

Curso Inter-semestral Cálculo Diferencial

Luis Enrique Hernández Guerrero
 Prof. Media Técnica Especializada - MTE
Colegio OEA – IED
 Bogotá, 2022

Introducción

El presente curso busca que los estudiantes produzcan conocimiento explícito acerca del uso acertado y pertinente de elementos del cálculo diferencial como el campo de la matemática que más se acerca a las descripciones fieles del comportamiento de fenómenos naturales y sociales de tal manera que sus procesos permiten la posible predicción de situaciones futuras de dichos fenómenos. Por otra parte, el curso pretende que sean los estudiantes mismos quienes evalúen su propio desempeño en cuanto la manera como se le facilita la comprensión de la materia con todos los avatares que a esto le atañe.

I. Elementos de Trabajo

Para el desarrollo del curso es indispensable disponer individualmente de todos los materiales a continuación relacionados.

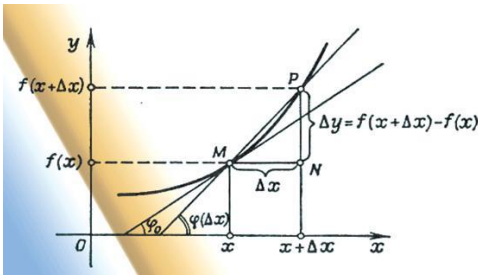
Libros Guía

- PRECÁLCULO: Matemáticas para el cálculo, James Stewart, Sexta Edición.
- CÁLCULO. James Stewart, Sexta Edición.
- Guía del curso por parte del maestro.

Trabajo Autónomo

- Dedicar tiempo necesario y suficiente para el desarrollo y profundización de las actividades propuestas, tanto en el Colegio como en el Hogar.

II. Actividades



Las actividades serán distribuidas en tres partes que sustentan los procesos sobre los cuales los estudiantes organizarán metódicamente soluciones a problemáticas diversas que involucran conceptos del cálculo o no, a través de métodos de resolución de problemas de tal forma que afiancen los conocimientos adquiridos durante toda su etapa lectiva y no se presenten como elementos inconexos, cuya aplicabilidad está limitada a cierto escenario, sino que por el contrario, logre evidenciar la interconexión de saberes como insumos para darle solución a un problema específico, demostrando en consecuencia la superación de las deficiencias que los han conducido a tomar el curso.

Parte 1. Trabajo Cooperativo de Consulta y Socialización

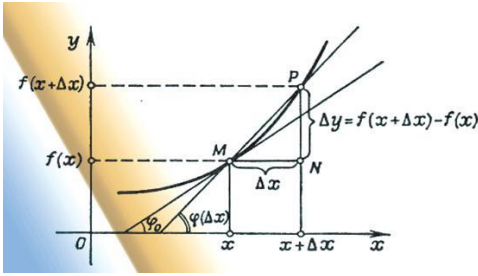
Para cada uno de los elementos a continuación relacionados los estudiantes se organizarán en grupos de dos personas, buscarán ejemplos de problemáticas cotidianas que pueden ser abordadas y solucionadas con la ayuda de éstos y finalmente la mitad de los grupos socializarán (ojalá de la forma más lúdica y simple posible)¹ a todo el curso del inter-semestral los procedimientos llevados a cabo para encontrar la respuesta acertada al problema escogido (el día siguientes socializará la otra mitad).

Es importante aclarar que las mejores estrategias de socialización tendrán mayor ponderación en la evaluación.

Temáticas de Referencia ²
1. Concepto de funciones, representaciones.
2. Imágenes.
3. Dominio.
4. Concepto de límites.
5. Límites al infinito.
6. Derivación.
7. Máximos y mínimos.
8. Optimización.

¹ De ser necesario consulte al maestro antes de socializar su propuesta.

² Seleccionar únicamente un tema.

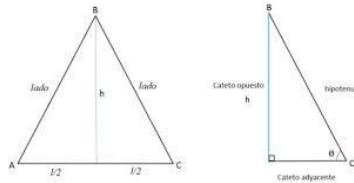


Parte 2. Problemas de Clase

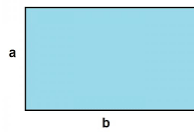
De cada temática trabajada diariamente se presentará un problema diferente para que los estudiantes los resuelven aplicando los conocimientos básicos afianzados durante este curso y/o curso anteriores. Por ello es importante que se incluyan la descripción detallada de los pasos que hubo necesidad de involucrar para llegar a la solución, así como las dificultades presentadas, y sobre todo como fueran estas superadas.

