# Parsing top down

a.a. 2020-2021

Corso di Fondamenti di Informatica - 1 modulo

Corso di Laurea in Informatica

Università di Roma "Tor Vergata"

Prof. Giorgio Gambosi

# Parsing predittivo

In una derivazione sinistra di una stringa, una forma di frase è necessariamente del tipo $V_T^+(V_T \cup V_N)^*$.

Esempio: la grammatica

$$\begin{array}{lcl} T & \longrightarrow & R \mid aTc \\ R & \longrightarrow & RbR \mid \varepsilon \end{array}$$

e la produzione sinistra

$$T \Longrightarrow \underline{a}Tc \Longrightarrow \underline{aa}Tcc \Longrightarrow \underline{aa}Rcc \Longrightarrow \underline{aa}RbRcc \Longrightarrow \underline{aa}RbRbRcc \Longrightarrow$$
$$\underline{aab}RbRcc \Longrightarrow \underline{aab}RbRbRcc \Longrightarrow \underline{aabb}RbRcc \Longrightarrow \underline{aabbb}Rcc \Longrightarrow \underline{aabbbcc}$$

# Parsing predittivo

Nel corso di un parsing predittivo, alla forma di frase $xAw$, con $x \in V_T^*$, $A \in V_N$, $w \in (V_T \cup V_N)^+$, corrisponde una situazione in cui il parser ha letto il prefisso $x$ della stringa e deve determinare, sulla base di esso, quale delle produzioni aventi $A$ a sinistra applicare.

Se la produzione selezionata è $A \longrightarrow yBu$, con $y \in V_T^*$, $B \in V_N$, $u \in (V_T \cup V_N)^+$, la nuova forma di frase è $xyBuw$ e il parser, letta $y$, deve decidere quale produzione applicare per riscrivere $B$.

Il parser ad ogni istante fa riferimento alla forma di frase attuale e alla parte di stringa di input ancora da leggere: all'inizio evidentemente queste informazioni sono l'assioma $S$ e l'intera stringa $\sigma$ in input

# Parsing predittivo

$$
\begin{aligned}
T &\longrightarrow R \mid aTc \\
R &\longrightarrow RbR \mid \varepsilon
\end{aligned}
$$

| letta | forma di frase | stringa | operazione |
|---|---|---|---|
| $\varepsilon$ | $\underline{\text{T}}$ | $\underline{\text{a}}$abbbcc | $T \longrightarrow aTc$ |
| a | a$\underline{\text{T}}$c | $\underline{\text{a}}$bbbcc | $T \longrightarrow aTc$ |
| aa | aa$\underline{\text{T}}$cc | $\underline{\text{b}}$bbcc | $T \longrightarrow R$ |
| aa | aa$\underline{\text{R}}$cc | $\underline{\text{b}}$bbcc | $R \longrightarrow RbR$ |
| aa | aa$\underline{\text{R}}$bRcc | $\underline{\text{b}}$bbcc | $R \longrightarrow RbR$ |
| aa | aa$\underline{\text{R}}$bRbRcc | $\underline{\text{b}}$bbcc | $R \longrightarrow \varepsilon$ |
| aab | aab$\underline{\text{R}}$bRcc | $\underline{\text{b}}$bcc | - |
| aab | aab$\underline{\text{R}}$bRcc | $\underline{\text{b}}$bcc | $R \longrightarrow \varepsilon$ |
| aabb | aabb$\underline{\text{R}}$cc | $\underline{\text{b}}$cc | - |
| aabb | aabbcc | $\underline{\text{c}}$c | $R \longrightarrow \varepsilon$ |
| aabbc | aabbcc | $\underline{\text{c}}$ | - |
| aabbcc | aabbcc | $\varepsilon$ | - |

# Parsing a discesa ricorsiva

Implementazione di parser top down: una funzione `A()` per ogni $A \in V_N$, con la struttura seguente. Il programma inizia da S()

