

# EP2 - MAC236

Artur M. R. dos Santos  
IME-USP, São Paulo  
Nº USP: 10297734

## 1 Introdução

O EP2 foi documentado por meio de  $\text{\LaTeX}$ , e cada seção seguinte irá representar a resolução de um exercício. Utilizei o TexMaker para edição.

## 2 Exercícios

### 2.1 Resposta:

Iremos modelar o problema com  $\mathcal{M}$ :

- $\mathcal{A}$  = é o domínio infinito.
- $\mathcal{C} = \{x, y\}$ , onde  $\mathcal{C}$  representa o conjunto de constantes do domínio  $\mathcal{A}$ .
- $\mathcal{F} = \{s\}$ , onde  $\mathcal{F}$  representa o conjunto das funções do domínio, e  $s$  é um símbolo funcional binário.  
A função  $s^{\mathcal{M}}$  representa o "sucessor de".
- $\mathcal{P} = \{s(x, y) \in \mathcal{A} \mid y \text{ é sucessor de } x\}$ , onde  $\mathcal{P}$  representa o conjunto dos predicados de  $\mathcal{A}$ .

A fórmula será da forma:  $\forall x \exists y (s(x, y))$ , para todo  $x$ , existe um  $y$  que é seu sucessor. Fica evidente que esta fórmula funciona apenas para um conjunto infinito, pois nele, sempre haverá um elemento sucessor, diferentemente de um conjunto finito, em que não é possível garantir que sempre haja um próximo elemento.

### 2.2 Resposta:

Irei utilizar a assinatura genérica  $\Sigma = (\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{F})$ , com  $\mathcal{P} = \{= \}$ , o predicado de igualdade entre dois elementos, representando os predicados,  $\mathcal{C}$  representando as constantes e  $\mathcal{F}$  representando as funções.

- a) A fórmula será :  $\exists x_1, x_2 \left[ \forall y (x_1 = y \vee x_2 = y) \wedge (x_1 \neq x_2) \right]$
- b) A fórmula será :  $\exists x_1, x_2, x_3, x_4 \left[ \forall y (x_1 = y \vee x_2 = y \vee x_3 = y \vee x_4 = y) \wedge (x_1 \neq x_2) \wedge (x_1 \neq x_3) \wedge (x_1 \neq x_4) \wedge (x_2 \neq x_3) \wedge (x_2 \neq x_4) \wedge (x_3 \neq x_4) \right]$

### 2.3 Resposta:

Irei utilizar a assinatura  $\Sigma = (\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{F})$ , com  $\mathcal{P} = \{= \}$ , o predicado de igualdade entre dois elementos, representando os predicados,  $\mathcal{C}$  representando as constantes e  $\mathcal{F}$  representando as funções. Nosso modelo  $\mathcal{M}$  possui  $2n$  elementos, e teremos  $x_1, x_2, \dots, x_{2n} \in \mathcal{C}$ :

$$\forall \text{ A fórmula será: } \exists x_1, x_2, \dots, x_{2n} \left[ \forall y \left( \bigvee_{i=1}^{2n} x_i = y \right) \wedge \left( \bigwedge_{i=1}^{2n} \bigwedge_{j=i+1}^{2n-1} x_i \neq x_j \right) \right]$$