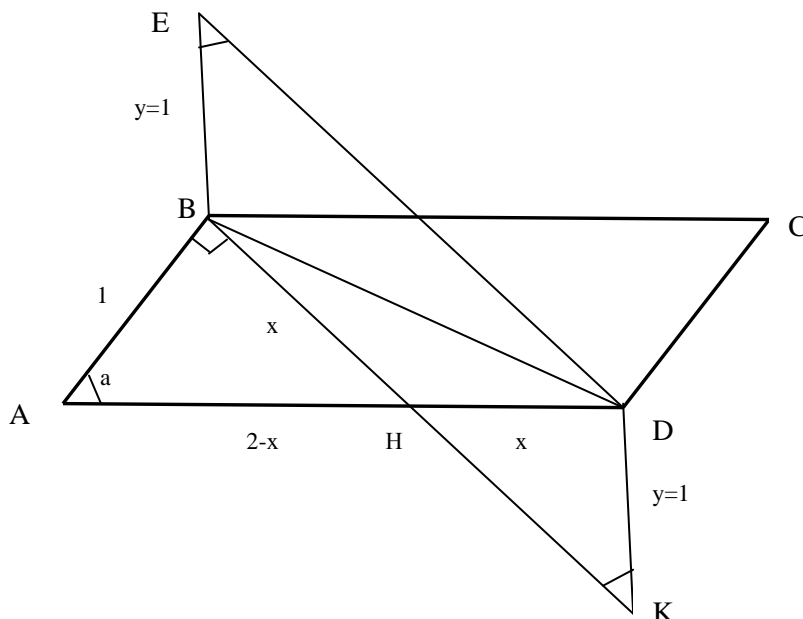


26. Известно, что $ABCD$ – параллелограмм, в котором $AB=1$, $BC=2$ и угол ABC – тупой. Через каждую из точек B и D проведено по две прямые, одна из которых перпендикулярна AB , а вторая перпендикулярна CB . В пересечении этих четырёх прямых получился параллелограмм, подобный $ABCD$. Найти площадь $ABCD$.

Решение.



Пусть $\angle BAD = a$. $\angle BAD = \angle BED$ (как углы соответственно перпендикулярными сторонами). $\angle BAD = \angle BED = \angle BKD = a$.

Параллелограммы $ABCD$ и $BKED$ подобны, т.е. углы равны (доказали), а стороны пропорциональны. $\frac{AB}{AD} = \frac{DK}{BK}$ или $\frac{DK}{BK} = \frac{1}{2}$. Пусть $DK=y$, тогда $BK=2y$.

Докажем, что $y = 1$. Треугольники ABH и KDH подобны по первому признаку (2 равных угла). У них $AB=1$, пусть $BH = x$, $DK = y$, тогда $DH=xy$ ($\frac{AB}{BH} = \frac{DK}{DH}$; $DH = xy$), $AH=2-xy$, $KH=2y-x$.

$$\frac{AB}{AH} = \frac{DK}{KH}; \frac{1}{2-xy} = \frac{y}{2y-x}; 2y-x = 2y-xy^2; y^2 = 1; y = 1.$$

Значит, $DH=x$, тогда $AH=2-x$.

Из прямоугольного треугольника ABH по теореме Пифагора: $AH^2 = AB^2 + BH^2$.

$$(2-x)^2 = 1^2 + x^2; 4 - 4x = 1; x = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Значит, } BH = \frac{3}{4}, \text{ тогда } AH = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}.$$

$$\text{Из прямоугольного треугольника } ABH: \sin a = \frac{BH}{AH} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}.$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin a = 1 \cdot 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1,2.$$

Ответ. 1, 2.