VERSUCH NUMMER

TITEL

AUTOR A
authorA@udo.edu

AUTOR B
authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

[1]

2 Durchführung

3 Auswertung

3.1 Bestimmung des Elastizitätsmoduls bei einseitiger Einspannung

3.1.1 Stab mit rechteckigem Querschnitt

Im folgenden soll das Elastizitätsmodul des rechteckigen Stabes und des zylindrischen Stabes bei einseitiger Einspannung bestimmt werden. Der Stab mit rechteckigem Querschnitt hat eine Länge $L_0 = 0{,}602\,\mathrm{m}$ und Masse $m = 0{,}6051\,\mathrm{kg}$. Man erhält durch Messung die in Tabelle 1 gezeigten Werte. Mittels linearer Regression lässt sich das Elastizitätsmodul bestimmen. In Abbildung 1 ist $D(x)$ über $g(x)$ aufgetragen.

Für die Abmessungen des rechteckigen Stabs werden gemittelte Werte benutzt. Somit ergibt sich als Breite $b = (0{,}012\,78 \pm 0{,}002\,34)\,\mathrm{m}$. Die Höhe der Querschnittsfläche beträgt $h = 0{,}01\,\mathrm{m}$. Die Länge des rausstehenden eingespannten Stabes beträgt $L = 0{,}535\,\mathrm{m}$. Das verwendete Gewicht ist bei der einseitigen Einspannung vom rechteckigen wie auch vom zylindrischen Stab $1{,}0427\,\mathrm{kg}$. Dies entspricht einer Gewichtskraft von $F = 10{,}23\,\mathrm{N}$. Für das Flächenträgheitsmoment ergibt sich:

$$\begin{aligned}
I &= \int_Q y^2 \mathrm{d}q(y) \\
&= \int_{y=-\frac{1}{2}h}^{y=\frac{1}{2}h} by^2 \mathrm{d}y \\
&= \frac{1}{12} bh^3 \\
I &= (9{,}998 \pm 0{,}005) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^4
\end{aligned}$$

Durch linearen Regression wird die Steigung ermittelt. Als Steigung ergibt sich $m = 0{,}0401$. Daraus folgt für das Elastizitätsmodul:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{F}{2EI} \\
E &= \frac{F}{2mI} \\
E_1 &= (1{,}2745 \pm 0{,}0006) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}
\end{aligned}$$

Die Fehlerbehafteten Größen wurden mit Hilfe von Python 3.4.3 berechnet.

Tabelle 1: Messdaten zum rechteckigen Stab

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$g(x) = Lx^2 - \frac{x^3}{3}$
505	6.96	3.12	3.83	9.35
500	7.01	3.24	3.77	9.20
495	7.12	3.32	3.80	9.06
490	7.06	3.40	3.66	8.92
485	7.04	3.43	3.60	8.78
480	7.07	3.53	3.54	8.64
475	7.11	3.61	3.50	8.49
470	7.12	3.64	3.47	8.35
465	7.14	3.70	3.43	8.21
460	7.18	3.83	3.35	8.07
455	7.30	3.87	3.43	7.93
450	7.27	3.99	3.28	7.79
445	7.34	4.09	3.25	7.65
440	7.30	4.15	3.14	7.51
435	7.33	4.25	3.08	7.37
430	7.36	4.30	3.06	7.24
425	7.40	4.38	3.02	7.10
420	7.41	4.42	2.99	6.96
415	7.45	4.56	2.89	6.83
410	7.48	4.60	2.87	6.69
405	7.50	4.67	2.83	6.56
400	7.52	4.75	2.77	6.42
390	7.57	4.88	2.68	6.16
380	7.59	5.01	2.58	5.89
370	7.65	5.25	2.39	5.63
360	7.65	5.28	2.37	5.37
350	7.68	5.40	2.28	5.12
340	7.70	5.54	2.16	4.87
330	7.74	5.65	2.08	4.62
330	9.27	7.25	2.02	4.62
320	9.32	7.40	1.91	4.38
310	9.42	7.55	1.87	4.14
300	9.40	7.67	1.72	3.91
290	9.39	7.78	1.61	3.68
280	9.46	7.92	1.54	3.46
270	9.51	8.06	1.44	3.24
260	9.57	8.12	1.44	3.03
250	9.60	8.29	1.31	2.82
240	9.63	8.43	1.19	2.62
230	9.70	8.54	1.15	2.42
220	9.72	8.67	1.05	2.23
210	9.79	8.80	0.98	2.05
200	9.82	8.92	0.90	1.87
180	9.91	9.16	0.75	1.53
160	10.00	9.37	0.63	1.23
140	10.11	9.60	0.51	0.95
120	10.23	9.81	0.41	0.71
100	10.33	10.01	0.32	0.50
80	10.43	10.21	0.22	0.32
60	10.55	10.40	0.14	0.19
40	10.65	10.56	0.08	0.08

