

In [1]:

```
%pylab inline

import scipy.stats as sps
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Populating the interactive namespace from numpy and matplotlib

Сопряженное к Бернулли - Бета-распределение

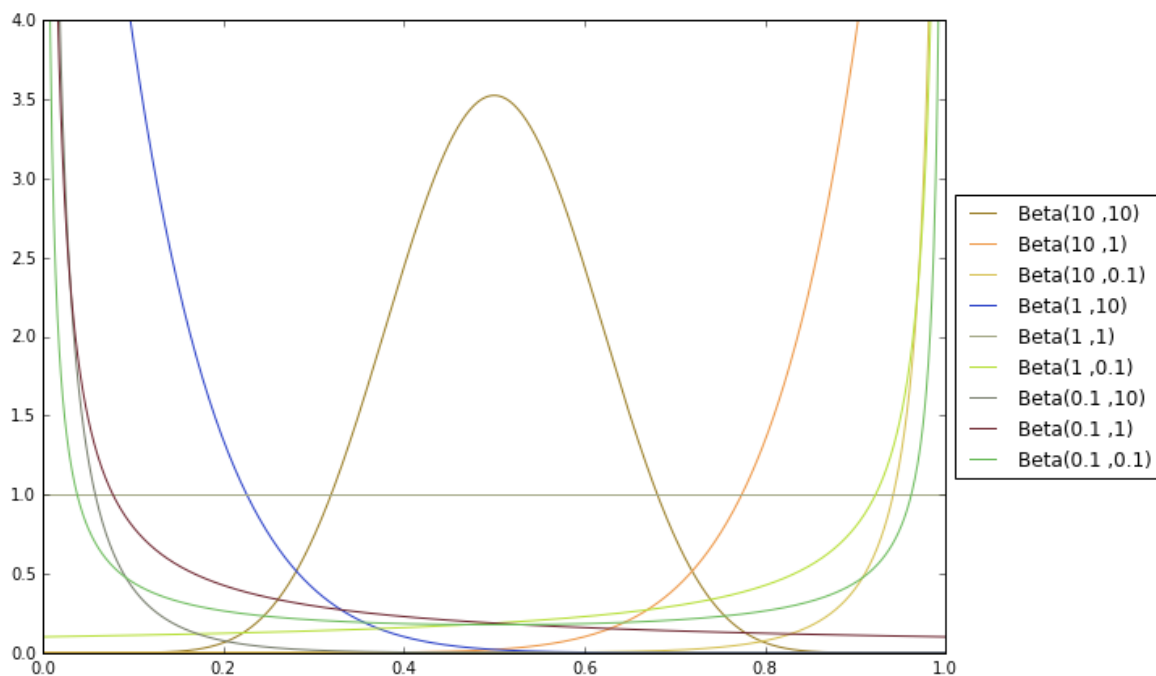
In [2]:

```
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.ylim((0, 4))

grid = np.arange(0, 1.001, 0.001)

#перебираем пары параметров и строим графики
for a in [10, 1, 0.1]:
    for b in [10, 1, 0.1]:
        beta_pdf = sps.beta.pdf(grid, a=a, b=b)
        plt.plot(grid, beta_pdf, color=random.rand(3, 1), label = 'Beta(' + str(a) + ', ' + str(b) + ')')

plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1, 0.5))
plt.show()
```



Наиболее общее:

Beta(10,10) - монета скорее честна

Beta(0.1,0.1) - монета скорее нечестна

Beta(10,1) - монета скорее нечестная, перевес в сторону герба

Оценка максимального правдоподобия для p в $Bern(p) - \bar{X}$

Сопряженное априорное распределение - $Beta(\alpha_0, \beta_0)$

\Rightarrow апостериорное распределение - $p(\theta | X) \sim Beta(\alpha_0 + \sum_{i=1}^n X_i, \beta_0 + n - \sum_{i=1}^n X_i)$

\Rightarrow байесовская оценка - $\hat{\theta} = E(\theta|X) = \frac{\alpha_0 + \sum_{i=1}^n X_i}{\alpha_0 + \beta_0 + n}$

In [3]:

```

size = 20
p_ar = [0.5, 0.05, 0.9] # определяющие свойства "разных монет"
beta_params = [(10, 10), (0.1, 0.1), (10, 1)] # выбранные параметры априорного рас
grid = np.arange(1, size+1)

for p in p_ar:
    s = sps.bernoulli.rvs(p, size=size) # "кидаем монету"

