, оставшейся в сосуде? Считать, что ртуть не смачивает стекло. Ответ: 1,5кг.
- 11.19. На поверхность воды положили жирную (полностью не смачиваемую водой) стальную иголку. Каков наибольший диаметр иголки, при котором она еще может держаться на поверхности воды? Ответ: 2.2 мм.
- 11.20. Стальную цилиндрическую проволоку длиной 32 мм с массой  $800~\rm Mr$  с не смачиваемой поверхностью положили на поверхность воды. До какой температуры необходимо нагреть воду, чтобы проволока утонула? Ответ:  $81,5~\rm ^{6}C$ .
- 11.21. На горизонтальную поверхность поместили каплю ртути массой 0,55 г и сверху на нее положили металлическую пластинку с массой 200 г. Какой будет толщина ртути между пластинкой и поверхностью? Считать, что ртуть не смачивает поверхности тел. Ответ: 0,2 мм.
- 11.22. Найти силу притяжения двух параллельных стеклянных пластин, отстоящих друг от друга на расстоянии 0,2 мм после того, как между ними ввели каплю воды массой 20 г. Смачивание считать полным. Ответ: 146 Н.
- 11.23. Один из способов измерения коэффициента поверхностного натяжения жидкости состоит в измерении вертикальной силы, которую необходимо приложить к кольцу для того, чтобы оторвать его от поверхности жидкости. В таком эксперименте для алюминиевого кольца с внутренним диаметром 5 см , внешним диаметром 5,2 см и массой 4 г получено, что сила отрыва составила  $6,3\cdot10^{-2}$  Н. Найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Ответ: 72 H/м.
- 11.24. Для определения коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$  некоторой жидкости взвешивают капли, отрывающиеся от капилляра с внутренним диаметром 0,7 мм. В эксперименте оказалось, что 300 капель имеют массу 1,52 г. Считая, что диаметр шейки капли в момент отрыва равен внутреннему диаметру капилляра, найти  $\sigma$  для этой жидкости. Какую массу будет иметь такое же количество капель, если жидкость подогреть до 50 °C? Ответ: 23мH/м, 1,32 г.
- 11.25. Вода по каплям вытекает из вертикальной трубки с внутренним диаметром 2 мм. Найти радиус капли в момент отрыва, считая ее

сферической. Радиус шейки капли принять равным внутреннему радиусу трубки. Ответ: 2,2 мм.

- 11.26. Вода по каплям вытекает через короткий вертикальный капилляр. Установлено, что при охлаждении воды от 80  $^{0}$ C до 20  $^{0}$ C радиусы образующихся капель увеличиваются на 5%. Найти по этим данным температурный коэффициент поверхностного натяжения воды. Считать, что плотность воды в указанном температурном интервале практически не меняется. Ответ:  $2,17\cdot10^{-3}$   $1/^{0}$ C.
- 11.27. При плавлении нижнего конца вертикально установленной свинцовой проволоки диаметром 2 мм образовалось 20 капель, и при этом проволока укоротилась на 15,6 см. Найти по этим данным коэффициент поверхностного натяжения жидкого свинца. Считать, что радиус шейки капли в момент отрыва равен диаметру проволоки. Ответ: 0,44 Н/м.
- 11.28. На какой глубине под водой находится пузырек воздуха, если известно, что диаметр пузырька 15 мкм, плотность воздуха в нем  $2 \kappa \Gamma/m^3$ , температура  $20^0 C$ , атмосферное давление  $10^5 \Pi a$ . Ответ: 4,8 м.
- 11.29. Во сколько раз плотность воздуха в пузырьке, находящемся на глубине 5 м под водой, больше плотности воздуха над поверхностью воды, если радиус пузырька 1 мм, температура  $20^{\circ}$ C, атмосферное давление  $10^{5}$  Па? Ответ: 3.
- 11.30. В сосуде с воздухом при давлении Р0 находится мыльный пузырь диаметром d. Давление воздуха изотермически уменьшили в n раз, в результате чего диаметр пузыря увеличился в к раз. Найти по этим данным коэффициент поверхностного натяжения мыльной воды. От-

Bet: 
$$\sigma = \frac{d \cdot P_0 \left(1 - k^3 / n\right)}{8(k^2 - 1)}.$$

### 12. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Первое начало термодинамики:

$$\delta Q = dU + \delta A$$
.

Изменение внутренней энергии газа:  $dU=rac{i}{2} vRdT$  .

Работа, совершаемая газом:  $A = \int P dV$ 

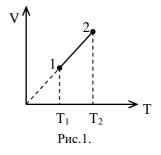
- 12.1.~12 г азота находятся в закрытом сосуде объемом 2 л при температуре  $10^{\circ}$ С. После нагревания давление в сосуде стало равно  $10^{4}$  мм.рт.ст. Какое количество тепла было сообщено газу при нагревании? Ответ:  $4.1\cdot10^{3}$  Дж.
- 12.2. В результате изотермического расширения азота массой m=0.2 $\kappa$ гпри температуре T=280 K объем его увеличивается в 2 раза.

- Определить: 1) работу A, совершенную газом при расширении; 2) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии; 3) количество теплоты Q, полученное газом. Ответ:  $1,152\cdot 10^4$  Дж; 0 Дж;  $1,152\cdot 10^4$  Дж.
- 12.3. В закрытом сосуде находится 14 г азота при давлении 10<sup>5</sup> Па и температуре 27°С. После нагревания давление в сосуде увеличилось в 5 раз. Определить: 1) до какой температуры был нагрет газ; 2) каков объем сосуда; 3) какое количество тепла сообщено газу? Ответ: 1500 К; 12,5л; 12,5 Кдж.
- 12.4. Объем водорода при изотермическом расширении при температуре T=300 К увеличивается в n=3 раза. Определить работу, совершенную газом, и теплоту, полученную при этом. Масса m водорода равна 200г. Ответ: 273.8 кДж; 273.8 кДж.
- 12.5. В закрытом сосуде объемом 10 л находится воздух при давлении  $10^5$  Па. Какое количество тепла надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз? Ответ:  $10^4$  Дж.
- 12.6. При изотермическом расширении водород получил количество теплоты Q=800 Дж. Во сколько раз увеличился его объем, если расширении происходило при температуре  $T=300~\mathrm{K}$ , а количество молей вещества v=0,4 моль. Ответ: в 2,23 раза.
- 12.7. Азот находится в закрытом сосуде объемом 3 л при температуре 27°С и давлении 3 атм. После нагревания давление в сосуде повысилось до 25 атм. Определить: 1) температуру азота после нагревания; 2) количество тепла, сообщенного азоту. Ответ: 2500 К; 16,5 кДж.
- 12.8. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой m=5 г, взятого при температуре T=290 K, если объем газа увеличился в 3 раза. Ответ: 6619 Дж.
- 12.9. 10 г кислорода находятся под давлением  $3\cdot 10^5$  Па при температуре 10°С. После нагревания при постоянном давлении газ занял объем 10 л. Найти: 1) количество тепла, полученного газом; 2) энергию теплового движения молекул газа до и после нагревания. Ответ:  $7,93\cdot 10^3$  Дж;  $1,84\cdot 10^3$  Дж;  $7,5\cdot 10^3$  Дж.
- 12.10. Какое количество тепла надо сообщить  $12~\mathrm{r}$  кислорода, чтобы нагреть его на  $50^{\circ}\mathrm{C}$  при постоянном давлении? Ответ:  $545~\mathrm{Дж}$
- 12.11.2 л азота находится под давлением  $10^5$  Па. Какое количество тепла надо сообщить азоту, чтобы: 1) при постоянном давлении его объем увеличился вдвое; 2) при постоянном объеме давление увеличилось вдвое? Ответ: 700 Дж, 500 Дж.
- 12.12. На нагревание 40 г кислорода от 16 до 40 °C затрачено 628,5Дж. При каких условиях нагревался газ? При постоянном давлении или при постоянном объеме? Ответ: при постоянно объеме.
- 12.13. 2 кмоля углекислого газа нагреваются при постоянном давлении на 50 градусов. Найти: 1) изменение его внутренней энергии; 2) работу расширения; 3) количество тепла, сообщенного газу. Ответ: 2493кДж; 831 кДж; 3324 кДж.

- 12.14. Двухатомному газу сообщено 2,1 кДж тепла. При этом газ расширяется при постоянном давлении. Найти работу расширения газа. Ответ: 600 Дж.
- 12.15. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа в 157 Дж. Какое количество тепла было сообщено газу? Ответ: 549,5 Дж.
- 12.16. Газ, занимающий объем 5 л, находится под давлением  $2\cdot 10^5$  Па и температуре  $17^{\circ}$ С. Газ нагревают и он расширяется изобарически. Работа расширения оказалась равной 197 Дж. На сколько нагрели газ? Ответ: на 57 градусов.
- 12.17. Какая доля количества теплоты Q, подводимого к идеальному двухатомному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличении  $\Delta U$  внутренней энергии газа и какая доля- на работу A расширения? Ответ: 5/7; 2/7.
- 12.18. 7 г углекислого газа было нагрето на 10°C в условиях свободного расширения. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии. Ответ: 13,2 Дж; 39,6 Дж.
- 12.19. 1 кмоль многоатомного газа нагревается на  $100^{\circ}$ С в условиях свободного расширения. Найти: 1) количество теплоты, сообщенного газу; 2) изменение его внутренней энергии; 3) работу расширения. Ответ:  $3.32\cdot10^{6}$  Дж;  $2.49\cdot10^{6}$  Дж;  $8.31\cdot10^{5}$  Дж.
- 12.20. В сосуде под поршнем с площадью поперечного сечения 10 см $^2$  находится 1 г азота при давлении 1 атм. Найти: 1) Какое количество тепла надо затратить, чтобы нагреть азот на 10 $^\circ$ ? 2) На сколько при этом поднимается поршень? Ответ: 10,4 Дж; 3см.
- 12.21. Азот массой 14 г сжимают изотермически при температуре 300 К от давления 100 кПа до давления 500 кПа. Определить: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) работу сжатия; 3) количество выделившейся теплоты. Ответ: 1) 0; 2) -2,01 кДж; 3) 2,01 кДж.
- 12.22. Азот массой 50 г находится при температуре 280 К. В результате изохорного охлаждения его давление уменьшилось в 2 раза, а затем в результате изобарного расширения температура газа в конечном состоянии стала равной первоначальной. Определить работу, совершенную газом и изменение его внутренней энергии. Ответ: 2,08 кДж; 0.
- 12.23. При адиабатном расширении кислорода в количестве 2 моль, находящегося при нормальных условиях, его объем увеличился в 3 раза. Определить изменение внутренней энергии и работу расширения этого газа. Ответ: 4,03 кДж; 4,03 кДж.
- 12.24. Азот массой 280 г расширяется в результате изобарного процесса при давлении 1 МПа. Определить: 1) работу расширения газа; 2) конечный объем газа, если на расширение затрачен теплота 5 кДж, а начальная температура азота 290 К. Ответ: 1,43 кДж; 0,026  $\rm M^3$ .

12.25. Какую работу совершает 1 моль идеального одноатомного газа в процессе 1-2 (рис.1), если температура увеличилась от  $T_1$  до  $T_2$ ? Ответ:  $A=R(T_2-T_1)$ .

12.26. Идеальный газ, занимающий объем 2 л и находящийся под давлением 3 МПа при температуре 27°C, нагрели при постоянном объеме, а затем расширили изобарически. Совершенная при этом работа оказалась равной 200 Дж. Изобразить процесс на диаграмме PV. На сколько нагрели газ в изобарическом процессе? Ответ: 10 °C.



12.27. Некоторое количество одноатомного идеального газа совершает одну и ту же работу в изобарном и изотермическом процессах. Определить отношение количеств теплоты, полученных газом в этих процессах. Ответ: 2,5.

12.28. Кислород, находящийся при давлении 0,5 МПа и температуре 350 К, подвергли сначала изотермическому расширению от объема 1 л до объема 2 л, а затем изобарному расширению, в результате которого объем газа увеличился до 3 л. Определить:1) работу, совершенную газом; 2) изменение его внутренней энергии; 3) количество подведенной теплоты. Ответ: 596,6 Дж; 625 Дж; 1,2 кДж.

### 13. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Изменение энтропии(формула Клаузиуса):

$$\Delta S = \int_{1}^{2} \frac{\delta Q}{T}$$

Удельная теплоемкость воды: С=4180 Дж/кг·К;

Удельная теплоемкость льда: С=2090 Дж/кг-К;

Удельная теплота плавления льда:  $\lambda$ =3,3·10<sup>5</sup> Дж/К;

Удельная теплота парообразования для воды: r=2,25·10<sup>6</sup> Дж/К.

13.1. Смешали воду массой  $m_1$ =5кг при температуре  $T_1$ =280 К с водой массой  $m_2$ =8кг при температуре  $T_2$  =350 К. Найти: 1) температуру  $\theta$  смеси; 2) изменение  $\Delta S$  энтропии, происходящее при смешивании. Ответ: 323 К; 0,3 кДж/К.

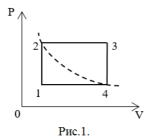
13.2. В результате изохорного нагревания водорода массой m=1г давление р увеличилось в два раза. Определить изменение  $\Delta S$  энтропии газа. ? Ответ: (7,2 Дж/К.

- 13.3. Найти изменение  $\Delta S$  энтропии при изобарном расширении азота массой m =4 г от объема  $V_1$  =5л до объема  $V_2$  =9л. Ответ:2,43 Дж/К.
- 13.4. Кусок льда массой m =200г, взятый при температуре  $t_1$  = -10C°, был нагрет до температуры  $t_2$  =0C° и расплавлен, после чего образовавшаяся вода была нагрета до температуры  $t_3$  = 10C°. Определить изменение  $\Delta$ S энтропии в ходе указанных процессов. Ответ: 287 Дж/К.
- 13.5. Лед массой  $m_1$ =2кг при температуре  $t_1$ =0С° был превращен в воду той же температуры с помощью пара, имеющего температуру  $t_2$ =100С°. Определить массу  $m_2$  израсходованного пара. Каково изменение  $\Delta S$  энтропии системы лед-пар? Ответ: 250 г; 610 Дж/кг.
- 13.6. Кислород массой  $m=2\kappa \Gamma$  увеличил свой объем в n=5 раз один раз изотермически, другой адиабатно. Найти изменение энтропии в каждом из указанных процессов. Ответ: 836 Дж/К; 0.
- 13.7. Водород массой m=100г был изобарно нагрет так, что объем его увеличился в n=3 раза, затем водород был изохорно охлажден так, что давление его уменьшилось в n=3 раза. Найти изменение  $\Delta S$  энтропии в ходе указанных процессов. Ответ: 457 Дж/К.
- 13.8. Найти изменение энтропии при превращении 10г льда при -20°C в пар при 100°C. Ответ:  $88\ Дж/К$ .
- 13.9. Найти прирост энтропии при превращении 1г воды при  $0^{\circ}$ С в пар при  $100^{\circ}$ С. Ответ: 7,4 Дж/град.
- 13.10. Найти изменение энтропии при плавлении 1кг льда, находящегося при 0°С. Ответ: 1210 Дж/К.
- 13.11. Найти изменение энтропии при переходе 8 г кислорода от объема в 10 л при температуре 80°С к объему в 40 л при температуре 300°С. Ответ: 5,4 Дж/К.
- 13.12. Найти изменение энтропии при переходе 6г водорода от объема в 20л под давлением 1,5 $\cdot$ 10 $^5$  Па к объему в 60 л под давлением в 1 $\cdot$ 10 $^5$  Па? Ответ: 71,0 Дж/К.
- 13.13. 6.6г водорода расширяются изобарически до удвоения объема. Найти изменение энтропии при этом расширении. Ответ: 66,3 Дж/град.
- 13.14. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 8г гелия от объема  $V_1=10$  л до объема  $V_2=25$ л. Ответ: 38,1 Дж/К.
- 13.15. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 6г водорода от давления  $10^5$  до давления  $0.5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>. Ответ: 17,3 Дж/К.
- $13.16.\ 10,5$ г азота изотермически расширяются от объема  $V_1$ = 2 л до объема  $V_2$ =5 л. Найти прирост энтропии при этом процессе. Ответ:  $2,9\ \mbox{Дж/K}$ .
- 13.17. 10г кислорода нагреваются от  $t_1 = 50$ °C до  $t_2 = 150$ °C. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически и 2) изобарически. Ответ: 1,76 Дж/К; 2,46 Дж/К.
- 13.18. При нагревании 1кмоля двухатомного газа его абсолютная температура увеличиваются в 1,5раза. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически, 2) изобарически.

Ответ:  $8,5 \cdot 10^3$  Дж/град;  $11,8 \cdot 10^3$  Дж/К.

- 13.19. В результате нагревания 22 г азота его абсолютная температура возросла в 1,2 раза, а энтропия увеличилась на 4,17 Дж/К. При каких условиях производилось нагревание: при постоянном объеме или при постоянном давлении? Ответ: При постоянном давлении.
- 13.20. Найти приращение энтропии одного моля углекислого газа при увеличении его абсолютной температуры в n=2,0 раза, если процесс нагревания: а) изохорический; б) изобарический. Газ считать идеальным. Ответ: 19 Дж/(К·моль); 25 Дж/(К·моль).
- 13.21. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем V=4,0 моля идеального газа, чтобы его энтропия испытала приращение  $\Delta S=23~\mathrm{Дж/K?}$  Ответ: 2,0.
- 13. 22. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равна первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в n=3,3 раза. Ответ: 20 Дж/К.
- 13.23. Гелий массы m=1,7г адиабатически расширили в n=3,0 раза и затем изобарически сжали до первоначального объема. Найти приращение газа в этом процессе. Ответ: -10~Дж/K.
- 13.24. Процесс расширения v=2 моля аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объему. Найти приращение энтропии газа при увеличении его объема в  $\eta=2$  раза. Ответ: 46 Дж/К.
- 13.25. Один кубический метр воздуха, находящегося при температуре  $t=17^{\circ}\mathrm{C}$  и давлении P=2 атм, изотермически расширяется от объема  $V_1$  до объема  $V_2=2V_1$ . Найти изменение энтропии в этом процессе. Ответ: 500 Дж/К.

13.26. На P-V-диаграмме изображен цикл, совершаемый двумя молями азота, состоящий из двух изохор и двух изобар (рис.1). Известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме, а средние квадратичные скорости молекул азота равны  $v_1 = 300$  м/с в состоянии 1 и  $v_3 = 700$  м/с в состоянии 3. Определите работу, совершаемую газом за цикл. Ответ: 2985 Дж.

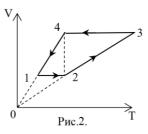


13.27. Цикл,

состоит из двух изо-

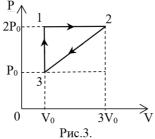
хор и двух изобар(рис.1). Температуры газа в состояниях 1 и 3 равны соответственно  $T_1$  и  $T_2$ . Определить работу, совершенную одним молем газа за цикл, если известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме. Ответ:  $A = R(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1T_2})$ .

13.28. На V-Т-диаграмме изображен цикл 1-2-3-4-1, совершаемый двумя молями азота и состоящий из двух изохор и двух изобар (рис.2). Средние квадратичные скорости молекул азота в состояниях 1 и 3 равны соответственно 300 м/с и 700 м/с. Определите работу, совершаемую газом за цикл. Ответ: 2985 Дж



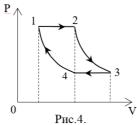
13.49. Изменение состояния постоянной

массы одноатомного идеального газа происходит по циклу, показанному на рис. 3. При переходе газа из состояния 2 в состояние 3 внешние силы совершают работу 6 кДж. Какое количество теплоты газ получает за цикл от нагревателя?



13.30. На диаграмме зависимости давления р от объема V для некоторой массы идеального газа (рис.4) две изотермы пересекаются двумя изобарами в точках 1, 2, 3 и 4. Найдите отношение температур в состояниях 3 и 1, если отношение объемов в этих состояниях равно  $V_3/V_1 = \alpha$ .

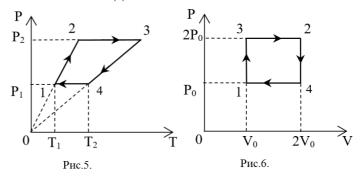
Объемы газа в точках 2 и 4 равны. Ответ:  $\frac{T_3}{T_1} = \sqrt{\alpha}$  .



13.31. Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Количество полученной за цикл теплоты равно 2300 кДж. Минимальные значения объема и давления равны  $1,3\,\mathrm{m}^3$  и  $270\,\mathrm{k}\Pi a$ , максимальное давление равно  $490\,\mathrm{m}^3$ кПа. Определить максимальный объём. Чему равен коэффициент полезного действия цикла? Ответ: 2,1 м<sup>3</sup>, 7,7 %

13.32. Найдите работу, совершенную одним молем идеального газа в круговом процессе, изображенном на рис.5, если  $\frac{P_2}{P_1} = 2$ ,  $T_1 = 280$ 

 $K, T_2 = 360 K. Ответ: 665 Дж$ 



13.33. Один моль идеального газа, находящийся при нормальных условиях, переводят из состояния 1 в состояние 2 двумя способами: 1-3-2 и 1–4–2 (рис. 6). Найдите отношение количеств теплоты, которые необходимо сообщить 1 молю газа в этих двух процессах. Ответ:  $\frac{Q_{133}}{Q_{421}} = \frac{13}{11}$ .

13.34. Один моль азота является рабочим веществом в замкнутом цикле 1-2-3-4 (см. рис.7). Известны: $P_1=2$  атм.,  $V_1=10$  л,  $P_2=4$ атм., $V_2$ =20 л и удельные теплоемкости  $c_V$  =742  $\frac{\mathcal{J}\mathscr{H}}{\kappa \varepsilon \cdot K}$  и  $c_p$  =1039  $\frac{\mathcal{J}\mathscr{H}}{\kappa \varepsilon \cdot K}$  .

Какое количество тепла и на каких участках цикла поступает в систему?

Ответ: 19 кДж

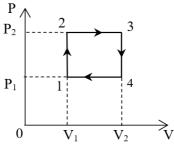
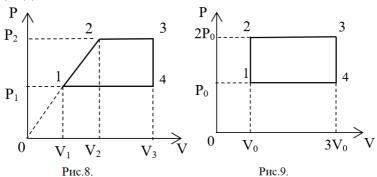


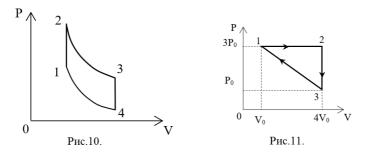
Рис.7.

- 13.35. Идеальный одноатомный газ совершает циклический процесс, состоящий из изобарического расширения, адиабатического расширения и изотермического сжатия. Какую работу совершил газ в адиабатическом процессе, если при изобарическом процессе была совершена работа 20 Дж? Ответ: 30 Дж
- 13.36. Идеальный одноатомный газ совершает циклический процесс, состоящий из изобарического расширения, адиабатического расширения и изотермического сжатия. Какую работу совершил газ в адиабатическом процессе, если в изобарическом процессе газ получил 100 Дж тепла? Ответ: 60 Дж
- 13.37. 2 моля гелия расширяется в изотермическом процессе, совершая работу величиной 800 Дж. Затем газ охлаждается в изобарическом процессе и, наконец, в адиабатическом процессе возвращается в исходное состояние. Какую работу совершил газ в замкнутом цикле, если разность максимальной и минимальной температур газа в нем составила величину 12 градусов? Ответ: 300 Дж.
- 13.38. С одним молем одноатомного идеального газа совершают циклический процесс 1-2-3-4-1, как показано на рис.8 в координатах p–V. Известно, что температура газа в состояниях 1 и 3 равны, соответственно,  $T_1=300~\rm K$  и  $T_3=1500~\rm K$ , а отношение объемов газа в состояниях 1 и 2 равно  $V_2/V_1=2$ . Чему равна работа, совершаемая газом за цикл? Ответ: 2,5 кДж.



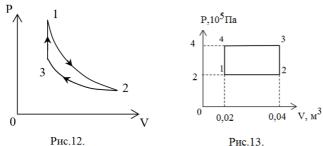
- 13.39. Рассчитайте КПД тепловой машины, использующей в качесчтве рабочего тела одноатомный идеальный газ и работающий по циклу, изображенному на рис.9. Ответ: 17,4%.
- 13.40. В тепловом двигателе, работающим телом которого является идеальный одноатомный газ, совершается циклический процесс, изображенный на рис.10, где участок 2-3 –адиабатическое расширение, а участок 4-1 адиабатическое сжатие. Найти КПД двигателя, если известно,

что температура газ при адиабатическом расширении уменьшается в n раз, а при адиабатическом сжатии увеличивается в n раз, где n=1,5. Ответ: 16%.



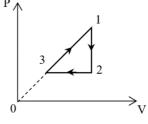
13.41. С идеальным одноатомным газом проводят циклический процесс, изображенный на рис.11. Определить КПД цикла. Ответ: 13,3 %.

13.42. Найти КПД тепловой машины, работающей с  $\nu$  молями одноатомного идеального газа по циклу, состоящему из адиабаты 1-2, изотермы 2-3 и изохоры 3-1 (рис. 12). Работа, совершенная над газом на участке 2-3 равна A=2 кДж, разность максимальной и минимальной температур в цикле равна  $\Delta T=100$  К. Ответ: 20 %.

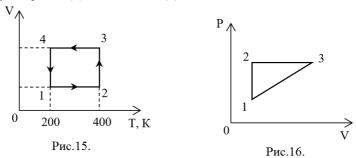


13.43. Определить КПД тепловой машины, работающей по циклу, изображенному на рис. 13. Рабочим веществом является один моль идеального двухатомного газа. Ответ: 10,5 %.

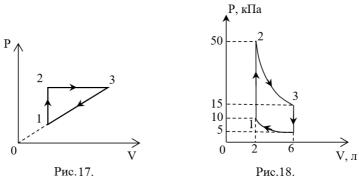
13.44. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры 1-2, изобары 2-3 и участка 3-1 прямо пропорциональной зависимости давления от объёма(рис.14). Найти КПД цикла, если объём на изобаре изменяется в 2 раза. Рабочее вещество — идеальный одноатомный газ. Ответ:  $\eta = 1/12$ .



- 13.45. Идеальный двухатомный газ, находящийся при температуре 300 К, нагревают при постоянном объеме до давления, вдвое большего первоначального. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарически был сжат до начального объема. Построить график цикла. Определить КПД цикла. Ответ: 10 %.
- 13.46. Тепловой двигатель работает по циклу, который изображен на рис.15. Рабочим телом является 1 моль идеального одноатомного газа. При изотермическом сжатии газа на участке 4-1 внешние силы совершают работу 1150 Дж. Найдите КПД цикла. Ответ: 24 %



- 13.47. Теловой двигатель совершает цикл 1-2-3-1(рис.16). Определить КПД этого цикла, если в пределах цикла давление газа изменяется в 2 раза, а объем в 1,5 раза? Рабочим веществом является одноатомный идеальный газ. Ответ: 1/8
- 13.48. Тепловая машина работает по циклу(рис. 17), состоящему из изохоры 1-2, изобары 2-3 и участка 3-1 прямо пропорциональной зависимости давления от объёма. Найти КПД цикла, если объём на изобаре изменяется в 2 раза. Рабочее вещество идеальный одноатомный газ. Ответ: 7,7%



13.49. Тепловой двигатель совершает круговой цикл, соответствующий графику на рис. 18. Цикл, состоит из двух изохор 1-2 и 3-4, и двух адиабат 3-3 и 4-1. Найти КПД этого цикла. Ответ: 25 %.

13.50. Тепловой двигатель работает по циклу, изображенному на рис.16. При этом давление в цикле изменяется в 2 раза, а объем в 2,5 раза. Найти КПД этого цикла. Ответ: 1/6.

## 14. РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Принцип суперпозиции электрических полей:

$$ec{E}_{{\it pes}} = \sum_{i=1}^n \overrightarrow{E_i}$$
 или  $ec{E}_{{\it pes}} = \int dec{E}$  ;  $arphi_{{\it pes}} = \sum_{i=1}^n arphi_i$  или  $arphi_{{\it pes}} = \int darphi$  .

Напряженность и потенциал электрического поля точечного заряда, поля вне шара или сферы:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = k \cdot \frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = k \cdot \frac{q}{r},$$

где  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \,\Phi/\text{м}, \ \kappa = 9 \cdot 10^9 \,\text{H} \cdot \text{м}^2/\text{K} \pi^2.$ 

Напряженность электрического поля вблизи большой равномерно заряженной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$
.

Связь напряженности и разности потенциалов:  $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ .

- 14.1. Электрическое поле создано двумя зарядами  $q_1$ =10 нКл и  $q_2$ =-20 нКл, находящимися на расстоянии d=20 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке A, удаленной от первого заряда на расстояние  $r_1$ =30 см и от второго на  $r_2$ =50 см. Рассчитать работу, которую необходимо совершить, чтобы перенести точечный заряд  $q_0$ =5·10<sup>-4</sup> Кл из точки находящийся посередине между зарядами в точку A. Ответ: 280B/м, 0.42~Дж.
- 14.2. Точечные заряды  $q_1$ =10 нКл и  $q_2$ =-20 нКл находятся в воздухе на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке A, удаленной на расстояние 6 см от первого и на 8 см от второго. Как изменится потенциальная энергия взаимодействия зарядов, если переместить второй заряд в эту точку? Какую для этого нужно совершить работу? Ответ: 37.6 кВ/м; 12 мкДж.
- 14.3. Расстояние между двумя положительными зарядами  $q_1$ =9q и  $q_2$ =q равно 8 см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка A, в которой напряженность поля равна нулю? Какую скорость получит протон, если его вытолкнуть из точки A? Принять q= $10^{-8}$  Кл. Ответ: 6 см; 1,9 Мм/с.
- 14.4. Два заряда  $q_1$ =3q и  $q_2$ =-q (где q= $10^{-9}$  Кл) находятся на расстоянии 12 см друг от друга. На каком расстоянии от первого заряда нахо-

дится точка, в которой напряженность поля равна нулю? Рассчитать потенциал поля в этой точке. Ответ: 28,4 см; 40,2 В.

14.5. В вершинах равностороннего треугольника со стороной а находятся равные по величине заряды: +q, +q, -q. Найдите напряженность и потенциал поля в центре треугольника. Какая работу будет совершена при перемещении точечного заряда  $+q_0$  из центра в середину одной из сторон треугольника, между положительными зарядами?

Otbet: 
$$E = \frac{3q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$$
;  $\varphi = \frac{\sqrt{3}q}{4\pi\varepsilon_0 a}$ ;  $A = \frac{1.9q_0q}{4\pi\varepsilon_0 a}$ 

- 14.6. В трех вершинах квадрата со стороной а=40 см находятся одинаковые положительные заряды по 6,4 нКл каждый. Найти напряженность и потенциал электрического поля в четвертой вершине. Рассчитать разность потенциалов между центром квадрата и четвертой вершиной. Ответ: 690 В/м; 390 В; 222 В.
- 14.7. Два точечных заряда  $q_1=q_2=2\cdot 10^{-8}$  Кл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной а=10 см. Где нужно поместить отрицательный точечный заряд  $q_3=-2,6\cdot 10^{-8}$  Кл, чтобы напряженность электрического поля в третьей вершине стала равной нулю? Каким при этом будет потенциал поля в этой вершине? Ответ:  $\sqrt{3}a$ ; 900 кВ.
- 14.8. Поле создано одинаковыми положительными зарядами, расположенными в трех вершинах квадрата со стороной а=10 см, по 4,8 нКл каждый. Найти напряженность электрического поля в четвертой вершине. Какую максимальную скорость будет иметь  $\alpha$ -частица, если ее поместить первоначально в центр квадрата? Ответ: 8,3 кВ/м; 0,42 Мм/с.
- 14.9. Отрицательные точечные заряды по -16 нКл расположены в трех вершинных квадрата со стороной 0,2 м. Рассчитать напряженность электрического поля в центре квадрата. Найти работу перемещения электрона из центра квадрата в четвертую вершину. Ответ: 7,2 кВ/м;  $1.8\cdot10^{-16}\,\mathrm{Дж}$ .
- 14.10. Электрическое поле создано заряженным шаром с радиусом R=2 см с зарядом  $q_1$ =2,5 нКл и точечным зарядом  $q_2$  =0,9 нКл, находящимся на расстоянии 3R от поверхности шара. Найти положение точки A, в которой напряженность поля равна нулю. Какая работа будет совершена при перемещении заряда  $q_0 = 5 \cdot 10^{-12}$  Кл от поверхности шара до точки A? Ответ: 3 см от поверхности шара; 2,7 нДж.
- 14.11. Две полые сферы радиуса r=10 см (рис.1.) равномерно заряжены зарядами  $q_1=q_2=32$  нКл и находятся друг от друга на расстоянии  $O_1O_2=4r$  ( $O_1C=O_2C$ ). Найти напряженность E электрического поля в точке A, удаленной от сфер на одинаковое расстояние  $O_1A=O_2A$  так, что AC=2r. Рассчитать работу поля по перемещению заряда  $q_3=-1,19$  нКл из точки A в точку C. Ответ: 5090 В/м; 1 мкДж.