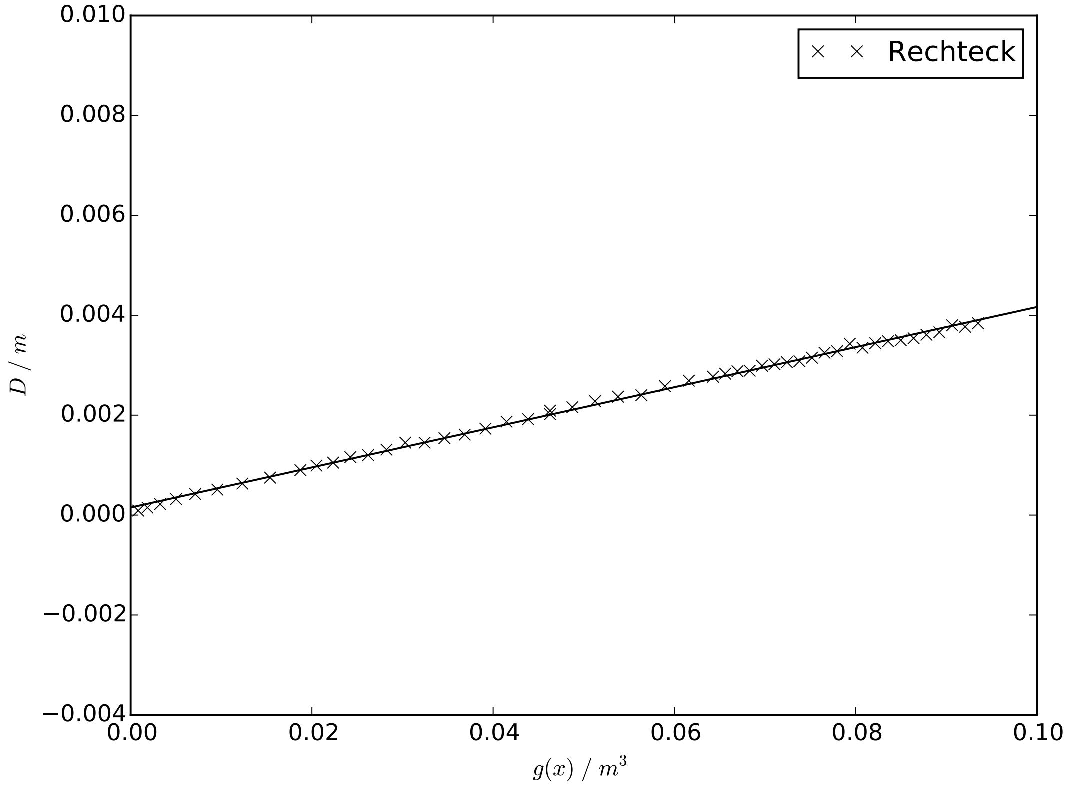

Abbildung 1: Ausgleichskurve durch Messwerte des rechteckigen Stabes

3.1.2 Zylindrischer Stab

Nun wird beim zylindrischen Stab ähnlich verfahren wie beim vorherigen Stab. Der verwendete Stab hat die Länge $L_0 = 0{,}58\,\mathrm{m}$ und eine Masse $m_2 = 0{,}3564\,\mathrm{kg}$. Als Messwerte wurden die in Tabelle 2 gezeigten Daten ermittelt. In Abbildung 2 wurde $D(x)$ über $g(x)$ aufgetragen und mittels linearer Regression ausgewertet. Als Steigung erhählt man $m = 0{,}040$.

