Suport Proiect 3

- Algoritmul de unificare -

Cazul monosortat

- (S, Σ) signatură monosortată, i.e. $S = \{s\}$.
- X mulțime de variabile și $T_\Sigma(X)$ termenii cu variabile din X.
- O ecuație constă în doi termeni $t, t' \in T_\Sigma(X)$ și o notăm
$$t \doteq t'.$$
- În cazul monosortat cuantificarea înaintea unei ecuații nu este necesară.
- Egalitatea termenilor:
dacă $t = \sigma(t_1, \ldots, t_n)$ și $t' = \tau(t'_1, \ldots, t'_k)$ atunci
$$t = t' \Leftrightarrow \sigma = \tau,\ n = k \text{ și } t_i = t'_i, \text{ or. } i$$

$\doteq$ egalitate formală $\qquad$ $=$ egalitate efectivă

Unificare. Cazul monosortat

Fie (S, Σ) signatură monosortată și X mulțime de variabile.

Problema unificării:

Pentru o mulțime finită de ecuații $U = \{t_1 \doteq t'_1, \ldots, t_n \doteq t'_n\}$ găsiți un unificator.

- Un unificator pentru U este o substituție $\nu : X \to T_\Sigma(X)$ a.î.

$$\nu(t_i) = \nu(t'_i), \text{ or. } i = 1, \ldots, n.$$

- Un unificator ν pentru U este un cel mai general unificator (cgu,mgu) dacă pentru orice alt unificator ν' pentru U, există o substituție μ astfel încât

$$\nu' = \nu; \mu.$$

Exemplu

Exemplu

- $S = \{s\}$ și $\Sigma = \{0 :\to s,\ + : ss \to s,\ \star : ss \to s\}$
- $X = \{x, y\}$
- $t = x + (y \star y) = +(x, \star(y, y))$
- $t' = x + (y \star x) = +(x, \star(y, x))$
- $\nu = \{x \leftarrow y, y \leftarrow y\}$
  - $\nu(t) = y + (y \star y)$
  - $\nu(t') = y + (y \star y)$
  - ν este cgu
- $\nu' = \{x \leftarrow 0, y \leftarrow 0\}$
  - $\nu'(t) = 0 + (0 \star 0)$
  - $\nu'(t') = 0 + (0 \star 0)$
  - $\nu' = \nu; \{y \leftarrow 0\}$
  - ν' este unificator, dar nu este gcu

Algoritmul de unificare

- Pentru o mulțime finită de ecuații $U = \{t_1 \doteq t'_1, \ldots, t_n \doteq t'_n\}$ stabilește dacă există un cgu.
- Există algoritmi mai eficienți, dar îl alegem pe acesta pentru simplitatea sa.
- Algoritmul lucrează cu două liste:
  - Lista soluție: S
  - Lista de rezolvat: R
- Inițial:
  - Lista soluție: $S = \emptyset$
  - Lista de rezolvat: $R = \{t_1 \doteq t'_1, \ldots, t_n \doteq t'_n\}$

Algoritmul de unificare

Algoritmul constă în aplicarea nedeterministă a regulilor de mai jos:

- SCOATE
  - orice ecuație de forma $t \doteq t$ din R este eliminată.
- DESCOMPUNE
  - orice ecuație de forma $f(t_1, \ldots, t_n) \doteq f(t'_1, \ldots, t'_n)$ din R este înlocuită cu ecuațiile $t_1 \doteq t'_1, \ldots t_n \doteq t'_n$.
- REZOLVĂ
  - orice ecuație de forma $x \doteq t$ sau $t \doteq x$ din R, unde variabila x nu apare în termenul t, este mutată sub forma $x \doteq t$ în S. În toate celelalte ecuații (din R și S), x este înlocuit cu t.

Algoritmul de unificare

Algoritmul se termină normal dacă $R = \emptyset$. În acest caz, S dă cgu.

Algoritmul este oprit cu concluzia inexistenței unui cgu dacă:

1. În R există o ecuație de forma
$$f(t_1, \ldots, t_n) \doteq g(t'_1, \ldots, t'_k) \text{ cu } f \neq g.$$
2. În R există o ecuație de forma $x \doteq t$ sau $t \doteq x$ și variabila x apare în termenul t.

