VERSUCH NUMMER

TITEL

AUTOR A
authorA@udo.edu

AUTOR B
authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

[1]

2 Durchführung

3 Auswertung

3.1 Bestimmung des Elastizitätsmoduls bei einseitiger Einspannung

3.1.1 Stab mit rechteckigem Querschnitt

Im folgenden soll das Elastizitätsmodul des rechteckigen Stabes und des zylindrischen Stabes bei einseitiger Einspannung bestimmt werden. Man erhält durch Messung die in Tabelle 1 gezeigten Werte. Mittels linearer Regression lässt sich das Elastizitätsmodul bestimmen. In Abbildung 1 ist $D(x)$ über $g(x)$ aufgetragen.

Für die Abmessungen des rechteckigen Stabs werden gemittelte Werte benutzt. Somit ergibt sich als Breite $b = (0{,}012\,78 \pm 0{,}002\,34)\,\mathrm{m}$. Die Höhe der Querschnittsfläche beträgt $h = 0{,}01\,\mathrm{m}$. Die Länge des rausstehenden eingespannten Stabes beträgt $L = 0{,}535\,\mathrm{m}$. Das verwendete Gewicht ist bei der einseitigen Einspannung vom rechteckigen wie auch vom zylindrischen Stab 1,0427 kg. Dies entspricht einer Gewichtskraft von $F = 10{,}23\,\mathrm{N}$. Für das Flächenträgheitsmoment ergibt sich:

$$\begin{aligned}
I &= \int_Q y^2 \mathrm{d}q(y) \\
&= \int_{y=-\frac{1}{2}h}^{y=\frac{1}{2}h} b y^2 \mathrm{d}y \\
&= \frac{1}{12} b h^3 \\
I &= (1{,}07 \pm 0{,}20) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}^4
\end{aligned}$$

Durch linearen Regression wird die Steigung ermittelt. Als Steigung ergibt sich $m = 0{,}0401$. Daraus folgt für das Elastizitätsmodul:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{F}{2EI} \\
E &= \frac{F}{2mI} \\
E_1 &= (1{,}20 \pm 0{,}22) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}
\end{aligned}$$

Die Fehlerbehafteten Größen wurden mit Hilfe von Python 3.4.3 berechnet.

Tabelle 1: Messdaten zum rechteckigen Stab

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$g(x) = Lx^2 - \frac{x^3}{3}$
505	6.96	3.12	3.83	9.35
500	7.01	3.24	3.77	9.20
495	7.12	3.32	3.80	9.06
490	7.06	3.40	3.66	8.92
485	7.04	3.43	3.60	8.78
480	7.07	3.53	3.54	8.64
475	7.11	3.61	3.50	8.49
470	7.12	3.64	3.47	8.35
465	7.14	3.70	3.43	8.21
460	7.18	3.83	3.35	8.07
455	7.30	3.87	3.43	7.93
450	7.27	3.99	3.28	7.79
445	7.34	4.09	3.25	7.65
440	7.30	4.15	3.14	7.51
435	7.33	4.25	3.08	7.37
430	7.36	4.30	3.06	7.24
425	7.40	4.38	3.02	7.10
420	7.41	4.42	2.99	6.96
415	7.45	4.56	2.89	6.83
410	7.48	4.60	2.87	6.69
405	7.50	4.67	2.83	6.56
400	7.52	4.75	2.77	6.42
390	7.57	4.88	2.68	6.16
380	7.59	5.01	2.58	5.89
370	7.65	5.25	2.39	5.63
360	7.65	5.28	2.37	5.37
350	7.68	5.40	2.28	5.12
340	7.70	5.54	2.16	4.87
330	7.74	5.65	2.08	4.62
330	9.27	7.25	2.02	4.62
320	9.32	7.40	1.91	4.38
310	9.42	7.55	1.87	4.14
300	9.40	7.67	1.72	3.91
290	9.39	7.78	1.61	3.68
280	9.46	7.92	1.54	3.46
270	9.51	8.06	1.44	3.24
260	9.57	8.12	1.44	3.03
250	9.60	8.29	1.31	2.82
240	9.63	8.43	1.19	2.62
230	9.70	8.54	1.15	2.42
220	9.72	8.67	1.05	2.23
210	9.79	8.80	0.98	2.05
200	9.82	8.92	0.90	1.87
180	9.91	9.16	0.75	1.53
160	10.00	9.37	0.63	1.23
140	10.11	9.60	0.51	0.95
120	10.23	9.81	0.41	0.71
100	10.33	10.01	0.32	0.50
80	10.43	10.21	0.22	0.32
60	10.55	10.40	0.14	0.19
40	10.65	10.56	0.08	0.08