Für die Abmessungen des Zylinders wurden folgende fehlerbehafteten Größen ermittelt. Die eingespannte Länge beträgt $L = 0{,}525\,\mathrm{m}$ und der Durchmesser $d = (0{,}009\,94 \pm 0{,}000\,09)\,\mathrm{m}$. Für das Flächenträgheitsmoment ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
I &= \int_Q y^2 \mathrm{d}q(y) \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 \sin^2\phi \,\mathrm{d}r\mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{4} R^4 \left[\frac{1}{2}\phi - \frac{1}{4}\sin 2\phi\right]_0^{2\pi} \\
&= \frac{\pi}{4} R^4 \\
I &= (4{,}79 \pm 0{,}18) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^4
\end{aligned}
$$

Mit Hilfe der ermittelten Steigung bestimmt sich das Elastizitätsmodul zu:

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{F}{2mI} \\
E_2 &= (1{,}99 \pm 0{,}07) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}
\end{aligned}
$$

3.2 Bestimmung des Elastizitätsmoduls bei zweiseitiger Auflage

Der in diesem Versuch benutzte Stab ist der gleiche wie in Kapitel 3.1.1 bereits verwendete. Als Masse diente ein 3,5527 kg schweres Gewicht. Für die Seite, die weiter vom Nullpunkt entfernt ist, ergibt sich aus den in Tabelle 3 gemessenen Werte die Abbildung 3. Hier wurde $D(x)$ über $h(x) = 4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2 - L^3$ aufgetragen. Die Länge des beidseitig eingespannten Drahtes ist $L = 0{,}553\,\mathrm{m}$.

Durch lineare Ausgleichsrechnung ergibt sich für die Seite, die weiter vom Nullpunkt entfernt ist, eine Steigung von $m = 0{,}0034$. Für die Berechnung von E wird das selbe Flächenträgheitsmoment benutzt wie in 3.1.1, da der selbe Stab verwendet wurde. Hieraus lässt sich mit Formel den Elastizitätsmodul berechnen:

Tabelle 2: Messdaten zum zylindrischen Stab

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$g(x) = Lx^2 - \frac{x^3}{3}$
505	6.52	1.52	5.00	9.09
500	6.57	1.62	4.95	8.95
495	6.51	1.73	4.78	8.82
490	6.60	1.78	4.82	8.68
485	6.65	1.93	4.71	8.54
480	6.63	2.05	4.58	8.40
475	6.64	2.11	4.53	8.27
470	6.75	2.22	4.53	8.13
465	6.70	2.30	4.40	8.00
460	6.74	2.32	4.41	7.86
455	6.76	2.45	4.31	7.72
450	6.82	2.69	4.12	7.59
445	6.86	2.72	4.13	7.45
440	6.89	2.83	4.06	7.32
435	6.92	2.90	4.02	7.19
430	6.97	2.98	3.99	7.05
425	6.94	3.07	3.87	6.92
420	6.96	3.18	3.78	6.79
415	6.99	3.29	3.70	6.65
410	7.03	3.38	3.64	6.52
405	7.06	3.43	3.62	6.39
400	7.11	3.59	3.52	6.26
395	7.12	3.66	3.45	6.13
390	7.15	3.74	3.41	6.00
385	7.16	3.82	3.33	5.87
380	7.19	3.90	3.29	5.75
370	8.75	5.62	3.12	5.49
360	8.72	5.79	2.93	5.24
350	8.79	5.93	2.85	5.00
340	8.83	6.10	2.72	4.75
330	8.83	6.27	2.56	4.51
320	8.85	6.41	2.43	4.28
310	8.91	6.55	2.35	4.05
300	8.89	6.68	2.20	3.82
290	8.91	6.78	2.12	3.60
280	8.96	6.96	2.00	3.38
270	9.00	7.14	1.86	3.17
260	9.02	7.28	1.73	2.96
250	9.04	7.39	1.65	2.76
240	9.05	7.50	1.55	2.56
230	9.09	7.62	1.46	2.37
220	9.08	7.73	1.35	2.18
210	9.08	7.85	1.22	2.00
200	9.10	7.95	1.15	1.83
180	9.11	8.16	0.95	1.50
160	9.11	8.32	0.79	1.20
140	9.12	8.49	0.63	0.93
120	9.11	8.62	0.48	0.69
100	9.11	8.74	0.36	0.49
80	9.09	8.83	0.26	0.31
60	9.09	8.92	0.17	0.18

