$$V=\{v:\forall w(w\in W\rightarrow w\not\sqsubseteq v)\}\qquad pref(V)=\{u:\exists v(u\sqsubseteq v\wedge v\in V)\}$$

$$W\triangleright V=\bigcup_{x\in W}x\triangleright V=\bigcup\min_{\sqsubseteq}\{v:v\in V\wedge x\sqsubseteq v\}$$

Wegen $x\in W$ und $x\sqsubseteq v$ gilt $\{v:v\in V\wedge x\sqsubseteq v\}=\emptyset\Rightarrow\bigcup\min_{\sqsubseteq}\{v:v\in V\wedge x\sqsubseteq v\}=\emptyset$

$$W\cdot X^*\triangleright V=\bigcup_{x\in W\cdot X^*}x\triangleright V=\bigcup_{x\in W\cdot X^*}\min_{\sqsubseteq}\{v:v\in V\wedge x\sqsubseteq v\}=\emptyset$$

Begründung analog Fall $W\triangleright V$

$$W\triangleright pref(V)=\bigcup_{w\in W}w\triangleright pref(V)=\bigcup_{w\in W}\{v:v\in pref(V)\wedge w\sqsubseteq v\}=\emptyset$$

$w\sqsubseteq v$ ist nie erfuellt. Angenommen $v\in pref(V)\wedge w\sqsubseteq v$, dann kann man v wie folgt verlaengern $v'=v\cdot v''$ mit $v'\in V$, dann waere $v'=w\cdot w'\cdot v''$ mit $w\cdot w'=v$. Dadurch gilt aber $v'\in V\wedge w\sqsubseteq v'\wedge w\in W\Rightarrow$ Widerspruch zur Definition.

$$W\cdot X^*\triangleright X^*=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}u\triangleright X^*=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min_{\sqsubseteq}\{w:w\in X^*\wedge u\sqsubseteq w\}$$

$$=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min(X^*\cap u\cdot X^*)=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min(u)=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}u=W\cdot X^*$$

$$W\cdot X^*\triangleright W=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}u\triangleright W=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min_{\sqsubseteq}\{w:w\in W\wedge u\sqsubseteq w\}=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min(W\cap u\cdot X^*)$$

1. Fall: $u\in W\Rightarrow W\cap u\cdot X^*=u$
2. Fall: $u\in W\cdot X^+\Rightarrow W\cap u\cdot X^*=\emptyset$ oder $W\cap u\cdot X^*=u$ wenn $u\in W$

$$\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min(u)=W$$

$$pref(V)\triangleright W\cdot X^*=\bigcup_{u\in pref(V)}u\triangleright W\cdot X^*=\bigcup_{u\in pref(V)}\min_{\sqsubseteq}\{w:w\in W\cdot X^*\wedge u\sqsubseteq w\}$$

$$=\bigcup_{u\in pref(V)}\min(W\cdot X^*\cap u\cdot X^*)=\bigcup_{u\in pref(V)}\min(\{w:w\in W\wedge u\sqsubseteq w\})$$

$$W\cdot X^*\triangleright pref(V)=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}u\triangleright pref(V)=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min_{\sqsubseteq}\{w:w\in pref(V)\wedge u\sqsubseteq w\}$$

$$=\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min(pref(V)\cap u\cdot X^*)$$

$pref(V)\cap u\cdot X^*=\emptyset$, Begründung siehe oben $\Rightarrow\bigcup_{u\in W\cdot X^*}\min(\emptyset)=\emptyset$