14.12. Тонкостенные сферы с равномерно распределенными по поверхности зарядами  $q_1$ =  $q_2$ =64 нКл и с радиусами по r= 13,4 см расположены так, что расстояние между их центрами  $O_1O_2$ =4r (рис.1.). Найти: 1) напряженность электрического поля в центре каждой сферы; 2) потенциал поля в середине между сферами (в точке C); 3) работу перемещения  $\alpha$ -частицы из точки C до ближайшей точки поверхности сферы. Ответ: 2 кВ/м; 4,3 кВ; 4,6·10<sup>-16</sup> Дж.

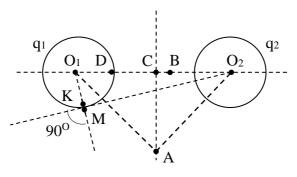
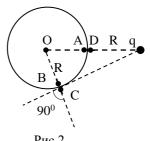


Рис.1.

- 14.13. Чему равен потенциал электрического поля, созданного двумя равномерно заряженными сферами (радиусы r=0,12 м, заряды по  $32\cdot10^{-10}$  Кл) в точке В (рис.1.), если  $O_1O_2=4r$ ,  $O_2B=1,5r$ . Найти напряженность поля в этой же точке. Ответ: 260 В; 570 В/м.
- 14.14. Две тонкие сферические поверхности с равномерно распределенными зарядами по 3,2 нКл с радиусами r=12 см расположены друг относительно друга так, расстояние между их центрами равно 48 см (рис. 1). Найти напряженность и потенциал электрического поля в точках К и М, которые лежат в непосредственной близости от поверхности, но точка К внутри, а точка М вне сферы. Ответ: 133 В/м; 2 кВ/м; 300В.
- 14.15 На рис.1 показаны две тонкостенные сферы, имеющие радиусы 0,2 м и заряды 16·10<sup>-6</sup> Кл, равномерно распределенные по поверхности. Расстояние между центрами сфер 80 см. Точка С лежит в середине между сферами, точка D внутри сферы в непосредственной близости от стенки. Найти разность потенциалов электрического поля между точками С и D и напряженность в точке D. Ответ: 240 кВ; 400 кВ/м.
- 14.16. Два равномерно заряженных шара с зарядами  $q_1$ =  $-46\cdot 10^{-9}$  Кл и  $q_2$ = $46\cdot 10^{-9}$  Кл и радиусами 5 см находятся в вакууме так, что расстояние между их центрами  $O_1O_2$ = 20 см (рис.1.). Найти напряженность электрического поля в точке B, которая расположена так, что  $BO_2$ =7,5 см. С какой скоростью упадет протон на поверхность первого шара, если его поместить предварительно в точку B? Ответ:  $10^5$  B/м; 1,2 Mm/c.

14.17. Сферы, изображенные на рис.1, имеют радиусы по 0.05 м и заряды  $q_1$ =-46 мкКл и  $q_2$ =46 мкКл, которые равномерно распределены по их поверхностям. Расстояние между центрами сфер 20 см. Рассчитать напряженность и потенциал электрического поля в точке D, которая находится внутри отрицательно заряженной сферы в непосредственной близости от ее стенки. Ответ: 18.4 МВ/м; -11 МВ.

14.18. Сферическая поверхность радиусом R=0,1 м несет равномерно распределенный по ней заряд с поверхностной плотностью  $\sigma=2\cdot10^{-7}$  Кл/м². Вне сферы на расстоянии R от ее поверхности находится точечный заряд  $q=4\cdot10^{-8}$  Кл (рис. 2.). Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре сферы. Ответ: 9 кВ/м; 4 кВ.



14.19. В соответствие с условием задачи 14.18 найти напряженность и потенциал

электрического поля в точке А, находящейся внутри сфера в непосредственной близости от ее стенки. Ответ: 36 кВ/м; 5,9 кВ.

14.20. На рис. 2 изображена отрицательно заряженная тонкостенная сфера радиусом R=20 см, имеющая равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью  $\sigma=-0,2$  мкКл/м², и точечный заряд q=100 нКл, находящийся на расстоянии R от поверхности сферы. Рассчитать напряженность и потенциал электрического поля в точках B и C, находятся B непосредственной близости от стенки сферы соответственно внутри и вне сферы, как показано на рис. 14.2. Ответ: 7,5 кB/м; 1,9кB; 24,9 кB/м.

14.21. Сферическая тонкая оболочка с радиусом R=5 см имеет равномерно распределенный по поверхности положительный заряд с плотностью  $\sigma=8$  мкКл/м². На расстоянии R от ее поверхности находится точечный заряд q. Какова величина и знак этого заряда, если известно, что потенциал электрического поля в центре сферы равен 0? Какова напряженность поля в точке D, находящейся в непосредственной близости от сферы, как показано на рис. 14.2? Ответ: -0.5 мкКл; 2.7 МВ/м.

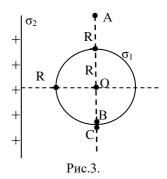
14.22. Две сферы с радиусами  $R_1$ = r и  $R_2$ = r/2 заряжены с одинаковой постоянной по поверхности плотностью заряда  $\sigma$ . Причем первая сфера имеет положительный, а вторая отрицательный заряд. Сферы расположены так, что их поверхности почти соприкасаются. Найти: 1) Напряженность и потенциал электрического поля в центре первой сферы. 2) Положение точки, в которой напряженность равна 0. Ответ:

$$-\frac{\sigma}{9\varepsilon_0}, \frac{5\sigma \cdot r}{6\varepsilon_0}$$
; 3г от центра первой сферы.

14.23. Отрицательно заряженная сфера радиусом R=2 см с равно-

мерно распределенным зарядом плотностью  $\sigma_1$ =- 3,54 мкКл/м² находится вблизи положительно заряженной большой плоскости с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_2$ =885 нКл/м², как показано на рис.3. Потенциал плоскости  $\phi$ =10<sup>4</sup> В. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре сферы. Ответ: 50 кВ/м; 0 В.

14.24. В соответствии с условием задачи 14.23 найти напряженность и потенциал электрического поля в точке А, лежащей так, как показано на рис.3. Ответ: 112 кВ/м; 4 кВ.



14.25. В соответствии с условием задачи 14.23 найти напряженность и потенциал электрического поля в точках В и С, находящихся как показано на рис. 3, соответственно внутри и вне сферы в непосредственной близости от стенки сферы. Ответ:50 кВ/м; 0, 403 кВ/м; 0.

14.26. Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по ее плоскости заряд 1нКл. Радиус пластины равен 5 см. Определить потенциал ф электрического поля в центре пластины. Ответ: 360 В.

14.27. Плоское тонкое кольцо с внешним радиусом 10 см и внутренним 4 см имеет электрический заряд, который равномерно распределен по его поверхности с плотностью  $3\cdot10^{-9}~{\rm Kn/m^2}$ . Каков потенциал в центре кольца? Ответ: 10,2 В.

14.28. Электрический заряд равномерно распределен по круглой тонкой пластине радиуса 3 см. Потенциал электростатического поля в центре пластины  $\phi$  =150 В. Рассчитать поверхностную плотность заряда  $\sigma$  на этой пластине. Ответ: 88,5 нКл/м³.

14.29. Плоский диск с радиусом  $R_1$ =8см электрически заряжен так, что заряд равномерно распределен по его поверхности. При этом потенциал в центре диска равен 600 В. Какую внутреннюю часть этого диска с радиусом  $R_2$  надо удалить, чтобы потенциал в центре уменьшился до 150В? Ответ: 6 см.

14.30. Радиус тонкой круглой пластины равен 10 см. По плоскости пластины равномерно распределен по заряд Q=9 нКл. Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси симметрии, перпендикулярной плоскости пластины, и отстоящей от центра пластины на расстоянии a=5 см. Ответ: 1кВ.

14.31. Поверхностная плотность заряда тонкой круглой пластины  $\sigma$ =35,4 нКл/м<sup>2</sup>. Потенциал электрического поля в точке A, удаленной от центра на 30 см и лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины, равен  $\phi$  =400 B. Рассчитать радиус пластины. Ответ: 0,4 м.

- 14.32. Потенциал электрического поля в центре тонкой равномерно заряженной круглой пластины с радиусом 8 см равен 200 В. Каков потенциал поля на оси пластины в 6 см от ее центра? Ответ: 100 В.
- 14.33 Плоское тонкое кольцо с внешним и внутренним радиусами равными соответственно 4 и 3 см имеет электрический заряд равный Q=5,14·10<sup>-10</sup> Кл, который равномерно распределен по его поверхности. Какой точечный заряд q надо поместить в центр кольца, чтобы на оси его в точке, находящейся в 3 см от центра, потенциал поля стал равен нулю? Ответ:  $3.3\cdot10^{-10}$  Кл.
- 14.34. Тонкий диск имеет электрический заряд Q равномерно распределенный по его поверхности с плотностью  $\sigma$ . Определить потенциал электрического поля в точке, лежащей на оси диска и удаленной от центра на расстояние b. Исследовать случай, когда b много больше радиуса

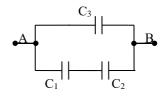
диска. Ответ: 
$$\varphi=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+\dfrac{Q}{\pi\sigma}}-b\right)$$
, поле точечного заряда.

- 14.35. Сплошной шар радиусом R=10 см равномерно заряжен с объемной плотностью  $\rho=1,77$  мкКл/м³. Определить потенциал электрического поля в центре шара. Ответ: 1 кВ.
- 14.36. Полый, толстостенный шар имеет внутренний радиус 4 см и наружный радиус 7 см. Определить потенциал  $\varphi$  внутренней поверхности шара, заряд которого равномерно распределен по объему с плотностью  $\rho$ =1,5 мкКл/м<sup>3</sup>. Ответ: 280 В.
- 14.37. Толстостенный полый шар с внутренним радиусом  $R_1$ =2см и наружным  $R_2$  =5см имеет равномерно распределенный по его объему электрический заряд. Каков заряд шара, если известно, что потенциал электрического поля в его центре равен 40 В? Ответ: 0.165 нКл.
- 14.38. Тонкое полукольцо радиусом R=20 см заряжено равномерно зарядом q=0,7 нКл. Найти модуль вектора напряженности электростатического поля E и потенциал  $\phi$  в центре кривизны полукольца. Ответ: 100B/m; 31,5 B.
- 14.39. Тонкая нить согнута в полуокружность и заряжена так, что электрический заряд равномерно распределен по ее длине. Каков радиус этой полуокружности, если известно, что в центре ее кривизны напряженность поля 10 кВ/м, а потенциал 630 В. Ответ: 4 см.
- 14.40. Найти напряженность электростатического поля в центре кривизны тонкого полукольца радиуса R=8 см и линейную плотность заряда  $\tau$  на кольце, если известно, что заряд по нему распределен равномерно, а потенциал поля в центре кривизны  $\phi$  =31,4 B. Ответ: 250 B/м; 1,1 нКл/м.

- 14.41. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом R, равномерно распределен заряд с линейной плотностью  $\tau$ =12 нКл/м. Определить напряженность E и потенциал  $\phi$  поля в точке O, совпадающей с центром кривизны дуги. Длина нити составляет 1/3 длины окружности и равна  $\ell$ =24 см. Ответ: 1,63 кВ/м; 226 В.
- 14.42. Электрический заряд 0.3 мкКл равномерно распределен по тонкой нити длиной 30 см, которая представляет собой дугу в 2/3 от длины окружности. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны этой нити. Ответ:  $2.2 \cdot 10^5$  В/м; 37.7 кВ.
- 1.43. Электрический заряд с линейной плотностью  $\tau=10$ нКл/м равномерно распределен по тонкой нити изогнутой в кольцо радиусом R. После удаления ½ части кольца напряженность поля в центре кривизны стала составлять E=4,24 кВ/м. Рассчитайте радиус кольца R. Найдите потенциал поля  $\phi$  в его центре. Ответ: 3 см; 424 В.
- 14.44. Заряд  $q=10^{-10}~{
  m K}$ л равномерно распределен по тонкой нити в форме дуги окружности, длина которой равна 5 см и составляет четверть от длины окружности. Вычислить напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны нити. Ответ:  $800~{
  m B/m}$ ;  $28,2~{
  m B}$ .
- 1.45. В центре кривизны равномерно заряженной тонкой нити, которая имеет форму четверти окружности, напряженность электрического поля 9 кВ/м, а потенциал 1000 В. Найти длину этой нити. Ответ: 15,7 см.
- 14.46. Тонкая нить имеет форму полуокружности с радиусом 0.2 м. Половина этой нити имеет заряд  $q_1$ =0,7 нКл, другая половина  $q_2$ =-0,7 нКл. Вычислить напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны полуокружности. Ответ: 200 B/m; 0 B.
- 14.47. Тонкая нить образует окружность радиусом 10 см. Половина ее имеет положительный заряд  $3,49\cdot10^{-10}$  Кл, а противоположная половина такой же отрицательный заряд. Каковы напряженность и потенциал электрического поля в центре окружности? Ответ: 400 B/m; 0 B.
- 14.48. По тонкому кольцу радиусом R=10 см распределен электрический заряд с линейной плотностью  $\tau=5$  нКл/м. Найти напряженность E и потенциал  $\phi$  в точке A, расположенной на оси кольца и удаленной от центра кольца на расстояние 10 см. Ответ: 1 кВ/м; 200 В.
- 14.49. В центре тонкого заряженного кольца, радиус которого R=3см, потенциал поля  $\phi=15$  В. Найти напряженность поля созданного заряженным кольцом в точке, лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние L=4 см. Ответ: 144 В/м.
- 14.50. В точке, находящейся на расстоянии  $\ell$  от центра тонкого равномерно заряженного кольца на его оси, потенциал электрического поля равен 120 В, а напряженность равна 600 В/м. Найти радиус R этого кольца, если  $\ell$ = R. Ответ: 0.1 м.

### 15. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ

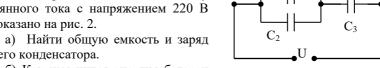
- 15.1. Плоские воздушные конденсаторы с емкостями  $C_1=2$  мк $\Phi$ ,  $C_2=5$  мк $\Phi$ ,  $C_3=10$  мк $\Phi$  соединены как показано на рис.1 и находятся под напряжением U=800 B.
  - а) Какова энергия и заряд такой батареи конденсаторов?
- б) Не отключая батареи от источника напряжения, в первый конденсатор вдвинули пластинку стекла с диэлектрической проницаемостью є=7 так, что она заняла весь объем конденсатора. Определить, на сколько в результате изменилась энергия батареи конденсаторов.



Ответ: 1,31 Дж, 3,3 мКл, 0,8 Дж.

Рис. 3.

- 15.2. Решить задачу 15.1 при усло-
- вии, что емкости конденсаторов в цепи, изображенной на рисунке равны  $C_1$ =1 мк $\Phi$ ,  $C_2$ =3 мк $\Phi$ ,  $C_3$ =4 мк $\Phi$ , а стеклянная пластина вдвигается в первый конденсатор на половину его объема. Ответ: 0,64 Дж; 1,6 мКл; 0,17 Дж.
- 15.3. Три плоских воздушных конденсатора с емкостями соответственно 3, 1, и 6 мкФ присоединены к источнику постоянного тока с напряжением 220 В как показано на рис. 2.



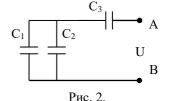
- третьего конденсатора.
- б) Как изменится энергия батареи конденсаторов, если не отключая ее от источника, в первый конденсатор поме-

Рис. 1.

В

стили стеклянную пластину (диэлектрическая проницаемость равна 7) толщиной, равной половине расстояния между пластинами первого конденсатора так, что она прижалась к одной из пластин конденсатора.

- Ответ: 2,4 мкФ; 528 мкКл; 16мДж.
- 15.4. На рис. 3 показана батарея конденсаторов с емкостями  $C_1$ =4 мк $\Phi$ ,  $C_2=2$  мк $\Phi$ ,  $C_3=1$  мк $\Phi$ , которую зарядили от источника тока с напряжением 400 В, присоединив его к точкам А и В.



- а) Какова энергия этой батареи?
- б) На сколько изменится общая емкость и энергия батареи, если после

отключения источника пространство между пластинами второго конденсатора заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=2.7$ ?

Ответ: 187 мДж, 0,97 мкФ, 55 мДж.

- 15.5. Батарея конденсаторов с вертикально расположенными пластинами и с емкостями соответственно 5, 8 и 1 мк $\Phi$ , изображенная на рисунке 4, была заряжена от источника с напряжением 250 B, который подключался к точкам A и B.
  - а) Какую энергию получила батарея?
- б) Каким станет напряжение на батарее, если после отключения ее от источника второй конденсатор вертикально на половину погрузить в трансформаторное масло с диэлектрической проницаемостью 2? Ответ: 127,5 мДж, 227 В.
- 15.6. Плоские воздушные конденсаторы с емкостями  $C_1$ =5 мк $\Phi$ ,  $C_2$ ==6 мк $\Phi$ ,  $C_3$ =2 мк $\Phi$  соединены как показано на рис.3. Напряжение между точками A и B 200 B.
  - а) Какова общая емкость и энергия этой батареи?
- б) На сколько изменится емкость этой батареи, если внутреннюю поверхность второго конденсатора покрыть слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ =2,7 и толщиной раной 1/3 расстояния между пластинами конденсатора?

Ответ: 4,7 мкФ, 94,5мДж, 0,3 мкФ.

- 15.7. Плоский воздушный конденсатор с емкостью  $C_1$ = $2\cdot 10^{-6}$  Ф и конденсатор с фарфоровым диэлектриком ( $\epsilon$ =6) между пластинами с емкостью  $C_2$ = $8\cdot 10^{-6}$  Ф соединены параллельно и подключены к источнику тока с напряжением 100 В.
  - а) Какой заряд и энергию получили конденсаторы?
- б) Не отключая источника, из второго конденсатора вынимают пластину диэлектрика. Найти изменение емкости батареи конденсатор в результате этой операции.

Ответ: 10<sup>-3</sup> Кл, 50 мДж, 6,7мкФ.

- 15.8. Два конденсатора с емкостями соответственно 8 и 4 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику постоянного тока с напряжением 150 В. а) Найти напряжения на каждом конденсаторе. б) Из второго конденсатора извлекается диэлектрик, который находился между пластинами (его диэлектрическая проницаемость равна 6). При этом источник тока от конденсаторов не отключался. Определить изменение заряда второго конденсатора в результате извлечения диэлектрика. Ответ: 50 и 100 В, 307 мкКл.
- 15.9. Три плоских воздушных конденсатора с емкостями  $C_1$ =1,5мкФ,  $C_2$ =7 мкФ,  $C_3$ =2 мкФ соединены последовательно и присоединены к источнику тока. При этом заряд второго конденсатора равен  $14\cdot10^{-4}$  Кл.

- а) Найти энергию этой батареи.
- б) Не отключая источника тока от батареи конденсаторов, раздвигают пластины третьего конденсатора, увеличивая расстояние между ними в 2 раза. Найти изменение емкости и заряда батареи.

Ответ: 1,28 Дж, 0,21 мкФ, 0,4 мКл.

- 15.10. Конденсаторы с емкостями  $2,5\cdot 10^{-6}$  Ф,  $4\cdot 10^{-6}$  Ф и  $9\cdot 10^{-6}$  Ф соединили последовательно и присоединили к источнику постоянного тока. При этом оказалось, что напряжение на первом конденсаторе стало равным  $100~\mathrm{B}$ .
  - а) Какова энергия всей батареи конденсаторов?
- б) На сколько изменилась энергия батареи после того, как расстояние между пластинами второго конденсатора увеличили в 1,5 раза? Ответ: 24 мДж, 3,2 мДж.
- 15.11. Решить предыдущую задачу при условии, что раздвижение пластин второго конденсатора осуществлялось после отключения источника тока. Ответ: 24 мДж, 3,7 мДж.
- 15.12. Три плоских воздушных конденсатора  $C_1$ =8,5 мкФ,  $C_2$ =4,2мкФ,  $C_3$ =1 мкФ соединены параллельно и присоединены к источнику тока. В такой цепи заряд первого конденсатора равен  $8,5\cdot10^{-4}$  Кл.
  - а) Чему равен заряд всей батареи?
- б) Не отключая источника тока от этой батареи конденсаторов, расстояние между пластинами второго конденсатора уменьшили в 1,5 раза. На сколько в результате этого изменились емкость и заряд батареи? Ответ:  $13.7\cdot10^{-4}$  Кл, 2.1 мкФ, 0.21 мКл.
- 15.13. Решить задачу 15.12 при условии, что расстояние между пластинами второго конденсатора уменьшают после отключения источника тока. Ответ: 1,37 мКл, 2,1 мк $\Phi$ , 0.
- 15.14. В схеме на рисунке к задаче 15.1  $C_1$ =2 пФ,  $C_2$ =10 пФ,  $C_3$ =6 пФ, U=120 В.
  - а) Какова общая энергия этих конденсаторов?
- б) Источник тока U отключили от заряженной батареи и к точкам A и B присоединили незаряженный конденсатор с емкостью  $C_4$ =6 пФ. Найти, каким будет заряд четвертого конденсатора и изменение энергии всей батареи конденсаторов в результате присоединения  $C_4$ . Ответ: 28,8нДж, 288пКл; 17,3нДж.
- 15.15. Напряжение на заряженном конденсаторе  $C_1$ =4 мкФ равно  $U_1$ =50 B, а на другом конденсаторе  $C_2$ =6 мкФ равно  $U_2$ =20 B. Одноименно заряженные пластины этих конденсаторов соединили проводами. Каким в результате этого стало напряжение на конденсаторах, и на сколько изменилась их суммарная энергия. Ответ: 32 B; 1,1 мДж.
- 15.16. Конденсатор с емкостью 4 мкФ зарядили от источника тока с напряжением 36 В и присоединили в точках А и В с батареей незаряженных конденсаторов, изображенной на рисунке к задаче 15.3. Причем

- $C_1$ =3мкФ,  $C_2$ =5 мкФ,  $C_3$ =24 мкФ. Найти заряд, который после этого будет иметь конденсатор  $C_3$ , и изменение общей энергии всех четырех конденсаторов. Ответ: 86,4 мкКл; 1,56 мДж.
- 15.17. Батарея образована двумя незаряженными конденсаторами с емкостями  $C_1$ =2 пФ и  $C_2$ =3 пФ, соединенных последовательно. К ней присоединяют конденсатор  $C_3$ = 0,8 пФ, который предварительно был заряжен до напряжения 200 В. Какой заряд стечет с последнего конденсатора на батарею? Изменится ли при этом полная энергия всех конденсаторов? Ответ: 96 пКл; 9,6 нДж.
- 15.18. Из трех незаряженных конденсаторов с емкостями  $C_1$ =3мкФ,  $C_2$ =6 мкФ,  $C_3$ =3 мкФ собрана батарея, схема которой показана на рис.2. Каким должно быть начальное напряжение на четвертом конденсаторе с  $C_4$ =15 мкФ, чтобы после его присоединения к батарее напряжение между точками A и B стало равным 150 В? Проверить, выполняется ли закон сохранения энергии при перераспределении начального заряда конденсатора  $C_4$  между всеми четырьмя конденсаторами. Ответ: 200 В; 0,075 Дж.
- 15.19. На рис.2 соединенные в батарею конденсаторы имеют емкости:  $C_1$ =7 мк $\Phi$ ,  $C_2$ =8 мк $\Phi$ ,  $C_3$ =7,5 мк $\Phi$ . Батарея подключена точками A и B к источнику тока с напряжением 60 B.
  - а) Каков общий заряд этой батареи?
- б) Затем источник отключили, а к точкам A и B присоединили незаряженный конденсатор с емкостью  $C_4$ =15 мкФ. Найти, какой заряд перетечет на четвертый конденсатор и на сколько изменится общая энергия всех конденсаторов в результате присоединения  $C_4$ . Ответ: 300 мкКл, 225 мкКл,  $6.75 \cdot 10^{-3}$ Дж.
- 15.20. Конденсатор емкостью  $C_1$ = 0,2 мкФ был заряжен до разности потенциалов  $U_1$ =320 В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов  $U_2$ =450В, напряжение на нем изменилось до U=400В. Вычислить емкость второго конденсатора и изменение его энергии в результате присоединения к первому. Ответ: 0,32 мкФ; 6,8 мДж.
- 15.21. Батарею последовательно соединенных конденсаторов  $C_1$ =4мкФ,  $C_2$ =5мкФ,  $C_3$ =20мкФ присоединили сначала к аккумулятору с э.д.с.  $\epsilon$  =12B, а затем к незаряженному конденсатору  $C_4$ =8 мкФ. Какое напряжение установится на конденсаторе  $C_4$  и на сколько изменится энергия всей батареи конденсаторов? Ответ: 2,4 B; 0,12мДж.
- 15.22. Батарею конденсаторов, изображенную на рис.3, сначала зарядили от источника тока с напряжением 50 В, присоединив источник к точкам А и В, а затем после отсоединения источника к этим же точкам присоединили незаряженный конденсатор  $C_0$ =2 пФ. Какими станут напряжение, заряд и энергия этого конденсатора, если  $C_1$ =9пФ,  $C_2$  = 4,5 пФ,  $C_3$  =5 пФ? Ответ: 40 В; 80 пКл; 1,6 нДж.

- 15.23. В схеме, приведенной на рис.4,  $C_1$ =10 нФ,  $C_2$ =14 нФ,  $C_3$ =8 нФ,  $C_4$ =4 нФ, э.д.с. источника  $\varepsilon$ =12 В. Ключ К сначала переведен в положение 1.
- а) Каков заряд на третьем конденсаторе?
- б) Если ключ перевести затем в положение 2, то каким в результате этого станет заряд конденсатора  $C_3$  и напряжение на конденсаторе  $C_4$ ?

Ответ: 72 нКл, 43,2 нКл, 7,2 В.

15.24. В схеме, изображенной на рис. 5, от источника тока с Э.Д.С.  $\epsilon$ =36 В заря-

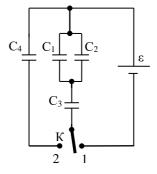
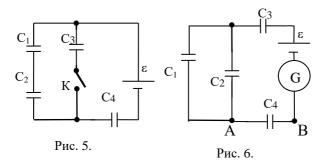


Рис. 4.

- жается батарея конденсаторов  $C_1$ =4 мк $\Phi$ ,  $C_2$ =5 мк $\Phi$ ,  $C_3$ =2,78 мк $\Phi$ ,  $C_4$ =20 мк $\Phi$  при разомкнутом ключе K.
  - а) Какова общая энергия всей батареи конденсаторов?
- б) Какой заряд протечет от источника, если замкнуть ключ К? На сколько изменится при этом энергия конденсатора  $C_4$ ? Ответ: 1,3 мДж, 72 мкКл, 0,39 мДж.
- 15.25. Как изменится общая энергия батареи конденсаторов, изображенной на рис.6( $C_1$ =10 мкФ,  $C_2$ =2 мкФ,  $C_3$ =6 мкФ,  $C_4$ =4 мкФ,  $\epsilon$ =12 В) и какой заряд протечет через гальванометр G, если не отключая источника тока, точки A и B замкнуть медным проводом? Ответ: 144мкДж; 24 мкКл.



## 16. РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

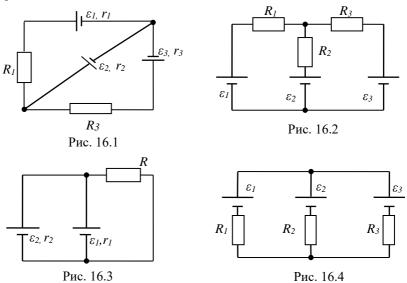
# 16.1 Законы Кирхгофа

16.1. На рис. 16.1.  $\epsilon_1$ =1,0 В,  $\epsilon_2$ =2,0 В,  $\epsilon_3$ =3,0 В,  $r_1$ =1,0 Ом,  $r_2$ =0,5 Ом,  $r_3$ =1/3 Ом,  $R_1$ =1,0 Ом,  $R_3$ =1/3 Ом. Определите: 1) силы тока во всех участках цепи; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении  $R_3$ .Ответ:  $I_1$ = 0,625 A,  $I_2$ =0,5 A,  $I_3$ =1,125 A;  $P_3$ = 0,42 Вт.

16.2. На рис. 16.2.  $\epsilon_1$ =  $\epsilon_2$ =  $\epsilon_3$ ,  $R_1$ =48 Ом,  $R_2$ =24 Ом, падение напряжения на сопротивлении  $R_2$  равно 12 В. Пренебрегая внутренним сопротивлением элементов, определите: 1) силы тока во всех участках цепи; 2) сопротивление  $R_3$ ; 3) количество теплоты, выделившееся на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_3$  за промежуток времени  $\Delta t$ =1,0 с.

Ответ: $I_1 = 0.25$  A,  $I_2 = 0.5$  A,  $I_3 = 0.75$  A;  $R_3 = 16$  Ом;  $Q_1 = 3$  Дж;  $Q_3 = 9$  Дж.

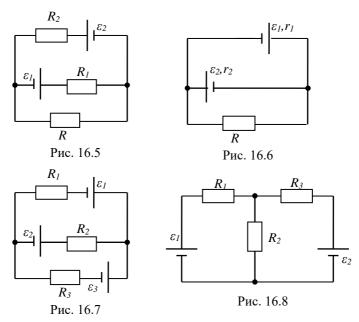
- 16.3. Два источника ЭДС  $\epsilon_1$ =2,0 B,  $\epsilon_2$ =1,5 B с внутренними сопротивлениями  $r_1$ =0,5 Ом и  $r_2$ =0,4 Ом включены параллельно сопротивлению R=2,0 Ом (рис. 16.3.). Определите силу тока через это сопротивление и работу, совершенную двумя источниками за промежуток времени  $\Delta t$ =1,0 с. Ответ: I=0,775 A;  $A_{\text{нст}}$ =1,6 Дж.
- 16.4. В схеме (рис. 16.4.) ЭДС источников  $\epsilon_1$ =1,5 В,  $\epsilon_2$ =2,0 В,  $\epsilon_3$ =2,5В и сопротивления  $R_1$ =10 Ом,  $R_2$ =20 Ом,  $R_3$ =30 Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) ток через сопротивление  $R_1$ ; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении  $R_2$ . Ответ:  $I_1$ = 0,032 A,  $P_2$ =1,65·10<sup>-3</sup> Вт.



- 16.5. На рис.16.5.  $\epsilon_1$ =1,5 В,  $\epsilon_2$ =3,7 В и сопротивления  $R_1$ =10 Ом,  $R_2$ =20 Ом и R=5,0 Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) значение и направление тока через сопротивление R; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении R. Ответ: I= 0,02 A, P=0,002 BT.
- 16.6. Два источника ЭДС  $\epsilon_1$ =10 В,  $\epsilon_2$ =8 В с внутренними сопротивлениями  $r_1$ =1,0 Ом и  $r_2$ =2,0 Ом включены параллельно реостату R=6,0 Ом (рис.16.6.). Определите: 1) силу тока в источниках и реостате;

- 2) работу, совершенную источниками за промежуток времени  $\Delta t$  =10,0 с. Ответ:  $I_1$ = 6,4 A,  $I_2$ = 5,8 A, I= 0,6 A,  $A_{\text{HCT}}$ =1104Дж.
- 16.7. Три источника тока с ЭДС  $\epsilon_1$ =11 В,  $\epsilon_2$ =4,0 В и  $\epsilon_3$ =6 В и три реостата с сопротивлениями  $R_1$ =5 Ом,  $R_2$ =10 Ом и  $R_3$ =2 Ом соединены, как показано на рис. 16.7. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) силы токов в реостатах; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении  $R_1$ . Ответ:  $I_1$ = 0,8 A,  $I_2$ = 0,3 A,  $I_3$ = 0,5 A,  $P_1$ =3,2 Вт.