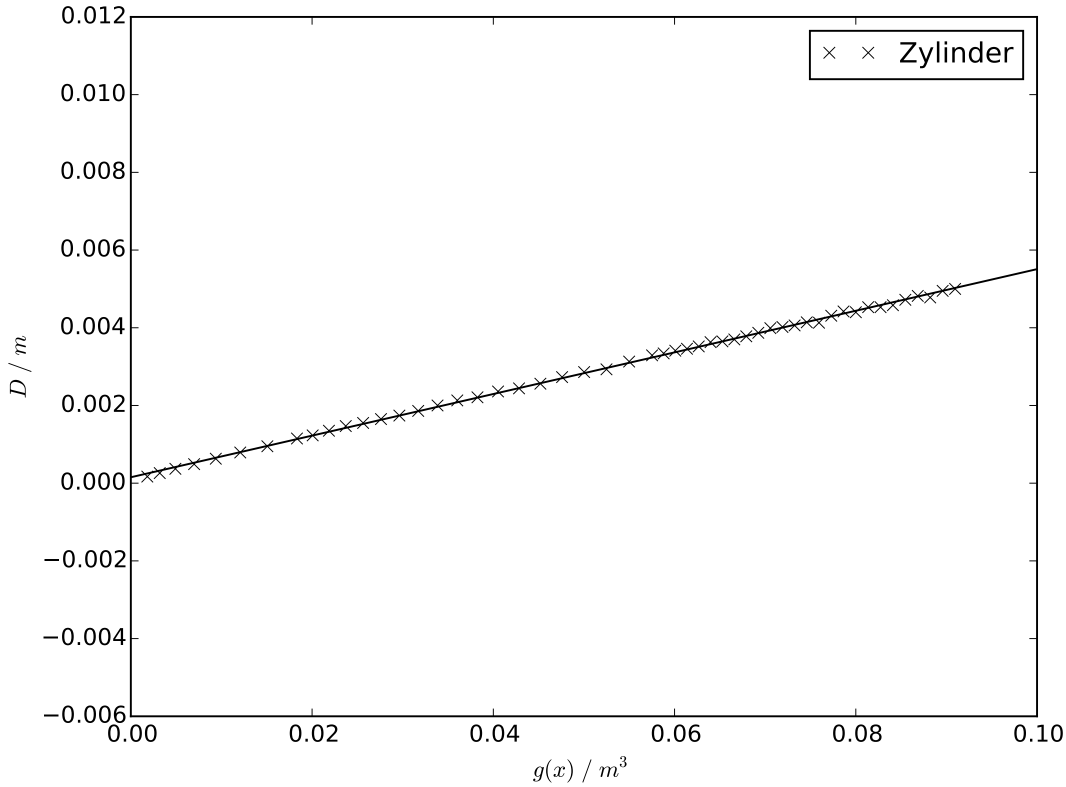

Abbildung 2: Ausgleichskurve durch Messwerte des zylindrischen Stabes

$$E = \frac{F}{48Im}$$
$$E_3 = (2{,}1218 \pm 0{,}0011) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Tabelle 3: Messdaten zum zweiseitig eingespannten rechteckigen Stab. Linke Seite

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$h(x) = 4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2 - L^3$
290	8.31	7.72	5.89	1.685
295	8.31	7.74	5.70	1.680
300	8.33	7.74	5.89	1.673
305	8.31	7.73	5.80	1.665
310	8.31	7.72	5.89	1.655
315	8.33	7.72	6.09	1.644
320	8.32	7.78	5.40	1.631
325	8.32	7.78	5.40	1.617
330	8.31	7.79	5.20	1.602
335	8.32	7.79	5.29	1.585
340	8.32	7.80	5.20	1.567
345	8.32	7.81	5.10	1.548
350	8.31	7.82	4.89	1.527
355	8.33	7.83	5.00	1.506
360	8.33	7.84	4.89	1.483
370	8.33	7.87	4.60	1.433
380	8.34	7.89	4.49	1.380
390	8.35	7.93	4.19	1.322
400	8.36	7.96	4.00	1.260
420	8.37	7.99	3.80	1.126
440	8.40	8.09	3.09	0.978
460	8.41	8.13	2.80	0.821
480	8.43	8.20	2.30	0.654
500	8.46	8.30	1.60	0.480
520	8.47	8.36	1.10	0.3.1

Für die andere Seite, näher am Nullpunkt, wurden die in Tabelle 4 gezeigten Daten aufgenommen. Aufgetragen wurde $D(x)$ über $f(x) = 3L^2x - 4x^3$. Mittels linearer Ausgleichsrechnung ergibt sich eine Steigung $m = 0{,}0038$. Wieder lässt sich das selbe I wie

