# Linguaggi regolari

a.a. 2020-2021

Corso di Fondamenti di Informatica - 1 modulo

Corso di Laurea in Informatica

Università di Roma "Tor Vergata"

Prof. Giorgio Gambosi

Data l’espressione regolare $a^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 1: soluzione

Data l'espressione regolare $a^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 0$ composte di soli caratteri $a$.

$$\{\varepsilon, a, aa, aaa, aaaa\}$$

Data l'espressione regolare $(ab)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 2: soluzione

Data l'espressione regolare $(ab)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 0$ composte come una sequenza di coppie $ab$.

$$\{\varepsilon, ab, abab, ababab, abababab\}$$

Data l'espressione regolare $a(a+b)^*a$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 3: soluzione

Data l'espressione regolare $a(a+b)^*a$, definita su $\{a,b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 2$ che iniziano e terminano con il carattere $a$.

$$\{aa, aaa, aba, aaaa, abaa\}$$

Data l'espressione regolare $(a+b)^*a(a+b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 4: soluzione

Data l'espressione regolare $(a+b)^*a(a+b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 1$ che contengono almeno un carattere $a$.

$$\{a, ab, ba, bba, aa\}$$

Data l'espressione regolare $a(a+b)^*a$, definita su $\{a,b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 5: soluzione

Data l'espressione regolare $a(a+b)^*a$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 2$ che iniziano e terminano con il carattere $a$.

$$\{aa, aaa, aba, aaaa, abaa\}$$

Data l'espressione regolare $(a + b)^*a(a + b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 6: soluzione

Data l'espressione regolare $(a+b)^*a(a+b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 1$ che contengono almeno un carattere $a$.

$$\{a, ab, ba, bba, aa\}$$

Data l'espressione regolare $(a(cd)^*a)^*$, definita su $\{a, b, c, d\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 7: soluzione

Data l'espressione regolare $(a(cd)^*a)^*$, definita su $\{a, b, c, d\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 0$ composte da una sequenza (eventualmente nulla) di sottostringhe, ognuna delle quali inizia per $a$, continua con una sequenza (eventualmente nulla) di caratteri $c$ e $d$, e termina per $b$.

$$\{\varepsilon, ab, accddcdb, acccb, abab\}$$

Data l'espressione regolare $(a + b)^*ab$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 8: soluzione

Data l'espressione regolare $(a+b)^*ab$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 2$ che terminano per $ab$.

$$\{ab, aab, bab, abab, aaaab\}$$

Data l'espressione regolare $(aa)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 9: soluzione

Data l'espressione regolare $(aa)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 0$ pari composte di soli caratteri $a$.

$$\{\varepsilon, aa, aaaa, aaaaaa, aaaaaaaa\}$$

Data l'espressione regolare $(a^*ba^*ba^*)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 10: soluzione

Data l'espressione regolare $(a^* b a^* b a^*)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 0$ con un numero pari di caratteri $b$.

$$\{\varepsilon, bb, aabab, abaabbb, bbbb\}$$

Data l'espressione regolare $a^*b^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 11: soluzione

Data l'espressione regolare $a^*b^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe $w$ di lunghezza $|w| \geq 0$ composte da una sequenza di $a$ seguita da una sequenza di $b$.

$$\{\varepsilon, ab, aab, abbb, aaa\}$$

Data l'espressione regolare $(ba+a)^*(b+ba)^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

# 12: soluzione

Data l'espressione regolare $(ba + a)^*(b + ba)^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

$$\{bbaa\}$$

Data l'espressione regolare $a^*(b + aaa^*)^*a^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

# 13: soluzione

Data l'espressione regolare $a^*(b + aaa^*)^*a^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

$$\{bab\}$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000.

# 14: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000.

$(0 + 1)^*000(0 + 1)^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che non contengono la sottostringa 000.

# 15: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che non contengono la sottostringa 000.

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non come caratteri iniziali.

# 16: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non come caratteri iniziali.

$1(0 + 1)^*000(0 + 1)^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non all'inizio nÃĺ alla fine.

# 17: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non all'inizio nÃl' alla fine.

$1(0 + 1)^*000(0 + 1)^*1$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono esattamente tre caratteri 0

# 18: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono esattamente tre caratteri 0

$1^*01^*01^*01^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono al più tre caratteri 0

# 19: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono al più tre caratteri 0

$1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono almeno tre caratteri 0

# 20: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono almeno tre caratteri 0

$1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)(0 + 1)^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che inziano e terminano con due caratteri diversi.

# 21: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che inziano e terminano con due caratteri diversi.

$0(0 + 1)^*1 + 1(0 + 1)^*0$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero dispari di 0

# 22: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero dispari di 0

$1^*0(1^*01^*0)^*1^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero pari di 0

# 23: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero pari di 0

$1^*01^*0(1^*01^*0)^*1^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, \ldots, 9\}$ che rappresentano interi divisibili per 5

# 24: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, \ldots, 9\}$ che rappresentano interi divisibili per 5

$(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)^*(0 + 5)$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ che contengono un numero di caratteri $a$ pari a $4k + 1$, per qualche $k \geq 0$.

# 25: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ che contengono un numero di caratteri $a$ pari a $4k + 1$, per qualche $k \geq 0$.

$(b + c)^*a(b + c)^* \left(a(b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^*\right)^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ di lunghezza pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

# 26: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ di lunghezza pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

$((a + b + c)(a + b + c)(a + b + c))^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti un numero di caratteri $c$ pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

# 27: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti un numero di caratteri $c$ pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

$((a + b)^*c(a + b)^*c(a + b)^*c(a + b)^*)^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti 2 caratteri $a$ o 3 caratteri $b$.

