

# Pumping lemma linguaggi regolari

---

a.a. 2020-2021

Corso di Fondamenti di Informatica - 1 modulo

Corso di Laurea in Informatica

Università di Roma "Tor Vergata"

Prof. Giorgio Gambosi



Il seguente linguaggio è regolare?

$$L_1 = \{a^n b^m \mid n \leq m\}$$

# 1: soluzione

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L_1 = \{a^n b^m \mid n \leq m\}$$

Non regolare.

Per il pumping lemma: dato  $n$ , consideriamo la stringa  $z = a^n b^n$ .

Necessariamente, per ogni  $u, v, w$  tali che  $|uv| \leq n$ ,  $|v| \geq 1$  e  $z = uvw$ , deve essere  $uv = a^k$  per  $k \leq n$  e quindi  $v = a^h$  per  $1 \leq h \leq k$ . Per  $i = 2$ , abbiamo allora che  $n + h > n$  e quindi  $z_2 = a^{n+h} b^n \notin L_1$ .

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L'_1 = \{a^n b^m \mid n < m\}$$

## 2: soluzione

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L'_1 = \{a^n b^m \mid n < m\}$$

Non regolare.

Per il pumping lemma: dato  $n$ , consideriamo la stringa  $z = a^n b^{n+1}$ .  
Necessariamente, per ogni  $u, v, w$  tali che  $|uv| \leq n$ ,  $|v| \geq 1$  e  $z = uvw$ ,  
deve essere  $uv = a^k$  per  $k \leq n$  e quindi  $v = a^h$  per  $1 \leq h \leq k$ . Per  $i = 2$ ,  
abbiamo allora che  $n + h \geq n + 1$  e quindi  $z_2 = a^{n+h} b^{n+1} \notin L'_1$ .

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L_2 = \{a^n b^m \mid n \geq m\}$$

### 3: soluzione

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L_2 = \{a^n b^m \mid n \geq m\}$$

Non regolare.

Per il pumping lemma: dato  $n$ , consideriamo la stringa  $z = a^n b^n$ .

Necessariamente, per ogni  $u, v, w$  tali che  $|uv| \leq n$ ,  $|v| \geq 1$  e  $z = uvw$ , deve essere  $uv = a^k$  per  $k \leq n$  e quindi  $v = a^h$  per  $1 \leq h \leq k$ . Per  $i = 0$ , abbiamo allora che  $z_0 = a^{n-h} b^n \notin L_2$ .

In alternativa, osserviamo che dato che  $L_1$  non è regolare, non lo è neanche  $\bar{L}_1$ . Osserviamo inoltre che  $\bar{L}_1 = L_2 \cup L_3$ , con  $L_3 = \{a^* b^*\}$ . Dato che  $L_3$  è regolare, lo è anche  $L_2$ , per cui, se  $L_2$  fosse regolare ne risulterebbe che  $\bar{L}_1$  sarebbe regolare in quanto unione di linguaggi

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i - j > 4\}$$



## 4: soluzione

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i - j > 4\}$$

Non regolare.

Per il pumping lemma: dato  $n$ , consideriamo la stringa  $z = a^n b^{n-3}$ .

Necessariamente, per ogni  $u, v, w$  tali che  $|uv| \leq n$ ,  $|v| \geq 1$  e  $z = uvw$ , deve essere  $uv = a^k$  per  $k \leq n$  e quindi  $v = a^h$  per  $1 \leq h \leq k$ . Per  $i = 0$ , abbiamo allora che  $n - h < n < n - 3 + 4 = n + 1$  e quindi

$$z_0 = a^{n-h} b^{n-3} \notin L.$$

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i - j < 4\}$$

## 5: soluzione

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i - j < 4\}$$

Non regolare.

Per il pumping lemma: dato  $n$ , consideriamo la stringa  $z = a^n b^{n-3}$ .  
Necessariamente, per ogni  $u, v, w$  tali che  $|uv| \leq n$ ,  $|v| \geq 1$  e  $z = uvw$ ,  
deve essere  $uv = a^k$  per  $k \leq n$  e quindi  $v = a^h$  per  $1 \leq h \leq k$ . Per  $i = 2$ ,  
abbiamo allora che  $n + h > n - 3 + 4 = n + 1$  e quindi  $z_o = a^{n-h} b^{n-3} \notin L$ .

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i + j > 4\}$$

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i + j > 4\}$$

Regolare.

Si può definire un ASFD che lo riconosce.

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i + j < 4\}$$

## 7: soluzione

Il seguente linguaggio è regolare?

$$L = \{a^i b^j \mid i + j < 4\}$$

Regolare.

Si tratta in effetti di un linguaggio finito.