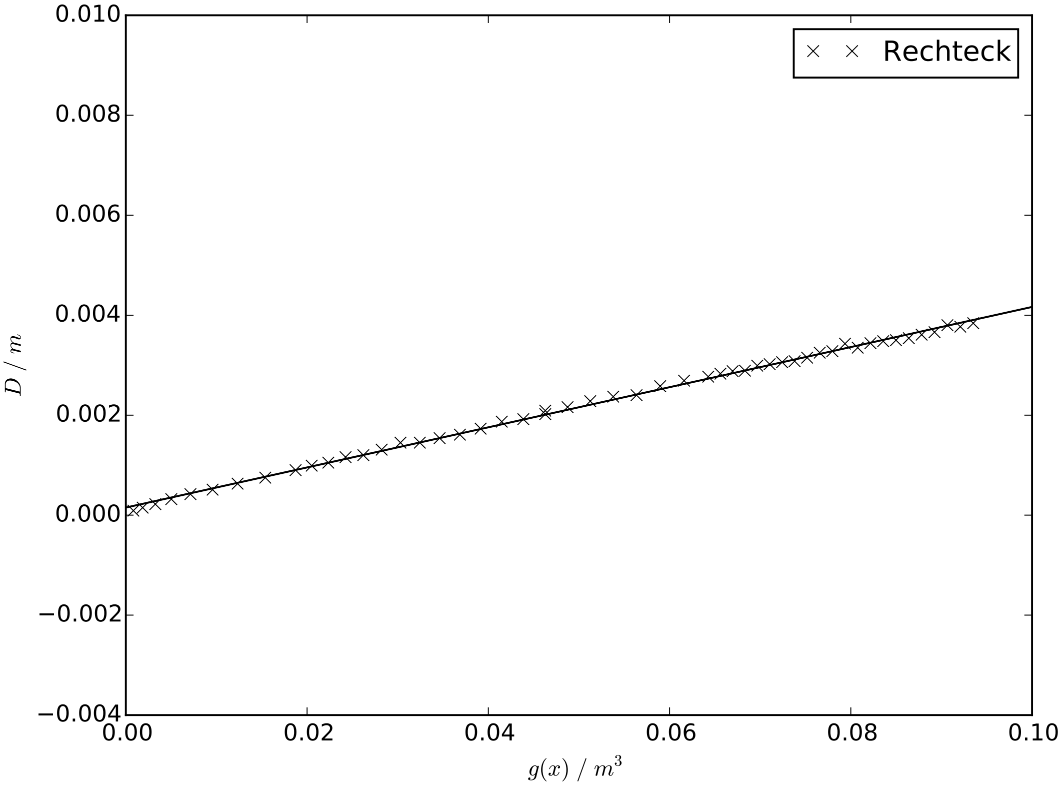

Abbildung 1: Ausgleichskurve durch Messwerte des rechteckigen Stabes

3.1.2 Zylindrischer Stab

Nun wird beim zylindrischen Stab ähnlich verfahren wie beim vorherigen Stab. Als Messwerte wurden die in Tabelle 2 gezeigten Daten ermittelt. In Abbildung 2 wurde $D(x)$ über $g(x)$ aufgetragen und mittels linearer Regression ausgewertet. Als Steigung erhählt man $m = 0{,}040$.