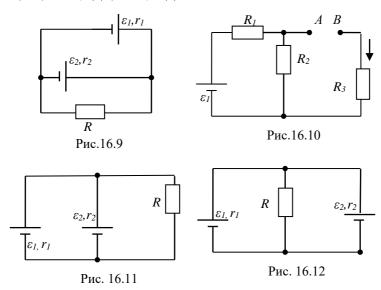
16.8. На рис.16.8.  $\epsilon_1$ =4 В,  $\epsilon_2$ =3,0 В и сопротивления  $R_1$ =2 Ом,  $R_2$ =6 Ом и  $R_3$ =1,0 Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) значение тока через сопротивление  $R_3$ ; 2) напряжение на концах резистора  $R_3$ ; 3) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении  $R_1$ . Ответ:  $I_3$ =0,  $U_3$ =0,  $P_1$ =0,5 Вт.



- 16.9. Два источника тока с  $\epsilon_1$ =8 B,  $\epsilon_2$ =6 B с внутренними сопротивлениями  $r_1$ =2,0 Ом и  $r_2$ =1,0 Ом и реостат с R=10 Ом соединены, как показано на рис. 16.9. Определите: 1) силу тока, текущего через реостат; 2) работу, совершенную двумя источниками за промежуток времени  $\Delta t$ =0,1 с. Ответ:  $I_R$ = 0,625 A,  $A_1$ = 0,7 Дж,  $A_2$ =0,15 Дж.
- 16.10. Три сопротивления  $R_1$ =5 Ом,  $R_2$ =1 Ом и  $R_3$ =3,0 Ом, а так же источник тока с ЭДС  $\epsilon_1$ =1,4 В соединены, как показано на рис. 16.10. Определите: 1) ЭДС  $\epsilon$  источника тока, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в сопротивлении  $R_3$  шел ток силой I=1 A в

направлении, указанном стрелкой; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении  $R_2$ . Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Ответ:  $\varepsilon = 3,6$  B,  $P_2 = 0,36$  Bт.

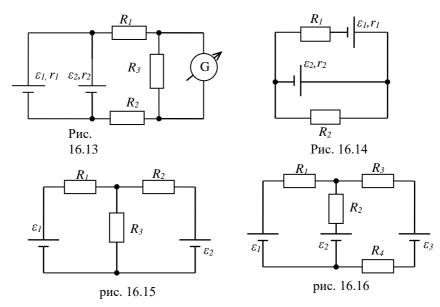
- 16.11. Два источника с ЭДС  $\epsilon_1$ =30 В,  $\epsilon_2$ =16 В и внутренними сопротивлениями  $r_1$ =1,0 Ом и  $r_2$ =2,0 Ом включены параллельно сопротивлению с R=25 Ом (рис.16.11.) Определите: 1) величины токов во всех ветвях; 2) мощность, потребляемую нагрузкой. Ответ:  $I_1$ = 5,32 A,  $I_2$ = 4,34 A, I= 1,0 A, I=24,2 Bт.
- 16.12. Определите величины токов в отдельных ветвях (рис.16.12.) и напряжение на сопротивлении R, если  $\epsilon_1$ =5 B,  $\epsilon_2$ =4 B, R=3 Oм,  $r_1$ =0,5 Ом и  $r_2$ =1,0 Ом. Чему равна работа, совершенная источниками за промежуток времени  $\Delta t$ =0,1 c? Ответ:  $I_1$ = 1,6 A,  $I_2$ = 0,2 A,  $I_3$ = 1,4 A, U=4,2 B,  $I_3$ = 0,8 Дж,  $I_3$ =0,08 Дж.



- 16.13. Два источника с ЭДС  $\epsilon_1$ =1,5 В и  $\epsilon_2$ =2,0 В внутренними сопротивлениями  $r_1 = r_2 = 0.5$  Ом и сопротивления  $R_1 = R_2 = 2$ Ом,  $R_3 = 1$  Ом соединены, как показано на рис. 16.13. Сопротивление гальванометра Определите: величину Rg=3Om. 1) тока. проходящего через 2)тепловую мощность, гальванометр; которая выделяется сопротивлении R<sub>1</sub>. Ответ: I=0,088 A, P=0,245 Bт.
- 16.14. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.14.), если  $\epsilon_1$ =20 В,  $\epsilon_2$ =33 В,  $r_1$ =0,2 Ом,  $r_2$ =0,5 Ом ,  $R_1$ =0,8 Ом,  $R_2$ =2,0 Ом. Какое количество теплоты, выделяется в сопротивлениях  $R_1$  и

 $R_2$  за интервал времени  $\Delta t$ =1 c? Ответ:  $I_1$ = 4,6 A,  $I_2$ = 16,9 A,  $I_3$ = 12,3A,  $Q_1$ =16,7Дж,  $Q_2$ = 302,6 Дж.

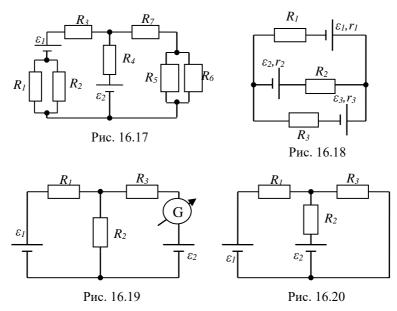
- 16.15. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.15.), если  $\epsilon_1$ =24 В,  $\epsilon_2$ =18 В,  $r_1$ =0,2 Ом,  $r_2$ =0,5 Ом ,  $R_1$ =20 Ом,  $R_2$ = $R_3$ =2,0 Ом. Чему равна работа, совершенная источниками за промежуток времени  $\Delta t$ =0,1 с? Ответ:  $I_1$ = 0,75 A,  $I_2$ = 3,67 A,  $I_3$ = 4,42 A,  $A_1$ =1,8 Дж,  $A_2$ =6,6 Дж
- 16.16. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.16.) и мощность, развиваемую источниками тока, если  $\epsilon_1$ =6 B,  $\epsilon_2$ =10 B,  $\epsilon_3$ =20 B,  $r_1$ = $r_2$ =0,2 Om ,  $r_3$ =0,4 Om,  $R_1$ =19,8 Om,  $R_2$ =45,8 Om,  $R_3$ =100 Om,  $R_4$ =99,6 Om. Ответ:  $I_1$ = 0,1 A,  $I_2$ = 0,04 A,  $I_3$ = 0,06 A,  $P_1$ =2,1 мВт,  $P_2$ =0,36 мВт,  $P_3$ =1,44 мВт.



- 16.17. Определите силу тока, текущего через сопротивление  $R_1$ , и мощность, развиваемую первым источником тока. В схеме, изображенной на рис. 16.17  $\epsilon_1$ =27 B,  $\epsilon_2$ =30 B,  $r_1$ =30,0 мОм,  $r_2$ =50,0 мОм,  $R_1$ =  $R_2$ =  $R_5$ =8 Ом,  $R_3$ =1,97 Ом,  $R_4$ =2,95 Ом,  $R_6$ =12 Ом,  $R_7$ =1,2 Ом. Ответ:  $I_1$ =0,44 A,  $P_1$ =23,63 Bт.
- 16.18. Три источника с ЭДС  $\epsilon_1$ =10 B,  $\epsilon_2$ =5 B,  $\epsilon_3$ =6 B и внутренними сопротивлениями  $r_1$ =0,1 Ом,  $r_2$ =0,2 Ом,  $r_3$ =0,1 Ом соединены, как показано на рисунке 16.18. Определите: 1) напряжения на сопротивлениях  $R_1$ =5 Ом,  $R_2$ =1 Ом,  $R_3$ =3 Ом; 2) мощность, развиваемую первым источником тока. Ответ:  $U_1$ =4 B,  $U_2$ =0,8 B,  $U_3$ =35 мB,  $P_1$ =8,1 Bт.
- 16.19. Определите величину тока, проходящего через гальванометр, включенный в цепь (рис.16.19.), пренебрегая внутренними

сопротивлениями элементов, если  $\epsilon_1$ =2 B,  $\epsilon_2$ =1 B,  $R_1$ =1 кОм,  $R_2$ =500 Ом,  $R_3$ = Rg=0,2 кОм. Какое количество теплоты, выделяется в сопротивлении  $R_3$  за промежуток времени  $\Delta t$ =100 c? Ответ: I=0,46 мA,  $Q_3$ =4,2 мДж.

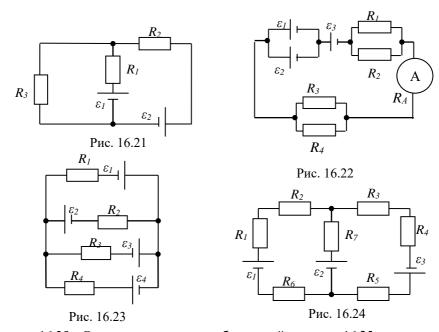
16.20. Определите величины токов во всех участках цепи (рис.16.20.) и мощность, развиваемую первым источником тока, если  $\epsilon_1$ =130 B,  $\epsilon_2$ =117 B,  $R_1$ =1 Ом,  $R_2$ =0,6 Ом,  $R_3$ =24 Ом. Ответ:  $I_1$ = 10 A,  $I_2$ =  $I_3$ = 5 A,  $P_1$ =1300 Вт.



- 16.21. Три сопротивления  $R_1$ =6 Ом,  $R_2$ =8 Ом и  $R_3$ =2 Ом, а так же два источника тока с ЭДС  $\epsilon_1$ =3 В и  $\epsilon_2$ =1 В соединены, как показано на рис.16.21. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Определите: 1) величины токов в отдельных сопротивлениях; 2) тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении  $R_1$ . Ответ:  $I_1$ = 14/38 A,  $I_2$ = 1/38 A,  $I_3$ = 15/38 A,  $P_1$ =0,814 Вт.
- 16.22. Определите величину тока, текущего через амперметр в цепи (рис.16.22.) и количество теплоты, выделившееся в сопротивлении  $R_1$  за интервал времени  $\Delta t$ =10c, если у каждого элемента ЭДС  $\epsilon$  =2,2 В и внутреннее сопротивление r =20,0 мОм, а  $R_1$ =  $R_2$ =2 Ом,  $R_3$ =6 Ом,  $R_4$ =4Ом и  $R_A$ =0,9 Ом. Ответ: I= 1,016 A,  $Q_1$ =5,16 Дж.
- 16.23. В схеме, изображенной на рис.3.23,  $\epsilon_1$ =1,0B,  $\epsilon_2$ =2,0 В,  $\epsilon_3$ =3,0 В,  $\epsilon_4$ =4,0 В,  $R_1$ =1,0 Ом,  $R_2$ =2,0 Ом,  $R_3$ = 3,0 Ом,  $R_4$ =4,0 Ом. Внутреннее сопротивление источников пренебрежимо мало. Определите:1) величины токов, текущие через сопротивления; 2) количество выделившейся в

сопротивлении  $R_1$  теплоты за интервал времени  $\Delta t=100$  с. Ответ:  $I_1 = I_3 = 1$  A,  $I_2 = I_4 = 1$  A,  $O_1 = 100$  Дж.

16.24. В схеме, изображенной на рис. 16.24,  $\epsilon_1$ =10,0B,  $\epsilon_2$ =20,0 В,  $\epsilon_3 = 30.0B$ ,  $R_1 = 1.0$  OM,  $R_2 = 2.0$  OM,  $R_3 = 3.0$  OM,  $R_4 = 4.0$  OM,  $R_5 = 5.0$  OM,  $R_6$ =6,0 Ом и  $R_7$ =7,0 Ом. Внутреннее сопротивление источников пренебрежимо мало. Определите: 1) величины токов во всех участках цепи; 2) работу, совершенную вторым источником за промежуток времени  $\Delta t$ =0,1 с. Ответ:  $I_1$ = 0,6 A,  $I_2$ = 2,2 A,  $I_3$ = 2,8 A,  $A_2$ =4,4 Дж.



16.25. Элементы схемы, изображенной на рис.16.25, имеют следующие значения:  $\epsilon_1$ =1 B,  $\epsilon_2$ =2 B,  $\epsilon_3$ =3 B,  $R_1$ =100 Ом,  $R_2$ =200 Ом,  $R_3=300$  Ом,  $R_4=400$  Ом. Определить: 1) токи, текущие через сопротивления; 2) тепловую мощность, которая выделяется сопротивлении  $R_3$ . Внутренним сопротивлением источников тока соединительных проводов пренебречь. Otbet:  $I_1=4,5$  MA,  $\bar{I_2}=12,7$  MA,  $I_3=8,2$  MA,  $I_4=0, P_3=20,2 \text{ MBT}.$ 

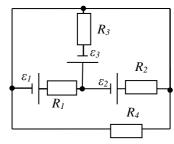
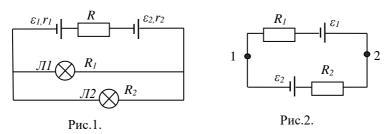


Рис. 16.25

#### 16.2 Законы Ома

16.26. В цепи на рис. 1 ЭДС источников тока  $\mathcal{E}_1$ =  $\mathcal{E}_2$ =12 В, их внутренние сопротивления  $r_1$  = 2,4 Ом,  $r_2$  = 1,6 Ом, сопротивление резистора R = 20 Ом, сопротивления лампочек Л1 и Л2 соответственно  $R_1$  = 40 Ом,  $R_2$  = 60 Ом. Используемый в цепи амперметр считать идеальным. Найти токи, текущие через лампочки. Ответ: 0,3 A, 0,2 A.



- 16.27. В цепи, описанной в условии задачи 16.26, найти мощности, выделяющиеся на лампочках Л1 и Л2. Ответ: 3,6 Вт, 2,4 Вт.
- 16.28. В цепи, описанной в условии задачи 16.26, найти показания амперметра и разность потенциалов на первом источнике тока. Ответ: 0,5 A, 10,8 B.
- 16.29. В цепи, описанной в условии задачи 16.26, найти ток, текущий по резистору R и разность потенциалов на втором источнике тока. Ответ: 0.5 A, 11.2 B.
- 16.30. В цепи, описанной в задаче 16.26, найти как и на сколько изменится ток, текущий по лампочке Л1, если вторая лампочка Л2 перегорит. Ответ: увеличится на 0,075 А.
- 16.31. Найти разность потенциалов между точками 1 и 2 схемы на рис. 2, если  $R_1$ =10 Ом,  $R_2$  =20 Ом,  $E_1$ =5 B,  $E_2$ =2 B. Внутренние сопротивления источников пренебрежительно малы. Ответ: 4 В.
- 16.32. В схеме на рис. 3 ЭДС источников тока  $E_1=1,0$  В,  $E_2=2,5$  В, сопротивления  $R_1=10$  Ом,  $R_2=20$  Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Найти разность потенциалов  $\Delta \phi$  между обкладками A и B конденсатора C. Ответ: 0,5 В.

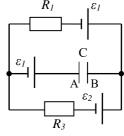


Рис. 3.

16.33. Два одинаковых источника тока с ЭДС 1,2 В и внутренним сопротивлением 0,4 Ом соединены как показано на рис. 4 а и б. Определить силу тока в цепи и разность потенциалов между точками A и B в обоих случаях. Ответ: а) 3A; 0 B, 6) 0A; 1,2 B.

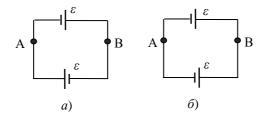


Рис. 4.

16.34. Два элемента ( $\varepsilon_1 = 1.2 \text{ B}, r_1 = 0.1 \text{ Om}, \varepsilon_2 = 0.9 \text{ B}, r_2 = 0.3 \text{ Om}$ ) соединены одноименными полюсами. Сопротивление R соединительных проводов равно 0,2 Ом. Определить силу тока в цепи І и разность потенциалов на зажимах каждого источника. Ответ: 0,5 А; 1,15 В; 1,05 В.

16.35. Параметры цепи, приведенной на рисунке 5, следующие:  $\varepsilon =$ 12 B, r = 1 Ом,  $R_1 = 7$  Ом,  $R_2 = 4$  Ом,  $R_3 = 8$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом. Найдите ток, текущий по сопротивлению  $R_3$  и разность потенциалов на источнике тока. Ответ: 0,33 А, 11 В.

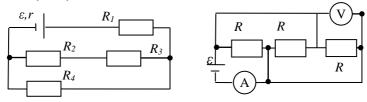
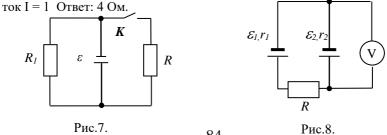


Рис.6. Рис. 5.

16.36. На рис. 6 изображена электрическая цепь, в которой  $\varepsilon = 4$  В, r = 1 Ом, R = 45 Ом. Определите показания вольтметра и амперметра. Считать сопротивление вольтметра бесконечно большим, а сопротивление амперметра бесконечно малым. Сопротивлением проводов пренебречь. Каким будет показание амперметра, если его сопротивление  $R_A = 4$ Om? Otbet:  $I_1 = 0.25 \text{ A}$ ;  $U_1 = 3.75 \text{ B}$ ;  $I_2 = 0.2 \text{ A}$ .

16.37. В схеме, показанной на рис.7, резисторы имеют сопротивления  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом. Определите внутреннее сопротивление батареи, если при разомкнутом ключе К через резистор сопротивлением R<sub>1</sub> протекает ток I = 2.8 A, а при замкнутом ключе К через резистор  $R_2$  протекает



84

16.38. В схеме, изображенной на рис.8,  $\epsilon_1$  = 10 B,  $r_1$  = 1 Ом,  $\epsilon_2$  = 2 B,  $r_2$  = 1 Ом, R = 8 Ом. Считая сопротивление вольтметра бесконечно большим, найлите его показания. Ответ: 2.8 B.

16.39. Электрическая цепь собрана по схеме, изображенной на рис.9. Сопротивления  $R_1=R_2=25\,$  Ом,  $R_3=41,2\,$  Ом. Внутреннее сопротивление источника тока равно  $r=8,8\,$  Ом. Найти ЭДС источника, если электроемкость конденсатора равна  $C=5\,$  мкФ, а заряд на его пластинах равен  $q=110\,$ мкКл. Ответ:  $110\,$ B.

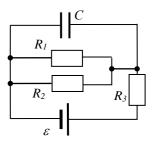


Рис.9.

16.40. В электрическую цепь на рис. 10 включены четыре резистора с сопротивлениями  $R_1=30$  Ом,  $R_2=12$  Ом,  $R_3=40$  Ом,  $R_4=10$  Ом. Амперметр показывает силу тока, равную 2 А. Определите напряжение между точка С и В и силу тока в резисторах  $R_3$  и  $R_4$ . Ответ: U=24 B;  $I_3$ =0,24 A;  $I_4$ =0,96 A.

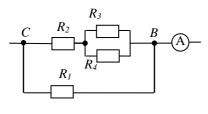


Рис.10.

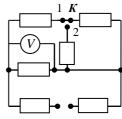


Рис. 11.

- 16.41. Как изменятся показания вольтметра (рис.11) после переключения ключа из положения 1 в положение 2? Все сопротивления в схеме одинаковы, вольтметр идеальный. Ответ: увеличится в 1,2 раза.
- 16.42. При силе тока  $I_1=3$  A во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность  $P_1=18$  Вт, при силе тока  $I_2=1$  A соответственно  $P_2=10$  Вт. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление батареи. Для каждого режима работы батареи найдите ее к.п.д. Ответ: 12 В; 2 Ом; 50%; 83%.
- 16.43. Источник тока с ЭДС 120 В дает ток короткого замыкания равный 7,5 А. Какой ток потечет через источник, если к нему присоединить бытовую электрическую лампочку мощностью 100 Вт? Ответ: 0,24 А.
- 16.44. К источнику тока с ЭДС 12~B и внутренним сопротивлением 4~Oм присоединен реостат, сопротивление которого R можно изменять от 0~ до 10~Oм. Изменяя сопротивление реостата шагом в 1~Oм, рассчитайте силу тока I и мощность P, выделяющуюся на реостате, и постройте графики зависимостей I(R) и P(R). Сделайте вывод о том, при каких условиях мощность на реостате имеет максимальное значение.

16.45. Имеется предназначенный для измерения разности потенциалов до 30 В вольтметр сопротивлением 2 кОм, которого разделена на 150 делений. Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерить разность потенциалов до 75 В? Как изм5енится при этом цена деления вольтметра? Ответ: 3 кОм, 0,5 В/дел.

16.46. В электрической схеме на рис. 12 ЭДС батареи  $\mathcal{E}=120$  В, сопротивления  $R_3=30$  Ом,  $R_2=60$  Ом. Амперметр показывает 2 А. Найти мощность, выделяющуюся на сопротивлении  $R_1$ . Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь. Ответ: 16 Вт.

16.47. Найти показания амперметра в схеме на рис.12. ЭДС батареи равна 100~B, ее внутреннее сопротивление равно 2~Oм. Сопротивления  $R_1$  и  $R_3$  раны соответственно 25~Oм и 78~Oм. Мощность, выделяющаяся на сопротивлении  $R_1$  равна 16~Bт. Сопротивлением амперметра пренебречь. Ответ: 100~B.

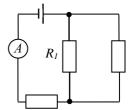


Рис.12.

16.48. Батарея, ЭДС которой Е и внутреннее сопротивление г, замкнута на внешнее сопротивление R. Наибольшая мощность в этой

сопротивление R . Наибольшая мощность в этой цепи равна 9 Вт; при этом ток в цепи равен 3 А. Найти величины E и r. Ответ: E В, 1 Ом.

16.49. К источнику тока с ЭДС  $\varepsilon$  =1,5 В присоединили катушку с сопротивлением R= 0,1 Ом. Амперметр показал силу тока, равную  $I_1$ =0,5 А. Когда к источнику тока присоединили последовательно еще один источник тока с такой же ЭДС, то сила тока в той же катушке оказалась равной  $I_2$ =0,4 А. Определить внутренние сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  первого и второго источников тока. Ответ: 2,9 Ом, 4,5 Ом.

16.50. Амперметр и вольтметр подключены последовательно к батарее с э.д.с.  $\mathcal{E}=6$  в. Если параллельно вольтметру подключить некоторое сопротивление, то показания вольтметра уменьшатся в 2 раза, а показания амперметра во столько же раз увеличатся. Найти показания вольтметра после подключения сопротивления. Ответ: 2 В.

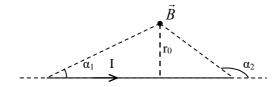
## 17. РАСЧЕТЫ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Индукция магнитного поля в центре кругового тока:  $B = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2R}$  .

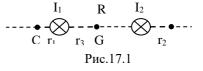
Индукция магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямым проводником с током:  $B=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{\mathrm{I}}{r}$  .

Индукция магнитного поля, созданного отрезком прямого проводника с током:

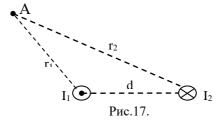
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\mathrm{I}}{r_0} \left( \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 \right)$$
, где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{M}$ .



- 17.1. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам, находящимся на расстоянии R=10,0 см друг от друга в вакууме, текут токи  $I_1=20,0$  А и  $I_2=30,0$  А одинакового направления. Определите магнитную индукцию поля B, создаваемого токами в точках, лежащих на прямой, соединяющих оба провода, если:
- 1) точка С лежит на расстоянии  $r_1=2.0$  см левее левого провода;
- 2) точка Д лежит на расстоянии  $r_2=3.0$  см правее правого провода;
- 3) точка G лежит на расстоянии  $r_3$ =4,0 см правее левого провода. Ответ:  $B_C$ =0,25 мТл;  $B_{\pi}$ =0,23 мТл;  $B_G$ =0.



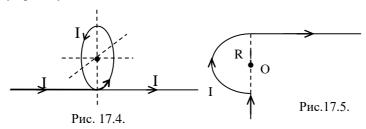
17.2. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам(рис.17.2), расстояние между которыми d=15,0 см, текут токи  $I_1=70,0$  А и  $I_2=50,0$  А в противоположных направлениях. Определите магнитную индукцию В в точке A, удаленной на  $r_1=20,0$  см от первого и  $r_2=30,0$  см от второго проводника. Ответ:  $B_A=42,8$ мкТл.



17.3. Круговой виток радиусом R=15,0 см расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе  $I_1=5A$ , сила тока в витке токи  $I_2=1A$ . Расстояние от центра витка до провода d=20 см. Определите магнитную индукцию в центре витка. Ответ:  $B_0=6,5$ мкТл.

17.4. В некоторой точке очень длинного прямолинейного проводника с током 10 А образована петля в форме окружности с радиусом 5см (рис.17.4.), плоскость которой перпендикулярна проводнику. Найти индукцию магнитного поля в центре этой петли. Ответ: 132 мкТл.

17.5. Бесконечно длинный проводник изогнут так, как это изображено на рис. 17.5. Радиус окружности R=10,0 см. Определите магнитную индукцию В поля, создаваемого в точке О током I=80,0 А, текущему по этому проводу. Ответ:  $B_0=331$  мкТл.

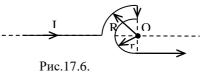


17.6. Бесконечно длинный проводник изогнут так, как это изображено на рис. 17.6. Определите магнитную индукцию В поля, созданного в точке О током I=80,0 A, текущему

по проводнику. Принять  $r = \frac{R}{2}$ , где

R=1,0 м. Ответ:  $B_0=53,7$  мкTл.

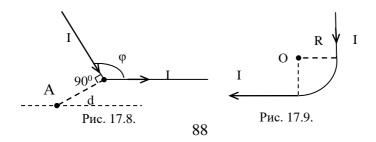
17.7. По проволочной рамке имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток силой I=2 А. При этом в центре рамки образуется маг-



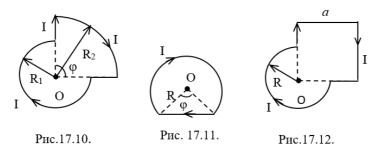
нитное поле с напряженностью 33 А/м. Найти длину проволоки, из которой сделана рамка. Ответ: l=0,2 м.

17.8. Длинный провод с током I=50A изогнут под углом  $\phi=\frac{2}{3}\pi$ , так как показано на рис. 17.8. Определите индукцию магнитного поля в точке A, если d=5.0 см. Ответ: BA=127 мкТл.

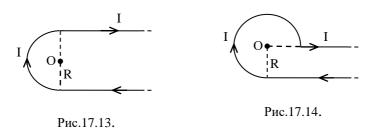
17.9. По бесконечному длинному прямому проводу, изогнутому так, как показано на рис. 17.9, течет ток I=100,0 А. Определите магнитную индукцию В в точке O, если R=10,0 см. Ответ:  $B_0=357$  мкТл.



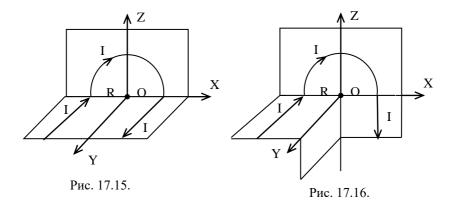
- 17.10. Найти индукцию В магнитного поля в точке О контура с током I=100 A, который показан на рис. 17.10. Радиусы  $R_1$ =0,1 м и  $R_2$ =0,2 м, а угол  $\phi$ =90 $^0$ . Ответ:  $B_0$ =550мкТл.
- 17.11. Ток I=5 A течет по тонкому проводнику, изогнутому так, как показано на рис. 17.11. Радиус изогнутой части проводника R=120 мм, угол  $\phi$ =90 $^{0}$ . Найти индукцию В магнитного поля в точке О. Ответ:  $B_{0}$ =28мкТл.
- 17.12. Ток I=100A течет по тонкому проводнику, изогнутому так, как показано на рис.17.12. Найти индукцию В магнитного поля в точке О контура, если радиус изогнутой части проводника R=0,1 м, а сторона квадрата a=0,2 м. Ответ:  $B_0=542$  мкТл.



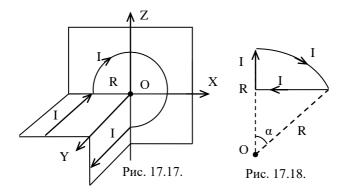
- 17.13. Определить индукцию В магнитного поля в точке О, если проводник с током I=10 А имеет вид, показанный на рис. 17.13. Радиус изогнутой части проводника равен R=0,2 м, прямолинейные участки проводника предполагаются очень длинными. Ответ:  $B_0=25,7$  мкТл.
- 17.14. Определить индукцию В магнитного поля в точке О, если проводник с током I=50 А имеет вид, показанный на рис. 17.14. Радиус изогнутой части проводника R=0,314 м, прямолинейные участки проводника предполагаются очень длинными. Ответ:  $B_0=91$  мкТл.



17.15. Найти индукцию В магнитного поля в точке О, если проводник с током I=8 A имеет вид, показанный на рис.17.15. Радиус изогнутой части проводника R=100 мм, прямолинейные участки проводника очень длинные. Ответ:  $B_{\rm O}=30$  мкТл.



- 17.16. Определить индукцию В магнитного поля в точке О, если проводник с током I=8 А имеет вид, показанный на рис.17.16. Радиус изогнутой части проводника R=100 мм, прямолинейные участки проводника очень длинные. Ответ:  $B_0=34$  мкТл.
- 17.17. Найти индукцию В магнитного поля в точке О, если проводник с током I=8 А имеет вид, показанный на рис. 17.17. Радиус изогнутой части проводника R=100 мм, прямолинейные участки проводника очень длинные. Ответ: ( $B_0=39,3$  мк $T_{\rm J}$ )
- 17.18. По контуру, изображенному на рис.17.18, идет ток силой I=100A. Определить магнитную индукцию В поля, создаваемую этим током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=20 см (Оцентр кривизны контура), а угол  $\alpha$ =60 $^{0}$ . Ответ:  $B_{0}$ =34 мкТл.



17.19. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис.17.19, идет ток I=100 А. Определить магнитную индукцию В поля, создаваемую этим током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=20 см. Ответ:  $B_O=297$  мкТл.

17.20. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.20, идет ток I=100,0 А. Определить магнитную индукцию В поля, создаваемую этим током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=0,2 м, угол  $\alpha=120^{0}$ . Ответ:  $B_{O}=296$  мкТл.

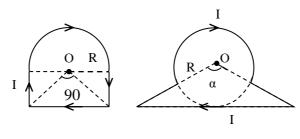
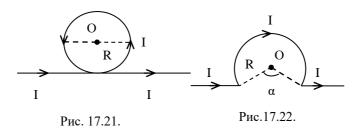


Рис. 17. 19.

Рис. 17. 20.

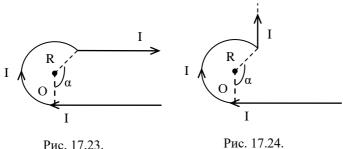
17.21. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.21, идет ток I=50 А. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=0,1 м. Ответ:  $B_0=414$  мкТл.

17.22. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис.17.22, идет ток I=100 А. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=0,2 м, угол  $\alpha=120^{\circ}$ . Ответ:  $B_{\rm O}=181$  мкТл.

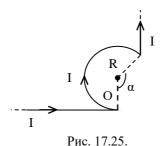


17.23. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рис. 17.23, идет ток I=50,0 А. Определите магнитную индукцию В поля, создаваемого током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=0,1 м, угол  $\alpha=135^0$ . Ответ:  $B_0=267$  мкТл.

17.24. По плоскому контуру из тонкого провода, изображенному на рисунке 17.24, течет ток I=50 А. Определите магнитную индукцию В поля, создаваемого током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=10 см, угол  $\alpha=135^{0}$ . Ответ:  $B_{0}=275$  мкТл.