A():
    **for each** $A \longrightarrow X_1 X_2 \cdots X_k \in P$:
        **for** $i$ in range$(1, k+1)$:
            **if** $X_i \in V_N$:
                **if** $\texttt{X}_i$():
                    **return** 1
            **elif** $X_i$ uguale al prossimo simbolo $a$ della stringa:
                avanza al simbolo successivo
            **else** :
                **break**
        **return** 0

# Parsing a discesa ricorsiva

- Utilizzo del backtracking: può essere molto inefficiente
- Backtracking: esplorazione ricorsiva di tutte le possibilità
- La grammatica non può essere ricorsiva sinistra

$$A \longrightarrow Aw$$

- La scelta della produzione da considerare può essere guidata dall'esame dei caratteri successivi

# Parsing predittivo

Grammatica

$$
\begin{array}{lcl}
E & \longrightarrow & TE' \\
E' & \longrightarrow & +TE' \mid \varepsilon \\
T & \longrightarrow & FT' \\
T' & \longrightarrow & *FT' \mid \varepsilon \\
F & \longrightarrow & (E) \mid \mathtt{id}
\end{array}
$$

Stringa

`id+id*id`

# Parsing predittivo

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\varepsilon$ | $\underline{\mathrm{E}}$ | $\underline{\mathtt{id}}\mathtt{+id*id}$ | $E \longrightarrow TE'$ |
| $\varepsilon$ | $\underline{\mathrm{T}}\mathrm{E}'$ | $\underline{\mathtt{id}}\mathtt{+id*id}$ | $T \longrightarrow FT'$ |
| $\varepsilon$ | $\underline{\mathrm{F}}\mathrm{T}'\mathrm{E}'$ | $\underline{\mathtt{id}}\mathtt{+id*id}$ | $F \longrightarrow \mathtt{id}$ |
| id | $\mathtt{id}\underline{\mathrm{T}'}\mathrm{E}'$ | $\underline{\mathtt{+}}\mathtt{id*id}$ | $T' \longrightarrow \varepsilon$ |
| id | $\mathtt{id}\underline{\mathrm{E}'}$ | $\underline{\mathtt{+}}\mathtt{id*id}$ | $E' \longrightarrow +TE'$ |
| id+ | $\mathtt{id+}\underline{\mathrm{T}}\mathrm{E}'$ | $\underline{\mathtt{id}}\mathtt{*id}$ | $T \longrightarrow FT'$ |
| id+ | $\mathtt{id+}\underline{\mathrm{F}}\mathrm{T}'\mathrm{E}'$ | $\underline{\mathtt{id}}\mathtt{*id}$ | $F \longrightarrow \mathtt{id}$ |
| id+id | $\mathtt{id+id}\underline{\mathrm{T}'}\mathrm{E}'$ | $\underline{\mathtt{*}}\mathtt{id}$ | $T' \longrightarrow *FT'$ |
| id+id* | $\mathtt{id+id*}\underline{\mathrm{F}}\mathrm{T}'\mathrm{E}'$ | $\underline{\mathtt{id}}$ | $F \longrightarrow \mathtt{id}$ |
| id+id*id | $\mathtt{id+id*id}\underline{\mathrm{T}'}\mathrm{E}'$ | $\varepsilon$ | $T' \longrightarrow \varepsilon$ |
| id+id*id | $\mathtt{id+id*id}\underline{\mathrm{E}'}$ | $\varepsilon$ | $E' \longrightarrow \varepsilon$ |
| id+id*id | id+id*id | $\varepsilon$ | - |

Ad ogni passo è possibile selezionare una sola produzione, guardando un solo terminale (token)

# Parsing predittivo efficiente

Se per ogni simbolo non terminale da espandere i prossimi $k$ caratteri della stringa consente di individuare la produzione da applicare, il parser è $LL(k)$

- Left-to-right: la derivazione è calcolata da sinistra a destra (dalla prima produzione applicata all'ultima)
- Leftmost derivation: la derivazione calcolata è sinistra
- $k$ simboli (di look-ahead) da considerare

Un linguaggio CF è $LL(k)$ se esiste un parser $LL(k)$ che può effettuarne l'analisi sintattica

# Costruzione di un parser LL: la funzione FIRST

Consideriamo il caso $LL(1)$, per semplicità.