Für die Abmessungen des Zylinders wurden folgende fehlerbehafteten Größen ermittelt. Die eingespannte Länge beträgt $L = 0{,}525\,\mathrm{m}$ und der Durchmesser $d = (0{,}009 \pm 0{,}010)\,\mathrm{m}$. Für das Flächenträgheitsmoment ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
I &= \int_Q y^2 \mathrm{d}q(y) \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 \sin^2\phi \, \mathrm{d}r\mathrm{d}\phi \\
&= \frac{1}{4} R^4 \left[\frac{1}{2}\phi - \frac{1}{4}\sin 2\phi \right]_0^{2\pi} \\
&= \frac{\pi}{4} R^4 \\
I &= (0{,}9 \pm 3{,}8) \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}^4
\end{aligned}
$$

Mit Hilfe der ermittelten Steigung bestimmt sich das Elastizitätsmodul zu:

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{F}{2mI} \\
E_2 &= (1{,}1 \pm 4{,}9) \cdot 10^9 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}
\end{aligned}
$$

3.2 Bestimmung des Elastizitätsmoduls bei zweiseitiger Auflage

Der in diesem Versuch benutzte Stab ist der gleiche wie in Kapitel 3.1.1 bereits verwendete. Als Masse diente ein 3,5527 kg schweres Gewicht. Für die Seite, die weiter vom Nullpunkt entfernt ist, ergibt sich aus den in Tabelle 3 gemessenen Werte die Abbildung 3. Hier wurde $D(x)$ über $h(x) = 4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2 - L^3$ aufgetragen. Die Länge des beidseitig eingespannten Drahtes ist $L = 0{,}553\,\mathrm{m}$.

Durch lineare Ausgleichsrechnung ergibt sich für die Seite, die weiter vom Nullpunkt entfernt ist, eine Steigung von $m = 0{,}0034$. Für die Berechnung von E wird das selbe Flächenträgheitsmoment benutzt wie in 3.1.1, da der selbe Stab verwendet wurde. Hieraus lässt sich mit Formel den Elastizitätsmodul berechnen:

Tabelle 2: Messdaten zum zylindrischen Stab

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$g(x) = Lx^2 - \frac{x^3}{3}$
505	6.52	1.52	5.00	9.09
500	6.57	1.62	4.95	8.95
495	6.51	1.73	4.78	8.82
490	6.60	1.78	4.82	8.68
485	6.65	1.93	4.71	8.54
480	6.63	2.05	4.58	8.40
475	6.64	2.11	4.53	8.27
470	6.75	2.22	4.53	8.13
465	6.70	2.30	4.40	8.00
460	6.74	2.32	4.41	7.86
455	6.76	2.45	4.31	7.72
450	6.82	2.69	4.12	7.59
445	6.86	2.72	4.13	7.45
440	6.89	2.83	4.06	7.32
435	6.92	2.90	4.02	7.19
430	6.97	2.98	3.99	7.05
425	6.94	3.07	3.87	6.92
420	6.96	3.18	3.78	6.79
415	6.99	3.29	3.70	6.65
410	7.03	3.38	3.64	6.52
405	7.06	3.43	3.62	6.39
400	7.11	3.59	3.52	6.26
395	7.12	3.66	3.45	6.13
390	7.15	3.74	3.41	6.00
385	7.16	3.82	3.33	5.87
380	7.19	3.90	3.29	5.75
370	8.75	5.62	3.12	5.49
360	8.72	5.79	2.93	5.24
350	8.79	5.93	2.85	5.00
340	8.83	6.10	2.72	4.75
330	8.83	6.27	2.56	4.51
320	8.85	6.41	2.43	4.28
310	8.91	6.55	2.35	4.05
300	8.89	6.68	2.20	3.82
290	8.91	6.78	2.12	3.60
280	8.96	6.96	2.00	3.38
270	9.00	7.14	1.86	3.17
260	9.02	7.28	1.73	2.96
250	9.04	7.39	1.65	2.76
240	9.05	7.50	1.55	2.56
230	9.09	7.62	1.46	2.37
220	9.08	7.73	1.35	2.18
210	9.08	7.85	1.22	2.00
200	9.10	7.95	1.15	1.83
180	9.11	8.16	0.95	1.50
160	9.11	8.32	0.79	1.20
140	9.12	8.49	0.63	0.93
120	9.11	8.62	0.48	0.69
100	9.11	8.74	0.36	0.49
80	9.09	8.83	0.26	0.31
60	9.09	8.92	0.17	0.18

