

HW1

10715501412 彭一神

证明感知机不能表示异或问题

假设输入空间为 \mathbb{R}^2 $x = (x_1, x_2)^T$

若感知机能表示异或问题, 即存在感知机模型, $f(x) = \text{sign}(wx + b)$ 可正确分类

$y(\text{sign}(wx + b)) > 0$ 对所有 x 成立, sign 为符号函数 $w = (w_1, w_2)$

① 当 $x_1=0, x_2=0$, $y = x_1 \oplus x_2 = 0$, $wx + b = b$

$$y(\text{sign}(wx + b)) = -\text{sign}(b) > 0 \quad \therefore b < 0$$

② 当 $x_1=0, x_2=1$, $y = x_1 \oplus x_2 = 1$, $wx + b = w_2 + b$

$$y(\text{sign}(wx + b)) = \text{sign}(w_2 + b) > 0 \quad \therefore w_2 > -b > 0$$

③ 当 $x_1=1, x_2=0$, $y = x_1 \oplus x_2 = 1$, $wx + b = w_1 + b$

$$y(\text{sign}(wx + b)) = \text{sign}(w_1 + b) > 0 \quad \therefore w_1 > -b > 0$$

④ 当 $x_1=1, x_2=1$, $y = x_1 \oplus x_2 = 0$, $wx + b = w_1 + w_2 + b > 0$

$\therefore y(\text{sign}(wx + b)) = 0 < 0$ 但当 $x = (1, 1)^T$ 应分类为 1, $y(\text{sign}(wx + b))$ 产生误分类结果

\therefore 不能表示异或问题