Problemas:

- Triángulo:** Exprese el área de un triángulo equilátero como función de la longitud de uno de los lados $A(L)$.

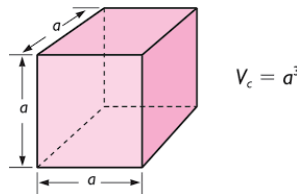


- Rectángulo:** un rectángulo tiene un perímetro de 20 m. Exprese el área del rectángulo como función de la longitud de uno de sus lados $A(L)$.

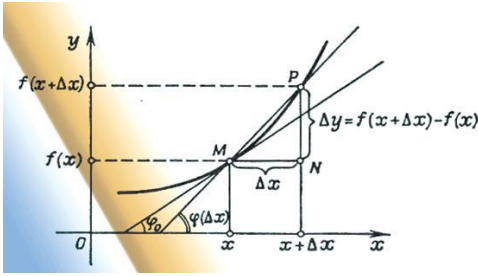


$$P = 20 \text{ cm}$$

- Cubo:** Exprese el área superficial de un cubo como función de su volumen $A(V)$.



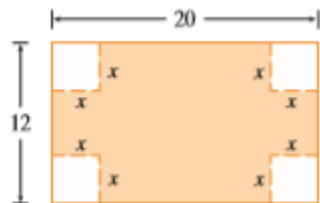
- Caja 1:** una caja rectangular abierta, con volumen de 2 m³, tiene una base cuadrada. Exprese el área superficial de la caja como función de la longitud de uno de los lados de la base.



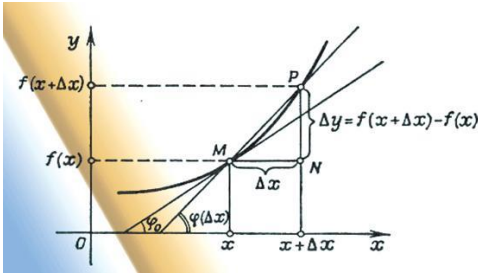
5. **Ventana:** Una ventana normanda tiene la forma de un rectángulo coronado por un semicírculo. Si el perímetro de la ventana es de 30 pies, exprese el área A de ella como función del ancho x de la misma.



6. **Caja 2:** Debe construirse una caja con su parte superior abierta a partir de un trozo rectangular de cartón que tiene las dimensiones de 12 pulgadas por 20 pulgadas, recortando cuadrados iguales de lado x en cada una de las esquinas y, a continuación, doblando los lados como se ilustra en la figura. Exprese el volumen V de la caja como función de x .



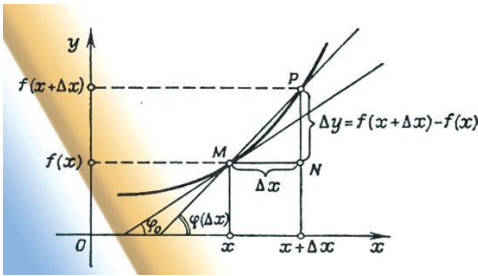
7. **Tarifa:** Una compañía de taxis cobra dos dólares por la primera milla (o parte de una milla) y 20 centavos de dólar por cada décimo de milla (o parte) subsiguiente. Exprese el costo C (en dólares) de un viaje como función de la distancia x recorrida (en millas), para $0 < x < 2$, y dibuje la gráfica de esta función.



8. Los biólogos han observado que la cantidad de chirridos que emiten los grillos de cierta especie parece estar relacionada con la temperatura. La tabla muestra la cantidad de chirridos para distintas temperaturas.

Temperatura (°F)	Cantidad de chirridos (chirridos/minuto)	Temperatura (°F)	Cantidad de chirridos (chirridos/minuto)
50	20	75	140
55	46	80	173
60	79	85	198
65	91	90	211
70	113		

- Realice una gráfica de dispersión de la información.
 - Encuentre y dibuje la línea de regresión.
 - Use el modelo lineal de la parte (b) para estimar la cantidad de chirridos a 100 °F
9. **Alquiler:** El gerente de un bazar de fin de semana sabe con base en experiencias anteriores que, si cobra x pesos por la renta de espacio en el bazar, entonces el número y de espacios que puede rentar está dado por la ecuación $y = 200 - 4x$.
- Trace una gráfica de esta función lineal. (Recuerde que la renta que se cobra por espacio y el número de espacios que pueden rentarse no pueden ser cantidades negativas.)
 - ¿Qué representan la pendiente, la ordenada al origen y y la intersección x de la gráfica?
10. **Dosis:** Si la dosificación recomendada para un adulto de una droga es D (en mg), entonces, para establecer la dosis apropiada c para un infante de edad a , el químico farmacéutico utiliza la ecuación $c = 0,0417D(a + 1)$. Considere que la dosis para un adulto es 200 mg.
- Hallar la pendiente de la gráfica de c . ¿Qué representa?
 - ¿Cuál es la dosis para un recién nacido?