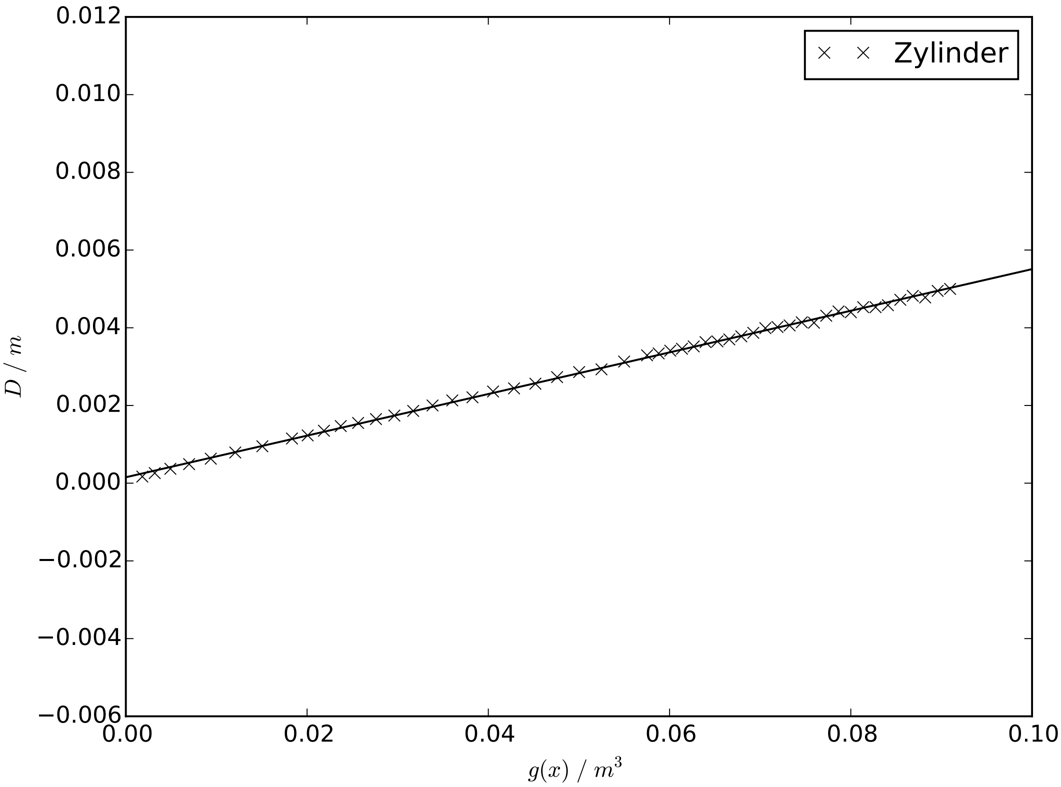

Abbildung 2: Ausgleichskurve durch Messwerte des zylindrischen Stabes

$$E = \frac{F}{48Im}$$
$$E_3 = (2{,}0 \pm 0{,}4) \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Tabelle 3: Messdaten zum zweiseitig eingespannten rechteckigen Stab. Linke Seite

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$h(x) = 4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2 - L^3$
290	8.31	7.72	5.89	1.685
295	8.31	7.74	5.70	1.680
300	8.33	7.74	5.89	1.673
305	8.31	7.73	5.80	1.665
310	8.31	7.72	5.89	1.655
315	8.33	7.72	6.09	1.644
320	8.32	7.78	5.40	1.631
325	8.32	7.78	5.40	1.617
330	8.31	7.79	5.20	1.602
335	8.32	7.79	5.29	1.585
340	8.32	7.80	5.20	1.567
345	8.32	7.81	5.10	1.548
350	8.31	7.82	4.89	1.527
355	8.33	7.83	5.00	1.506
360	8.33	7.84	4.89	1.483
370	8.33	7.87	4.60	1.433
380	8.34	7.89	4.49	1.380
390	8.35	7.93	4.19	1.322
400	8.36	7.96	4.00	1.260
420	8.37	7.99	3.80	1.126
440	8.40	8.09	3.09	0.978
460	8.41	8.13	2.80	0.821
480	8.43	8.20	2.30	0.654
500	8.46	8.30	1.60	0.480
520	8.47	8.36	1.10	0.3.1

