Harjoitustyö: overleaf-osuus

27.10.2024

Nimi: Tuukka Lahtinen
Opiskelijanumero: 2306913

Contents

1 Määritelmiä, lauseita ja esimerkkejä

Olkoon $X =$ ”arpakuution silmäluku” satunnaismuuttuja. Tällöin $P(X = 1) = \frac{1}{6} = 16.66\ldots\%$. Satunnaismuuttujan X varianssille saadaan

$$\mathrm{Var}[X] \geq 0$$

$$\mathrm{Var}[X] = E[X^2] - E[X]^2$$

$$\mathrm{Var}[\lambda X] = \lambda^2 \mathrm{Var}[X] \quad \text{kaikilla } \lambda \in R$$

Tässä siis E tarkoittaa satunnaismuuttujan odotusarvoa.

1.1 Matriisilaskenta

Funktiota $\delta : R \times R \to R$,

$$\delta(i,j) = \begin{cases} 1, & \text{josi } i = j, \\ 0, & \text{muulloin,} \end{cases}$$

kutsutaan Kroneckerin deltaksi.

1.1.1 Käänteismatriisi

Olkoon A 2×2-matriisi, jolle pätee $\det(A) \neq 0$. Olkoon

$$A' = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}.$$

Tällöin A on sääntöjen mukainen, ja lisäksi $A^{-1} = A'$. Havaitaan, että

$$AA' = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\det(A)} a_{22} & \frac{-1}{\det(A)} a_{12} \\ \frac{-1}{\det(A)} a_{21} & \frac{1}{\det(A)} a_{11} \end{pmatrix} = I,$$

mistä väite seuraa. Tässä siis tuloksen 1 johtamiseen käytettiin matriisien tulon bilineaarisuutta.

2 Taulukko ja lista

2.1 Taulukko

Taulukossa 1 on esitetty eräitä integraalilaskentaan liittyviä tuloksia.

Hyberbolinen funktio	Trigonometrinen funktio	Logaritmifunktio
$\int \sinh x \, dx = \cosh x + C$	$\int \tan x \, dx = -\ln \lvert \cos x \rvert + C$	$\int \ln x \, dx = x \ln x - x + C$

Table 1: Integraalituloksia.

2.2 Lista

Matriiseihin liittyviä käsitteitä ovat esimerkiksi seuraavat:

(i) Transpoosi, jota merkitään usein matriisille A seuraavasti: A^T.

(ii) Determinantti, jota merkitään usein matriisille A seuraavasti: $\det(A)$.

(iii) Singulaarisuus, jolloin neliömatriisin A determinantti on nolla eli $\det(A) = 0$.

3 Harjoitustyön R-osuuden kuvaajat

Alta löytyy harjoitustyön R-osuuden kuvaajat. Kuvaajat on nimetty ja skaalattu sopivan kokoisiksi.

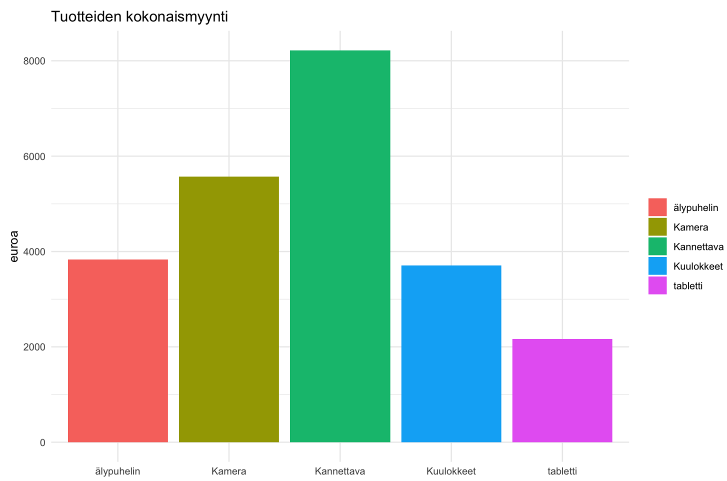

Figure 1: Kuvaaja 1: Kuvauksen otsikko.

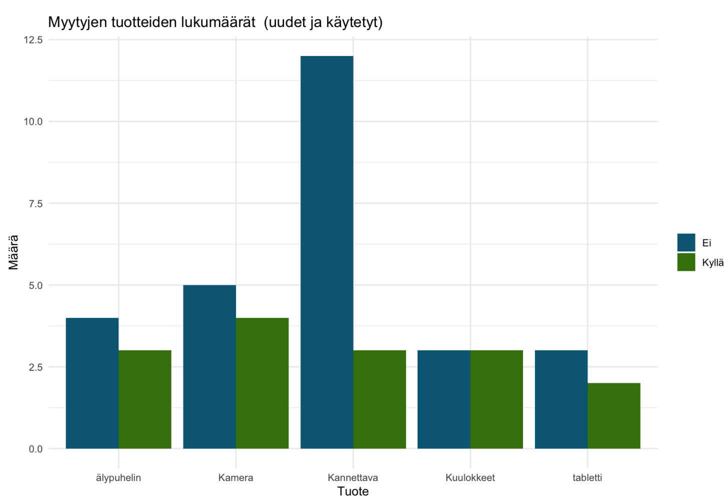

Figure 2: Kuvaaja 2: Kuvauksen otsikko.