- Per ogni sequenza $\alpha \in (V_T \cup V_N)^+$, FIRST($\alpha$) è l'insieme dei terminali che possono comparire all'inizio di una forma di frase derivata da $\alpha$
- quindi, $c \in$ FIRST($\alpha$) se e solo se esiste $\beta \in (V_T \cup V_N)^*$ e $\alpha \overset{*}{\Longrightarrow} c\beta$

# Costruzione di un parser LL: la funzione FIRST

- Siamo in particolare interessati a $FIRST(\alpha)$ se $\alpha$ è la parte destra di una produzione $A \longrightarrow \alpha$
- Questo perché se per un qualunque $c$, se $c \in \text{FIRST}(\alpha)$ e $A \longrightarrow \alpha$, allora una stringa che inizia per $c$ potrebbe essere derivata a partire da $A$, in quanto $A \Longrightarrow \alpha \stackrel{*}{\Longrightarrow} c\beta$

# Costruzione di un parser LL: la funzione FIRST

Date le $A$-produzioni in $P$

$$A \longrightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \cdots \mid \alpha_k$$

- se ogni terminale appartiene a non più di un insieme FIRST($\alpha_i$), allora possiamo sempre individuare quale produzione applicare per riscrivere $A$, esaminando il solo prossimo carattere $c$
- infatti, va applicata $A \longrightarrow \alpha_i$ se e solo se $c \in$ FIRST($\alpha_i$)
- se non esiste $\alpha_i$ tale che $c \in$ FIRST($\alpha_i$), c'è un errore e la parte di stringa da leggere non è derivabile a partire da $A$

# Costruzione della funzione FIRST

Per la costruzione di FIRST($\alpha$) va utilizzato il predicato Nullable($\beta$) definito come Nullable($\beta$) = `TRUE` se e solo se $\beta$ è annullabile, cioè se e solo se esiste una derivazione $\beta \overset{*}{\Longrightarrow} \varepsilon$. Una produzione $B \longrightarrow \beta$ è annullabile se e solo se $\beta$ è annullabile.

La costruzione di Nullable($\beta$) è basata sulle seguenti proprietà

$$
\begin{aligned}
\text{Nullable}(\varepsilon) &= \texttt{TRUE} \\
\text{Nullable}(a) &= \texttt{False} \qquad \forall a \in V_T \\
\text{Nullable}(\alpha\beta) &= \text{Nullable}(\alpha) \wedge \text{Nullable}(\beta) \\
\text{Nullable}(A) &= \bigvee_i \text{Nullable}(\alpha_i) \qquad \forall A \in V_N, \forall A \longrightarrow \alpha_i \in P
\end{aligned}
$$

# Costruzione della funzione FIRST

La costruzione di FIRST($\alpha$) avviene in modo simile.

Consideriamo in primo luogo la costruzione di FIRST($X$), dove $X$ è un simbolo della grammatica, $X \in V_T \cup V_N$

1. Se $X \in V_T$, allora FIRST($X$) = $\{X\}$
2. Se $X \in V_N$, per ogni $X \longrightarrow Y_1 Y_2 \cdots Y_k \in P$ ($k \geq 1$):
    2.1 FIRST($Y_1$) $\subseteq$ FIRST($X$)
    2.2 Per $i = 2, \ldots k$, se Nullable($Y_1 \cdots Y_{i-1}$) allora FIRST($Y_i$) $\subseteq$ FIRST($X$)

# Costruzione della funzione FIRST

Costruzione di $\mathrm{FIRST}(X_1 \cdots X_n)$ da $\mathrm{FIRST}(X)$ per ogni $X$:

- $\mathrm{FIRST}(X_1) \subseteq \mathrm{FIRST}(X_1 \cdots X_n)$
- Per $i = 2, \ldots n$, se $\mathrm{Nullable}(X_1 \cdots X_{i-1})$ allora $\mathrm{FIRST}(X_i) \subseteq \mathrm{FIRST}(X_1 \cdots X_n)$

# La funzione FIRST

Da quanto detto, se

- $x = cy$ è la stringa da leggere
- $A$ è il terminale da riscrivere

allora le possibili produzioni da applicare sono tutte le $A \longrightarrow \alpha_i$ tali che $c \in \mathrm{FIRST}(\alpha_i)$.