17.25. По плоскому контуру из тонкого провода изображенному на рис. 17.25, течет ток І=50 А. Определите магнитную индукцию В поля, создаваемого током в точке О. Радиус изогнутой части контура равен R=10 см, угол  $\alpha=135^{\circ}$ . Ответ:  $B_{\rm O}=126$  мкТл.



18. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Магнитный поток:  $\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha$ ;

Э.д.с. индукции:  $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ ;

Э.д.с. самоиндукции:  $\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}$ ;

Индуктивность соленоида:  $L = \mu \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$ 

18.1. Проводящий плоский контур, имеющий форму окружности радиуса r = 0,05 м помещен в однородное магнитное поле так, что линии магнитной индукции поля направлены перпендикулярно плоскости контура. Сопротивление контура R = 5 Ом. Магнитная индукция меняется по закону B = kt, где k = 0.2 Тл/с. Определите: а) э.д.с. индукции, возникающую в этом контуре; б) силу индукционного тока; в) заряд, который протечет по контуру за первые 5 секунд изменения поля. Ответ: 1,6 мВ; 0.3 мА: 1.6 мКл.

- 18.2. Проводящая рамка помещена в однородное магнитное поле с индукцией B=0,1 Тл. Плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол  $\phi=30^{0}$ . Площадь рамки S=20 см², сопротивление R=0,1 Ом. Магнитное поле равномерно уменьшается до нуля за время  $\Delta t=0,1$  с. Определите: а) среднее значение э.д.с. индукции, возникающей в рамке; б) силу индукционного тока; в) заряд, который протечет по рамке за время уменьшения поля. Ответ: 1 MB; 10 MA;  $10^{-3} \text{ Kл}$ .
- 18.3. В однородное магнитное поле, индукция которого B=0,1 Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки так, что нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю. Площадь поперечного сечения проволоки s=1 мм², площадь рамки S=25 см². Удельное сопротивление меди  $\rho=17,2$  нОм·м. Магнитное поле равномерно уменьшается до нуля за промежуток времени  $\Delta t=5$  с. Определите: а) среднее значение э.д.с. индукции, возникающей в рамке; б) силу индукционного тока; в) заряд, который протечет по рамке за время уменьшения поля. Ответ: 50мкВ; 14,5 мА; 73 мКл.
- 18.4.~B магнитное поле, индукция которого B=0.05~Tл, помещена замкнутая накоротко катушка, состоящая из N=200~витков проволоки. Сопротивление катушки R=40~Ом, площадь поперечного сечения S=12см $^2$ . Катушка помещена так, что ее ось составляет угол  $\alpha=60^{0}~$ с направлением магнитного поля. Определите заряд, прошедший по катушке при исчезновении магнитного поля. Ответ: 150~мкКл.
- 18.5. Катушка состоит из N=75 витков и имеет сопротивление R=9 Ом. Магнитный поток через ее поперечное сечение меняется по закону  $\Phi=kt$ , где k=1,2 мВб/с. Определите: а) э.д.с. индукции, возникающую в этом контуре; б) силу индукционного тока; в) заряд, который протечет по контуру за первые 9 с изменения поля. Ответ: 90 мВ; 10 мА; 0,09 Кл.
- 18.6. Квадратная рамка из медной проволоки сечением  $s=1~\text{mm}^2$  помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону  $B=B_0 \sin \omega t$ , где  $B_0=0.01~\text{Tr}$  и T=0.02~c. Площадь рамки  $S=25~\text{cm}^2$ . Удельное сопротивление меди  $\rho=17.2~\text{нОм}\cdot\text{m}$ . Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени и наибольшее значение: а) магнитного потока, пронизывающего рамку: б) э.д.с. индукции, возникающей в рамке; в) тока, текущего по рамке. Ответ:  $25\cdot10^{-6}~\text{B6}$ ;  $8\cdot10^{-3}~\text{B}$ ; 2.3~A.
- 18.7. Проводящая рамка площадью  $S=200\ cm^2$  равномерно вращается с частотой  $n=10\ c^{-1}$  относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определите среднее значение э.д.с. индукции и заряд, прошедший по рамке за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения. Индукция магнитного поля  $B=0,2\ Tл$ , сопротивление рамки  $R=4\ Om$ . Ответ:  $0,16\ B$ ;  $1\ MK$ л.

- 18.8.~B однородном магнитном поле с индукцией B=0,35~Tл равномерно с частотой  $n=480~\text{мин}^{-1}$  вращается рамка, содержащая N=500~витков площадью  $S=50~\text{см}^2$ . Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определите максимальную э.д.с. индукции, возникающую в рамке. Какой по модулю заряд пройдет через рамку за один ее оборот? Сопротивление рамки R=17~Om. Ответ: 44 B; 0,2 Кл.
- 18.9. Круговой контур радиусом r=2 см помещен в однородное магнитное поле, индукция которого B=0,2 Тл. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Сопротивление контура R=1 Ом. Какой заряд пройдет через контур при повороте его на угол  $\alpha=90^{\circ}$ . Ответ: 250 мкКл.
- 18.10. В однородном магнитном поле, индукция которого B=0,1Tл, вращается короткая катушка, состоящая из N = 200 витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки T = 0,2 с, площадь поперечного сечения S=4cm $^2$ . Найти максимальную э.д.с. индукции во вращающейся катушке. Ответ: 0.25 мВ.
- 18.11. В однородном магнитном поле, индукция которого B=0,8Тл, равномерно вращается рамка с угловой скоростью  $\omega$ =15рад/с. Площадь рамки S = 150 см². Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол  $\alpha$  = 30° с направлением магнитного поля. Найдите максимальную э.д.с. индукции во вращающейся рамке. Ответ: 0,09 В.
- 18.12. Рамка из провода сопротивлением R=0.01 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией B=0.05 Тл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки S=100 см $^2$ . В начальный момент времени нормаль к плоскости рамки составляет угол  $\alpha_1=0^0$  с направлением поля. Определите, какой заряд протечет через рамку за время ее поворота на угол: а) от  $\alpha_1=0^0$  до  $\alpha_2=30^0$ ; б) от  $\alpha_2=30^0$  до  $\alpha_3=60^0$ ; в) от  $\alpha_3=60^0$  до  $\alpha_4=90^0$ . Ответ: 6.7 мКл; 18.3 мКл; 25 мКл.
- 18.13. Проволочное кольцо радиусом r=10 см лежит на столе. Какой заряд протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление кольца R=1 Ом. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли B=50 мкТл. Ответ: 3,14 мкКл.
- 18.14. Тонкий медный провод массой m=1 г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле индукцией B=0,1 Тл так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции поля. Определите заряд, который протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию. Плотность меди  $\rho_{\text{меди}}=8,93$  г/см³, удельное сопротивление  $\rho=17$  нОм·м. Ответ: 41,4 мКл.
- 18.15. По длинному прямому проводу течет ток I=0.02 А. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивле-

- нием R=1 Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны соответственно a=10 см и b=20 см. Рамку повернули на  $180^0$  вокруг оси OO', параллельной проводу и отстоящей от провода на расстояние b. Найдите заряд, прошедший по рамке, за время ее поворота. Ответ: 0.44 нКл.
- 18.16. По длинному прямому проводу течет ток I=0,025 А. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением R=0,5 Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны соответственно а =10 см и b=20 см. Рамку удалили от провода вдоль прямой, перпендикулярной проводу на расстояние c=10 см. Найдите заряд, прошедший по рамке за время ее перемещения. Ответ:0,29 нКл.
- 18.17. По длинному прямому проводу течет ток. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением R=,02 Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны a = 10 см и b = 20 см. Найти силу тока в проводе, если при его выключении через рамку прошел заряд q = 693 мкКл. Ответ: 1кА.
- 18.18. По длинному прямому проводу течет ток. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением R=0,01 Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны a=10 см и b=20 см. Определите, какой заряд прошел через рамку при включении тока I=0,5 кА в проводе. Ответ:0,7 мКл.
- 18.19. На расстоянии a=1 м от длинного прямого провода с током I=1 кА находится кольцо радиусом r=1 см. Кольцо расположено так, что магнитный поток, пронизывающий его, максимален. Определите, какой заряд протечет по кольцу при выключении тока в проводе. Сопротивление кольца R=10 Ом. Ответ:  $6.3\cdot 10^{-9}$  Кл.
- 18.20. На расстоянии 1 м от длинного прямого провода с током 1кА находится кольцо радиусом 1 см. Кольцо расположено так, что магнитный поток, пронизывающий его, максимален. Кольцо перемещают вдоль прямой, перпендикулярной проводу, удаляя его от провода. Определите, на какое расстояние переместили кольцо, если за время перемещения по кольцу прошел заряд q=3,14 нКл. Сопротивление кольца R=10 Ом. Ответ: 1м.
- 18.21. На расстоянии  $a=100\ cm$  от длинного прямого провода с током  $I=1000\ A$  находится кольцо радиусом  $r=0,01\ m$ . Кольцо расположено так, что магнитный поток, пронизывающий его, максимален. Определите, какой заряд протечет по кольцу, если его переместить в бесконечность. Сопротивление кольца  $R=10\ Om$ . Ответ:  $6,3\ m$  Кл.
- 18.22. Между полюсами электромагнита помещена катушка, соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна линиям магнитной индукции. Сопротивление катушки  $R_1 = 4$  Ом, коли-

чество витков N=15, площадь S=2 см $^2$ . Сопротивление гальванометра  $R_2=46$  Ом. При выключении тока в обмотке электромагнита по цепи гальванометра протекает заряд q=90 мкКл. Определите магнитную индукцию поля электромагнита. Ответ: 1,5 Тл.

18.23. Катушка, соединенная с баллистическим гальванометром помещена между полюсами электромагнита. Ось катушки параллельна линиям магнитной индукции. Площадь поперечного сечения катушки  $S=3~{\rm mm^2}$ , число витков N=60. Магнитная индукция поля электромагнита  $B=0.02~{\rm Tr}$ . Сопротивление катушки, гальванометра и соединительных проводов  $R=40~{\rm Om}$ . Катушку поворачивают вокруг оси  ${\rm OO^{\prime}}$ , перпендикулярной оси катушки и походящей через ее середину на угол  $180^{\circ}$ . Определите заряд, прошедший через катушку при этом повороте. Ответ:  $180~{\rm HKn}$ .

18.24. С помощью реостата в катушке равномерно увеличивают силу тока от  $I_1$  =0,1 A до  $I_2$  = 0,2 A в течение времени  $\Delta t$  = 1 с. Катушка имеет длину  $\ell$  = 35 см, число витков N =150, площадь S = 2,5 см², сопротивление R = 10 Ом. Определите среднее значение э.д.с. самоиндукции, возникающей в контуре и заряд, прошедший через катушку за время увеличения тока. Ответ: 20 мкВ; 0,15 Кл.

18.25. Катушка с очень малым омическим сопротивлением и индуктивностью L=4 мГн соединена параллельно с проводом сопротивлением  $R_1$ =2,5 Ом. Определите заряд, который протечет по катушке при размыкании ключа К (рис.18.25). Э.Д.С. источника тока равна 6 В, сопротивление  $R_2$ =12 Ом. Ответ:  $8\cdot 10^{-4}$  Кл.

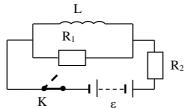


Рис.18.25.

## 19. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

19.1. Каким должно быть сопротивление R электрической цепи, изображенной на рис.1, чтобы ток, текущий по нему был равен I=0,5 A, если C=5 мк $\Phi$ , U=200 B, частота переменного тока  $\nu$ =100  $\Gamma$  $\mu$ ? Ответ: R=243 OM.

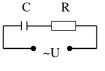


Рис.1.

19.2. Чему равна индуктивность катушки L в электрической цепи, изображенной на рис.2, если амперметр показывает ток 0,7 A, а U=140 B? Сопротивление резистора R=150 Ом, частота переменного тока v=50  $\Gamma$ ц, сопротивлениями остальных элементов цепи пренебречь. Ответ: L=0.42  $\Gamma$ н.

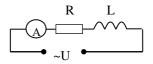


Рис.2.

- 19.3. Катушка намотана медным проводом диаметром d=0,2 мм с общей длиной l=314 м и имеет индуктивность L=0,5 Гн. Определить сопротивление катушки: 1) в цепи постоянного тока; 2) в цепи переменного тока с частотой v=50 Гц. Ответ: R=160 Ом; R=224 Ом.
- 19.4. Катушку с активным сопротивлением R=20 Ом, индуктивностью  $L=\frac{1}{\pi}\Gamma$ н подключают сначала к источнику постоянного тока с напряжением U=20 В, а потом- к источнику переменного тока с действующим напряжением  $U_{\pi}=20$  В и частотой v=50  $\Gamma$ ц. Во сколько раз при
- этом изменилась сила тока в катушке? Ответ: уменьшилась в 2,24 раза. 19.5. К источнику переменного тока с круговой частотой  $\omega=10^3$  рад/с подключены реостат, намотанный нихромовой проволокой с сечением S=1 мм² и длиной l=75 м, конденсатор емкостью C=2,5 мк $\Phi$ , катуш-
- ка индуктивностью L=0,44 Гн. Рассчитать сопротивление каждого элемента цепи и их общее сопротивление. Ответ: 30,0 Ом; 400,0 Ом; 440,0 Ом; 50.0 Ом.
- 19.6. Конденсатор емкостью C=16 мкФ, катушка индуктивностью L=1 Гн и активное сопротивление R=100 Ом подключены последовательно к источнику переменного тока с напряжением U=220 В и частотой v=50 Гц. Найти ток, текущий в такой цепи. Как изменится сила тока в цепи, если увеличить сопротивление конденсатора путем уменьшения его емкости до 10 мкФ? Ответ:1,44 A; 2,2 A.
- 19.7. Соленоид с индуктивностью L=7 мГн и активным сопротивлением R=44 Ом подключили к источнику постоянного напряжения  $U_0$ , а затем к генератору синусоидального напряжения с действующим значением напряжения  $U_{\pi}$ = $U_0$ . При какой частоте генератора мощность, потребляемая соленоидом, будет в 5 раз меньше, чем в первом случае? Ответ: v=2 кГц.
- 19.8. Катушка с индуктивностью L=0,1 Гн и омическим сопротивлением R=2 Ом соединена последовательно с конденсатором. Эта система присоединена к источнику переменного тока. Какова должна быть емкость конденсатора, чтобы при частоте 50 Гц по катушке шел наиболее сильный ток? Ответ: C=0,1 мФ.
- 19.9. Катушка длиной 25 см и радиусом 2 см имеет обмотку 1000 витков медного провода с площадью поперечного сечения 1 мм<sup>2</sup>. Катуш-

- ка включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Какую часть полного сопротивления катушки составляет: 1) активное сопротивление; 2) индуктивное сопротивление? Ответ: 1) 0,7; 2) 0,7.
- 19.10. Плоский конденсатор с площадью пластин S=100 мм² и расстоянием между ними d=2 мкм заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=2$ . Конденсатор подключают последовательно с сопротивлением R=1,0 МОм в цепь переменного тока частотой  $\nu=360$  Гц. Какую часть полного сопротивления цепи будет составлять сопротивление конденсатора? Как изменится это отношение, если из конденсатора вытечет диэлектрик? Ответ: 0,45; 0,7.
- 19.11. Конденсатор емкостью в C=20 мкФ и реостат, активное сопротивление которого равно R=80,0 Ом, включены последовательно в цепь переменного тока частотой v=50 Гц. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на конденсаторе; 2) на реостате? Ответ: 1) 0.89; 2) 0.45.
- 19.12. Реостат, активное сопротивление которого равно R=90 Ом, и катушка индуктивностью L=0,19 Гн включены последовательно в цепь переменного тока частотой v=50 Гц. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на катушке; 2) на реостате? Ответ: 1) 0,56; 2) 0,83.
- 19.13. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно в цепь переменного тока напряжением 440 В и частотой 50 Гц. Какую емкость должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток в 0,5 А и падение напряжения на лампочке было равно 110 В? Ответ: 3,7 мкФ.
- 19.14. Катушка индуктивности и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Чему равна индуктивность катушки, если через лампочку протекает ток в 0,4 A, а падение потенциала на лампочке равно 110 В? Ответ: 1.5 Гн.
- 19.15. В цепь переменного напряжения 220 В и частотой 50  $\Gamma$ ц включены последовательно емкость 35,4 мкФ, активное сопротивление 100 Ом и индуктивность 0,7  $\Gamma$ н. Найти силу тока в цепи и падение напряжения на емкости, омическом сопротивлении и индуктивности. Ответ: 1,34 A; 121 B; 134 B; 295 B.
- 19.16. Лампочка с активным сопротивлением R=50 Ом включена последовательно с индуктивностью L=0,19 Гн в сеть переменного тока частоты 50 Гц и потребляет мощность P=68 Вт. Чему станет равна потребляемая лампочкой мощность, если в цепь последовательно включить конденсатор C=106 мк $\Phi$ ? Ответ: 122 Вт.
- 19.17. Катушка намотана в один слой медным проводом диаметром 0,2 мм на цилиндрический каркас диаметром 1,0 см и длиной 8,0 см так, что витки плотно прилегают к друг другу. Катушка подключена к

источнику переменного тока с напряжением 10 В и частотой 4 кГц. Определить индуктивность катушки и силу тока в ней. Какой станет сила тока, если катушку присоединить к источнику постоянного тока с таким же напряжением? Ответ: 0,2 мГн; 1,2 А; 1,47 А.

- 19.18. Колебательный контур, содержащий последовательно соединенные катушку индуктивности L, конденсатор емкостью  $C=2,5\,$  мкФ м активное сопротивление  $R=1,27\,$  кОм, подключен к источнику переменного тока частотой  $v=50\,$  Гц. Индуктивность контура подобрана таким образом, что в контуре течет максимально возможный ток. Как изменится величина этого тока, если из конденсатора вытечет диэлектрик с проницаемостью  $\epsilon=3?$  Ответ: уменьшится в  $2,24\,$  раза.
- 19.19. К источнику переменного тока с напряжением 30 В и круговой частотой  $10^4~{\rm c}^{-1}$  последовательно соединены катушка с индуктивностью 0,6мГн и с активным сопротивлением 3 Ом и батарея конденсаторов переменной емкости от 10 до 50 мкФ. В каких пределах будет изменяться сила тока в этой цепи, если емкость батареи плавно изменять от минимального до максимального значения? Ответ: от 6 до 10 А.
- 19.20. В цепь переменного напряжения U=6 В и частотой v=100 кГц включены последовательно резистор R=60 Ом м плоский конденсатор(площадь пластин S=10³ см², расстояние между пластинами d=0,1 мм, диэлектрическая проницаемость диэлектрика между пластинами  $\epsilon$ =2). На сколько и как изменится мощность, выделяемая на резисторе, если в цепь дополнительно включить катушку с индуктивностью L=0,143 мГн? Ответ: на 0,42 Вт.
- 19.21. В колебательный контур, изображенный на рис. 3, емкость плоского воздушного конденсатора может изменяться путем изменения площади перекрывания пластин. Чему равна эта площадь, если расстояние между пластинами конденсатора d=1,0 мм, а в контуре при частоте v=100 к $\Gamma$ ц течет максимально возможный ток? Индуктивность катушки L=0,29  $\Gamma$ н. Ответ: 10 см².

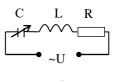


Рис.3.

- 19.22. Катушка индуктивностью L=0,1 Гн и сопротивление R=10 Ом подключили к источнику переменного тока с циклической частотой  $\omega$  =100 с<sup>-1</sup>. При этом по катушке шел ток I=1,0 А. Каким станет ток после подключения последовательно катушке конденсатора емкости C=2 мФ? Ответ: 1,27 А.
- 19.23. Найти количество теплоты, выделяемое за время t=5 минут на катушке индуктивностью L=5 мГн и сопротивлением R=2,75 Ом, подключенной к источнику переменного тока с амплитудным значением ЭДС  $U_0$ =5В и частотой  $\nu$  =50 Гц. Ответ:  $10^{30}$  Дж.
- 19.24. За время t=5 минут на катушке индуктивностью L=20 мГн и сопротивлением R=6,0 Ом, подключенной к источнику переменного тока

с циклической частотой  $\omega$ =300 рад/с выделилось количество теплоты Q=18Дж. Последовательно катушке в цепь подключают конденсатор емкости C = 278 мкФ. Сколько тепла после этого выделится на катушке за время  $\tau$ =10 минут? Ответ: 36 Дж.

19.25. Как изменится ток в колебательном контуре, состоящем из последовательно соединенных катушки с индуктивностью L, конденсатора емкости C=0,5 мФ и реостата сопротивлением R=10 Ом, если в контур последовательно включить еще одну такую же катушку. Рассмотреть два случая: 1) L=0,25 Гн; 2) L=0,075 Гн. Циклическая частота в обоих случаях равна  $\omega$ =100 с<sup>-1</sup>. Ответ: 1) уменьшится в 2,8 раза; 2) увеличится в 1,4 раза.

#### 20. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

- 20.1. Электрон, ускоренный напряжением U=200 B, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B=0,7·10<sup>-4</sup> Тл перпендикулярно силовым линиям. Найти радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле и период его вращения. Ответ: R=0,68 м; T=5,1·10<sup>-7</sup> с.
- 20.2. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U=20кB, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B=0,1 Тл перпендикулярно силовым линиям. Найти радиус окружности, по которой движется протон в магнитном поле и угловую скорость его вращения. Ответ: R=0.2м;  $\omega=9.6\cdot10^6$  с<sup>-1</sup>.
- 20.3.  $\alpha$ -частица разгоняется электрическим полем и попадает в однородное магнитное поле с индукцией B=0,1 Тл. Траектория движения частицы в магнитном поле представляет собой окружность радиуса R=15,0 см. Определите напряжение разгоняющего поля. Ответ: 5,4 кВ.
- 20.4. Электрон в ускоряющем электрическом поле прошел расстояние S=20 см и влетел в однородное магнитное поле с индукцией B=1,5мТл перпендикулярно силовым линиям. Определить напряженность ускоряющего электрического поля, если радиус кривизны траектории электрона в магнитном поле равен R=10 см. Ответ: E=9,9 кВ/м.
- 20.5. В однородном электрическом поле  $\alpha$ -частица двигалась равноускоренно, прошла расстояние S=20 см и попала в однородное магнитное поле с индукцией B=0,5 Тл. В магнитном поле  $\alpha$ -частица движется по окружности радиусом R=10 см. Определить напряженность электрического поля. Ответ: E= 300 kB/m.
- 20.6. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов U=100B и влетел в однородное магнитное поле с индукцией B=2,0 мТл. Вектор скорости электрона направлен под углом  $\alpha$ =30 $^{0}$  к линиям индукции. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться частица. Ответ: R=8,4 мм; h=92 мм.

- 20.7. Протон, разгоняясь в электрическом поле, попадает в однородное магнитное поле с индукцией 29 мТл и движется под углом  $\alpha$ = $30^{0}$  к линиям магнитной индукции. Шаг винтовой траектории протона составляет 2 см. Найти ускоряющую разность потенциалов электрического поля. Ответ: U=0.54 кВ.
- 20.8. Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов  $2\kappa B$ , влетел в однородное магнитное поле с индукцией 3.8 мТл и начал двигаться по винтовой линии радиуса 2 см. Под каким углом влетел электрон в магнитное поле? Ответ:  $\alpha = 30^{\circ}$ .
- 20.9. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов попадает в однородное магнитное поле с индукцией  $B=30\,$  мТл. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом  $R=0.2\,$  мм и шагом  $h=2.1\,$  мм. Определить ускоряющую разность потенциалов электрического поля. Ответ:  $U=12\,$ B.
- 20.10. Электрон, ускоренный разностью потенциалов попадает в однородное магнитное поле с индукцией 9 мТл и движется по винтовой линии с радиусом 0,9 см и шагом 7,8 см. Определить ускоряющую разность потенциалов электрического поля. Ответ: 1,7 кВ.
- 20.11. Электрон в ускоряющем электрическом поле проходит расстояние S=0,1 м и попадает в однородное магнитное поле с индукцией B=9мТл. Определить напряженность ускоряющего электрического поля, если электрон движется в магнитном поле по винтовой линии с радиусом R=2,0 см и шагом h=15,6 см. Ответ: E=72 кВ/м.
- 20.12.  $\alpha$ -частица, ускоренная электрическим полем, прошла расстояние S=21 см и попала в однородное магнитное поле с индукцией B=0,5Tл. В магнитном поле  $\alpha$ -частица движется по винтовой линии с радиусом R=5 см и шагом h=20 см. Определить напряженность ускоряющего электрического поля. Ответ:  $E=10^5$  B/м.
- 20.13. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса которого равна  $m_1$ =12 а.е.м., описал дугу окружности радиусом  $R_1$ =4 см. Определить массу второго иона  $m_2$ , который описал дугу окружности радиусом  $R_2$ =6 см. Ответ: 27 а.е.м..
- 20.14. Ионы двух изотопов с массами  $6.5 \cdot 10^{-26}$  кг и  $6.8 \cdot 10^{-26}$  кг, ускоренные разностью потенциалов 0.5 кВ, влетают в однородное магнитное поле с индукцией 0.5 Тл перпендикулярно линиям индукции. Принимая заряд каждого иона равным заряду элементарному электрическому заряду, определите, насколько отличаются радиусы траекторий ионов изотопов в магнитном поле. Ответ:  $\Delta R = 0.92$  мм.
- 20.15. Пройдя ускоряющую разность потенциалов 3,52 кВ, электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Индукция поля 0,01 Тл, радиус траектории 2 см. Определите удельный заряд электрона. Ответ:  $1,76\cdot10^{11}$  Кл/кг.

- 20.16. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U=1,0 кB, дви-жется в однородном магнитном поле под углом  $\alpha$ =30 $^{0}$  к вектору магнит-ной индукции, модуль которого 29 мТл. Найти шаг винтовой линии. От-вет: 2,0см.
- 20.17. В плоский горизонтальный конденсатор под углом  $\alpha$ = $45^{0}$  к его пластинам влетает электрон, прошедший ускоряющее электрическое поле с разностью потенциалов  $U_0$ =1,0 кВ. Из конденсатора электрон вылетает параллельно его пластинам через t=8,0 нс и попадает в однородное магнитное поле, направленное вертикально. Магнитная индукция этого поля B=1,0 мТл. Определить радиус траектории электрона в магнитном поле и длину пластин конденсатора. Ответ: R=75 мм; l=10,6 см.
- 20.18. Электрон влетает со скоростью  $v_0$ = $10^7$  м/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых l=10,0 см. Напряжение между пластинами конденсатора U=200 В, расстояние между пластинами d=2 см. При вылете из конденсатора электрон попадает в горизонтальное магнитное поле, направленное перпендикулярно вектору  $v_0$ . В магнитном поле электрон движется по окружности радиуса R=2,1 см. Определить величину индукции магнитного поля. Под каким углом электрон вылетает из конденсатора? Ответ: B=5,5 мТл;  $\alpha$ = $60,4^0$ .
- 20.19. Электрон в ускоряющем электрическом поле проходит расстояние S=16 см и попадает в однородное магнитное поле с индукцией B=8 мТл под углом  $\alpha$ =45 $^{0}$  к линиям магнитной индукции. Определить напряженность ускоряющего электрического поля, если электрон движется в магнитном поле по винтовой линии с шагом h=6,28 см. Ответ: E=7 кВ/м.
- 20.20. Электрон влетает со скоростью v=10 Мм/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых l=4,0 см и вылетает из него под углом  $\alpha$ = $45^{0}$  к первоначальному направлению скорости и попадает в однородное горизонтальное магнитное поле, направленное вдоль вектора  ${\bf v}$ . В магнитном поле электрон движется по винтовой линии с радиусом  ${\bf R}$ =1,0 см. Определить напряженность электрического и магнитных полей. Ответ: 14,2 к ${\bf B}$ /м; 4,5 к ${\bf A}$ /м.
- 20.21. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U=300 B, влетает в магнитное поле соленоида под углом  $\alpha$ =30 $^{0}$  к его оси. Соленоид содержит N=800 витков, его длина соленоида l=0,5 м. Найти радиус винтовой траектории электрона в магнитном поле, если по соленоиду протекает ток I=1 A. Ответ: 1,46 см.
- 20.22. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U=1 кB, влетает в магнитное поле соленоида под углом  $\alpha$ =45 $^{0}$  к его оси. Соленоид содержит N=1000 витков, его длина соленоида l=0,5 м. Найти шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле, если по соленоиду протекает ток I=2 A. Ответ: 9,4 см.
- 20.23. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U=3 кВ, влетает в магнитное поле соленоида под углом  $\alpha$ =30 $^{0}$  к его оси. Длина

соленоида l =25 см. Число ампер-витков соленоида I·N=5000 А·в. Найти шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле. Ответ: 4 см.

- 20.24. Электрон влетает со скоростью  $v_0$ = $10^7$  м/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых l=5,0 см. Напряженность электрического поля конденсатора E=10,0 кВ/м. При вылете из конденсатора электрон попадает в однородное магнитное поле, направленное вдоль вектора начальной скорости. В магнитном поле электрон движется по винтовой линии с радиусом R=3,3 см. Определить величину индукции магнитного поля. Ответ: B=1,5 мТл.
- 20.25. Электрон влетает со скоростью  $v_0$ =10 Мм/с в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам, длина которых 5,0 см. Напряженность электрического поля конденсатора  $10^4$  В/м. При вылете из конденсатора электрон попадает в однородное магнитное поле, направленное вдоль вектора  $\mathbf{v}_0$ . Магнитная индукция этого поля 10 мТл. Определить радиус и шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле. Ответ: 5мм; 3,6 см.

## 21. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЗАКОН МАЛЮСА

Закон Малюса:

 $I=I_0\cdot cos^2\varphi$ ,

где  $I_0$  и I- интенсивность плоскополяризованного света, падающего и прошедшего через поляризатор,

 $\varphi$ -угол между плоскостью поля<br/>яризации падающего света и главной плоскостью поляризатора

Закон Брюстера:

 $tg\alpha = n_{21}$ 

Угол поворота плоскости поляризации света:

в кристаллах и чистых растворах

 $\varphi = \alpha l$ 

в растворах

 $\varphi = \alpha' cl$ ,

где α- постоянная вращения,

С -концентрация оптически активного вещества в растворе,

l-расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе.

21.1. Два поляризатора расположены так, что угол между их плоскостями пропускания равен 25°. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении: 1) через один (первый) поляризатор, 2) через оба поляризатора.

Коэффициент поглощения света в поляризаторе равен 0,08. Ответ: 2,17; 2,88.

- 21.2. Естественный свет проходит через систему «поляризаторанализатор»; каждый из них имеет коэффициент поглощения, равный 0,05 Во сколько раз изменится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол между плоскостями пропускания анализатора и поляризатора изменить от  $25^0$  до  $45^0$ ? Ответ: 1,64.
- 21.3. Известно, что коэффициент пропускания света николя составляет 0,88. Во сколько раз изменится интенсивность естественного света при прохождении 1) через такой николь? 2) через два последовательно установленных николя, развернутых друг относительно друга своими плоскостями пропускания на угол 60°? Ответ: 2,27; 10,3.
- 21.4. Стеклянную пластину установили так, что падающий на нее сверху в вертикальной плоскости под углом Брюстера узкий луч естественного света после отражения распространяется горизонтально. На пути отраженного луча установили поляризатор. Как нужно ориентировать этот поляризатор (плоскостью пропускания относительно вертикали), чтобы поляризатор изменил интенсивность света в 4 раза? Ответ: 30°.
- 21.5. Поляризованный свет падает на систему из двух последовательно расположенных поляризаторов, плоскости пропускания которых составляют  $60^{\circ}$ . Причем угол между плоскостью поляризации падающего света и плоскостью пропускания первого поляризатора равен  $30^{\circ}$ . Во сколько изменяет интенсивность света первый поляризатор? Оба поляризатора? Ответ: 1,3; 5,3.
- 21.6. Решить предыдущую задачу при условии, что каждый поляризатор имеет коэффициент поглощения равный 0,1. Ответ: 1,5; 6,6.
- 21.7. Угол между плоскостями пропускания двух поляризаторов равен 50°. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 8 раз. Пренебрегая потерями света при отражении, определить коэффициент поглощения света в поляризаторах. Ответ: 0,22.
- 21.8. Первый поляризатор установлен так, что его плоскость пропускания вертикальна, второй поляризатор развернут по отношению к первому на угол  $20^{0}$ . Во сколько раз изменит интенсивность естественного света такая система? Под каким углом к вертикале нужно установить третий поляризатор, чтобы свет через такую систему не прошел? Ответ: 2,3;  $70^{0}$ .
- 21.9.Решить задачу 21.8 при условии, что поляризаторы имеют коэффициенты поглощения соответственно равные  $0,05,\,0,1,\,0,15$ . Ответ:  $2,65;\,70^{0}$ .
- 21.10. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленными так, что угол между их главными плоскостями равен α. Как поляризатор, так и анализатор поглощают и

отражают 8% падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти по этим данным угол  $\alpha$ . Ответ:  $62.5^{\circ}$ .