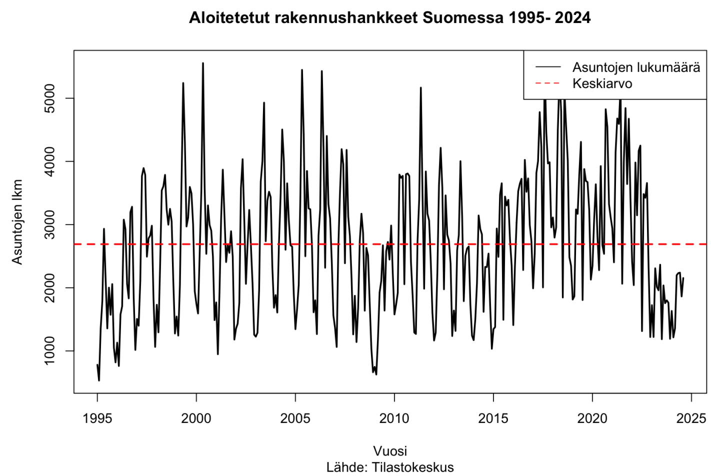

Figure 3: Kuvaaja 1: Kuvauksen otsikko.

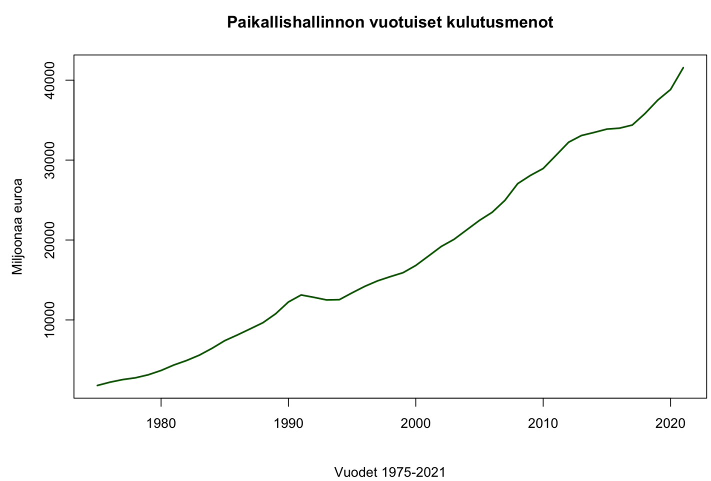

Figure 4: Kuvaaja 1: Kuvauksen otsikko.

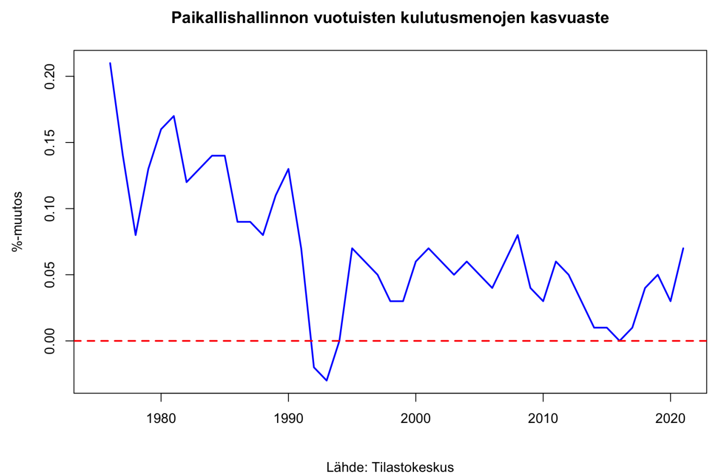

Figure 5: Kuvaaja 1: Kuvauksen otsikko.

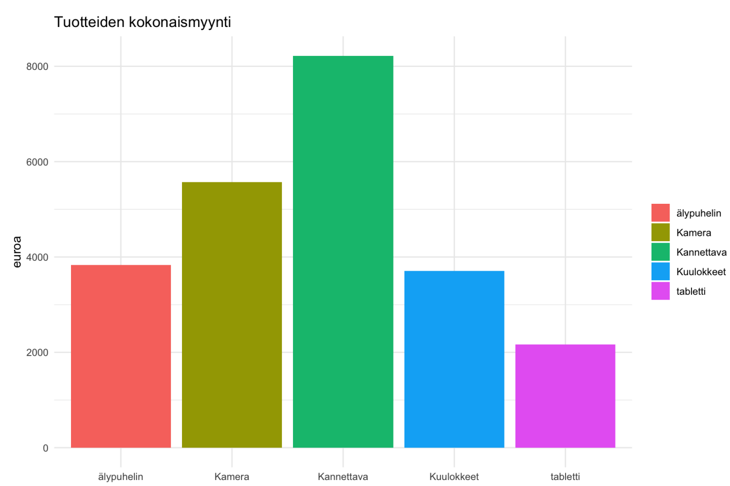

Figure 6: Kuvaaja 1: Kuvauksen otsikko.