Für die andere Seite, näher am Nullpunkt, wurden die in Tabelle 4 gezeigten Daten aufgenommen. Aufgetragen wurde $D(x)$ über $f(x) = 3L^2x - 4x^3$. Mittels linearer Ausgleichsrechnung ergibt sich eine Steigung $m = 0{,}0038$. Wieder lässt sich das selbe I wie

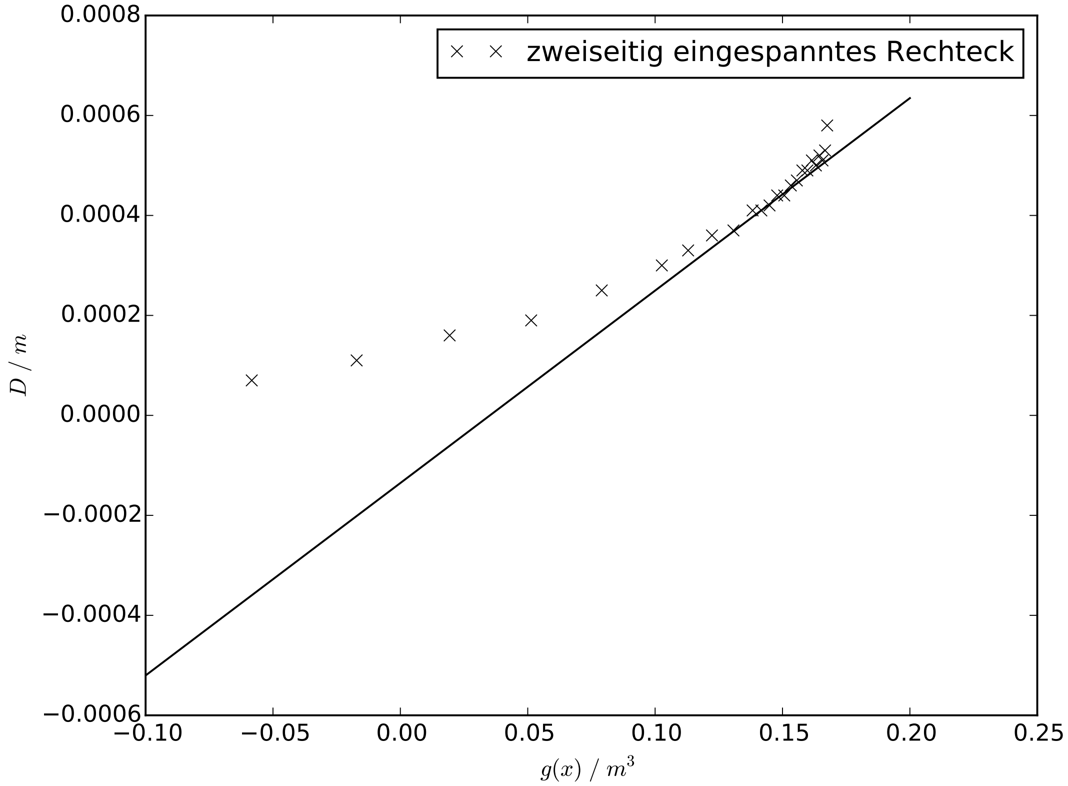

Abbildung 3: Ausgleichskurve durch Messwerte des rechteckigen Stabes bei zweiseitiger Einspannung. Linke Seite.