11. Se sabe que en condiciones ideales cierta población de bacterias se duplica cada tres horas. Suponga que al principio hay 100 bacterias.

- ¿Cuál es el tamaño de la población después de 15 horas?
- ¿Cuál es el tamaño de la población después de t horas?
- Estime el tamaño de la población después de 20 horas

12.

Sea

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- Determine $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.
- ¿Existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?
- Trace la gráfica de f .

13.

- Grafique la función

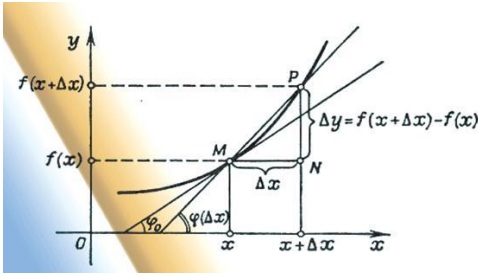
$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5}$$

¿Cuántas asíntotas horizontales y verticales observa? Use la gráfica para estimar el valor de los límites

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5} \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5}$$

- Calcular los valores de $f(x)$, proporcione estimaciones numéricas de los límites del inciso (a).
- Calcular los valores exactos de los límites en el inciso (a) obtenga el mismo valor o valores diferentes de esos dos límites [con respecto a su respuesta del inciso (a), tendrá que verificar su cálculo para el segundo límite].

14.



La ecuación de movimiento de una partícula es
 $s = 2t^3 - 7t^2 + 4t + 1$, donde s esta en metros y t en segundos.

- Hallar la velocidad y aceleración como funciones de t .
- Hallar la aceleración después de 1 s.
- grafique las funciones, posición, velocidad y aceleración en la misma pantalla

15. Escoja un ejemplo de los desarrollados en las páginas 221 hasta 230, del libro Cálculo de James Stewart, registre, analice y socialice el ejemplo escogido.

16.

Entre 0°C y 30°C el volumen V (en centímetros cúbicos) de 1 kg de agua a una temperatura T se expresa aproximadamente mediante la fórmula

$$V = 999.87 - 0.06426T + 0.0085043T^2 - 0.0000679T^3$$

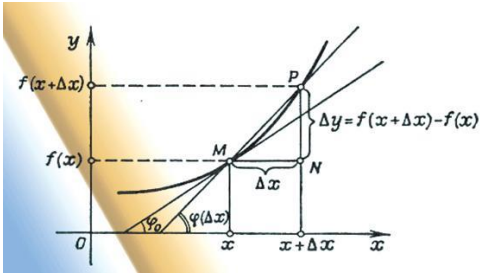
Encuentre la temperatura a la cual el agua tiene su densidad máxima.

III. Seguimiento & Evaluación

El seguimiento y la evaluación contienen tres elementos a saber:

- Producción
- Comunicación
- Reflexión

La producción y la comunicación es presentar cada día de trabajo todos los avances individuales, consignados en una **bitácora** (Cuaderno, Block cuadriculado, u hojas de examen en carpeta) dividida en tres secciones correspondientes a cada una de las partes del numeral según las actividades. Es de resaltar que todas las actividades que se hagan en el aula deben ser consignadas en el documento, incluyendo la socialización de la problemática escogida (así no se socialice), es decir, que es indispensable que usted describa como le fue en el proceso de explicación de su problema. Finalmente, la reflexión es el proceso de análisis consciente acerca de su aprendizaje durante la



comprensión del problema y resolución del mismo; dicha reflexión debe incluirse al final de cada día.

Cada estudiante es responsable de entregar día a día los tres elementos componentes del seguimiento y evaluación.

Como elemento de finalización del curso intersemestral se realizará un examen de todos los elementos conceptuales desarrollados en el curso.

“La responsabilidad es una virtud que todo ser humano debe desarrollar por sí mismo” Anónimo