统计方法与机器学习 HW2. 1021501417 曹一坤

Q1. 针对表4.1 (P63) 的数据，采用拉普拉斯平滑建立贝叶斯分类器，并求点 $x=(2,S)^T$ 的类

有特征 $x^{(1)}$ $x^{(2)}$ 的取值集合分别为 $A_1=\{1,2,3\}$. $A_2=\{S,M,L\}$.

类标记 $Y\in C=\{1,-1\}$. $\therefore S_1=S_2=3$. $K=2$. 取 $\lambda=1$.

先验概率 $P(Y=1)=\frac{9+1}{15+2}=\frac{10}{17}$ $\quad P(Y=-1)=\frac{6+1}{15+2}=\frac{7}{17}$

条件概率 $P(x^{(1)}=1|Y=1)=\frac{3}{12}$. $\quad P(x^{(1)}=2|Y=1)=\frac{4}{12}$ $\quad P(x^{(1)}=3|Y=1)=\frac{5}{12}$

$P(x^{(2)}=S|Y=1)=\frac{2}{12}$ $\quad P(x^{(2)}=M|Y=1)=\frac{5}{12}$ $\quad P(x^{(2)}=L|Y=1)=\frac{5}{12}$

$P(x^{(1)}=1|Y=-1)=\frac{4}{9}$ $\quad P(x^{(1)}=2|Y=-1)=\frac{3}{9}$ $\quad P(x^{(1)}=3|Y=-1)=\frac{2}{9}$

$P(x^{(2)}=S|Y=-1)=\frac{4}{9}$ $\quad P(x^{(2)}=M|Y=-1)=\frac{3}{9}$ $\quad P(x^{(2)}=L|Y=-1)=\frac{2}{9}$

贝叶斯分类器构建完毕，对给定的 $X=(2,S)^T$，有

$P(Y=1)P(x^{(1)}=2|Y=1)P(x^{(2)}=S|Y=1)=\frac{10}{17}\times\frac{4}{12}\times\frac{2}{12}=\frac{5}{153}=0.0327$

$P(Y=-1)P(x^{(1)}=2|Y=-1)P(x^{(2)}=S|Y=-1)=\frac{7}{17}\times\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{28}{459}=0.061$

由于 $P(Y=-1)P(x^{(1)}=2|Y=-1)P(x^{(2)}=S|Y=-1)$ 较大，因此对应类别 $Y=-1$

统计方法与机器学习. HW3. 1021501417. 曹一坤

Q1. 已知正例点 $x_1=(1,2)^T$. $x_2=(2,3)^T$ $x_3=(3,3)^T$. 负例点 $x_4=(2,1)^T$

$x_5=(3,2)^T$. 试求最大间隔分离超平面和分类决策函数，并

找出哪些点是支持向量.

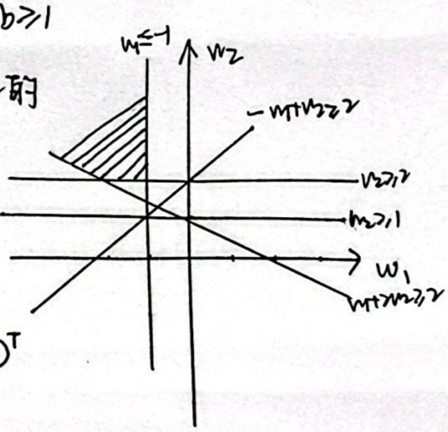
按照最大间隔法，设分离超平面为 $w_1x^{(1)}+w_2x^{(2)}+b=0$，由训练数据构造最优化问题

$$\min_{w,b}\ \frac{1}{2}(w_1^2+w_2^2)$$

$$\text{s.t.}\quad w_1+2w_2+b\geq 1.\quad 2w_1+3w_2+b\geq 1.\quad 3w_1+3w_2+b\geq 1$$

$$-2w_1-w_2-b\geq 1.\quad -3w_1-2w_2-b\geq 1$$

根据线性规划，画图得到 阴影部分即为 w_1 w_2 的取值范围



$\therefore$ 优化问题的解为 $w_1=-1$. $w_2=2$. 代入求得 $b=-2$.

$\therefore -x^{(1)}+2x^{(2)}-2=0$ 为最大间隔分离超平面

分离决策函数 $f(x)=\text{sign}(-x^{(1)}+2x^{(2)}-2)$

如图，得支持向量有 $x_1=(1,2)^T$ $x_3=(3,3)^T$ $x_5=(3,2)^T$