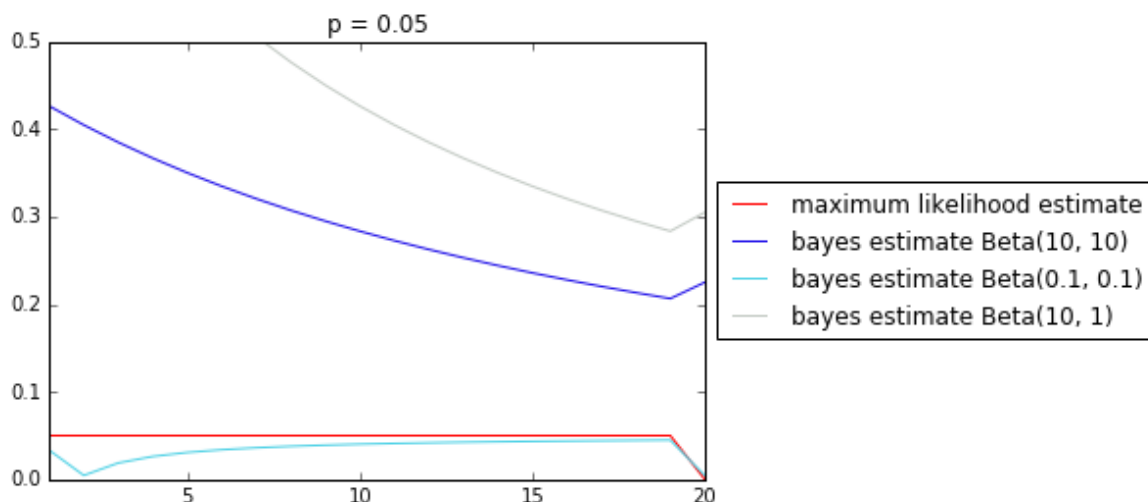
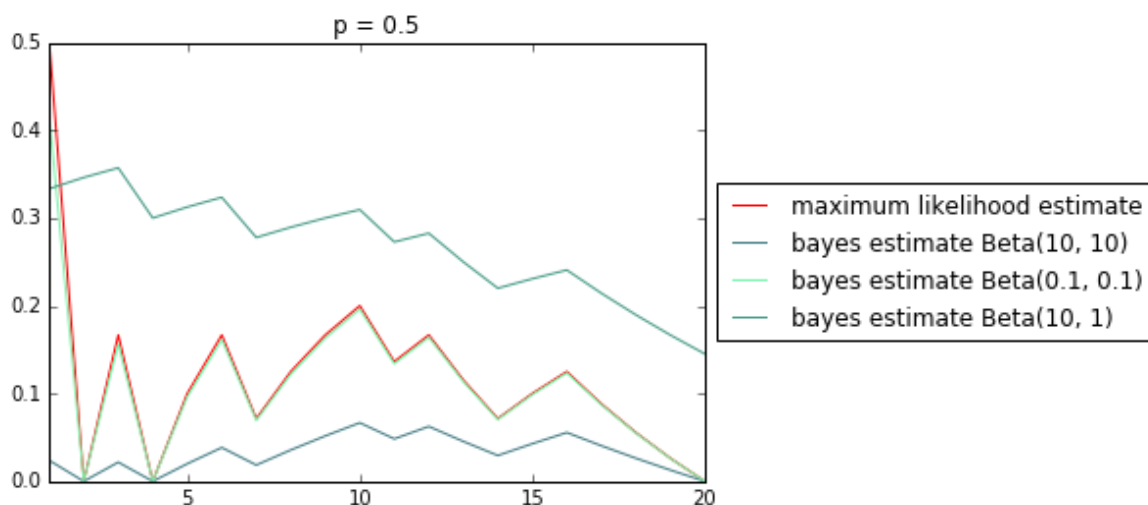
    plt.title('p = ' + str(p))
    plt.xlim((1, size))
    plt.ylim((0, 0.5))

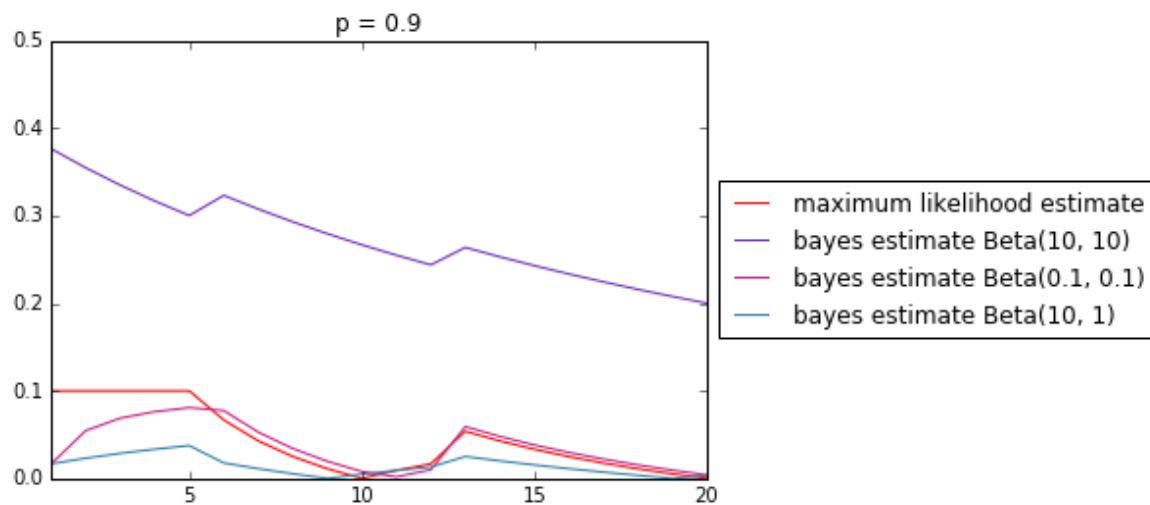
    MLE_est = s.cumsum() / np.arange(1., size + 1.) # считаем оценку максимального
    plt.plot(grid, abs(MLE_est - p), color='red', label='maximum likelihood es

    # считаем байесовскую оценку и строим график
    for (a, b) in beta_params:
        bayes_est = (a + s.cumsum()) / (a + b + np.arange(1., size + 1.))
        plt.plot(grid, abs(bayes_est - p), color=random.rand(3, 1), label='bay

    plt.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1, 0.5))
    plt.show()

```





Для $p = 0.5$ лучшей оценкой оказалась байесовская оценка с априорным распределением $\text{Beta}(10, 10)$, монета скорее честна.

Для $p = 0.05$ лучшими оценками оказались оценка максимального правдоподобия и байесовская с априорным распределением $\text{Beta}(0.1, 0.1)$, монета скорее не честна.

Для $p = 0.9$ лучшей оценкой оказалась байесовская оценка с априорным распределением $\text{Beta}(10, 1)$, монета скорее нечестная, перевес в сторону герба