- 21.11. На сколько процентов уменьшится интенсивность естественного света после прохождения через систему из трех последовательно расположенных николей, если каждый из них развернут по отношению к предыдущему на  $30^{0}$ , а потери света на поглощение в каждом николе составляют 8%? Ответ: 78%.
- 21.12. Три последовательно расположенных поляризатора установлены так, что плоскость пропускания последующего поляризатора составляет  $\alpha$ =20 $^{0}$  с плоскостью пропускания предыдущего. Во сколько раз такая система ослабляет интенсивность естественного света? Во сколько раз изменится интенсивность света, выходящего из последнего поляризатора, если угол  $\alpha$  увеличить до 30 $^{0}$ ? Ответ: 2,56; 3,56.
- 21.13. Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных поляризаторов, причем плоскость пропускания среднего поляризатора составляет угол  $60^{0}$  с такими же плоскостями двух других поляризаторов. Каждый поляризатор обладает поглощением таким, что при падении на него поляризованного света коэффициент пропускания составляет 0.81. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения такой системы? Ответ: 60.
- 21.14. Пучок естественного света падает на систему из N=6 николей, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол  $30^{0}$  относительно плоскости пропускания предыдущего николя. Какая часть светового потока проходит через эту систему? Ответ: 0,12.
- 21.15. Плоско поляризованный свет падает на призму Николя и полностью гасится. Но если на пути падающего луча поместить кварцевую пластинку толщиной 1,6 мм, то призма Николя будет ослаблять интенсивность света в два раза. Определить по этим данным постоянную вращения кварца. Поглощением и отражением света николем пренебречь. Ответ: 0,49 рад/мм.
- 21.16. Плоско поляризованный свет падает на призму Николя , так что его плоскость колебаний составляет некоторый угол  $\phi_0$  с плоскостью пропускания призмы. После того, как на пути падающего луча поставили кварцевую пластинку толщиной  $0.5\,$  мм, интенсивность света, выходящего из призмы, уменьшилась в  $2.5\,$  раза. Определить по этим данным угол  $\phi_0$ . Постоянная вращения кварца равна  $30\,$  град/мм, потерями света на поглощение в николе пренебречь. Ответ:  $52^0$ .
- 21.17. Решить предыдущую задачу при условии, что потери света на поглощение в призме Николя составляют 10%. Ответ:  $63,2^0$ .
- 21.18. Естественный свет падает на систему из двух поляризаторов, угол между плоскостями которых составляет  $20^{\circ}$ . Потери

света на поглощение в каждом поляризаторе составляют 11%. Во сколько раз изменится интенсивность света, вышедшего из второго поляризатора, если между ними поместить кварцевую пластинку толщиной 0,5 мм. Постоянная вращения кварца 40 град/мм. Считать, что пластина поворачивает плоскость поляризации света в сторону, противоположную повороту второго поляризатора. Ответ: 1,13

- 21.19. Решить предыдущую задачу при условии, что поглощение в поляризаторах отсутствует, и что толщина кварцевой пластины 1мм. Ответ: не изменится.
- 21.20. На первый из двух последовательно установленных поляризаторов падает поляризованный свет, плоскость поляризации которого составляет 10° с плоскостью пропускания поляризатора. Угол между плоскостями поляризаторов составляет 33°. На пути падающего на первый поляризатор света установили кварцевую пластину толщиной 1мм (постоянная вращении кварца 20 град/мм). Во сколько раз изменяется интенсивность света при прохождении такой системы? Ответ: 1,9 или 1,47.
- 21.21. Решить задачу 21.20 при условии, что кварцевую пластину устанавливают между поляризаторами. Ответ: 2, 85 или 1,06.
- 21.22. На систему, состоящую из двух поляризаторов, падает естественный свет. Поляризаторы установлены друг относительно друга так, что интенсивность света, выходящего из второго поляризатора максимальна. Имеется кварцевая пластина толщиной 2 мм с постоянной вращения 15 град/мм. Во сколько раз изменяет интенсивность света система, состоящая из двух поляразаторови пластины, если:
- 1) кварцевую пластину поставить перед первым поляризатором;
- 2) перед вторым поляризатором? Ответ: 2; 2,67.
- 21.23. Поляризатор и анализатор установлены так, что пропускания параллельны. Ha плоскости поляризатор сколько раз естественный свет. Bo система ослабляет такая интенсивность света? Во сколько раз будет ослабляться интенсивность света, если между поляризатором и анализатором установить трубку длиной 30 см, содержащую водный раствор сахара с концентрацией 20%? Удельное вращение раствора 6,6 град/м.%. Поглощением света пренебречь. Ответ: 2; 3,37.
- 21.24. На систему из двух поляризаторов падает естественный свет. Поляризаторы ориентированы друг относительно друга так, что интенсивность выходящего из второго поляризатора света в 2,3 раза меньше, чем интенсивность падающего света. Как и во сколько раз может измениться интенсивность выходящего света, если между поляризаторами поместить трубку длиной 0,2 м с раствором сахара в воде с концентрацией 15%? Удельное вращение раствора равно 6,5 град/(м%). Ответ: 2 или 3,48.

21.25. Какую трубку с раствором сахара  $(C \cdot \ell)$  необходимо между двумя скрещенными поляризаторами, интенсивность света, вышедшего из второго поляризатора оказалась в 3 раза меньше интенсивности естественного света, падающего на первый поляризатор? Считать, что удельное вращение раствора 6,23град/(%·м), Трубка поглощает 15% проходящего через нее света, поляризаторы прозрачны. Ответ: С. ℓ=10 %.м.

#### 22. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОТ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ CBETA

Условие интерференционного максимума:

$$\Delta \varphi = 2 \text{ k}\pi, \Delta l = \pm \text{ k}\lambda$$

Условие интерференционного минимума:

$$\Delta \varphi = (2k+1)\pi$$
,  $\Delta l = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ,

где k=0,1,2,...,  $\lambda$ - длина световой волны в вакууме Формулы приближенного вычисления: если  $a \ll 1$ , то

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2} a \cdot (1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a \cdot \frac{1}{(1 \pm a)^2} = 1 \mp a$$

- 22.1. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение первоначально занятое пятой светлой полосой(не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки n=1,5. Длина волны света  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м. Какова толщина пластинки? Ответ: 6 мкм.
- 22.2. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной в 2 см помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно лучу. На сколько могут отличаться друг от друга значения показателя преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало 1 мкм? Ответ:  $\Delta \le n = 5 \cdot 10^{-5}$ .
- 22.3. На рис. 1 показана схема интерферометра, служащего для измерения показателя преломления прозрачных веществ. Здесь S-узкая щель, освещаемая монохроматическим светом длиной волны  $\lambda = 589$  нм. 1 и 2-две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых

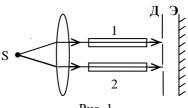


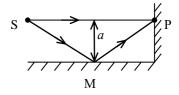
Рис. 1.

- L=10 см, Д-диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 1 заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране Э сместилась вверх на N=17 полос. Показатель преломления воздуха n=1,000277. определить показатель преломления аммиака. Ответ: n=1,000377.
- 22.4. Пучок лазерного излучения с длиной волны  $\lambda$ =633 нм падает по нормали на преграду с двумя узкими щелями. На экране, установленном за преградой, наблюдается система интерференционных полос. В какую сторону и на какое число полос сместится интерференционная картина, если одну из щелей перекрыть прозрачной пластинкой толщины a=10 мкм, изготовленной из материала с показателем преломления n=1,633? Ответ: N=10 полос, в сторону перекрытой щели.
- 22.5. Пучок лазерного излучения с длиной волны  $\lambda=500$  нм падает по нормали на преграду с двумя узкими щелями. На экране, установленном за преградой, наблюдается система интерференционных полос. После того, как щели перекрыли прозрачной пластинкой толщины a=10 мкм, интерференционная картина сдвинулась на N=3 полосы. На сколько отличаются показатели преломления пластинки в точках расположения щелей? Ответ: 0,15.
- 22.6. Монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda$ =0,5 мкм нормально падает на диафрагму с двумя узкими щелями. За диафрагмой установлен экран, на котором наблюдается интерференционная картина. Если щели закрыть стеклянной пластиной с показателем преломления n=1,633, то вся вся интерференционная картина сдвинулась на три полосы. На сколько отличается толщина пластинки в точках расположения щелей? Ответ: 3 мкм.
- 22.7. Расстояние между двумя когерентными источниками света( $\lambda$ = 0,5 мкм) равно d = 0,1 мм. Расстояние между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно  $\Delta x$  = 1,0 см. Определить расстояние от источников до экрана. Ответ: L=2 м.
- 22.8. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр( $\lambda_{\text{зел}}$ = 5,0·10<sup>-5</sup> см) заменить красным( $\lambda_{\text{кp}}$ = 6,5·10<sup>-5</sup> см)? Ответ: в 1,3 раза.
- 22.9. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны  $\lambda=6.0\cdot10^{-5}$  см, расстояние между отверстиями равно d=1,0 мм и расстояние от отверстий до экрана L=3 м. Найти положение трех первых светлых полос. Ответ: 1,8 мм, 3,6 мм, 5,4 мм.
- 22.10. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга равно d=1,0мм, расстояние от щелей до экрана L=3 м. Определить длину волны, испускаемой источником монохроматического света, если ширина полос интерференции на экране равна  $\Delta x=1,5$  мм. Ответ:  $\lambda=500$  нм.
- 22.11. В опыте Юнга расстояние между двумя щелями равно d=0,8 мм, длина волны  $\lambda$ =640 нм. На каком расстояние от щелей следует распо-

ложить экран, чтобы ширина интерференционной полосы на экране оказалась равной  $\Delta x$ =2,0 мм. Ответ: L=2,5 м.

- 22.12. В опыте, подобном тому, с помощью которого Юнг впервые определил длину волны света, пучок солнечных лучей, пройдя через светофильтр и узкую щель в непрозрачной преграде, падал на вторую преграду с двумя узкими щелями, находящимися на расстоянии d=1,0 мм друг от друга. За преградой на расстоянии L=1,0 м располагается экран, на котором наблюдались интерференционные полосы. Ширина полосы оказалась равной: а)  $\Delta x=0,65$  мм для красного света и б)  $\Delta x=0,45$  мм для синего света. Определить длину световой волны. Ответ: а)  $\lambda=0,65$  мкм, б)  $\lambda=0,45$  мкм.
- 22.13. В опыте Юнга источник испускает свет с длинами волн  $\lambda_1$ =0,5 мкм и  $\lambda_2$ =0,6 мкм. На экране, расположенном параллельно щелям, наблюдаются две перекрывающиеся интерференционные картины. Какой наименьший по счету(не считая центрального) максимум интерференци-
- онной картины от волны  $\lambda_1$  строго наложится на максимум интерференционной картины от волны с  $\lambda_2$ ? Ответ: шестой.
- 22.14. В опыте Юнга источник испускает свет с длинами волн  $\lambda_1$ =0,45 мкм и  $\lambda_2$ =0,54 мкм. На экране, расположенном параллельно щелям, наблюдаются две перекрывающиеся интерференционные картины. Какой наименьший по счету(не считая центрального) максимум интерференционной картины от волны  $\lambda_1$  строго наложится на минимум интерференционной картины от волны с  $\lambda_2$ ? Ответ: третий.
- 22.15. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света было равно 0.5 мм, расстояние до экрана 5 м. В зеленом свете получились интерференционные полосы на расстоянии 5 мм друг от друга. Найти длину волны зеленого света. Ответ:  $\lambda$ =0,5 мкм.
- 22.16. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света( $\lambda$ =0,6 мкм) было равно 0,5 мм, расстояние до экрана 3 м. Определить ширину полос интерференции на экране. Ответ: 3,6 мм.
- 22.17. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте с зеркалами Френеля, если фиолетовый светофильтр( $\lambda_{\phi}$ =0,4 мкм), закрывающий источник света от зеркал, заменить желтым( $\lambda_{\kappa}$ =0,6 мкм)? Ответ: в 1,5 раза.
- 22.18. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света( $\lambda$ =0,5 мкм) было равно 0,5 мм, расстояние от них до экрана 2 м. Определить на сколько сместится положение пятого максимума после того, как всю систему поместят в воду с показателем преломления n=1,33. Ответ: приблизится к центру картины на 2,5мм.

22.19. Источник света S ( $\lambda$ =0,6 мкм) и плоское зеркало M расположены так, как показано на рис.2(зеркало Ллойда). Что будет наблюдаться в точке P экрана, где сходятся лучи SP и SMP, свет или темнота, если |SP|=2 м, a=0,55 мм а |SM|=|MP|? Ответ: свет.

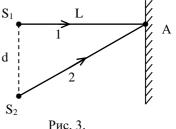


22.20. В опыте Ллойда (рис. 2)

Рис. 2.

свет, падающий на экран напрямую от источника, загородили плоской прозрачной пластинкой ширины d=9 мкм, изготовленной из материала с показателем преломления n=1,5. В какую сторону и на какое число полос сместится интерференционная картина на экране, если длина волны света  $\lambda=0,45$  мкм? Ответ: 10, в сторону от зеркала.

- 22.21. Два точечных источника света расположены на расстоянии d=2 мм друг от друга и равноудалены от экрана на L=3 м. Длина волны света, излучаемого источниками,  $\lambda=0,6$  мкм. Определить результат интерференции света в точке, находящейся на расстоянии x=3,6 мм от центра экрана. Ответ: 4=й максимум.
- 22.22. По условию предыдущей задачи найти ширину интерференционной полосы на экране(расстояние между соседними минимумами). Ответ:  $\Delta x$ =0,9 мм.
- 10.23. От когерентных источников  $S_1$  и  $S_2$  выделены лучи 1 и 2, которые падают на экран в точку A(рис.3). Причем луч 1 распространяется перпендикулярно экрану. На рисунке L=4 м, d=3 мм. Какова длина волны света источников, если в точке A образуется второй минимум? Ответ:  $\lambda=0,45$  мкм.



22.24. Определить результат интерференции лучей 1 и 2 в точке A на рисунке предыдущей задачи, если d =3 мм, L=3 м и длина волны света источников  $S_1$  и  $S_2$  равна  $\lambda$ =0, 5 мкм. Ответ: максимум.

- 22.25. Решить задачу 22.23 с учетом того, что на пути луча 2 перпендикулярно ему установлена стеклянная пластинка толщиной d=1,1мкм с показателем преломления n=1,5. Ответ: 0,65 мкм.
- 22.26. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на расстояние 2,5 мм. На экране, расположенном за диафрагмой на 100 см, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщины 10 мкм? Ответ: сместятся в сторону перекрытой щели на 2 мм.

#### 23. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НА ПЛЕНКАХ

Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от тонкой пластины толщиной d:

$$\Delta L = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2},$$

где n-показатель преломления пленки, i-угол падения,  $\lambda$ -длина волны света.

Условия максимума и минимума интерференции:

$$\Delta L = k\lambda$$
,  $\Delta L = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ,

где к- целое число.

Справочные данные:

$$1^0$$
= 1,75· $10^{-2}$  рад,  $1'$ = 2,91· $10^{-4}$  рад,  $1''$ = 4,85· $10^{-6}$  рад.

- 23.1. Плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной d=1,2мкм и с показателем преломления  $n_{c\tau}=1,5$  помещена между двумя средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ . Свет с длиной волны  $\lambda=0,6$ мкм падает нормально на пластинку. Определите оптическую разность хода волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пластинки и определите, усиление или ослабление интенсивности происходит при интерференции в следующих случаях: a)  $n_1 < n < n_2$ ; б)  $n_1 < n > n_2$ . Ответ: a)  $n_1 < n < n_2$  от  $n_2 < n_3$  мкм, максимум, б)  $n_3 < n_4$  мкм, минимум.
- 23.2. Свет с длиной волны  $\lambda$ =0,4 мкм падает нормально на плоскопараллельную пластинку с показателем преломления 1,5 и толщиной 1,0 мм, которая находится между двумя средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ . Определите оптическую разность хода волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пластинки, и результат их интерференции в следующих случаях: a)  $n_1$ >n> $n_2$ ; б)  $n_1$ >n< $n_2$ . Ответ: a) 3,0 мкм, минимум, б) 3,2 мкм, максимум.
- 23.3. На мыльную пленку с показателем преломления n=1,3, находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. В результате интерференции отраженные лучи с длиной волны  $\lambda=0,55$  мкм оказываются максимально усиленными. Определите: а) оптическую разность хода интерферирующих лучей (в общем виде), б) наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это усиление. Ответ: 0,11 мкм.

- 23.4. Белый свет падает нормально на мыльную пленку с показателем преломления 1,3, находящуюся в воздухе. В результате интерференции проходящие лучи с длиной волны  $\lambda$ =0,70 мкм оказываются максимально ослабленными. Определите: а) оптическую разность хода интерферирующих лучей (в общем виде), б) наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это ослабление. Ответ:0,135 мкм
- 23.5. Пучок белого света падает нормально к поверхности стеклянной пластинки толщиной d=0,5 мкм, находящейся в воздухе. Показатель преломления стекла n=1,5. В результате интерференции интенсивность некоторых волн, длины которых лежат в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливается при отражении. Определите длины этих волн. Ответ: 0,6 мкм4 0,43 мкм.
- 23.6. Белый свет падает нормально на поверхность стеклянной пластинки толщиной d=0,4 мкм, находящейся в воздухе. Показатель преломления стекла  $n_{ct}=1,5$ . Определите: а) геометрическую и оптическую разность хода интерферирующих лучей в проходящем свете, б) длины волн, интенсивность которых ослабляется после прохождения пластинки. Считать, что видимая часть спектра лежит в интервале длин волн от 0,4 до 0,7 мкм. Ответ: 0,8 мкм; 1,2 мкм; 0,48 мкм.
- 23.7. Пучок белого света падает нормально к поверхности стеклянной пластинки толщиной  $4\cdot10^{-7}$  м, лежащей на грани алмаза с показателем преломления n=2,42. Показатель преломления стекла  $n_{cr}=1,5$ . В результате интерференции интенсивность некоторых волн, длины которых лежат в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливается при отражении. Определите: а) геометрическую разность хода интерферирующих лучей; б) оптическую разность хода интерферирующих лучей; в) длины волн, интенсивность которых усиливается при отражении. Ответ: 0,8 мкм; 1,2 мкм; 0,6 мкм; 0,4 мкм.
- 23.8. На мыльную пленку, находящуюся в воздухе, падает белый свет под углом i= $45^0$  к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды n=1,33. В результате интерференции отраженные лучи оказываются окрашенными в желтый цвет (длина волны  $\lambda$ =600 нм). Найти наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это усиление. Ответ: 0,133 мкм.
- 23.9. На поверхность стеклянной пластинки с показателем преломления  $n_{cr}$ =1,5 нанесена тонкая прозрачная пленка с показателем преломления 1,2. Белый свет падает под углом i=45 $^0$  к поверхности пленки. В результате интерференции отраженные лучи оказываются окрашенными в желтый цвет, длина волны которого 0,58 мкм. Определите, при каких толщинах пленки наблюдается такое явление. Ответ: 0,3 мкм; 0,6 мкм.
- 23.10. Пленка с показателем n=1,33 находится в воздухе. В результате интерференции свет с длиной волны  $\lambda_1$ =0,64 мкм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны  $\lambda_2$ =0,4 мкм не отражается

совсем. Угол падения света  $i=30^{\circ}$ . Определите наименьшую толщину пленки, при которой произойдет это усиление и ослабление. Ответ: 0,65 мкм.

- 23.11. Мыльная пленка, расположенная в воздухе вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. При наблюдении интерференционных полос в отраженном свете с длиной волны  $\lambda=533$  нм оказалось, что расстояние между первой и пятой интерференционными полосами  $\ell=2$  см. Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды n=1,33. Найдите угол клина. Ответ:  $4\cdot 10^{-5}$  рад.
- 23.12. Мыльная пленка, расположенная в воздухе вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Интерференция на пленке наблюдается в отраженном свете через красное стекло (длина волны света  $\lambda_1=631\,$  нм). Расстояние между соседними красными полосами при этом равно  $\ell_1=3\,$  мм. Затем эта же пленка наблюдается через фиолетовое стекло ( $\lambda_2=400\,$  нм). Найдите расстояние  $\ell_2$  между соседними синими интерференционными полосами. Считать, что за время измерений форма пленки не изменится и свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Ответ: 1,9 мм.
- 23.13. Монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 582$  нм падает нормально к поверхности стеклянного клина с показателем преломления n = 1,5, помещенного между средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  (рис. 1). Угол клина  $i = 20^{"}$ . В отраженном излучении на поверхности клина наблюдается интерференционная картина.

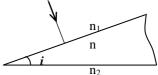


Рис. 1.

Определите, какое количество темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина в следующих случаях: a)  $n_1 > n > n_2$ ; б)  $n_1 > n < n_2$ . Ответ: 5 см<sup>-1</sup>.

- 23.15. На тонкий стеклянный клин с показателем преломления n=1,5 падает нормально монохроматический свет. Клин помещен между средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  (рис.1). Двугранный угол между поверхностями клина i=2'. В результате интерференции образует-

- ся система светлых и темных полос. Расстояние между смежными интерференционными максимумами в отраженном свете равно b=0,3 мм. Определите длину световой волны в следующих случаях: а)  $n_1$ >n> $n_2$ ; б)  $n_1$ >n< $n_2$ . Ответ: 0,52 мкм.
- 23.16. Монохроматический свет падает нормально на тонкий стеклянный клин с показателем преломления n=1,5. Клин помещен между средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  (рис.1). Двугранный угол между поверхностями клина i=1/30 градуса. В образовавшейся интерференционной картине расстояние между соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно 0,4 мм. Определите длину падающей световой волны в следующих случаях: а)  $n_1 < n < n_2$ ; б)  $n_1 < n > n_2$ . Ответ: 0,7 мкм.
- 23.17. Поверхности стеклянного клина (показатель преломления 1,5) образуют между собой угол i=0,3. Клин находится в воздухе. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны  $\lambda=0,524$  мкм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Определите ширину интерференционной полосы. Ответ: 2 мм.
- 23.18. На тонкий стеклянный клин, находящийся в воздухе, нормально к его поверхности падает монохроматический свет с длиной волны 582 нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Определите угол между поверхностями клина, если расстояние между соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно b = 4 мм. Считать, что показатель преломления стекла равен 1,5. Ответ: 10".
- 23.19. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии L=75 мм от нее. В отраженном свете с длиной волны  $\lambda$ =0,5 мкм на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определите диаметр поперечного сечения проволочки, если на протяжении a=30 мм насчитывается m=16 светлых полос. Ответ: 10 мкм.
- 23.20. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки приложены одна к другой так, что между ними образовался воздушный клин с углом i=30". На одну из пластинок падает нормально монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0.6$  мкм. Определите, на каких расстояниях  $\ell_1$  и  $\ell_2$  от линии соприкосновения пластинок будут наблюдаться в отраженном свете первая и вторая светлые интерференционные полосы. Ответ: 1,03; 3,09 мм.
- 23.21. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки образуют клин с углом i=30". Показатель преломления стекла  $n_{\rm cr}$ =1,5. Пространство между пластинками заполнено кварцем, показатель преломления которого  $n_{\rm k}$  = 1,54. На клин нормально к его поверхности падает пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda$  = 500 нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Определите, сколько

темных интерференционных полос приходится на 1 см длины клина. Ответ: 9.

- 23.22. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец равны 4 мм и 4,38 мм. Радиус кривизны линзы 6,4 м. Считая, что г <<R, определите: а) порядковые номера колец; б) длину волны падающего света. Ответ: 5; 6; 500 нм.
- 23.23. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. В отраженном свете с длиной волны  $\lambda=0.6$  мкм наблюдается интерференционная картина. Считая, что радиусы интерференционных колец г много меньше радиуса кривизны линзы R=1.2 м, определите: а) толщину слоя воздуха там, где видно первое светлое кольцо Ньютона, б) радиус первого кольца. Ответ: 0.15 мкм; 0.6 мм.
- 23.24. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. В отраженном свете с длиной волны  $\lambda=0.6$  мкм наблюдается интерференционная картина. Диаметр второго светлого кольца Ньютона d=1,2 мм. Считая, что радиус кольца г пренебрежимо мал по сравнению с радиусом кривизны линзы R, определите: а) геометрическую и оптическую разность хода интерферирующих лучей в месте образования второго кольца, б) оптическую силу плосковыпуклой линзы, взятой для опыта. Ответ: 0.9 и 1.2 мкм; 1.25 дптр.
- 23.25. Плосковыпуклая линза с оптической силой D=2 дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Показатель преломления стекла линзы  $n_{cr}=1,5$ . В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Радиус четвертого темного кольца Ньютона r=0,7 мм. Считая, что радиус кольца r пренебрежимо мал по сравнению с радиусом кривизны линзы R, определите: а) геометрическую разность хода интерферирующих лучей в месте образования четвертого кольца; б) оптическую разность хода этих интерферирующих лучей; в) длину световой волны. Ответ: 1,96 мкм; 2,2 мкм; 0,49 мкм.

## 24. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ

- 24.1. Найдите радиусы первых трех зон Френеля для плоской волны, если расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения 1 м. Длина волны  $\lambda$ =500 нм. Ответ: 0,71; 1,0; 1,22 мм.
- 24.2. Плоская волна ( $\lambda$ =0,5мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром 1,0 см. На каком расстоянии от отверстия на его оси должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало: 1) одну зону Френелю; 2) две зоны Френеля? Ответ: 50; 25 м.
- 24.3. Точечный источник монохроматического света с длиной волны 500 нм находится на расстоянии a=1 м от преграды, представляющей

- экран с круглым отверстием, диаметр которого D= 2 мм. Сколько зон Френеля укладывается в этом отверстии для точки наблюдения, находящейся на расстоянии в=1м от экрана на оси отверстия? Каким в световом отношении является отверстие для наблюдателя? Ответ: 4; темное.
- 24.4. Радиус четвертой зоны Френеля для плоского волнового фронта равен  $r_4 = 3$  мм. Определить радиус шестой зоны Френеля  $r_6$ . Ответ:  $r_6=3,67$  мм.
- 24.5. На диафрагму с круглым отверстием диаметром D=4мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda$ =570 нм. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии в=1,0 м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдений поместить экран?

Ответ: 7; светлое.

- 24.6. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен на расстоянии 1м от точечного источника монохроматического света с длиной волны 0,5 мкм. Посередине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком наименьшем диаметре отверстия центр дифракционной картины будет темным? Ответ: 1 мм.
- 24.7. На плоской поверхности фронта световой монохроматической волны из некоторой точки радиус шестой зоны Френеля наблюдается равным 3 мм. Найти по этим данным радиус девятой зоны Френеля. Ответ: 3.67 мм.
- 24.8. На диафрагму с круглым отверстием с радиусом 0,2 см падает нормально световая плоская волна с длиной λ=0,67 мкм. На каком расстоянии от отверстия на его оси должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало четыре зоны Френеля? Ответ: 1,5 м.
- 24.9. Точечный источник монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм находится на расстоянии  $\ell = 4$  м от экрана. Посередине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия г центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным? Ответ: 1 мм.
- 24.10. На непрозрачную преграду с отверстием радиуса r = 1,0 мм падает монохроматическая плоская волна. Когда расстояние от преграды до установленного за ней экрана равно  $\epsilon_1$ =0,575 м, в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности. При увеличении расстояния до значения  $e_2$ =0,862 м максимум интенсивности сменяется следующим минимумом. Определите длину волны λ света. Ответ: λ=580 HM.
- 24.11. На диафрагму с диаметром 1,96 мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 600 нм. При каком наибольшем расстоянии между диафрагмой и экраном в цен-

тре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно? Ответ: 0.8 м.

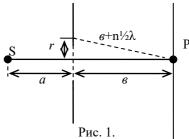
- 24.12. Точечный источник монохроматического света с длиной волны  $\lambda$ =500 нм находится на расстоянии a=1 м от ширмы с круглым отверстием диаметра  $d_1$  =4,5 мм. На расстоянии e= a от ширмы расположен экран. Как изменится освещенность в точке экрана, лежащей на оси пучка, если диаметр отверстия увеличить до значения  $d_2$ = 5,2 мм? Источник света, центр отверстия и дифракционной картины находятся на одной линии. Ответ: Минимум освещенности сменится максимумом.
- 24.13. На диафрагму с круглым отверстием радиусом r=2мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda=0,55$  мкм. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии  $\varepsilon=1,46$  м от него. Какое световое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдений поместить экран? Ответ: Зеленое пятно.
- 24.14. Свет от монохроматического источника с длиной волны 600 нм падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом 0,6 мм. Темным или светлым будет центр дифракционной картины на экране, находящемся на расстоянии 0,3 м от диафрагмы? На сколько минимально необходимо увеличить радиус отверстия, чтобы освещенность в центре картины изменилась на противоположную? Ответ: Темный; 0,13 мм.
- 24.15. Между точечным источником света ( $\lambda$ =0,50 мкм) и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием радиусом r= 1,0 мм. Расстояние от диафрагмы до источника и экрана равны соответственно a=200 см и s=200 см. Как изменится освещенность экрана в точке, лежащей против центра отверстия, если точечный источник заменить плоской волной? Ответ: Минимум освещенности сменится максимумом.
- 24.16. На диафрагму с круглым отверстием диаметром 4 мм нормально падает плоская монохроматическая световая волна с длиной 680 нм. На оси отверстия за диафрагмой на расстоянии 2,94 м образуется минимум интерференции дифрагирующих лучей. На каком расстоянии от диафрагмы образуется следующий минимум? Ответ: 1,47 м.
- 24.17. На круглое отверстие в перпендикулярном направлении падают параллельные световые лучи с длиной волны 0,41 мкм. За отверстием установлен экран, на котором образуется дифракционная картина. Максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины образуется темное пятно, равно 4,88 м. Каким станет центр дифракционной картины, если экран приблизить к отверстию на 1,63 м? Ответ: фиолетовый.
- 24.18. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света ( $\lambda$ =600 нм). На расстоянии a=0,5 l от источника света помещена круглая непрозрачная преграда диа-

- метром D=0,3 см. Найти расстояние l, если преграда закрывает только центральную зону Френеля. Ответ: l=15 м.
- 24.19. В плоском листе сделано небольшое круглое отверстие, диаметр которого можно менять. На отверстие перпендикулярно ему с одной стороны падает свет с длиной волны 0,7 мкм, а с другой стороны на оси отверстия на расстоянии 2 м находится точка наблюдения. Каким в световом отношении будет наблюдаться отверстие, если его диаметр сделать равным: 1) 2,36 мм; 2) 3,34 мм; 3) 4,1 мм? Ответ: красное, темное, красное.
- 24.20. Найдите радиусы первых трех зон Френеля для сферической волны, если расстояние от источника света до волновой поверхности a=1,0 м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения e=1,0 м. Длина волны  $\lambda$ =500 нм. Ответ: 0,5 мм; 0,71 мм; 0,87 мм.
- 24.21. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого г можно менять в процессе опыта. Расстояние от диафрагмы до источника и экрана равны a=100 см и s=125 см. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при r1= 1,00 мм и следующий максимум при r2= 1,29 мм. Ответ:  $\lambda$ =0,6 мкм.
- 24.22. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен на расстоянии l=2 м от точечного источника монохроматического света ( $\lambda=0.7$  мкм). Посередине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком наименьшем радиусе отверстия центр дифракционной картины будет светлым? Ответ: 0.59 мм.
- 24.23. Точечный источник света с длиной волны  $\lambda=650$  нм помещен на расстоянии a=1,5 м перед непрозрачной преградой с отверстием радиуса r=1,5 мм. С какого расстояния  $\epsilon$  от преграды до точки наблюдения (за преградой) в отверстии можно «увидеть» минимально возможное число полностью открытых зон Френеля? Ответ:  $\epsilon=4,8$  м
- 24.24. Точечный источник света с длиной волны  $\lambda$ =500 нм помещен на расстоянии a=0,5 м перед непрозрачной преградой с отверстием радиуса r =0,5 мм. Определить расстояние в от преграды до точки, для которой число открываемых отверстием зон Френеля будет равно: a) 1, б) 5, в) 10. Ответ: e= $\infty$ ; e=0,25 м;e=0,11м.
- 24.25. Экран с круглым отверстием радиусом r =1,5 мм расположен на расстоянии a =8,6 м от точечного источника света с длиной волны  $\lambda$ =0,6 мкм. Источник расположен на оси отверстия. На каком расстоянии от отверстия расположена точка наблюдения, если из нее видна одна первая зона Френеля? Ответ: 6,65 м
- 24.26. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света ( $\lambda$ =700 нм). На расстоянии

a=0,4 l от источника света помещена круглая непрозрачная преграда диаметром D= 2,0 мм. Чему равно расстояние l, если преграда закрывает только центральную зону Френеля?