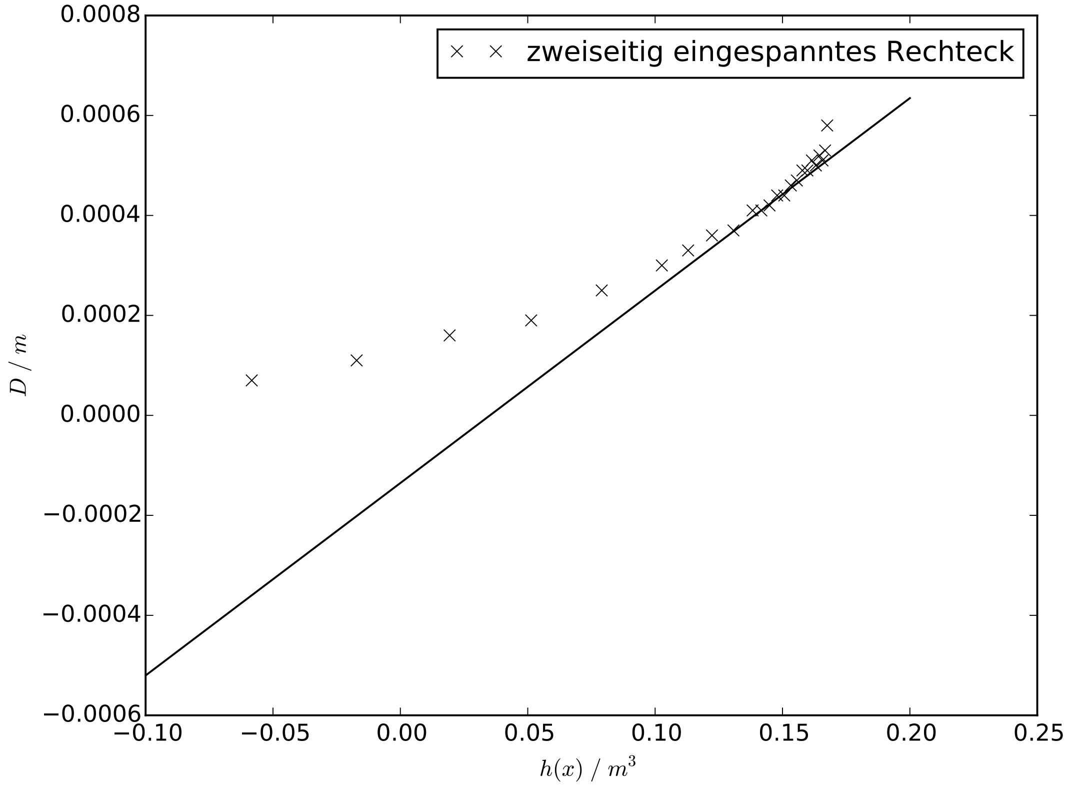

Abbildung 3: Ausgleichskurve durch Messwerte des rechteckigen Stabes bei zweiseitiger Einspannung. Linke Seite.

oben verwenden. Somit ergibt sich E zu:

$$E = \frac{F}{48Im}$$
$$E_4 = (1{,}8863 \pm 0{,}0009) \cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Tabelle 4: Messdaten zum zweiseitig eingespannten rechteckigen Stab. Rechte Seite

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$f(x) = 3L^2x - 4x^3$
255	10.08	9.50	5.80	1.676
250	10.08	9.55	5.29	1.668
245	10.07	9.56	5.10	1.659
240	10.09	9.57	5.20	1.648
235	10.08	9.58	5.00	1.636
230	10.11	9.60	5.10	1.623
225	10.11	9.62	4.89	1.608
220	10.13	9.64	4.89	1.592
215	10.13	9.66	4.70	1.574
210	10.15	9.69	4.60	1.556
205	10.16	9.72	4.40	1.536
200	10.17	9.73	4.40	1.514
195	10.18	9.76	4.19	1.492
190	10.20	9.79	4.10	1.468
185	10.21	9.80	4.10	1.443
175	10.23	9.86	3.69	1.391
165	10.26	9.90	3.59	1.334
155	10.30	9.97	3.29	1.273
145	10.32	10.02	2.99	1.208
125	10.40	10.15	2.50	1.068
105	10.45	10.26	1.90	0.916
85	10.54	10.38	1.60	0.755
65	10.62	10.51	1.10	0.585
45	10.69	10.62	0.70	0.409