Se in tutti i casi possibili c'è al più una di tali produzioni, abbiamo un parser $LL(1)$.

# La funzione FIRST

Errore! In realtà, se $A$ è annullabile, $cy$ potrebbe essere prodotta in modo diverso:

- Supponiamo che la forma di frase attuale sia $ABw$, con $w \in (V_T \cup V_N)^*$
- dato che $A$ è annullabile, esiste una derivazione $A \stackrel{*}{\Longrightarrow} \varepsilon$

allora, $x = cy$ potrebbe essere ancora derivabile se $c \in \text{FIRST}(B)$ (e quindi se $B \stackrel{*}{\Longrightarrow} c\beta$) in quanto

$$ABw \stackrel{*}{\Longrightarrow} Bw \stackrel{*}{\Longrightarrow} c\beta w$$

# La funzione FOLLOW

Definiamo la funzione FOLLOW nel modo seguente:

- Per ogni non terminale $A \in V_N$, FOLLOW$(A)$ è l'insieme dei terminali che possono comparire subito dopo $A$ in una forma di frase derivata da $S$
- Quindi, dati $A \in V_N$ e $c \in V_T$, $c \in$ FOLLOW$(A)$ se e solo se esistono $\alpha, \beta \in (V_T \cup V_N)^*$ tali che $S \stackrel{*}{\Longrightarrow} \alpha A c \beta$
- In realtà, la funzione FOLLOW$(A)$ riveste interesse soltanto se Nullable$(A) = \texttt{TRUE}$, quindi se esiste una derivazione $A \stackrel{*}{\Longrightarrow} \varepsilon$

# La funzione FOLLOW

Durante il parsing:

- Siano $A$ il non terminale da riscrivere e $c$ il simbolo attualmente letto
- Se $c \in \mathrm{FOLLOW}(A)$ e $\mathrm{Nullable}(A) = \texttt{TRUE}$

allora la derivazione $A \overset{*}{\Longrightarrow} \varepsilon$ può portare all'annullamento di $A$

# Costruzione della funzione FOLLOW

Per tener conto del caso in cui $A$ potrebbe essere l'ultimo simbolo di una forma di frase, cioè in cui $S \stackrel{*}{\Longrightarrow} \alpha A$, estendiamo la grammatica con:

- un non terminale \$ di fine stringa
- un nuovo assioma $S'$
- una produzione $S' \longrightarrow S\$$

Evidentemente, $A$ può comparire a fine stringa nella prima grammatica se e solo se $\$ \in \mathrm{FOLLOW}(A)$ nella nuova grammatica.

# Costruzione della funzione FOLLOW

FOLLOW viene costruita a partire da un insieme di vincoli derivati dalle produzioni.

- $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- Se $A \longrightarrow \alpha B \beta \in P$, allora $\text{FIRST}(\beta) \subseteq \text{FOLLOW}(B)$
- se $A \longrightarrow \alpha B \beta \in P$ e $\text{Nullable}(\beta)$, allora $\text{FOLLOW}(A) \subseteq \text{FOLLOW}(B)$
- se $A \longrightarrow \alpha B \in P$ allora $\text{FOLLOW}(A) \subseteq \text{FOLLOW}(B)$

# Esempio

Grammatica

$$
\begin{array}{rcl}
E & \longrightarrow & TE' \\
E' & \longrightarrow & +TE' \mid \varepsilon \\
T & \longrightarrow & FT' \\
T' & \longrightarrow & *FT' \mid \varepsilon \\
F & \longrightarrow & (E) \mid \texttt{id}
\end{array}
$$