Algoritmul de unificare - schemă

	Lista soluție S	Lista de rezolvat R
Inițial	$\emptyset$	$t_1 \doteq t'_1, \ldots, t_n \doteq t'_n$
SCOATE	S	$R', \; t \doteq t$
	S	R'
DESCOMPUNE	S	$R', \; f(t_1, \ldots, t_n) \doteq f(t'_1, \ldots, t'_n)$
	S	$R', \; t_1 \doteq t'_1, \ldots t_n \doteq t'_n$
REZOLVĂ	S	R', $x \doteq t$ sau $t \doteq x$, x nu apare în t
	$x \doteq t, \; S[x \leftarrow t]$	$R'[x \leftarrow t]$
Final	S	$\emptyset$

$S[x \leftarrow t]$: în toate ecuațiile din S, x este înlocuit cu t

Exemplu

Exemplu

- $S = \{s\}$, $\Sigma = \{g : s \to s,\ h : s \to s,\ f : sss \to s\}$, $X = \{x, y, z, w\}$
- $U = \{g(y) \doteq x,\ f(x, h(x), y) \doteq f(g(z), w, z)\}$ are gcu?

S	R	
$\emptyset$	$g(y) \doteq x,\ f(x, h(x), y) \doteq f(g(z), w, z)$	REZOLVĂ
$x \doteq g(y)$	$f(g(y), h(g(y)), y) \doteq f(g(z), w, z)$	DESCOMPUNE
$x \doteq g(y)$	$g(y) \doteq g(z),\ h(g(y)) \doteq w,\ y \doteq z$	REZOLVĂ
$w \doteq h(g(y))$, $x \doteq g(y)$	$g(y) \doteq g(z),\ y \doteq z$	REZOLVĂ
$y \doteq z, x \doteq g(z)$, $w \doteq h(g(z))$	$g(z) \doteq g(z)$	SCOATE
$y \doteq z, x \doteq g(z)$, $w \doteq h(g(z))$	$\emptyset$	

- $\nu = \{y \leftarrow z,\ x \leftarrow g(z),\ w \leftarrow h(g(z))\}$ este cgu pentru ecuațiile din U.

Exemplu

Exemplu

- $S = \{s\}$, $\Sigma = \{b :\to s,\ g : s \to s,\ h : s \to s,\ f : sss \to s\}$, $X = \{x, y, z\}$
- $U = \{g(y) \doteq x,\ f(x, h(y), y) \doteq f(g(z), b, z)\}$ are gcu?

S	R	
$\emptyset$	$g(y) \doteq x,\ f(x, h(y), y) \doteq f(g(z), b, z)$	REZOLVĂ
$x \doteq g(y)$	$f(g(y), h(y), y) \doteq f(g(z), b, z)$	DESCOMPUNE
$x \doteq g(y)$	$g(y) \doteq g(z),\ h(y) \doteq b,\ y \doteq z$	- EȘEC -

- h și b sunt simboluri de operații diferite!
- Nu există unificator pentru ecuațiile din U.

Exemplu

Exemplu

- $S = \{s\}$, $\Sigma = \{g : s \to s,\ h : s \to s,\ f : sss \to s\}$, $X = \{x, y, z, w\}$
- $U = \{g(y) \doteq x,\ f(x, h(x), y) \doteq f(y, w, z)\}$ are gcu?

S	R	
$\emptyset$	$g(y) \doteq x,\ f(x, h(x), y) \doteq f(y, w, z)$	REZOLVĂ
$x \doteq g(y)$	$f(g(y), h(g(y)), y) \doteq f(y, w, z)$	DESCOMPUNE
$x \doteq g(y)$	$g(y) \doteq y,\ h(g(y)) \doteq w,\ y \doteq z$	- EȘEC -

- În ecuația $g(y) \doteq y$, variabila y apare în termenul $g(y)$.
- Nu există unificator pentru ecuațiile din U.

Vezi cerinta Proiect 3!