oben verwenden. Somit ergibt sich E zu:

$$E = \frac{F}{48Im}$$
$$E_4 = (1{,}77 \pm 0{,}32) \cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Tabelle 4: Messdaten zum zweiseitig eingespannten rechteckigen Stab. Rechte Seite

x / mm	D_1 / mm	D_2 / mm	$D(x)$ / mm	$f(x) = 3L^2x - 4x^3$
255	10.08	9.50	5.80	1.676
250	10.08	9.55	5.29	1.668
245	10.07	9.56	5.10	1.659
240	10.09	9.57	5.20	1.648
235	10.08	9.58	5.00	1.636
230	10.11	9.60	5.10	1.623
225	10.11	9.62	4.89	1.608
220	10.13	9.64	4.89	1.592
215	10.13	9.66	4.70	1.574
210	10.15	9.69	4.60	1.556
205	10.16	9.72	4.40	1.536
200	10.17	9.73	4.40	1.514
195	10.18	9.76	4.19	1.492
190	10.20	9.79	4.10	1.468
185	10.21	9.80	4.10	1.443
175	10.23	9.86	3.69	1.391
165	10.26	9.90	3.59	1.334
155	10.30	9.97	3.29	1.273
145	10.32	10.02	2.99	1.208
125	10.40	10.15	2.50	1.068
105	10.45	10.26	1.90	0.916
85	10.54	10.38	1.60	0.755
65	10.62	10.51	1.10	0.585
45	10.69	10.62	0.70	0.409

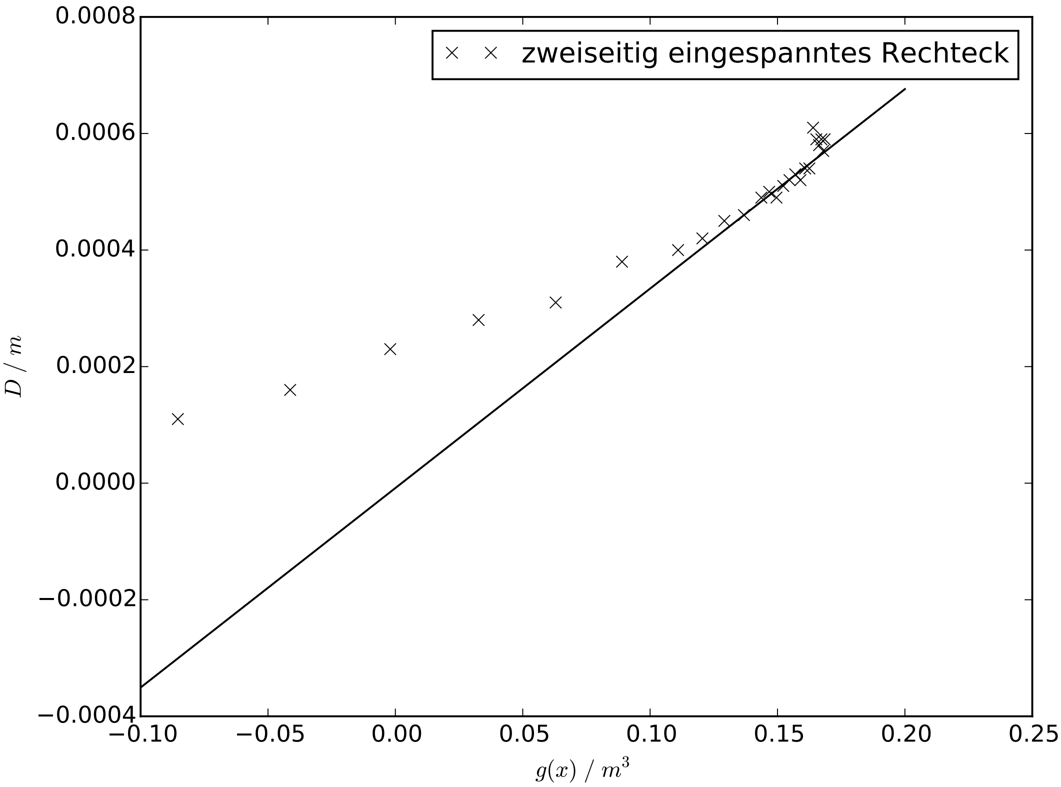

Abbildung 4: Ausgleichskurve durch Messwerte des rechteckigen Stabes. Rechte Seite.

4 Diskussion

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch zum Literaturverzeichnis*. 2014.