

Лабораторная работа # 5

Метод градиентного спуска

Цель лабораторной работы: исследовать и сравнить сходимость метода градиентного спуска с постоянным шагом и при помощи метода дробления шага с применением условий Армихо.

Постановка задачи

1. Реализуйте градиентный спуск с постоянным шагом и алгоритм спуска с дроблением шага, используя условие Армихо.
2. Проанализируйте траектории предложенных алгоритмов на примере квадратичных функций. Для этого придумайте две-три квадратичные функции от двух переменных вида $f(x, y) = ax^2 + by^2$ с положительными коэффициентами, на которых работа методов будет отличаться.
3. Для каждой функции:
 - исследуйте сходимость градиентного спуска с постоянным шагом, сравните полученные результаты для выбранных функций;
 - сравните эффективность методов с точки зрения количества вычислений минимизируемой функции и ее градиентов;
 - исследуйте работу методов в зависимости от выбора начальной точки;
 - нарисуйте графики с линиями уровня и траекториями методов;
4. Реализуйте генератор случайных квадратичных функций n переменных с числом обусловленности k .
5. Исследуйте зависимость числа итераций $T(n, k)$, необходимых градиентному спуску для сходимости в зависимости от размерности пространства $2 \leq n \leq 10^3$ и числа обусловленности оптимизируемой функции $1 \leq k \leq 10^3$.

Рекомендации

- Для избежания потерь точности, используйте аналитически вычисленный градиент, а не его аппроксимации при помощи конечных разностей.
- Генерацию квадратичных функций можно реализовать следующим образом. Для создания случайной квадратичной функции размерности n с числом обусловленности k сгенерируйте последовательность равномерно распределенных n положительных чисел из промежутка $[1, k]$. Для этого можно воспользоваться, например, функцией `numpy.linspace`.