Ответ: *l*=5,95 м

24.27. Точечный источник света S ( $\lambda$ =0,50 мкм), плоская диафрагма с круглым отверстием радиуса r=1,0 мм и экран расположены так, как показано на рис.1 (a=1,00 м). Определить расстояние в до диафрагмы, при котором отверстие открывало бы для точки P три зоны Френеля.



Ответ: e=2,0 м.

#### 25. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Формула дифракционной решетки:  $d \cdot \sin \varphi = k\lambda$ .

Разрешающая сила дифракционной решетки:  $R = kN = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$ 

Дисперсия дифракционной решетки:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\kappa}{d \cdot co\,\varphi}.$$

- 25.1. Найти наибольший порядок спектра для желтой линии натрия с длиной волны  $\lambda$ =589 нм, если постоянная дифракционной решетки d=2мкм. Сколько всего максимумов дает эта решетка? Под каким углом ф наблюдается последний максимум? Ответ: 3; 7; 62 $^{\circ}$ .
- 25.2. Зрительная труба гониометра с дифракционной решеткой поставлена под углом  $\phi$ =19,5 $^0$  к оси коллиматора. При этом в поле зрения трубы видна красная линия гелиевой трубки с длиной волны  $\lambda$ =668 нм. Чему равна постоянная дифракционной решетки d, если обнаружено, что под тем же углом видна и синяя гелиевая линия ( $\lambda$ =445 нм) следующего порядка? Свет падает на решетку нормально. Ответ: 4 мкм.
- 25.3. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Красная линия с длиной волны  $\lambda$ =630 нм видна в спектре третьего порядка под углом  $\phi$ =71 $^{0}$ . Какая спектральная линия видна под этим же углом в спектре четвертого порядка? Чему равна постоянная решетки? Сколько всего красных максимумов дает эта решетка? Ответ: 473 нм; 2 мкм, 7.
- 25.4. Какое число щелей на 1 мм длины имеет дифракционная решетка, если при нормально падающем на нее свете, зеленая линия с длиной волны  $\lambda=550$  нм в спектре первого порядка видна под углом  $\phi=12^{0}$ ?

- Под каким углом наблюдается последний зеленый максимум? Ответ: 380;  $56^{\circ}$ .
- 25.5. При нормальном падении света на дифракционную решетку в спектре третьего порядка, под углом  $\phi$ =60 $^{0}$ , видна красная линия с длиной волны  $\lambda$ =650 нм. Рассчитать период дифракционной решетки и число щелей на 1 см ее длины. Определить угловую дисперсию для красной линии в третьем порядке. Ответ: 2,25 мкм; 4400; 2,7·10 $^{6}$  м $^{-1}$ .
- 25.6. Дифракционная решетка установлена на расстоянии 80 см от экрана. На решетку падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм. На экране расстояние между максимумами первого и второго порядка равно 5,2 см. Сколько всего максимумов образует эта дифракционная решетка? Ответ: 31.
- 25.7. Лазерное излучение с  $\lambda$ =650 нм дифракционная решетка отклоняет на угол  $\phi$ =11,20 в максимуме 1-го порядка. Ширина решетки l=1 см. Сколько всего щелей имеет эта решетка? Сможет ли она разрешить две линии в спектре первого порядка с длинами волн  $\lambda_1$ =528,0 нм и  $\lambda_1$ =527,8 нм? Ответ: 3000; да.
- 25.8. На дифракционную решетку направлен белый свет. На экране в одном из спектров фиолетовая граница с  $\lambda_1$ =0,4 мкм образуется под углом  $\phi_1$ = 18,7°, а в спектре следующего порядка красная граница с  $\lambda_2$ =0,7 мкм образуется под углом  $\phi_2$ =57,1°. Сколько **полных** спектров укладывается на экране? Ответ: 6.
- 25.9. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом с  $\lambda$ =0,55 мкм. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол  $\phi$  =12,70. На какой угол отклонен максимум третьего порядка? Рассчитайте период дифракционной решетки и число щелей на ширине 1 мм. Ответ: 19,30;5 мкм; 200.
- 25.10. Дифракционная решетка шириной 0,8 см отклоняет монохроматический свет с  $\lambda$ =0,5 мкм на угол  $\phi$ =5,74 $^{0}$  в максимуме первого порядка. Эту решетку предполагается использовать для разделения двух излучений с длинами волн  $\lambda_{1}$ =540,2 нм и  $\lambda_{2}$ =540,4 нм. В максимуме какого порядка это можно сделать? Ответ:  $\geq$  2.
- 25.11. Дифракционная картина на экране образуется белым светом, падающим на дифракционную решетку шириной  $10\,$  мм, содержащую  $2500\,$  щелей. Какой интервал длин волн в спектре второго порядка перекрывается световым излучением спектра третьего порядка? Считать, что видимое излучение лежит в интервале длин волн от  $0.38\,$  мкм до  $0.72\,$  мкм. Какова угловая ширина спектра первого порядка? Ответ:  $0.57-0.72\,$  мкм, 4.90.
- 25.12. Можно ли уложить на экран весь спектр третьего порядка от дифракционной решетки шириной 1 см с числом щелей 5000, если освещать решетку белым светом? Видимый спектр излучения лежит в интервале длин волн от 400 до 700 нм. Ответ: нет.

- 25.13. На дифракционную решетку, которая имеет 1000 щелей на ширине 1,5 мм, падет одновременно фиолетовое излучение с длиной волны  $\lambda_1$ =400 нм и оранжевое излучение с длиной волны  $\lambda_2$ =600 нм. Под каким углом наблюдается последний максимум? Какого он цвета? Ответ: 2; 530.
- 25.14. С помощью дифракционной решетки с периодом d=20 мкм требуется разрешить дублет натрия ( $\lambda_1$ =589 нм и  $\lambda_2$ =589,6 нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей ширине решетки  $\ell$  это возможно? Каков угол между лучами дуплета? Ответ: 1 см, 0,003 $^0$ .
- 25.15. Нормально к поверхности дифракционной решетки падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в n=3,5 раза больше длинны световой волны. Найти общее число максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае. Рассчитайте угол дифракции, соответствующий последнему максимуму. Ответ: 7, 59°.
- 25.16. В направлении нормали к поверхности дифракционной решетки падает монохроматический свет. Период решетки d=2 мкм. Главный максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка для красного света ( $\lambda_1=0,7$  мкм) и для фиолетового ( $\lambda_2=0,45$  мкм)? Под какими углами наблюдаются последние максимумы в обоих случаях? Ответ: 2, 4,  $44^{\circ}$ ,  $55^{\circ}$ .
- 25.17. Дифракционная решетка освещается белым светом. На экране на расстоянии 1 м от решетки в дифракционной картине зафиксировано, что расстояние между длинноволновой границей спектра первого порядка и коротковолновой границей спектра второго порядка равно 1 см. Определить по этим данным период решетки. Считать, что видимый диапазон длин волн лежит в интервале длин волн от 400 нм до 700 нм. Ответ: 10 мкм.
- 25.18. Общее количество щелей дифракционной решетки— 2000. Если она освещается светом с длиной волны 0,6 мкм, то последний по счету максимум наблюдается под углом 64,2<sup>0</sup>. Под таким же углом образуется последний максимум и для света с длиной волны 0,45 мкм. Какую минимальную ширину должна иметь дифракционная решетка, чтобы образовать такую дифракционную картину? Ответ: 4 мм.
- 25.19. В направлении нормали к поверхности дифракционной решетки, содержащей N=500 штрихов на 1 мм, падает белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана L=1,2 метра. Длинноволновые границы видимости спектра:  $\lambda_1$ =720 нм и  $\lambda_2$ =400нм. Найти наибольший порядок спектра, который можно **целиком** наблюдать с помощью этой решетки. Ответ: 22 см, 2.
- 25.20. Дифракционная картина получена с помощью дифракционной решетки шириной  $\ell=1,5$  см и периодом d=5мкм. Определить, в спектре какого наименьшего порядка этой картины получатся раздельные

изображения двух спектральных линий с разностью длин волн  $\Delta\lambda$ =0,1 нм, если линии лежат в крайней красной части спектра (длина волны  $\lambda$ =720 нм). Каков угол между разделяемыми дифрагирующими лучами в искомом спектре? Ответ: 3, 3,8·10<sup>-5</sup> градуса.

- 25.21. Дифракционная решетка на ширине 2 мм содержит 200щелей. Решетка освещается белым светом, а образованный спектр проецируется на экран, расположенный на расстоянии 0,8 м от нее. Найти, какова линейная ширина перекрытия спектров второго и третьего порядков на экране. Считать, что видимая часть спектра лежит в интервале длин волн от 0,38 до 0,74 мкм. Ответ: 2,7 см.
- 25.22. Свет от ртутной лампы падает нормально на дифракционную решетку, ширина которой 5 мм. Общее число штрихов решетки 1000. Определить угол между фиолетовыми (длина волны  $\lambda_1$ =405 нм) и желтыми ( $\lambda_2$ =579нм) лучами в спектре первого порядка. Рассчитать номера последнего фиолетового и желтого максимумов, которые можно наблюдать при помощи этой решетки. Ответ:  $2^0$ , 12, 8.
- 25.23. Определить разрешающую способность дифракционной решетки шириной 1 см в третьем порядке, если постоянная дифракционной решетки 10 мкм. Какова наименьшая разность длин волн для двух разрешаемых спектральных линий в желтой области (длина волны  $\lambda$ =600нм) и угол дифракции между ними. Ответ: 3000; 0,2 нм; 3,5·10<sup>-3</sup> град.

#### 26. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \mathrm{BT/(m^2 \cdot K^4)}$
Постоянная Вина	$b=2.9\cdot10^{-3} \text{ m}^{-1}$
Радиус Солнца	$R_{\rm C} = 6.95 \cdot 10^8 \text{ M}$
Радиус Земли	$R_3 = 6.37 \cdot 10^6 \text{ M}$
Радиус орбиты Меркурия	$\ell = 57,87 \cdot 10^6$ км
Радиус орбиты Земли	$\ell = 149,5 \cdot 10^6$ км
Радиус орбиты Марса	$\ell = 227.8 \cdot 10^6 \text{ km}$

- 26.1. Определите, как и во сколько раз изменится мощность излучения черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму энергии излучения, изменится от 720 нм до 400 нм. Ответ: 10,5.
- 26.2. Черное тело имеет температуру 3 кК. При охлаждении тела длина волны, приходящаяся на максимум излучательной способности, изменилась на 8 мкм. До какой температуры охладилось тело? Ответ: 323К.
- 26.3. Черное тело нагрели от температуры 600 К до 2400 К. Во сколько раз увеличилась общая тепловая энергия, излучаемая телом? На сколько изменилась длина волны, соответствующая максимуму энергии излучения и спектральный состав излучения? Ответ: 256, 3,6 мкм.

- 26.4. Площадь, ограниченная графиком зависимости излучательной способности а.ч.т. от длины волны излучения, при переходе от температуры  $T_1$  к  $T_2$  увеличилась в 5 раз. Определите, как при этом изменилась длина волны, соответствующая максимумам этих графиков, и общая мощность излучения тела. Ответ: 1,5.
- 26.5. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 30 см<sup>2</sup> равна 1,3 кК. Принимая, что отверстие излучает как черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая печью мощность составляет 1,5 кВт. В какой области спектра преимущественно излучает отверстие печи? Ответ: 0,68, ИК.
- 26.6. В результате нагревания черного тела длина волны, соответ ствующая максимуму энергии теплового излучения, уменьшилась от 2,7мкм до 0,9 мкм. Определите, во сколько раз увеличилась энергетическая светимость тела. Какой была и какой стала мощность излучения, если излучающая поверхность тела равна 20см<sup>2</sup>? Ответ: 81, 0,15 и 12,2 кВт.
- 26.7. Мощность излучения а.ч.т. равна 10 кВт. Найти площадь излучающей поверхности тела, если максимум энергетической светимости приходится на длину волны 700 нм. Ответ: 6 см².
- 26.8. Поверхность вольфрама площадью 15см<sup>2</sup> нагрета до температуры 3000К и излучает в одну минуту 100 кДж. Какую энергию излучала бы эта поверхность, если бы она была черной? Найдите поглощательную способность поверхности металла в этих условиях и длину волны, на которую приходится максимум энергии теплового излучения. Ответ: 413 кДж; 0,24; 0,97 мкм.
- 26.9. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что максимум его энергетической светимости приходится на длину волны 500 нм, определить: 1) температуру поверхности солнца; 2) энергию, излучаемую солнцем за 1 с; 3) массу, теряемую солнцем за счет излучения за это время. Ответ:  $5800\mathrm{K}$ ;  $3.9\cdot10^{26}\,\mathrm{Дж}$ ;  $4.3\cdot10^9\,\mathrm{kg}$ .
- 26.10. Определите силу тока, протекающего по вольфрамовой проволоке диаметром  $0.2\,$  мм (удельное сопротивление  $6.4\cdot10^{-7}\mathrm{Om\cdot m}$ ) температура которой в вакууме поддерживается равной  $2800\mathrm{K}$ . Поверхность проволоки считать серой с поглощательной способностью 0.343. В какой области спектра лежит длина волны, приходящаяся на максимум энергетической светимости проволоки? Ответ:  $6\,$  A; ИК.
- 26.11. Поверхность тела первоначально была нагрета до 1000 К. За тем одна половина поверхности тела нагревается на 500 К, а другая охлаждается на 500 К. Во сколько раз изменится мощность излучения всей поверхности тела? Ответ: 2,56.
- 26.12. Определить полную мощность теплового излучения Земли и длину волны, соответствующую максимуму ее излучения. Считать Землю абсолютно черным телом с температурой поверхности  $7^0$  С. Ответ:  $2.1\cdot10^{18}$  Вт; 10.4 мкм.

- 26.13. Одна из самых ярких звезд на небе Вега- имеет радиус в три раза больше солнечного, а максимум ее излучательной способности приходятся на длину волны 305 нм. Во сколько раз мощность излучения Веги превосходит мощность излучения Солнца? Температуру поверхности Солнца считать равной 5800 К. Ответ: 65.
- 26.14. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током с силой 1А до 1000 К. Какая сила тока понадобится для разогрева этой нити до температуры 3000 К ? Считать, что при этих температурах коэффициенты поглощения поверхности вольфрама соответственно равны 0.115 и 0.334, а удельные сопротивления  $25.7 \cdot 10^{-8}$  и  $96.2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м. Как в результате нагревания изменится длина волны, на которую приходится максимум энергии теплового излучения нити? Ответ: 7.9 А; от 2.9 до 0.97 мкм.
- 26.15. Какую энергию излучает в течение суток каменное здание с поверхностью общей площадью  $1000~{\rm M}^2$ , если температура наружной поверхности  $0^0{\rm C}$ ? Поглощательная способность поверхности равна 0.8. В какой области спектра излучает здание? Какую сумму денег придется заплатить за потребленную энергию, если внутрений обогрев здания осуществляется только электроэнергией? Ответ:  $21.8~{\rm F}$ Дж; ИК.
- 26.16. Солнечная постоянная для Земли (энергия излучения Солнца, падающая на единицу поверхности в перпендикулярном направлении в единицу времени на орбите Земли) равна  $1,4~\mathrm{kBt/m^2}.$  Найдите по этой величине: 1) температуру Солнца, 2) длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности Солнца, 3) мощность излучения Солнца. Ответ:  $5800~\mathrm{K};~0,5~\mathrm{mkm};~3,9\cdot10^{26}~\mathrm{Bt}.$
- 26.17. Вольфрамовый черный шарик радиусом 2 см нагревается размещенной внутри него электрической спиралью. Какую мощность имеет эта спираль, если на расстоянии 1 м от шарика зафиксирован поток излучения  $88,6\cdot10^{-4}$  Вт/см²? Какова температура поверхности шарика? На какую длину волны приходится максимум энергии излучения шарика? Ответ: 1,1 кВт; 1400 K; 2,1 мкм.
- 26.18. Отверстие в стенке мартеновской печи площадью 20 см<sup>2</sup> излучает так, что максимум его энергетической светимости приходится на длину волны 1,45 мкм. Какой тепловой поток создает это отверстие на расстоянии 1,5 м? Ответ: 128 Вт/м<sup>2</sup>.
- 26.19. В спектре излучения огненного шара радиусом 100 м, возни кающего при ядерном взрыве, максимум энергии излучения приходится на длину волны 0,289 мкм. Какова температура шара? Определите максимальное расстояние, на котором будут воспламеняться деревянные предметы, если их поглощательная способность равна 0,7, а теплота воспламенения  $5 \, \text{Дж/см}^2$ . Время излучения принять равным  $10^{-2} \, \text{с}$ . Ответ:  $10^4 \, \text{K}$ ;  $890 \, \text{м}$ .
- 26.20. Диаметр вольфрамовой спирали в сороковаттной электрической лампочке 0,33мм, а ее длина 5 см. Найдите температуру спирали. Считать, что вся выделяющаяся в спирали энергия теряется в

результате излучения, а коэффициент поглощения повер хности равен 0,31. В какой области спектра преимущественно излучает лампочка? Ответ: 2600 К; ИК.

- 26.21. Звезда Вега имеет радиус  $2,1\cdot10^9$ м, а максимум ее энергетической светимости приходится на длину волны 0,305 мкм. На каком расстоянии от этой звезды должна вращаться планета, чтобы падающий на нее поток излучения был таким же, как для Земли в солнечной системе  $(1,4~\mathrm{kBT/M^2})$ ? Во сколько раз это расстояние больше, чем расстояние от Солнца до Земли? Ответ:  $1200~\mathrm{млн}$  км; 8.
- 26.22. Можно считать, что Солнце это абсолютно черное тело, у которого максимум излучательной способности приходится на длину волны 0,5 мкм. Какую равновесную температуру будет иметь тонкая черная пластинка, нагревающаяся от солнечного излучения установленная перпендикулярно падающим лучам в вакууме на расстоянии от солнца равном радиусу орбиты 1) Меркурия, 2) Земли, 3) Марса? Ответ: 535 К; 333 К; 270 К.
- 26.23. В вакууме находятся сильно разогретый шар радиусом 5см и на расстоянии 2 м от его центра небольшой зачерненный кубик, расположенный так, что одна из его граней перпендикулярна падающему от шара излучению. Установившаяся температура кубика равна 202 К. Считая, что нагрев кубика обусловлен только падающим на него излучением от шара, найти температуру последнего. На какую длину волны приходится максимум энергии излучения шара? Шар считать абсолютно черным телом. Ответ: 2000 К; 1,45 мкм.

#### 27. КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ

Закон сохранения импульса:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

Закон сохранения энергии:

$$E_1 = E_2 + E_3,$$

где  $\vec{p}_1$  и  $\vec{p}_2$ ,  $E_1$  и  $E_2$  – импульсы и энергии фотона соответственно до и после рассеяния,  $\vec{p}_{_9}$  и  $E_{_9}$  – импульс и кинетическая энергия электрона после рассеяния.

Изменение длины волны λ фотона при комптоновском рассеянии:

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \alpha),$$

где h- постоянная Планка, m- масса рассеивающей частицы, c- скорость света,  $\alpha$ - угол рассеяния.

27.1. Определить максимальное изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии 1) на свободных электронах, 2) на свободных протонах. Ответ: 4,9 пм; 2,6 фм.

- 27.2. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. При этом длина волны излучения, рассеянного под углами  $60^{0}$  и  $120^{0}$ , отличаются друг от друга в 2 раза. Считая, что рассеяние происходит на свободных электронах, найти длину волны падающего излучения. Ответ: 1,2 пм.
- 27.3. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия рассеянного фотона равна 0,20 МэВ. Определить угол рассеяния. Ответ:  $61^{0}$ .
- 27.4. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи если фотоне претерпел рассеяние на угол 180°? Энергия фотона до рассеяния 0,255 МэВ. Ответ: 0,5.
- 27.5. Фотон с энергией 0,4 МэВ рассеялся под углом  $90^{0}$  на свободном электроне. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи. Ответ: 0,225 МэВ; 0,175 МэВ.
- 27.6. Рентгеновский фотон с энергией 30 кэВ упруго взаимодействует с покоящимся электроном. В результате электрон начинает двигаться со скоростью 20 Мм/с. Найдите угол рассеяния фотона. Ответ: 71°.
- 27.7. Фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол  $180^0$  на свободном электроне. Определить импульс рассеянного фотона. Ответ:  $9\cdot10^{-23}$  кг·м/с.
- 27.8. Фотон с длиной волны 6 пм рассеялся под прямым углом на покоившимся свободном электроне. Найти: 1) частоту рассеянного фотона, 2) кинетическую энергию электрона отдачи. Ответ:  $3,6\cdot10^{19}$  с<sup>-1</sup>;  $0,06\text{M}_{2}\text{B}_{3}$ .
- 27.9. Фотон с энергией 1 МэВ рассеялся на свободном покоившемся электроне. Найти угол рассеяния фотона и кинетическую энергию электрона отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изменилась на 25%. Ответ: 0,2 МэВ; 29°.
- 27.10. Фотон с начальной энергией 100 кэВ после рассеяния на свободном электроне имеет длину волны 14,85 ПМ. Электрон отдачи движется под углом  $30^{0}$  к направлению первоначального распространения фотона. Во сколько раз отличаются импульсы фотона и электрона

## после рассеяния? Ответ: 2.

- 27.11. Угол рассеяния фотона равен  $90^{\circ}$ . Угол отдачи электрона равен  $30^{\circ}$ . Определить энергию падающего фотона. Ответ:  $0,37~{\rm M}{
  m >B}$ .
- 27.12. Фотон с импульсом  $p_1 = 5,44 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с рассеялся на свободном покоившимся электроне, в результате чего его импульс стал равен  $p_2 = 1,36 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. Под каким углом рассеялся фотон? Какую кинетическую энергию получил при этом электрон? Ответ:  $117^0$ ; 0,77 МэВ.
- 27.13. В результате упругого рассеяния у-кванта на свободном электроне первоначальная энергия фотона 0,1 МэВ уменьшилась на 16,3 кэВ. При этом оказалось, что импульс электрона отдачи в 2 раза больше импульса рассеянного фотона. В каком направлении движется электрон? Ответ: 30°.

- 27.14. В явлении Комптона энергия падающего фотона распределилась поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен  $\pi/2$ . Найти энергию и импульс рассеянного фотона. Ответ:  $0.26~{\rm MpB}$ ;  $1.4\cdot10^{-22}~{\rm kr\cdot m/c}$ .
- 27.15. В результате комптоновского рассеяния  $\gamma$ -фотона на поко-ившемся свободном электроне энергия фотона изменилась от 124кэВ до 99,6 кэВ. Под каким углом друг относительно друга движутся электрон и фотон после рассеяния? Ответ:  $128^{0}$ .
- 27.16. Фотон мягкого рентгеновского излучения с энергией  $15~{\rm kpB}$  рассеялся на свободном электроне под углом  $90^{\rm o}$  и изменил свою энергию на  $0,43~{\rm kpB}$ . Под каким углом движется электрон отдачи? Рассеивающий электрон считать нерелятивистским. Ответ:  $44^{\rm o}$ .
- 27.17. Излучение с длиной волны 17.8 пм рассеивается свободными электронами вещества. Наблюдается излучение, рассеянное под углом  $\pi/3$ . Определить угол между падающим фотоном и электроном отдачи. Ответ:  $65^{0}$ .
- 27.18. Фотон с энергией 0,28 МэВ в результате рассеяния на покоившемся свободном электроне уменьшил свою энергию до 133,7 кэВ. Найти импульс и направление распространения электрона отдачи. Ответ:  $2.2\cdot 10^{-22} \ \mathrm{kr\cdot m/c}$ .
- 27.19. После рассеяния  $\gamma$ -кванта на свободном электроне эти частицы движутся под углом  $140^0$  друг к другу. Длина волны фотона до и после рассеяния равна соответственно 3 и 5 пм. Определить импульс электрона отдачи. Ответ:  $4\cdot10^{-22}$  кг·м/с.
- 27.20. Фотон рентгеновского излучения с длиной волны 21,4 нм в результате эффекта Комптон испытал рассеяние под углом  $90^{0}$  к первоначальному направлению. Какую часть своей энергии фотон передал электрону? В каком направлении полетит электрон? Ответ: 10,2%;  $42^{0}$ .
- 27.21. Длина волны рентгеновского фотона, имевшего первоначально энергию 200~ кэB, в результате упругого рассеяния на свободном электроне изменилась на 2~ пм. В каком направлении начал двигаться электрон? Ответ:  $41,7^0$ .

#### 28. ФОТОЭФФЕКТ

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$E=A+W_{m},$$

где E —энергия фотона (по формуле Планка  $E = hv = \frac{hc}{\lambda}$ , где hпостоянная Планка, c-скорость света, v,  $\lambda$ - частота и длина волны света),

 $W_{...}$  - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов,

А- работа выхода электрона из металла.

Металл	Cs	K	Li	Zn	Cu	W	Pt
А, эВ	1,89	2,15	2,39	3,74	4,47	4,50	5,3

- 28.1. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 275 нм. Найти: 1) работу выхода электрона из этого металла, 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волн 180 нм, 3) максимальную кинетическую энергию этих электронов. Ответ: 4,52эВ;  $9,1\cdot10^5$  м/с; 2,38эВ.
- 28.2. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания электрона, если красная граница фотоэффекта 307 нм и максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов 1 эВ? Ответ: 0,8.
- 28.3. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла соответствует частоте  $1,03\cdot10^{15}$  с<sup>-1</sup> падающего света. Какая часть энергии фотона, вызывающего фотоэффект, расходуется на работу выхода, если максимальная скорость электронов, вырванных с поверхности металла, составляет 1 Mm/c? Ответ: 0,6.
- 28.4. Определить красную границу фотоэффекта для цинка и максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с его поверхности электромагнитным излучением с длиной волны 250 нм. Ответ: 332 hm;  $6.6 \cdot 10^5 \text{ m/c}$ .
- 28.5. Кванты света с энергией 4,9 эВ вырывают фотоэлектроны из вольфрама. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона. Ответ:  $3,4\cdot10^{-25}$  кг·м/с.
- 28.6. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся обратным потенциалом 3В. Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света в  $6\cdot10^{14}$  с<sup>-1</sup>. Найти работу выхода электрона из этого металла. Ответ:  $13.2\cdot10^{14}$  с<sup>-1</sup>; 2.48 эВ.
- 28.7. На поверхность лития падает монохроматический свет с длиной волны 304 нм. Чтобы прекратить фотоэмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов не менее 1,7 В. Определить работу выхода электронов из лития. Ответ: 2,39эВ.
- 28.8. Определить наименьший задерживающий потенциал, необходимый для прекращения эмиссии с поверхности фотокатода, если он освещается излучением с длиной волны 0,4 мкм, а красная граница для материала катода равна 0,67 мкм. Ответ: 1,24 В.
- 28.9.Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужна задерживающая разность потенциалов 3,7 В. Если платиновую пластинку заменить другой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6

- В. Определить работу выхода электронов с поверхности второй пластинки. Найти длину волны облучающего света. Ответ: 3 эВ; 0,14 мкм.
- 28.10. Определить постоянную Планка, если известно, что фотоэлектроны, вырываемые с поверхности некоторого металла светом с частотой  $2,2\cdot10^{15}$  с<sup>-1</sup> полностью задерживаются обратным потенциалом 6,6 В, а вырываемые светом с частотой  $4,6\cdot10^{15}$  с<sup>-1</sup>— потенциалом 16,5 В. Используя полученные данные найти работу выхода электронов из этого металла. Ответ:  $6,6\cdot10^{-34}$  Дж·с; 4,2 эВ.
- 28.11. При фотоэффекте с платиновой поверхности величина задерживающего потенциала оказалась равной 0,8 В. Найти: 1)длину волны применяемого излучения, 2) максимальную длину волны, при которой еще возможен фотоэффект. Ответ: 0,204 мкм; 0,234 мкм.
- 28.12. Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального анода(вольфрамовый шарик) и катода (посеребренная внутренняя поверхность колбы). Контактная разность потенциалов между электродами равна 0,6 В и ускоряет вылетающие фотоэлектроны. Если между электродами фотоэлемента приложить задерживающую разность потенциалов 1 В, то при какой предельной длине волны падающего на катод света начнется фотоэффект? Ответ: 0,254 мкм.
- 28.13. При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн 0,35мкм и 0,54 мкм обнаружили, что соответствующие максимумы скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в 2 раза. Найти работу выхода электронов с поверхности этого металла. Ответ: 1,9 эВ.
- 28.14. На литиевый катод фотоэлемента с площадью поверхности  $2\,$  см $^2$  падают одновременно два монохроматических излучения с длинами волн  $0,6\,$  мкм и  $0,5\,$  мкм и с интенсивностями  $0,2\,$  Вт/см $^2$  и  $0,3\,$  Вт/см $^2$ . Считая, что фотоэлектрический выход составляет в среднем  $0,02\,$  фотоэлектрона на фотон, найти количество электронов, выходящих в секунду со всей поверхности катода в результате фотоэффекта. Ответ:  $3\cdot10^{16}\,$  с $^{-1}$ .
- 28.15. До какого максимального потенциала зарядится удаленный от других тел медный шарик при облучении его электромагнитным излучением с длиной волны 140 нм? Ответ: 4.4 В.
- 28.16. Уединенный цинковый шарик радиусом 1 см находится в вакууме и длительное время освещается ультрафиолетовым излучением с длиной волны 0,25 мкм. Определить число недостающих электронов в объеме шарика. Ответ:  $8,5\cdot10^6$ .
- 28.17. На одну из двух медных пластин плоского конденсатора падает электромагнитное излучение с длиной волны 100 нм. Расстояние между пластинами 2 см. Какова напряженность электрического поля между пластинами в режиме электрического равновесия? Ответ: 400 В/м.
- 28.18. Плоский конденсатор состоит из двух медных пластин с площадью по 5 см<sup>2</sup>, расположенных близко друг к другу. Одна пластина освещается ультрафиолетовым излучением с интенсивностью 1  $Bt/cm^2$  и частотой  $1.5\cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>. Между пластинами приложено напряжение, обеспе-

чивающее протекание тока насыщения. Какова сила этого тока, если фотоэлектрический выход электронов составляет 0,01 фотоэлектрон на фотон? Каким станет ток между пластинами, если использовать излучение с длиной волны 0,3 мкм? Ответ: 8,1 мА.

- 28.19. Катод вакуумного фотоэлемента покрыт литием. На него падает световое излучение, которое включает в себя все видимые волны с длинами от 0.4 до 0.7 мкм. Между катодом и анодом фотоэлемента установлена ускоряющая разность потенциалов 1.2 В. В каком числовом диапазоне лежат скорости электронов, падающих на анод? Ответ:  $(6.5 \div 8.2) \cdot 10^5$  м/с.
- 28.20. На металлический шарик диаметром 1 см, находящийся в вакууме, падает монохроматическое излучение с частотой  $2\cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>. Установившийся равновесный заряд шарика 2,1 пКл. Из какого металла сделан шарик? Ответ: W.