# Esempio

$\text{Nullable}(E') = \text{Nullable}(T') = \texttt{TRUE}$

- $\text{FIRST}(F) = \{(, \texttt{id}\}$
- $\text{FIRST}(T') = \{*\}$
- $\text{FIRST}(E') = \{+\}$
- $\text{FIRST}(T) = \text{FIRST}(F) = \{(, \texttt{id}\}$
- $\text{FIRST}(E) = \text{FIRST}(T) = \{(, \texttt{id}\}$

# Esempio

- $\$ \in \text{FOLLOW}(E)$
- $\text{FIRST}(E') = \{+\} \subseteq \text{FOLLOW}(T)$
- $\text{FIRST}(T') = \{*\} \subseteq \text{FOLLOW}(F)$
- $\text{FIRST}(')') = \{)\} \subseteq \text{FOLLOW}(E)$
- $\text{FOLLOW}(E) \subseteq \text{FOLLOW}(E')$
- $\text{FOLLOW}(E) \subseteq \text{FOLLOW}(T)$
- $\text{FOLLOW}(T) \subseteq \text{FOLLOW}(T')$
- $\text{FOLLOW}(E') \subseteq \text{FOLLOW}(T)$
- $\text{FOLLOW}(T') \subseteq \text{FOLLOW}(F)$

# Esempio

Da cui deriva

- $\text{FOLLOW}(E) = \{\$, )\}$
- $\text{FOLLOW}(E') = \text{FOLLOW}(E) = \{\$, )\}$
- $\text{FOLLOW}(T) = \text{FOLLOW}(E) \cup \{+\} = \{\$, ), +\}$
- $\text{FOLLOW}(T') = \text{FOLLOW}(T) = \{\$, ), +\}$
- $\text{FOLLOW}(F) = \text{FOLLOW}(T') \cup \{*\} = \{\$, ), +, *\}$

# Tabella di parsing predittivo

Associa ad ogni coppia $(a, X)$, $a \in V_T$, $X \in V_N$, un insieme di produzioni (1 se $LL(1)$) da applicare nel caso in cui $X$ sia il non terminale da riscrivere e $a$ sia il simbolo letto in input.

Costruzione della tabella $M$:

Per ogni produzione $A \longrightarrow \alpha \in P$:

- se $\alpha \neq \varepsilon$, per ogni $a \in \text{FIRST}(A)$ aggiungi $A \longrightarrow \alpha$ a $M[A, a]$
- se Nullable$(\alpha)$, per ogni $b \in \text{FOLLOW}(A)$ aggiungi $A \longrightarrow \alpha$ a $M[A, b]$