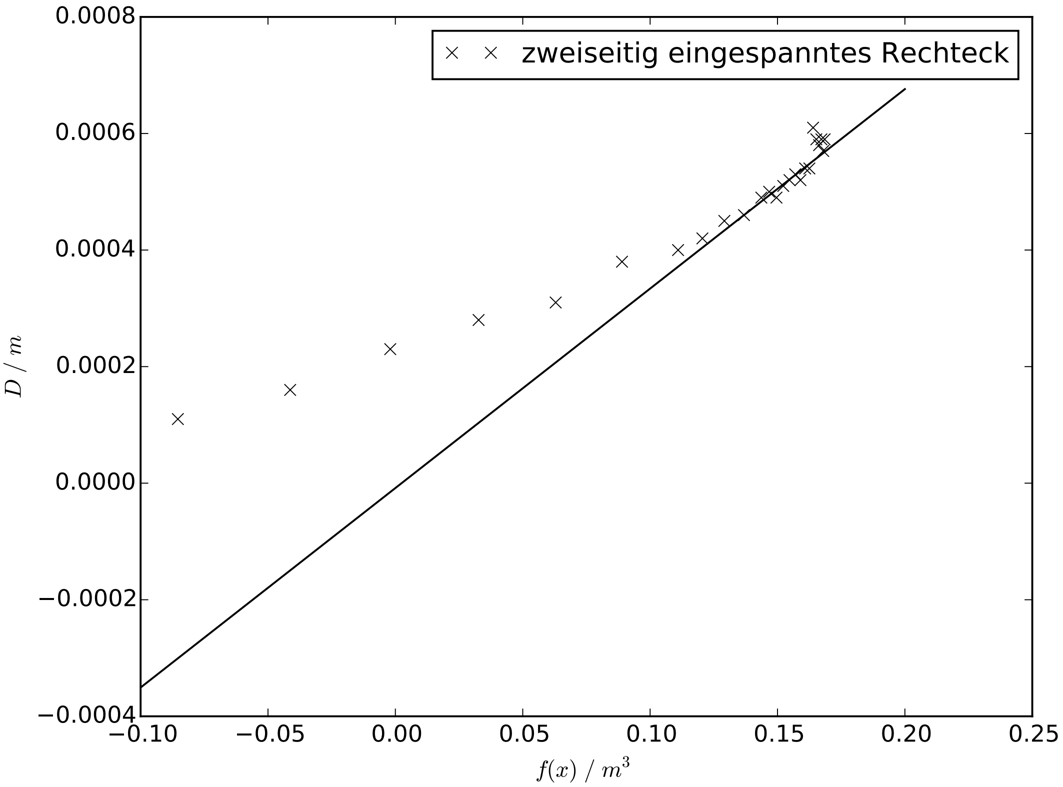

Abbildung 4: Ausgleichskurve durch Messwerte des rechteckigen Stabes. Rechte Seite.

4 Diskussion

Mögliche Ursachen für die Fehler sind die Stäbe selbst. Durch ihren häufigen Gebrauch ist es möglich das eine natürliche Biegung vorliegt, die sich vermutlich in den Messergebinssen für die zweiseitige Einspannung niederschlägt. Die großen Abweichung der Messpunkte, die weiter außen gemessen wurden, spricht für eine solche Verbiegung des Stabes. Dies kann so behauptet werden, da, wie später diskutiert wird, die bestimmten Elastizitätsmodule des Versuchs der zweiseitigen Auflage gut übereinstimmen mit dem Versuch bei einseitiger Einspannung. Eine weitere Fehlerquelle in der Aufhängung des Gewichts liegen, welche nicht fest am Stab ist sondern lose und dadurch leicht verutscht beim Ein- und Aushaken der Gewichts.

Hier noch einmal die ermittelten Elastizitätsmodule im Überblick:

$$E_1 = (1{,}2745 \pm 0{,}0006) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$
$$E_2 = (1{,}99 \pm 0{,}07) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$
$$E_3 = (2{,}1218 \pm 0{,}0011) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$
$$E_4 = (1{,}8863 \pm 0{,}0009) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Aus der Bestimmung der Dichte der benutzten Stäbe ergibt sich für den Stab mit rechteckigem Querschitt

$$\rho_1 = (8377{,}6 \pm 4{,}2)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

und für den zylindrischen Stab

$$\rho_2 = (7920{,}0 \pm 0{,}4)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Diese Werte ergeben sich aus den Abmessungen der beiden Stäbe. Bei dem Stab mit dem rechteckigem Querschnitt wird es sich vermutlich um ein stahl- oder eisenhaltiges Material handeln. Der zylindrische Stab wird hingegen wahrscheinlich ausschließlich aus Eisen sein.