

Programovacia úloha č. 4

(25b)

Téma: B-splajn

Cieľ: Cieľom poslednej programovacej úlohy je vytvoriť aplikáciu na vykreslenie B-splajmovej krivky $\mathbf{B}(u)$ pomocou de Boorovho algoritmu.

Zadanie: Úlohou je naprogramovať aplikáciu vykresľujúcu B-splajnovú krivku. Z pohľadu používateľského rozhrania sa krivka líši od Bézierovej len v nutnosti zadávať stupeň krivky a príslušnú uzlovú postupnosť.

Parametre 7b Používateľ zadá klikaním postupnosť bodov $\mathbf{v}_0, \dots, \mathbf{v}_n$ a určí stupeň krivky p . Pre daný počet bodov a stupeň krivky sa vytvorí neklesajúca uzlová postupnosť

$$\langle u_0, \dots, u_m \mid u_i \in \mathbb{R} \rangle,$$

pričom platí vzt'ah $m = n + p + 1$. Pri zmene počtu vrcholov alebo stupňa krivky sa uzlová postupnosť upraví tak, aby platil uvedený vzorec. Navyše musí platiť $u_i \geq u_{i-1}$, pričom násobnosť žiadneho uzla (počet uzlov s tou istou hodnotou) nesmie byť väčšia ako $p + 1$.

Používateľ môže nastavovať hodnoty uzlov, pričom program musí po potvrdení skontrolovať validitu zmenenej uzlovej postupnosti. Ak uzlový vektor nespĺňa niektorú z podmienok na neho kladených, nastavte ho na nejakú platnú postupnosť (napr. $u_i = i$). Ak je potrebné uzlovú postupnosť len rozšíriť (pri pridaní vrcholu alebo zvýšení stupňa), pridávajte nové uzly na koniec postupnosti tak, aby mal nový uzol hodnotu najbližšieho vyššieho celého čísla. Pri skracovaní postupnosti uberajte uzly od konca.

Používateľ si môže zvoliť aj vzorkovaciu frekvenciu určenú hodnotou $k \geq 2$, t.j. počet vzoriek (bodov) na segment.

Výpočet a vykreslenie 11b B-splajnová krivka pozostáva z niekoľkých polynomických segmentov stupňa p . Krivka je definovaná na intervale $[u_p, u_{m-p})$, pričom je potrebné ju vykresľovať po častiach (nemusia byť súvislé). Každý j -ty segment závisí len od niektorých uzlov a časti riadiacich vrcholov, a to nasledovne:

$$\mathbf{B}(u)|_{[u_{p+j}, u_{p+j+1})} = \mathbf{b}(u_{1+j}, \dots, u_{2p+j}, \mathbf{v}_{0+j}, \dots, \mathbf{v}_{p+j})(u), \quad j = 0, \dots, m - 2p - 1.$$

Výsledný bod krivky $\mathbf{b}_p^p(t)$ sa na príslušnom j -tom segmente vypočíta de Boorovým algoritmom nasledovne:

$$\mathbf{b}_p^p(u) = \mathbf{b}(u_{1+j}, \dots, u_{2p+j}, \mathbf{b}_{0+j}, \dots, \mathbf{b}_{p+j})(u),$$

pričom platí:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i^0 &= \mathbf{v}_i, & i &= j, \dots, j + p \\ \mathbf{b}_i^k &= \frac{u_{i+p-(k-1)+j} - u}{u_{i+p-(k-1)+j} - u_{i+j}} \mathbf{b}_{i-1}^{k-1} + \frac{u - u_{i+j}}{u_{i+p-(k-1)+j} - u_{i+j}} \mathbf{b}_i^{k-1} & k &= 1, \dots, p; i = k, \dots, p. \end{aligned}$$

Každý segment navzorkujte podľa príslušného používateľského parametra a vykreslite lomenou čiarou. Keďže intervaly, na ktorých sú segmenty definované, sú sprava otvorené, ako poslednú vzorku použite hranicu intervalu zníženú o nejaké malé fixné ε . Vykreslite riadiace vrcholy a riadiacu lomenú čiaru B-splajnovej krivky.

7b Podobne ako pri Bézierovej krivke aj tu vykreslite pre používateľom zvolený parameter u_s z definičného intervalu krivky zodpovedajúci bod $\mathbf{B}(u_s)$ spolu s vektorom derivácie a normálovým vektorom. Oba vektory môžete vhodne naškálovať. Zároveň vykreslite aj postup výpočtu de Boorovho algoritmu, podobne ako pri Bézierovej krivke.

Výstup:

Kód musí byť **dostatočne** komentovaný a **prehľadne** formátovaný. Nedostatočné komentáre a neprehľadné formátovanie môže byť penalizované stratou bodov.

Použitie výlučne externých knižníc je zakázané.

Vzorová aplikácia je dostupná na MS Teams.