#### 29. ВОЛНЫ де БРОЙЛЯ

Длина волны де Бройля движущейся частицы:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot V},$$

где h-постоянная Планка, m-масса частицы, V-ее скорость.

- 29.1. Какую энергию нужно дополнительно сообщить электрону, чтобы его длина волны де Бройля уменьшилась от 200 пм до 150 пм? Ответ: 28.9 эВ.
- 29.2. Электрон обладает кинетической энергией 30 эВ. Определить дебройлевскую длину волны электрона. Во сколько раз изменится эта длина волны, если кинетическая энергия уменьшится на 20%? Ответ:  $2.2\cdot10^{-10}\,\mathrm{m}$ ; 1.12.
- 29.3. Вычислить дебройлевские длины волн электрона, протона и атома урана, имеющих одинаковые кинетические энергии 200эВ. Ответ: 87 пм; 2 пм; 0,13 пм.
- 29.4. Найти дебройлевские длины волн для молекул азота и водорода, имеющих наиболее вероятные скорости при нормальных условиях. Ответ:  $3.5\cdot10^{-11}$  м;  $13.2\cdot10^{-11}$  м.
- 29.5. Дебройлевская длина волны протона при его ускорении в электрическом поле уменьшилась от  $10^{-10}\,\mathrm{m}$  до  $3\cdot10^{-11}\,\mathrm{m}$ . На сколько увеличилась энергия протона? Ответ:  $0,83\,\mathrm{3B}$ .
- 29.6. Какова дебройлевская длина волны электрона, имеющего кинетическую энергию 1 МэВ? Ответ: 0,12 пм.
- 29.7. Вычислить дебройлевские длины волн для электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов 10 В. Ответ: 390 пм; 9,1пм

- 29.8. На какую величину и на сколько процентов по отношению к нормальным условиям должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны его молекул уменьшилась на 10%? Ответ: 64 К; 23%.
- 29.9. Какую укоряющую разность потенциалов в электрическом поле должна пройти  $\alpha$ -частица, чтобы ее дебройлевская длина волны уменьшилась от 180 пм до 50 пм? Масса  $\alpha$  –частицы m= 4a.e.м, а заряд q=2e. Ответ: 38 мВ.
- 29.10.  $\alpha$ -частица была ускорена в электрическом поле с разностью потенциалов  $\Delta \phi$ . При этом на выходе из поля ее дебройлевская длина волны оказалась равной 2,62 пм. Какую дебройлевскую длину волны будет иметь позитрон, если его ускорить в этом же электрическом поле? Ответ: 31,6 пм.
- 29.11. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти релятивистский электрон, чтобы его дебройлевская длина волны оказалась равной 1,8 пм? Ответ: 350 кВ.
- 29.12. Найти дебройлевскую длину волны протонов, движущихся со скоростью  $0.9 \cdot \mathbb{C}$  (где  $\mathbb{C}$  скорость света). Во сколько раз изменится эта длина волны, если кинетическая энергия протона уменьшится в 1000 раз? Ответ:  $6.3 \cdot 10^{-16}$  м; 41.
- 29.13. Атом водорода, находящийся первоначально в основном состоянии, поглотил фотон с энергией 17 эВ. Какую дебройлевскую длину волны будет иметь выбитый электрон вдали от атома? Ответ: 0,667 нм.
- 29.14. Фотон с длиной волны 82 нм ионизирует атом водорода, который находился в невозбужденном состоянии. Какую дебройлевскую длину волны будет иметь образовавшийся свободный электрон? Ответ: 1нм.
- 29.15. Электрон обладает кинетической энергией 1,02 МэВ. Во сколько раз изменится его дебройлевская длина волны, если кинетическая энергия уменьшится вдвое? Ответ: 1,6 раза.
- 29.16. Электрон движется по окружности радиусом 1 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,05 Тл. Какова дебройлевская длина волны этого электрона? Ответ: 8,3 пм.
- 29.17. Пучок параллельно движущихся электронов, имеющих скорости  $10^6$  м/с, падает нормально на диафрагму с длинной щелью шириной 1 мкм. На экране за щелью на расстоянии 0,5м образуется дифракционная картина. Определить линейное расстояние между дифракционными минимумами первого порядка. Ответ: 0,36 мм.
- 29.18.  $\alpha$ -частица, движущаяся по окружности радиусом 10 см в однородном магнитном поле, длину волны, равную 10 пм. Найти индукцию магнитного поля, в котором движется частица. Ответ: 2 мТл.
- 29.19. Найти дебройлевскую длину волны электрона, движущегося по круговой орбите в атоме водорода, находящегося в основном состоянии. Сравнить ее с длиной орбиты. Ответ: 3,3·10<sup>-10</sup> м.

- 29.20. Во сколько раз изменяется дебройлевская длина волны электрона при переходе его в атоме водорода из основного энергетического состояния в первое возбужденное? Ответ: 2.
- 29.21. Сколько дебройлевских длин волн укладывается на длине орбиты электрона в атоме водорода: 1) в невозбужденном состоянии? 2) в первом возбужденном состоянии? 3) на пятой орбите? Ответ:1, 2, 5.
- 29.22. Из теории Бора для атома водорода следует, что стационарными для электронов атома являются такие орбиты, на длине которых укладывается целое число длин дебройлевских волн. Исходя из этого, найдите числовые значения момента импульса электрона в атоме водорода на первых трех боровских орбитах. Ответ:1,05·10<sup>-34</sup> Дж·с;  $2,1\cdot10^{-34}$  Дж·с;  $3,16\cdot10^{-34}$  Дж·с.
- 29.23. Поток одинаково ускоренных электронов падает нормально на щель шириной 0,2 мкм. В дифракционной картине за щелью минимум второго порядка наблюдается под углом 2,9<sup>0</sup>. Найти по этим данным разность потенциалов ускоряющего электрического поля. Ответ: 0,06 В.
- 29.24. Параллельный поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной шириной 1 мкм. Определить скорости этих электронов, если на экране, расположенном от щели на расстоянии 50 см, ширина центрального дифракционного максимума равна 0.36 мм. Ответ:  $2 \cdot 10^6$  м/с.
- 29.25. Известно, что движущиеся нерелятивистские протон и альфа-частица имеют одинаковые дебройлевские длины волн. Во сколько раз отличаются их кинетические энергии? Ответ: 4.

# 30. СООТНОШЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \ge \hbar$$
.

Соотношение неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$
.

- 30.1. Определить неточность в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью 2,2 Мм/с, если допустить, что неточность в определении скорости составляет 10% от ее величины. Сравнить полученную неточность с размером атома и выяснить, применимо ли понятие «траектории» в данном случае. Ответ: 0,53 нм.
- 30.2. Оценить с помощью соотношения неопределенностей неопределенность скорости электрона в атоме водорода, полагая, что размер атома равен 0,2 нм. Сравнить полученное значение со скоростью электрона на первой боровской орбите данного атома. Можно ли применять классическую механику для описания поведения электрона в атоме водорода? Ответ: 0,6 Мм/с.

- 30.3. При движении частицы вдоль оси x скорость ее может быть определена с точностью (ошибкой) до 1 см/с. Найти неопределенность координаты, если частицей является: 1) электрон, 2) дробинка массой 0.1г. Ответ: 0.01м;  $10^{-28}$ м.
- 30.4. Сравнить неопределенность в определении скорости  $\alpha$ -частицы (энергия 6 МэВ), если ее координата установлена с точностью до 10-5 м, и шарика массой  $10^{-4}$  кг, если координата его центра тяжести определена с такой же точностью. Какую механику (классическую или квантовую) необходимо использовать в данном случае для описания поведения этих частиц? Ответ:  $1,6\cdot10^{-3}$ м/с,  $\sim10^{-25}$ м/с, классическая.
- 30.5. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм. Оценить относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона. Ответ:  $5\cdot 10^{-3}$  %.
- 30.6. Моноэнергетический поток электронов с энергией 10 эВ падает на щель шириной a. Можно считать, что когда электрон проходит через цель, его координата известна с неточностью  $\Delta x=a$ . Оценить получаемую при этом относительную неточность в определении импульса  $\Delta p/p$  электрона в двух случаях: 1) a =100нм, 2) a =0,1нм. В каком случае можно пользоваться классической механикой? Ответ:  $6,2\cdot10^{-4}$ ; 0,62.
- 30.7. Пылинки массой по  $10^{-12}$  г взвешены в воздухе и находятся в тепловом равновесии с ним. Можно ли установить, наблюдая за движением пылинок, отклонение от законов классической механики? Принять, что воздух находится при нормальных условиях, пылинки имеют сферическую форму, плотность вещества пылинок равна  $2 \cdot 10^3$  кг/м $^3$ . Ответ: нет.
- 30.8. Во сколько раз дебройлевская длина волны частицы меньше неопределенности  $\Delta x$  ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%? Ответ:  $\sim$ 16.
- 30.9. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность в определении импульса этой частицы. Ответ: 0,16.
- 30.10. Используя соотношение неопределенностей для координаты и импульса найти выражение, позволяющее оценить минимальную кинетическую энергию электрона, находящегося в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной  $\ell$ . Ответ:  $\frac{\hbar^2}{2ml^2}$ .
- 30.11. Используя соотношение неопределенностей оценить минимальную кинетическую энергию электрона в атоме водорода. Принять, что линейный размер атома  $\sim$ 0,1 нм. Ответ:  $\sim$ 4 эВ.
- 30.12. Показать, используя соотношение неопределенностей, что в ядре не могут находится электроны. Линейные размеры ядра принять равными 5 фм.

- 30.13. Приняв, что минимальная энергия нуклона в ядре равна 10 МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра. Ответ: 1,4 фм.
- 30.14. Электронный пучок ускоряется в электронно-лучевой трубке напряжением  $500~\rm B$ . Принимая, что неопределенность импульса равна 0.1% импульса электрона, найти неопределенность его координаты. Ответ:  $8.7\cdot 10^{-9}~\rm M$ .
- 30.15. Ширина следа электрона, обладающего энергией 1,5 кэВ, на фотопластинке, полученного с помощью камеры Вильсона, составляет  $\Delta x$ =1 мкм. Можно ли по этому следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики?

Ответ:  $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-6}$ ; нет.

- 30.16. Электронный пучок ускоряется напряжением 1 кВ. Известно, что неопределенность скорости электронов составляет  $10^{-3}$  от ее числового значения. Найти неопределенность координаты электрона. Являются ли электроны в данных условиях классическими частицами? Ответ:  $6.2 \cdot 10^{-9}$  м.
- 30.17. Определить отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до  $10^{-5}$  м, и пылинки массой  $10^{-12}$  кг, если ее координата установлена с той же точностью. Ответ:  $\sim 10^{18}$ .
- 30.18. Электронный пучок выходит из электронной пушки, ускоренный разностью потенциалов 200 В. Определить, можно ли одновременно измерить траекторию электрона с точностью до 100 пм (порядка диаметра атома) и его скорость с точностью 10%. Ответ: нет.
- 30.19. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с очень высокими стенками. Ширина ямы ℓ. Оценить с помощью соотношения неопределенностей силу давления электрона на стенки ямы при минимально возможной его энергии.

Otbet: 
$$F = \frac{\hbar^2}{m\ell^3}$$
.

- 30.20. Используя соотношение неопределенностей для энергии и времени оценить ширину энергетического уровня в атоме водорода, находящегося: 1) в основном состоянии; 2) в возбужденном состоянии с временем жизни  $\sim 10^{-8}$ с. Ответ:  $0, 10^{-7}$ эВ.
- 30.21. Атом излучил фотон с длиной волны 0,58 мкм за время  $\sim 10^{-8}$  с. Оценить неопределенность  $\Delta x$ , с которой можно установить координату фотона в направлении его движения, и относительную неопределенность его длины волны. Ответ: 3 м;  $3\cdot 10^{-8}$ .
- 30.22. Свободно движущаяся частица имеет относительную неопределенность кинетической энергии равную  $1,6\cdot10^{-4}$ . Оценить, во

сколько раз неопределенность координаты такой частицы больше ее дебройлевской длины волны. Ответ: 2000.

- 30.23. Возбужденный атом испускает фотон в течение  $\sim 0.01$  мкс. Длина волны излучения 600 нм. Найти с помощью соотношений неопределенностей с какой относительной точностью может быть определена энергия фотона. Ответ:  $3.2\cdot10^{-6}$  %.
- 30.24. Определить с помощью соотношений неопределенностей степень монохромотичности  $\Delta\lambda/\lambda$  первой фиолетовой линии в спектре излучения водорода, если известно, что время перехода электрона с пятой орбиты на вторую  $\sim \! 10\,$  нс, а энергия излучаемого фотона равна 2.87 эВ. Ответ:  $2.3 \cdot 10^{-8}$ .

# 31. ЧАСТИЦА В БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

Уравнение Шредингера для частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0$$

Волновая функция для частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме:

$$\psi(x) = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx}$$
, или  $\psi(x) = C \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$ .

Энергия частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} n^2$$

где :  $\psi$ - волновая функция частицы, х- координата, m-масса, E- кинетическая энергия частицы,  $C_I$ ,  $C_2$ , C- амплитудные значения волновой функции,  $\ell$ - геометрическая ширина ямы,  $\hbar$ - постоянная Планка, k- волновое число,  $i=\sqrt{-1}$ , n=1,2,3

31.1. Собственная функция, описывающая состояние микрочастицы в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной  $\ell$ , имеет вид  $\psi_n(x) = C \sin \frac{\pi n}{l} x$ . Используя условия нормировки, определить постоян-

ную 
$$C$$
. Ответ:  $C = \sqrt{\frac{2}{l}}$ 

31.2. Решение уравнения Шредингера для микрочастицы массой m в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l можно записать в виде:  $\psi_x = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx}$  где  $K = \sqrt{2mE} / \hbar$ . Используя гра-

ничные условия нормировки  $\psi$  - функции, определить: 1) коэффициенты  $C_I$  и  $C_2$ ; 2) собственные значения энергии  $E_n$ . Найти выражение для собственной нормированной  $\psi$  - функции. Ответ: 1)  $C_1$ =- $C_2$ =1/ $\sqrt{2l}$ ; 2)  $E_n = \pi^2\hbar^2n^2/2ml^2$  и  $\psi = i\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$ .

31.3. Изобразить на графике вид первых трёх собственных  $\psi$  функций описывающих состояние электрона в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной  $\ell$  , а также вид  $|\psi_n(x)|^2$ . Установить соответствие между числом N узлов волновой функции (числом точек, где волновая функция обращается в нуль в интервале  $0 < x < \ell$ ) и квантовым числом n. Функцию считать нормированной на единицу.

Ответ: Число узлов N растёт с увеличением квантового числа n: N = n-1, т. е. на единицу меньше, чем квантовое число. С увеличением энергии число узлов возрастает.

31.4. Частица в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной  $\ell$  находится в возбуждённом состоянии с  $\mathbf{n}=2$ . Определить, в каких точках интервала  $0 < x < \ell$  плотность вероятности  $|\psi_n(x)|^2$  нахождения частицы максимальна и минимальна.

Ответ: максимальна при 
$$X_1 = \frac{l}{4}$$
 и  $X_3 = 3l/4$ ; минимальна при  $X_2 = \frac{l}{2}$ .

- 31.5. Электрон находится в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной  $\ell$ . В каких точках в интервале  $0 < x < \ell$  плотность вероятности нахождения электрона на первом и втором энергетических уровнях одинакова? Вычислить плотность вероятности для этих точек. Решение пояснить графически. Ответ:  $x_1 = \ell/3$ ,  $x_2 = 2\ell/3$ ,  $|\psi(x)|^2 = \frac{3}{21}$ .
- 31.6. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной имея минимальную энергию. Какова вероятность обнаружения частицы в средней трети ямы? Ответ: 0,609.
- 31.7. Электрон движется в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной 0,6 нм имея энергию 16,6 эВ. Какова вероятность обнаружения этого электрона в первой четверти ямы? Ответ: 0,25.
- 31.8. Электрон находится в сильно связанном состоянии и может двигаться только в одном координатном направлении в пределах отрезка 1,12 нм. Какую энергию необходимо сообщить электрону, чтобы он перешел из нормального энергетического состояния в первое возбужденное? Как при этом изменится вероятность обнаружения электрона в центре отрезка? На второй вопрос задачи дать качественный ответ, обосновав его графически. Ответ: 0,9 эВ.

- 31.9. В бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной  $\ell$ = 792 пм находится электрон в первом возбужденном состоянии. Электрону дополнительно сообщили энергию 7,2 эВ. Как в результате этого изменится плотность вероятности обнаружения электрона в точке x= $\ell$ /4 потенциальной ямы? Ответ: от 2,5·10  $^9$  м<sup>-1</sup> до 0.
- 31.10. Микрочастица в бесконечно глубокой потенциальной яме находится в основном энергетическом состоянии. Какова вероятность обнаружения частицы в крайней трети ямы? Ответ: 0,195.
- 31.11. В одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной  $\ell$  находится электрон в невозбужденном энергетическом состоянии. Вычислить вероятность обнаружения электрона в интервале шириной  $l_4$ , равноудалённом от стенок ямы. Ответ: 0,475.
- 31.12. Электрон в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell=1$  нм с бесконечно высокими стенками находится в возбуждённом состоянии с n=4. Определить: 1) энергию электрона; 2) вероятность обнаружения электрона в первой четверти ямы. Пояснить физический смысл полученного результата, изобразив графически плотность вероятности обнаружения частицы в данном состоянии. Ответ:  $1)E=2,4\cdot 10^{-17}Дж; 2) 0,25$ .
- 31.13. Волновая функция  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin(\frac{\pi x}{l})$  описывает основное энергетическое состояние частицы в бесконечно глубокой прямоугольной яме шириной  $\ell$ . Вычислить вероятность обнаружения частицы в малом интервале  $\Delta x$ =0,01 $\ell$  вблизи стенки ямы. Ответ: 6,6·10-6.
- 31.14. Волновая функция  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin(\frac{\pi x}{l})$  описывает основное состояние частицы в бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell$ . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале  $\Delta x$ =0,01 $\ell$  в средней части ямы  $\left(\frac{l}{2} \frac{\Delta x}{2}\right) \le x \le \left(\frac{l}{2} + \frac{\Delta x}{2}\right)$ . Ответ: 0.02.
- 31.15. Частица в одномерной потенциальной яме шириной  $\ell$  с бесконечно высокими вертикальными стенками находится в первом возбуждённом состоянии. Определить вероятность обнаружения частицы в области  $\frac{3}{8}l \le x \le \frac{5}{8}l$ . Пояснить решение графически. Ответ: 0,091.
- 31.16. В прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell$  с абсолютно непроницаемыми стенками  $0 < x < \ell$  находится частица в основном энергетическом состоянии. Какова вероятность нахождения этой частицы в области  $1/4 \le x \le 1/4$ . Поясните физический смысл полученного результата, изобразив графически плотность вероятности обнаружения частицы в данном состоянии. Ответ: 0.818.

- 31.17. Вычислить отношение вероятностей нахождения электрона на первом и втором энергетических уровнях в интервале  $\Delta x = \frac{l}{4}$ , равноудаленных от стенок одномерной потенциальной "ямы" шириной  $\ell$ . Поясните смысл полученного результата графически. Ответ: 5,22.
- 31.18. Микрочастица находится в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной  $\ell$ , имея минимальную энергию. Во сколько раз отличаются вероятности обнаружения частицы на отрезке шириной  $\ell/4$ , если этот отрезок лежит: a) в середине ямы;  $\delta$ ) на краю ямы? Поясните смысл полученного результата графически. Ответ:
- 31.19. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Во сколько раз различаются вероятности обнаружения электрона в средней части ямы на отрезке  $\Delta x = \ell/4$ , равноудаленном от стенок ямы: 1) в его основном энергетическом состоянии; 2) в возбужденном состоянии с n=2. Ответ: 5,22.
- 31.20. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell$  с бесконечно высокими стенками. Какова вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится во втором возбуждённом состоянии? Поясните физический смысл полученного результата, изобразив графически плотность вероятности обнаружения электрона в данном состоянии. Ответ: 0,33.
- 31.21. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell$  с бесконечно высокими стенками находится в возбуждённом состоянии с n=3. Определите, в каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы: 1) максимальна, 2) минимальна. Поясните полученный результат графически. Указание: запишите формулу вероятности нахождения частицы и решите задачу на экстремум. Ответ: 1) максимальна при  $x=\ell/6$ ,  $\ell/2$ ,  $5\ell/6$ ; 2) минимальна при  $x=\ell/3$ ,  $2\ell/3$ .
- 31.22. Микрочастица с массой  $m=10^{-30}$  кг находится в одномерной потенциальной яме шириной  $\ell=1$ нм и имеет энергию 3,08 эВ. Считая, что энергия частицы много меньше «глубины» ямы, найти графически вероятность ее обнаружения на отрезке от  $x_1 = \ell/3$  до  $x_2 = \ell/2$ . Ответ: 0,17.
- 31.23. Вычислите отношение вероятностей  $\omega_3/\omega_2$  обнаружения электрона на отрезке  $\frac{1}{4}l \le x \le \frac{1}{2}l$  в одномерной потенциальной яме шириной  $\ell$  с бесконечно высокими стенками, когда он находится в энергетических состояниях с n=3 и n=2. Ответ: 1,21.
- 31.24. Микрочастица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell$  с бесконечно высокими стенками. Вычислите отношение вероятностей  $\omega_5/\omega_3$  нахождения частицы на отрезке  $\frac{l}{3} \le x \le \frac{l}{2}$  на третьем (n=3) и пятом (n=5) энергетических уровнях. Ответ: 1,14.

- 31.25. В одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell$  с бесконечно высокими стенками находится микрочастица. На сколько отличаются вероятности обнаружения частицы  $(\omega_4-\omega_3)$  на отрезке  $\frac{l}{3} \le x \le \frac{l}{2}$ , если частица находится: 1) на четвертом энергетическом уровне; 2) на третьем энергетическом уровне? Ответ: 0,034.
- 31.26. В бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме находится микрочастица. Ширина ямы равна  $\ell$ . Вычислите отношение вероятностей  $\omega_4/\omega_5$  обнаружения частицы на интервале  $\frac{l}{3} \le x \le \frac{l}{2}$  при энергиях, соответствующих четвертому и пятому энергетическим уровням. Ответ: 1,06.

#### 32. БОРОВСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА ВОДОРОДА

Основные уравнения в теории атома водорода Бора:

условие вращения электрона массы m по круговой орбите радиуса r под действием кулоновской силы  $F_{\kappa y \pi}$  со стороны ядра

и условие Бора квантования момента импульса атома:

$$\begin{cases} F_{\kappa y\pi} = m \ a_{yc}; \\ m \ V \ r = n\hbar, \end{cases}$$

где n=1,2,3,...

- 32.1. Вычислить радиусы первых трех орбит электрона в атоме водорода. Ответ: 53 пм; 212 пм; 476 пм.
- 32.2. Определить скорость электрона на второй орбите в атоме водорода. Ответ:  $1,1\cdot 10^6$  м/с.
- 32.3. На сколько отличаются скорости электронов на первой орбите в атоме водорода и в ионе  $He^+$ ? Ответ:  $2,2\cdot 10^6$  м/с.
- 32.4. Вычислить для иона  ${\rm He^+}$  радиус первой боровской орбиты и скорость электрона на ней. Ответ: 26,5 пм; 4,4·10<sup>6</sup> м/с.
- 32.5. Найти силу взаимодействия ядра атома водорода и электрона, вращающегося по первой стационарной боровской орбите. Ответ:  $8.2\cdot 10^{-8}$  H.
- 32.6. Какая по номеру орбита электрона в ионе He<sup>+</sup> имеет радиус в 2 больше, чем вторая орбита электрона в атоме водорода? Ответ: 4.
- 32.7. Найти значение импульса электроны, вращающегося по первой боровской орбите в атоме водорода. Как изменяется величина импульса при переходе электрона на более далекие орбиты? Ответ:  $19.8\cdot10^{-25} \mathrm{kr\cdot m/c}$ ; уменьшается.

- 32.8. Определить частоту вращения электрона на второй орбите в атоме водорода. Ответ:  $8,2\cdot 10^{14}$  1/c.
- 32.9. Найти частоты вращения электрона на первой орбите в атоме водорода и в ионе  $He^+$ . Ответ:  $6.56 \cdot 10^{15}$  1/c,  $26.2 \cdot 10^{15}$  1/c.
- 32.10. Определить кинетическую энергию электрона на первой орбите в атоме водорода. Как она будет изменяться с увеличением номера орбиты? Ответ: 13,6 эВ. Уменьшается.
- 32.11. Найти период обращения электрона на первой боровской орбите в атоме водорода. Ответ: 1,43·10<sup>-16</sup> с.
- 32.12. Вычислить частоты  $n_2$  и  $n_3$  вращения электрона на второй и третьей орбитах в атоме водорода и сравнить их с частотой излучения, возникающего при переходе электрона с третьей орбиты на вторую. Ответ:  $8,2\cdot10^{14};\ 2,4\cdot10^{14};\ 4,6\cdot10^{14}\ 1/c$ .
- 32.13. На сколько отличаются периоды вращения электрона на второй орбите в ионе  $\mathrm{He^+}$  и в атоме водорода? Ответ:  $9,1\cdot 10^{-16}$  с.
- 32.14. Найти потенциальную энергию электрического взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода. Ответ:  $27,2/n^2$  эВ.
- 32.15.С каким ускорением движется электрон по первой орбите в атоме водорода? Ответ:  $9 \cdot 10^{22}$  м/с<sup>2</sup>.
- 32.16. Вычислить полную энергию электрона на первой орбите в атоме водорода и в ионе  $He^+$ . Ответ: 13,6 эВ; 54,5 эВ.
- 32.17. Вычислить индукцию магнитного поля в центре атома водорода, образованного вращением электрона по первой боровской орбите (считать вращающийся электрон круговым постоянным током). Ответ: 12,5 Тл.
- 32.18. Найти угловую скорость вращения электрона в атоме водорода на первых трех боровских орбитах. Ответ:  $41,1\cdot10^{15}$  c<sup>-1</sup>;  $5,1\cdot10^{15}$  c<sup>-1</sup>;  $1,5\cdot10^{15}$  c<sup>-1</sup>.
- 32.19. Сравните числовые значения импульса электроны на второй боровской орбите в атоме водорода и в ионе  $\mathrm{He^+}$ . Ответ:  $9,92\cdot10^{-25}\mathrm{kr\cdot m/c}$ ;  $19.8\cdot10^{-25}\mathrm{kr\cdot m/c}$ .
- 32.20. Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорение электрона на произвольной стационарной орбите в ионе  ${\rm He^+}$ . Ответ:  $7.2\cdot 10^{23}/{\rm n^4~m/c^2}$ .
- 32.21. Какой кинетической энергией обладает электрон в ионе  $\mathrm{He^+}$ , если его орбитальный магнитный момент равен  $4,64\cdot10^{-23}~\mathrm{A\cdot m^2?}$  Ответ: 2,2эВ.
- 32.22. Найти импульс электрона в атоме водорода, если индукция магнитного поля, созданного им в центре орбиты при вращении, равна  $0.39~\rm Tл.~Oтвет:~10^{-24}~\rm kr\cdot m/c.$

## 33. ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМА ВОДОРОДА И ВОДОРОДОПОДОБНЫХ ИОНОВ

Формула Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

$$\omega = R'Z^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

где  $\lambda$  — длина волны фотона, возникающего при переходе электрона в водородоподобном ионе с k — ой орбиты на m — ую;

 $\omega$  – частота перехода между энергетическими уровнями с квантовыми числами k и m:

Z- порядковый номер иона в таблице Менделеева,

R, R'- постоянная Ридберга ( $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ ,  $R' = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}$ ).

- 33.1. Вычислить для атомарного водорода длины волн видимой части спектра излучения. Ответ: 655 нм; 485 нм; 433 нм; 410 нм.
- 33.2. Определить длину волны, соответствующую третьей линии серии Бальмера: 1) В спектре излучении водорода, 2) В спектре излучения иона гелия. Ответ: 434нм, 109нм.
- 33.3. Найти наибольшую и наименьшую длины волн серии Пашена в спектре излучения водорода. Сравнить полученные значения с длинами волн видимого излучения. Ответ: 1,87 мкм, 0,82 мкм.
- 33.4. Рассчитать и изобразить на шкале длин волн спектральные интервалы, в которых заключены серии Лаймана, Бальмера и Пашена для атомарного водорода. Выделить на этой шкале видимую часть спектра.
- 33.5. Вычислить частоту и энергию фотона, соответствующего второй линии серии Лаймана спектра водорода. Ответ:  $2,9\cdot10^{15}$   $\Gamma$ ц; 12,1 эВ.
- 33.6. Определить наибольшую и наименьшую энергии фотонов ультрафиолетовой серии спектра излучения водорода. Ответ: 13,6 эВ; 10,2 эВ.
- 33.7. Определить длины волн головных линий и коротковолновых границ серий Лаймана и Бальмера атомарного водорода. Ответ: 121 и 655нм; 91 и 364 нм.
- 33.8. Рассчитать длину волны и частоту света, соответствующего пятой линии серий Лаймана и Пашена в спектре излучения водорода. В каких областях спектра лежат эти линии? Ответ: 93,4 нм и  $3.2\cdot10^{15}$  Гц; 954,7нм и  $0.31\cdot10^{15}$  Гц.
- 33.9. Покоившийся атом водорода испустил фотон, соответствующий второй линии серии Лаймана. Какую скорость приобрел при этом атом? Ответ: 3,9 м/с.

- 33.10. Покоящийся ион  $He^+$  испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Найти энергию, импульс и массу этого фотона. Ответ: 41,4 эB;  $2,2\cdot10^{-26}$ кг·м/с;  $7,4\cdot10^{-35}$ кг.
- 33.11. Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на первый. Определить энергию, длину волны, массу и импульс излученного фотона. Ответ: 12,8 эВ; 97нм;  $2,3\cdot10^{-35}$ кг;  $6,8\cdot10^{-27}$ кг·м/с.
- 33.12. Если считать, что граница между видимым и ультрафиолетовым излучениями составляет 0,4 мкм, то сколько линий серии Бальмера можно в принципе увидеть невооруженным глазом в спектре излучения водорода? Ответ: 4.
- 33.13. Во сколько раз различаются длины волн излучения атомарного водорода, соответствующие первой и третьей линиям в сериях Бальмера и Пашена? Ответ: 1,5 и 1,7.
- 33.14. Определить энергии фотонов, соответствующих головным линиям серий Лаймана, Бальмера и Пашена в спектре излучения водорода. Ответ: 10,2 эВ; 1,9 эВ; 0,66 эВ.
- 33.15. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состоянии испускает только три спектральные линии. Определите длины волн этих линий и укажите, каким сериям они принадлежат. Ответ: серии Лаймана: 121,6 нм, 102,6 нм; серии Бальмера: 656,3 нм.
- 33.16. Какие линии содержит спектр атомарного водорода в диапазоне длин волн от 95 до 130 нм? Ответ: 97,0 нм; 102,3 нм; 121,6 нм.
- 33.17.Какому элементу принадлежит спектр, длины волн которого в 4 раза короче, чем у атома водорода? Определить для этого иона длину волны, соответствующую коротковолновой границе серии Лаймана. Ответ:  $He^+$ ,  $2,3\cdot10^{-8}$ м.
- 33.18. Вычислить постоянную Ридберга, если известно, что для ионов  $\mathrm{He^+}$  разность длин волн между головными линиями серии Бальмера и Лаймана равна 133,7 нм. Ответ:  $1,1\cdot10^7$  м<sup>-1</sup>.
- 33.19. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волна  $\lambda$ =121,5 нм. На какую орбиту перешел электрон? Определить радиус этой орбиты.
- 33.20. Электрон при переходе в атоме водорода из некоторого возбужденного состояния в основное энергетическое состояние излучил последовательно два фотона с длинами волн 121,2 нм и 656,3 нм. На какой по номеру орбите находился первоначально электрон? Ответ:3.
- 33.21. В спектре излучения некоторых водородоподобных ионов длина волны третьей линии серии Бальмера равна 108,5 нм. Найти для этих ионов энергию связи электрона в основном состоянии. Ответ: 54,4 эВ (He $^+$ ).