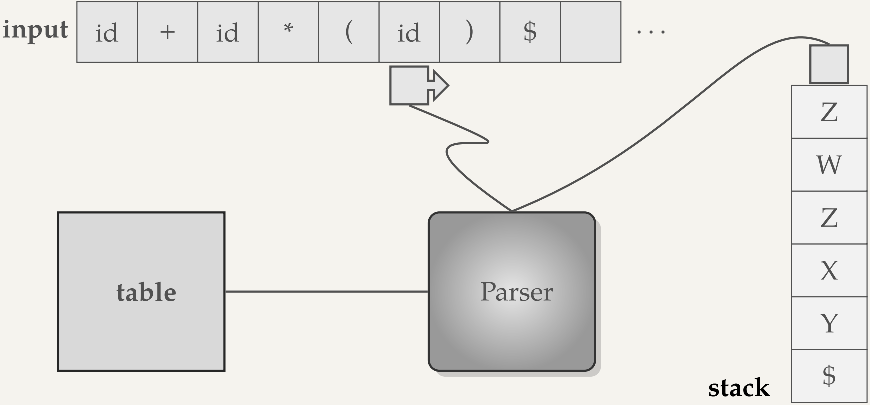
# Esempio

Per la grammatica precedente

| | id | + | * | ( | ) | $ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $E$ | $E \longrightarrow TE'$ | | | $E \longrightarrow TE'$ | | |
| $E'$ | | $E' \longrightarrow +TE'$ | | | $E' \longrightarrow \varepsilon$ | $E' \longrightarrow \varepsilon$ |
| $T$ | $T \longrightarrow FT'$ | | | $T \longrightarrow FT'$ | | |
| $T'$ | | $T' \longrightarrow \varepsilon$ | $T' \longrightarrow *FT'$ | | $T' \longrightarrow \varepsilon$ | $T' \longrightarrow \varepsilon$ |
| $F$ | $F \longrightarrow \texttt{id}$ | | | $F \longrightarrow (E)$ | | |

# Parsing predittivo non ricorsivo

Utilizza uno stack (pila) in modo esplicito, invece che implicitamente , simulando una derivazione sinistra della stringa.



# Parsing predittivo non ricorsivo

input.first()
stack.push(S\$)
**while** stack.top()! = \$:
    **if** stack.top() == input.current():
        stack.pop()
        input.next()
    **elif** table[stack.top(), input.current()]! = Null:
        *Let table[stack.top(),input.current()] be* $X \rightarrow Y_1 \cdots Y_k$
        output stack.top() $\longrightarrow Y_1 \cdots Y_k$
        stack.pop()
        stack.push($Y_1 \cdots Y_k$)
    **else**:
        error

# Parsing predittivo non ricorsivo

Esempio di parsing di id + id $*$ id

| Matched | Stack | Input | Action |
|---|---|---|---|
| | E\$ | id+id*id\$ | |
| | TE′\$ | id+id*id\$ | output $E \longrightarrow TE'$ |
| | FT′E′\$ | id+id*id\$ | output $T \longrightarrow FT'$ |
| | idT′E′\$ | id+id*id\$ | output $F \longrightarrow \mathrm{id}$ |
| id | T′E′\$ | +id*id\$ | match id |
| id | E′\$ | +id*id\$ | output $T' \longrightarrow \varepsilon$ |
| id | +TE′\$ | +id*id\$ | output $E' \longrightarrow +TE'$ |
| id+ | TE′\$ | id*id\$ | match + |
| id+ | FT′E′\$ | id*id\$ | output $T \longrightarrow FT'$ |
| id+ | idT′E′\$ | id*id\$ | output $F \longrightarrow \mathrm{id}$ |
| id+id | T′E′\$ | *id\$ | match id |

# Parsing predittivo non ricorsivo

| Matched | Stack | Input | Action |
|---|---|---|---|
| id+id | *FT′E′$ | *id$ | output $T' \longrightarrow *FT'$ |
| id+id* | FT′E′$ | id$ | match $*$ |
| id+id* | idT′E′$ | id$ | output $F \longrightarrow \text{id}$ |
| id+id*id | T′E′$ | $ | match id |
| id+id*id | E′$ | $ | output $T' \longrightarrow \varepsilon$ |
| id+id*id | $ | $ | output $E' \longrightarrow \varepsilon$ |

Ne risulta la derivazione sinistra

$$
\begin{aligned}
E &\Longrightarrow TE' & &\Longrightarrow FT'E' \\
&\Longrightarrow \mathrm{id}T'E' & &\Longrightarrow \mathrm{id}E' \\
&\Longrightarrow \mathrm{id} + TE' & &\Longrightarrow \mathrm{id} + FT'E' \\
&\Longrightarrow \mathrm{id} + \mathrm{id}T'E' & &\Longrightarrow \mathrm{id} + \mathrm{id} * FT'E' \\
&\Longrightarrow \mathrm{id} + \mathrm{id} * \mathrm{id}T'E' & &\Longrightarrow \mathrm{id} + \mathrm{id} * \mathrm{id}E' \\
&\Longrightarrow \mathrm{id} + \mathrm{id} * \mathrm{id}
\end{aligned}
$$

# Parsing predittivo non ricorsivo

E l'albero sintattico