- 33.22. Атом водорода в основном состоянии поглотил фотон с длиной волны 102,3 нм. На какую орбиту перешел электрон? Фотоны с какими длинами волн может излучить такой атом при обратном переходе в основное состояние? Ответ: 3; 102,6 нм; 121,6 нм; 656,3 нм.
- 33.23. Найти квантовое число n, соответствующее возбужденному состоянию иона  $\mathrm{He^+}$ , если при переходе в основное состояние ион испусти последовательно два фотона с длинами волн 108,5 нм и 30,4 нм. Ответ: 5.
- 33.24. Возбужденный атом водорода перешел в основное энергетическое состояние и излучил фотон с длиной волны 97,3 нм. Вычислить энергию связи электрона в исходном возбужденном состоянии. Ответ: 0.85 эВ.
- 33.25. С какой минимальной кинетической энергией должен двигаться атом водорода, чтобы при неупругом лобовом соударении с другим, покоящимся, атомом водорода один из них оказался способным испустить фотон? Считать, что до соударения оба атома находились в основном состоянии. Ответ: 20,5 эВ.

## 34. РАДИОАКТИВНОСТЬ

Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \ \lambda = \frac{\ell n2}{T},$$

Активность радиоактивного изотопа:

$$A = \frac{\Delta N}{t},$$
$$A = \lambda \cdot N,$$

где  $N_0$ - начальное число ядер (атомов) радиоактивного элемента,

N- число оставшихся (не распавшихся) ядер спустя время t,

 $\Delta N$ -число ядер распавшихся за время t,

 $\lambda$ - постоянная распада,

Т- период полураспада.

- 34.1. Определите период полураспада и начальную активность висмута  $^{210}_{83}Bi$ , если известно, что висмут массой m = 1 г, выбрасывает 4,58·10<sup>15</sup>  $\beta$  частиц за 1 секунду. Во сколько раз изменится активность за месяц? Ответ: 5 суток; 64 раза.
- 34.2. Первоначальная масса изотопа иридия  $^{192}_{77}Ir$  равна m = 5 г, период полураспада 75 суток. Определите, сколько ядер распадется за 1 секунду в этом препарате. Сколько атомов этого препарата останется через 30 суток и во сколько раз изменится активность препарата за это время? Ответ:  $1,67\cdot10^{15}$ ;  $1,2\cdot10^{22}$ ; 1,32.

- 34.3. Период полураспада изотопа натрия  $^{24}_{11}Na$  равен T = 15 ч, первоначальная масса m = 1 мкг. Определите, сколько  $\beta$  частиц испускает этот изотоп за один час и чему будет равна его активность по истечении часа. Ответ:  $1,13\cdot10^{15}$ ;  $3\cdot10^{11}$  Бк.
- 34.4. Найдите постоянную распада, среднее время жизни и период полураспада радиоактивного изотопа  $^{55}_{27}Co$ , если известно, что его активность уменьшается на 4% за час. За какое время активность этого изотопа уменьшится на 40%? Ответ:  $4.08\cdot10^{-2}$  1/час; 24,5 час; 17 час; 12,5 час.
- 34.5. Препарат  $^{238}_{92}U$  массы m = 1 г излучает 1,24·10<sup>4</sup>  $\alpha$  частиц в секунду. Найдите период полураспада этого препарата, его начальную активность и активность через 1мрд лет. Ответ: 4,5·10<sup>9</sup>лет; 12,4кБк; 10.6кБк.
- 34.6. Найдите постоянную распада и период полураспада радона  $^{222}_{86}Rn$ , если известно, что число атомов радона уменьшается за время t=1 сут на 18,6%. Ответ: 0.2 сут $^{-1}$ ; 3.5 суток.
- 34.7. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада  $\lambda = 4\cdot 10^{-7}~c^{-1}$ . Определите, через какое время распадется 75% первоначальной массы препарата. Во сколько раз изменится активность этого препарата за это время? Ответ: 0,11 года; 4.
- 34.8. При распаде радиоактивного полония-210 массой m=0,66 г в течение времени t=1 ч образовался гелий, который при нормальных условиях занял объем V=89,5 мм $^3$ . Определите период полураспада полония. Ответ: 138 сут.
- 34.9. В результате распада массы m=1 г радия-226 за время t=1год образовалась некоторая масса гелия, занимающая при нормальных условиях объем V=43 мм<sup>3</sup>. Найдите из этих условий период полураспада радия. Ответ: 1600 лет.
- 34.10. В таблице приведены результаты измерения зависимости активности *а* некоторого радиоактивного элемента от времени t. Определите период полураспада этого элемента. Ответ: 3.9 час.

	71			- )-		
t, ч	0	3	6	9	12	15
<i>a</i> ,·10 <sup>7</sup> Бк	21,6	12,6	7,6	4,2	2,4	1,8

34.11. Свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, поэтому из отношения массы урана в руде к массе свинца в ней можно определить возраст руды. Найдите возраст урановой руды, если известно, что на массу  $m_1$ =1 кг урана  $^{238}_{92}U$  приходится масса  $m_2$ =320 г свинца  $^{206}_{82}Pb$ . Период полураспада урана 4,5 мрд. лет. Ответ: 2 мрд. лет.

- 34.12. Предприятие, производящее сварочные работы, закупило для дефектоскопии сварных швов радиоизотоп иридий-192 (период полураспада 75 суток) с начальной активностью 10<sup>13</sup> Бк. Какова масса этого радиоактивного изотопа? Как изменится активность источника спустя нормативный срок его работы (3 года)? Ответ: 0,03 г; 420 МБк.
- 34.13. Масса радиоактивного препарата за двое суток уменьшилась в 3 раза. За какое время масса препарата уменьшится в 6 раз? Каков период полураспада такого радиоактивного элемента? Ответ: 3,26суток; 1,26 суток.
- 34.14. Период полураспада изотопа  $^{14}_{\ 6}C$  равен 5570 лет. Определите возраст древних деревянных предметов, если известно, что удельная активность изотопа  $^{14}_{\ 6}C$  у них составляет 3/5 удельной активности этого изотопа в только что срубленных деревьях. Ответ: 4100 лет.
- 34.15. В урановой руде отношение числа ядер  $^{238}_{92}U$  к числу ядер  $^{206}_{82}Pb$  равно 2,8. Оценить возраст руды, считая, что весь свинец является конечным продуктом распада уранового ряда. Период полураспада  $^{238}_{92}U$  равен 4,5·10° лет. Ответ: 2 мрд. лет.
- 34.16. Зная периоды полураспада радия-226 и урана-238 ( $T_{U}$ =  $4,5\cdot 10^9$  лет,  $T_{Ra}=1620$  лет), найдите число атомов урана, приходящееся на один атом радия в природной урановой руде. Ответ:  $2,8\cdot 10^6$ .
- 34.17. Определите, какая доля первоначальной массы радиоактивного изотопа распадется и как изменится активность этого препарата за среднее время его жизни. Ответ: 63%; уменьшится в 2,72 раза.
- 34.18. Для снижения удельной активности радиоизотопа к массе  $m_1$ = 10 мг радиоактивного изотопа  $^{43}_{20}Ca$  (период полураспада 40,5 года) добавлена масса  $m_2$  = 30 мг нерадиоактивного изотопа  $^{40}_{20}Ca$ . Определите, на сколько уменьшилась удельная активность радиоактивного источника. Ответ:  $8\cdot 10^{15}\,\mathrm{Бк/kr}$ .
- 34.19. Радиоактивные препараты Ra-226 и Sr-90 имеют одинаковую активность 1 Кю. Каковы массы этих препаратов? Во сколько раз изменятся активности препаратов за 100 лет? Ответ: 1 г;  $7\cdot10^{-3}$ г; 1,04; 11,9.
- 34.20. Какую массу  $m_1$  радиоактивного изотопа  $^{210}_{83}Bi$  нужно добавить к  $m_2$  =5 мг нерадиоактивного изотопа  $^{209}_{83}Bi$ , чтобы через время t=10 сут после этого отношение числа распавшихся атомов к числу нераспавшихся было равно 0,5? Постоянная распада изотопа  $^{210}_{83}Bi$  равна  $\lambda$  = 0,14 сут<sup>-1</sup>. Ответ: 4 мг.
- 34.21. Больному ввели внутривенно раствор объемом 1 см<sup>3</sup>, содержащий искусственный радиоизотоп натрия  $^{24}_{-1}Na$  активностью  $a_0$ =2000 с<sup>-1</sup>.

Активность крови объемом 1 см<sup>3</sup>, взятой через 5 часов, оказалась  $a = 0.27c^{-1}$ . Найдите объем крови человека. Период полураспада используемого изотопа равен 15 час. Ответ: 6 л.

- 34.22. Определите, какое количество теплоты выделяется при распаде радона начальной активностью  $A_0=3,7\cdot 10^{10}$  Бк за время t=1ч и за среднее время жизни, если энергия вылетающей  $\alpha$  частицы W=5,5 МэВ. Энергией отдачи дочернего ядра пренебречь. Ответ: 9,8 кДж.
- 34.23. Масса m = 1 г урана  $\frac{238}{92}U$  в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность P =  $1.07 \cdot 10^{-7}$  Вт. Найдите теплоту, выделяемую ураном за среднее время жизни ядер урана. Ответ:  $1.3 \cdot 10^{10}$ Дж.

#### 35. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

ВНИМАНИЕ! Все записываемые ядерные реакции должны быть обоснованы законами сохранения.

Справочная таблица

Частица	Электрический	Барионный	Лептонный	Спин
	заряд	заряд	заряд	
электрон $_{-1}^{0}$ е	-1	0	+1	±1/2
позитрон $_{+1}^{0}$ е	+1	0	-1	±1/2
нейтрино $U$	0	0	+1	± 1/2
антинейтрино $\widetilde{\mathcal{O}}$	0	0	-1	±1/2
протон 1 р	+1	+1	0	±1/2
нейтрон ${}_0^1$ <b>n</b>	0	+1	0	±1/2

- 35.1. Ядро бериллия-7  $\beta$ -радиоактивно по схеме К-захвата. Записать реакцию. Какие частицы при этом образовались?
- 35.2. Нейтринное излучение звезды может возникнуть за счет объединения двух протонов с образованием дейтона. Запишите реакцию. Какие частицы еще образуются в этой реакции?
- $35.3.~\mathrm{B}$  центре солнца протекает термоядерная реакция синтеза гелия из водорода, в которой из четырех протонов образуется ядро  $\mathrm{He^4}$  и два позитрона. Запишите эту реакцию. Еще какие частицы образуются в ней?
- 35.4. При бомбардировке изотопа  $^{14}_{7}N$  нейтронами получается изотоп углерода  $^{14}C$  , который оказывается  $\beta$ -радиоактивным. Напишите уравнения обеих реакций.

- 35.5. Висмут-210 является  $\alpha$ -радиоактивным изотопом, а образованное им дочернее ядро  $\beta$ -радиоактивным. Запишите обе ядерные реакции и найдите продукт этих распадов. Какие еще частицы (кроме  $\alpha$  и  $\beta$ ) образуются в этих реакциях?
- 35.6. Какой изотоп образуется из  $^{238}_{92}U$  после двух  $\beta$ -распадов и одного  $\alpha$ -распада? Какие еще частицы образуются в этих превращениях?
- 35.7. Радон-222 и его дочернее ядро  $\alpha$ -радиоактивны, а два последующих в цепочке превращений ядра  $\beta$ -радиоактивны. Запишите и обоснуйте суммарную реакцию этих четырех ядерных превращений. Какое ядро в результате образуется?
- 35.8. При бомбардировке изотопа алюминия  $^{27}_{13}Al$   $\alpha$ -частицами получается радиоактивный изотоп  $^{30}_{15}P$ , который затем распадается с выделением позитрона. Написать уравнения обеих реакций.
- 35.9. Последовательный ряд радиоактивных распадов ядер, начинающийся с радия-226, включает в себя три  $\alpha$ -превращения и два  $\beta$ -превращения. Какой изотоп, сколько и какие нейтрино при этом образуется?
- 35.10. Какой изотоп образуется из  $^{8}_{3}Li$  после одного  $\beta$ -распада и одного  $\alpha$ -распада?
- 35.11. Сколько  $\alpha$  и  $\beta$ -распадов испытывает уран-238, превращаясь в конечном счете в стабильный изотоп свинца-206? Какие еще частицы образуются в этих превращениях?
- 35.12. Почему невозможно протекание записанных ниже ядерных реакций :  $^{14}C + p = N^{13} + n$  ,  $^{40}K + ^{-1}e = ^{39}Ar + n$  ?
- 35.13. Ядро  $^{62}$  Zn захватило электрон с K-слоя атома, а спустя некоторое время образованное ядро испустило позитрон. Какое ядро получилось в результате этих превращений?
- 35.14. Какой изотоп образуется из  $\alpha$ -радиоактивного  $^{226}Ra$  в результате пяти  $\alpha$ -распадов и четырех  $\beta$ -распадов ?
- 35.15. Радиоактивный ряд  $\alpha$  и  $\beta$ -распадов нептуния-237 оканчивается висмутом-209. Сколько ядер содержит этот ряд? Какие и сколько частиц при этом образуется?
- 35.16. Найдите физические причины, по которым запрещено протекание следующих ядерных реакций:  $^7Li+p=He^3+lpha$  ,  $^{56}Fe+lpha=Cu^{60}+eta$  .
- 35.17. Некоторый радиоактивный ряд  $\alpha$  и  $\beta$ -распадов оканчивается свинцом-206 и содержит восемь  $\alpha$ -распадов. Каким изотопом урана этот ряд начинается? Сколько  $\beta$ -распадов содержит этот ряд?
- 35.18. Какой изотоп образуется из  $^{238}U$  после трех  $\alpha$ -распадов и двух  $\beta$ -распадов? Сколько нейтрино при этом образуется?

- 35.19. Ядро урана-238 поглотив нейтрон испускает последовательно 2 электрона. Запишите эти три реакции. Какой трансурановый элемент образуется при этом?
- 35.20. В ядерной реакции  ${}^9Be(\alpha, \mathbf{n})X$  образуются нейтроны. В свободном состоянии нейтрон является нестабильной частицей и, распадаясь, превращается в протон. Запишите обе реакции. Какие частицы при этом еще образуются?
- 35.21. Какой из приведенных ниже процессов запрещен законами сохранения:  $p + e^{-1} \rightarrow n + \nu$ ,  $n \rightarrow p + e^{-1} + \nu$ ?
- 35.22. Спонтанное деление ядра  $^{238}U$  приводит к образованию двух ядер, одним из которых является стронций-96, и вылету трех нейтронов. Запишите эту реакцию и назовите второе образующееся ядро. Запишите реакцию  $\beta$ -распада стронция-96.
- 35.23. По современным представлениям ядро  $^7Li$  может образоваться только в результате соединения изотопов  $^3He$  и  $^4He$  с последующим захватом электрона промежуточным ядром. Запишите обе реакции. Какие еще частицы образуются при этом?
- 35.24. При ядерном взрыве ядро урана-238 подверглось облучению мощным потоком нейтронов. В результате последующих восьми  $\beta$  распадов оно превратилось в трансурановый изотоп фермий  $^{255}_{100}Fm$ . Сколько всего нейтронов поглотило ядро урана? Запишите суммарную ядерную реакцию.
- 35.25. В радиоактивном ряду урана ядро висмута-212 может превратиться в ядро свинца-208 двумя способами (претерпевая  $\alpha$  и  $\beta$ -распады), напишите возможные реакции. Какие промежуточные ядра и какие частицы при этом образуются?
- 35.26. Ядро, состоящее из 92 протонов и 143 нейтронов, выбросило  $\alpha$ -частицу. Какое ядро образовалось при  $\alpha$ -распаде? Определить дефект массы и энергию связи образовавшегося ядра.
- 35.27. В какой элемент превращается  $^{238}_{92}U$  после трех  $\alpha$ -распадов и двух  $\beta$ -распадов?

#### 36. ВЫДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

Энергия, выделяющаяся в ядерной реакции:

$$\Delta E = m \cdot C^2,$$

где:  $\Delta$ m- изменение масс частиц (ядер) в реакции,  $\,$  C- скорость света.

Т.к.  $\Delta m$ =1,00000 а.е.м. соответствует  $\Delta E$ = 931,5 МэВ, то для практических расчетов можно использовать формулу:  $\Delta E$  = 931,5 ·  $\Delta m$  , где  $\Delta m$  – в а.е.м., а  $\Delta E$ - в МэВ.

Массы частин и атомов. Таблина 8.1.

Z	Изотоп,	Атомная мас-	Z	Изотоп,	Атомная
L	частица	са,а.е.м.	L	частица	масса,а.е.м.
	Электрон, е	0,00055	8	$^{16}O$	15,99492
	Протон, р	1,00728	13	$^{27}Al$	26,98154
	Нейтрон, <i>п</i>	1,00867	14	$^{30}Si$	29,97376
1	$^{1}H$	1,00783	19	$^{41}K$	40,96184
1	$^{2}H$	2,01410	26	<sup>53</sup> Fe	52,94558
1	$^{3}H$	3,01605	29	<sup>63</sup> Cu	62,92960
2	<sup>3</sup> He	3,01603	38	$^{92}Sr$	91,91052
2	<sup>4</sup> He	4,00260	39	<sup>97</sup> Y	96,90022
3	<sup>6</sup> Li	6,01513	42	<sup>96</sup> Mo	95,90455
3	$^{7}Li$	7,01601	53	$^{136}I$	135,91474
4	<sup>7</sup> Be	7,01693	54	<sup>141</sup> Xe	140,90374
4	<sup>8</sup> Be	8,00531	57	<sup>139</sup> La	138,90606
4	<sup>10</sup> Be	10,01294	82	$^{206}Pb$	205,97452
5	<sup>11</sup> B	11,00931	84	<sup>212</sup> Po	211,98886
6	<sup>10</sup> C	10,01683	92	$^{235}U$	235,04393
6	$^{12}C$	12,00000			

- 36.1. Найти энергию связи ядра, которое имеет одинаковое число протонов и нейтронов и радиус, в полтора раза меньший радиуса ядра  $^{27}Al$ . Ответ:  $^8Be$ , 56, 5 MэB.
- 36.2. Найти с помощью табличных значений масс атомов среднюю энергию связи на один нуклон в ядре  $^{16}O$  . Ответ: 8,0 МэВ.
- 36.3. Найти с помощью табличных значений масс атомов энергию связи нейтрона и  $\alpha$ -частицы в ядре  $^{11}B$ . Ответ: 11,5 МэВ; 8,7 МэВ.
- 36.4. Вычислить в а.е.м. массу ядра  $^{10}C$ , у которого энергия связи на один нуклон равно 6,04 МэВ. Ответ: 10,0135 а.е.м.
- 36.5. Ядра-изобары  $^{3}H$  и  $^{3}He$  состоят из одинакового числа частиц (нуклонов). Одинаковы ли у них энергии связи? Какое из этих ядер более устойчиво? Ответ: 8,5 и 7,7 МэВ.
- 36.6. Одним из способов получения потоков нейтронов является так называемый ядерный фотоэффект: выбивание из ядер нейтронов под

- действием электромагнитных фотонов с очень большой энергией. Какую минимальную энергию должны иметь фотоны для выбивания нейтрона из дейтона и бериллия-9? Ответ: 2,24 МэВ; 1,67 МэВ.
- 36.7. Какую массу воды можно нагреть от 0  $^{0}$ С до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся в реакции  $_{_{3}}^{7}Li(p,\alpha)$ , при полном разложении протонами одного грамма лития? Ответ: 570 т.
- 36.8. Какая энергия выделится в ядерной реакции  $^{27}_{13}Al(\alpha,p)$ , если претерпевают ядерное превращения все ядра алюминия в 1 г его массы? Какое количество угля эквивалентно в энергетическом отношении выделенной энергии? Удельная теплота сгорания угля  $q=3\cdot10^7$  Дж/кг. Ответ:  $8.5\cdot10^9$  Дж; 280 кг.
- 36.9. Ядра лития-7 бомбардируются протонами. В результате протекания ядерной реакции образуются две одинаковых частицы. Найти импульсы этих частиц. Под каким углом они разлетаются? Считать, что ядро-мишень неподвижно, а энергия налетающего протона равна 2,6МэВ. Ответ:  $1,5\cdot10^{-19}$  кг·м/с;  $165^{0}$ .
- 36.10. Сколько тепла выделяется при образовании одного грамма гелия-3 из дейтерия? Какая масса каменного угля эквивалентна в тепловом отношении полученной величине? Ответ: 10<sup>11</sup> Дж; 3,5 т.
- 36.11. В цепной реакции деления урана-235 в ядерном реакторе под действием теплового нейтрона образуются три вторичных нейтрона и ядро иода-136. Запишите эту реакцию и найдите ее энергетический выход (энергией поглощаемого нейтрона пренебречь). Рассчитайте, какая энергия выделяется на единицу массы урана, сравните ее с удельным энерговыделением при горении нефти. Ответ: 198 МэВ; 8,1·10<sup>13</sup> Дж/кг.
- 36.12. В центре Солнца протекает реакция ядерного синтеза гелия из водорода, в которой из четырех протонов образуется ядро гелия-4. Напишите эту реакцию и найдите ее энергетический выход. Найдите по законам теплового излучения мощность излучения Солнца и оцените по этим данным, какое количество водорода «выгорает» ежесекундно в Солнце. Ответ: 25,8 МэВ; 3,9·10<sup>26</sup> Вт; 630 млн.т/с.
- 36.13. В термоядерных реакторах будущего предполагается проводить дейтерий-дейтериевые термоядерные реакции, в которых образуется один из изотопов гелия и нейтрон. Запишите эту реакцию и найдите, какая энергия в ней выделяется. Сколько тяжелого водорода надо «сжечь» в таком реакторе за сутки, чтобы обеспечить ему мощность в 1ГВт (выходная электрическая мощность современного типового ядерного реактора)? Ответ: 3,3 МэВ; 1,1 кг.
- 36.14. При взрыве водородной бомбы протекает дейтерийтритиевая реакция ядерного синтеза ( $H_1^2 + H_1^3$ ), в которой в частности образуются нейтроны. Найдите энергию, выделяющуюся в этой реакции. Сколько по массе нужно взять дейтерия и трития, чтобы сделать водо-

- родную бомбу с тротиловым эквивалентом 100 килотонн (тепловой эффект для тротила равен  $4,1\cdot10^6$  Дж/кг)? Ответ: 17,6 МэВ; (0,49+0,73) кг.
- 36.15. Вычислить с помощью табличных значений масс атомов энергию на один нуклон, которая выделяется при протекании термоядерной реакции  $^6Li+^2H \rightarrow 2He^4$ . Сравнить полученную величину с энергией на один нуклон, освобождающейся при делении ядра  $^{235}U$ ; считать, что деление ядра происходит так, как описано в задаче 36.11. Ответ: 2,8 МэВ; 0.84 МэВ.
- 36.16. Найти энергию связи ядра  ${}_{2}^{4}He$ . Сколько гелия необходимо образовать из протонов и нейтронов, чтобы выделилась такая же энергия, которая выделяется при сгорании одного вагона угля (50т)? Ответ: 28,4 МэВ; 2,2г.
- 36.17. Построить график зависимости энергии связи ядер  ${}^4_2He$ ,  ${}^{16}_8O$ ,  ${}^{41}_{19}K$ ,  ${}^{63}_{29}Cu$ ,  ${}^{96}_{42}Mo$ ,  ${}^{139}_{57}La$ ,  ${}^{206}_{82}Pb$ , приходящейся на один нуклон, от общего числа нуклонов в ядре. Какую физическую информацию несет этот график?
- 36.18. Какое количество  $^{235}U$  «выгорает» за год в ядерном реакторе с электрической мощностью 1 ГВт и к.п.д. 38%? Считать, что распад ядер урана под действием тепловых нейтронов приводит к образованию изотопов ксенона-141, стронция-92 и трех вторичных нейтронов. Ответ: 606 кг.
- 36.19. Солнечная постоянная для Земли (энергия солнечного излучения, падающего в единицу времени на единицу площади в перпендикулярном направлении) равна 1370 Дж/с·м². Опираясь на эту величину, найдите, сколько по массе водорода выгорает ежесекундно внутри солнца, если известно, что источником энергии солнца является синтез четырех ядер водорода с образованием ядра гелия-4. Ответ: 630 млн.т/с.
- 36.20. Во Франции начато строительство международного термоядерного реактора, в котором предполагается поводить управляемую реакцию  $H_1^2 + H_1^2$ , в которой образуется изотоп гелия и нейтрон. Какую мощность будет иметь такой реактор, если в нем будет «выгорать» 1 мг тяжелого водорода в секунду? Ответ: 7,8 млн.кВт.
- 36.21. Из первоначально свободных протонов и нейтронов образуется ядро углерода-12. Какая энергия при этом выделяется, как она называется? Если синтезировать таким образом 1 г углерода, то сколько всего выделится при этом энергии? Какому количеству нефти эта энергия эквивалентна? Ответ: 92,4 МэВ; 740 ГДж; 16 т.
- 36.22. Найти электрическую мощность ядерного реактора атомной электростанции, расходующего 0,5 кг урана-235 в сутки, если к.п.д. реактора 32%. Считать, что цепная реакция деления урана проходит по схеме, описанной в задаче 36.18. Ответ: 0,15 ГВт.

36.23. Взрыв водородной бомбы обусловлен очень быстрым энерговыделением, которое происходит в результате реакции ядерного синтеза тяжелых изотопов водорода: дейтерия и трития. В этой реакции также образуются в частности нейтроны. Найти количество нейтронов, которые пройдут через площадку в  $1~{\rm cm}^2$ , установленную перпендикулярно потоку этих частиц на расстоянии  $1~{\rm km}$  от эпицентра взрыва. Считать, что мощность бомбы эквивалентна  $100~{\rm kt}$  тротила, а удельное выделение энергии тротила составляет  $4,1\cdot10^6$ Дж/кг. Ответ:  $1,2\cdot10^{13}$ .

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

## 1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Скорость света в вакууме	c	$3.10^{8} \text{ m/c}$
Элементарный заряд	e	1,6·10 <sup>-19</sup> Кл
Масса электрона	$m_e$	9,1·10 <sup>-31</sup> кг
Постоянная Планка	h	6,63·10 <sup>-34</sup> Дж·с
	$\hbar$	1,054·10 <sup>-34</sup> Дж·с
Постоянная Ридберга	R	1,097·10 <sup>7</sup> м <sup>-1</sup>
_	R'	$2,07 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12}  \Phi/M$

# 2. Масса покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частицы	т, а.е.м.			
Электрон	5,486·10-4			
Протона	1,00728			
Нейтрона	1,00867			
α-частица	4,00260			

## 3. Некоторые внесистемные единицы

$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1 а.е.м.= 1,66⋅10-27кг
1 эВ=1,6⋅10-19Дж	1 Кu(Кюри)=3,7·10 <sup>10</sup> Бк

# 4. Периодическая система химических элементов Д. И. Менделеева

								0.0				
		Атомный номер	6,939	 Относительная атомная масса	28 58,71 Никель		46 <b>Pd</b> 106.4 Палладий		г 78 <b>Pt</b> й Платина		0	71 Lu 174,97 Lu Лютеций
		ение а	ий	Ота					<b>Ir</b> 78 дий 199		<b>It</b> 110	Yb
	VIII	Обозначение элемента 	L		27 58,9330 Со Кобальт		45 102.905 <b>Rh</b> Родий		Ири		109 <b>Мt</b> [266] Мейтнерий	7 Но 68 Ег 69 Тт 173. Гольмий 167.26 Ег 188.93 Тт 173.
			0 62	8.8		98		30	S 77 192,2	86		9 T 68.934 Tyy
		4,0026	20,179	39,948	<sub>17</sub> Fе Железо	<b>Кг</b> 36 Криптон	<b>Ru</b> Рутений	54 131,30	Осмий	-	HS Хассий	<b>Ег</b> 6
		<b>Не</b> Гелий	Ne Heoh	Ar Apron	26 55,847	10 10 500	44 101,07 Py	Хе Ксенон	76 190.2	Rn Радон	108 [265]	68 167,26
0 B	VII	1,00797 0д	9	17 35,453	25 54.9380 Мп Марганец	35	<b>Тс</b> Технеций	53	${ m Re}_{{ m Per}}$	85 [210]	<b>Вh</b> Борий	Но ольмий
нТ	Ν	<b>Н</b> 1. Водород	<b>F</b> Φτορ	СІ	25 54.938 Ma	Br Bpom	43 [99] <sub>Te</sub>	<b>І</b> Иод	75 186,2	At Actat	107 [262]	у 67 ий 164,
M E			8 15,9994 pog	16 32,064	$\mathbf{Cr}_{x_{pom}}$	34	<b>Мо</b> либден	52 127,60	.85 Вольфрам	84 [210]*	Сиборгий	3.50 <b>D</b>
лЕ	VI		<b>О</b> 15,9 Кислород	S	24 51,996	Se Селен	42 95,94 Мол	<b>Те</b> Теллур	74 183,85 Bon	<b>Ро</b> 84 А	106 [263] Сиб	2. Sm   63 Eu   64 Gd   65 Tb   66 Dy   67 Ho   68 Consport   151.96 Eu   157.25 Gd   158.22 Tb   162.50 Dy   164.930 In 107 Consport   167.01 Consport   1
e J			14,0067	15 30,9738 p	V вдий	33 74,9216 ьяк		51 121.75		83 208,980 T	<b>Db</b> Дубний	65 158,92
п ы	>		N 14	<b>Р</b> 30 Фосфор	; 23 V зо,942 V ванадий	<b>АS</b> 74.	41 Nb 92,906 Nb Ниобий	Sb 1	73 180,948 <b>Та</b> Тантал	<b>Ві</b> 20 Висмут	105 [262] Ay	.25 Gd
¤				14 I	<b>Ті</b> 2	32 A	500 3000	50 118,69	1000	82 207.19 B	-	<b>ц</b> 64 157 ий Гад
P y	N		С 12,01115	Si 14 Р Кремний Ф	90 Ти	H	22 Цирк	_	72 178,49 <b>Hf</b> Гафний	l #	104 <b>Rf</b> [261] Резерфордий	3 E
Г				13 S	C 22 # 47.90	20.00			o make	0.00		<b>3m</b> 6
	Ħ		10,811	<b>АІ</b> 13 26.9815 Алюминий	Скандий	31 69,72 ий	E	49 114,82	57. <b>La*</b> 138.91 Лантан	81 204.37 ий	<b>Ас**</b> Актиний	62 150,35 Cam
			<b>B</b> %		21 44.956 Ck	Ga Геллий	39 88,905 P	In Индий		ТП	1227	"Рт
	п		4 9,0122 ий	12 24,305	20 40.08	Zn Цинк	38 87,62 ций	Садмий	56 137,34	Hg Pryre	88 [226]	d 61 M [147]
	]		<b>Ве</b> 9,0 Бериллий	Мg	<b>Са</b> Кальций	30 65,37	<b>Sr</b> 8. Стронций	48 112.40 K	<b>Ва</b> Барий	80 200.59	<b>Ra</b> Радий	4.24 Неоди
		(H)	6,939	2.9898	19 39,102	Cu Meab	37 85,47	88 <b>Ag</b> Cepe6po	132,905	, <b>Аи</b> золото	87 [223]	Pr 60
	Ι		Li Литий	<b>Na</b> 11 22.9898 Натрий	<b>К</b> Калий	29 63,546	Rb Рубидий	47 107,868 <b>Ag</b> Cepeбpo	Сs цезий	79 196,967 Золото	<b>Fr</b> Франций	59 140,907 Празео
и	,RQ	1	2	က	4	73	9	2	00	6	10	2 58 Ce 59 <b>Pr</b> 144.24 Nd [61 Pm   62 Sm   151. 5 2 140.907 H 144.24 M   110.000 H 1
цог	ифаЩ	н	II	H	2	•	>	•	177		VII	*MENOH 55