# 28: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti 2 caratteri $a$ o 3 caratteri $b$.

$(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^* + (a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti 2 caratteri $a$ e 3 caratteri $b$.

Definire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi. Si intende che l'alfabeto è $\{0, 1\}$.

1. $L_1 = \{w \mid w \text{ contiene la stringa } 0101\}$
2. $L_2 = \{w \mid w \text{ non contiene la stringa } 100 \text{ come sottostringa}\}$
3. $L_3 = \{w \mid$
   $w$ inizia con 0 e ha lunghezza dispari, o inizia con 1 e ha lunghezza pari
4. $L_4 = \{w \mid w \text{ ha al più } 5 \text{ caratteri}\}$
5. $L_1 = \{w \mid w \neq \varepsilon\}$

Definire espressioni regolari per i seguenti linguaggi sull'alfabeto $\{a, b\}$.

1. Il linguaggio di tutte le stringhe che contengono almeno tre $a$.
2. Il linguaggio di tutte le stringhe che iniziano e terminano con lo stesso simbolo.
3. Il linguaggio di tutte le stringhe aventi sia $ab$ che $ba$ come sottostringhe.

Fornire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi.

1. $L = \{a^{2i} \mid i > 0\}$
2. $L = \{\sigma \mid \sigma$ contiene esattamente 2 caratteri $a\}$
3. $L = \{\sigma \mid \sigma$ contiene un numero pari di caratteri $a\}$
4. $L = \{\sigma \mid \sigma$ contiene un numero dispari di caratteri $a\}$

Sia $L$ un linguaggio su $\{a, b\}$ tale che per ogni stringa $w \in L$:

1. $w$ non contiene coppie di $a$ adiacenti
2. ogni $b$ in $w$ è adiacente ad un'altra $b$
3. $|w|$ è pari.

Dimostrare che $L$ è regolare.

(Prova d'esame del 30-1-2006). Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^n b^m | n \leq m\}$ non è regolare.

(Prova d'esame del 24-2-2006). Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^n b^{2n}\}$ non è regolare.

(Prova d'esame del 4-7-2006). Illustrare come sia possibile verificare, date due espressioni regolari $r_1$ e $r_2$, se esse definiscono lo stesso linguaggio. Mostrare come tale procedimento possa essere applicato per verificare che $a^*(ab + ba)^*b$ e $a^*b(a + ab)^*b^*$ non definiscono uno stesso linguaggio.

Il linguaggio $\{a^i b^j | i + j \geq 4\}$ è regolare? Dimostrare la propria risposta.

Il linguaggio $\{a^i b^j | i - j \geq 4\}$ è regolare? Dimostrare la propria risposta.

Dimostrare che le espressioni regolari $r_1 = ab + c^*$, $r_2 = (ab + c)^*$, $r_3 = a(b + c)^*$ descrivono linguaggi diversi.

Sia dato l'ASFND $\mathscr{A}$ con $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_3\}$ e $\delta$ definita dalla tabella seguente:

| | $q_0$ | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | $q_1$ | $q_3$ | |
| 1 | | $\{q_1, q_2\}$ | $q_3$ | |
| $\varepsilon$ | $\{q_1, q_3\}$ | | | |

Derivare una espressione regolare che descriva il linguaggio accettato da $\mathscr{A}$

Per ognuna delle seguenti proposizioni, dire se è vera o falsa, giustificando obbligatoriamente la risposta data.

1. Se $L$ è un linguaggio regolare allora ogni $L' \subseteq L$ è regolare
2. Se $L$ e $L'$ sono linguaggi regolari allora $L - L'$ è regolare
3. 11000 appartiene al linguaggio $0^*1(11)^*10^*$
4. 01110 appartiene al linguaggio $0^*1(11)^*10^*$

Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^i b^j \mid i < j\}$ non è regolare.

Fornire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi.

1. $L = \{a^{2i} \mid i > 0\}$
2. $L = \{\sigma \in \{a, b\} \mid \sigma$ contiene esattamente 2 caratteri $a\}$
3. $L = \{\sigma \in \{a, b\} \mid \sigma$ contiene un numero pari di caratteri $a\}$
4. $L = \{\sigma \in \{a, b\} \mid \sigma$ contiene un numero dispari di caratteri $a\}$

Sia dato l'ASFD $\mathscr{A}$ con $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $F = \{q_2\}$ e $\delta$ definita dalla tabella seguente:

| | $q_0$ | $q_1$ | $q_2$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $q_0$ | $q_2$ | $q_0$ |
| 1 | $q_1$ | $q_1$ | $q_1$ |

Derivare una espressione regolare che descriva il linguaggio $L(\mathscr{A})$ riconosciuto dall'automa.

Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^n b^m c^n \mid n, m > 0\}$ non è regolare.

Sia dato il linguaggio $L = \{\sigma \in \{a, b, c\}^* \mid \#a(\sigma) = \#b(\sigma) = \#c(\sigma)\}$, dove $\#x(\sigma)$ indica il numero di caratteri $x$ nella stringa $\sigma$. Il linguaggio $L$ è regolare? Dimostrare la risposta data.

Data l'espressione regolare $r = a(b^* + a)$, derivare un automa a stati finiti deterministico che riconosca il linguaggio $L(r)$.

Si consideri il linguaggio $L = \{a^r b^s c^t | t = r - s\}$. Dimostrare che questo linguaggio non è regolare.

Dimostrare che il seguente linguaggio è regolare $L = \{a^k b^j c^i | i, j, k > 0\}$ dove $k$ è dispari e $i > 2$, oppure $j$ è dispari e $i \leq 3$.

Si definisca una grammatica di tipo 3 che generi il linguaggio
$L = \{x0y | x \in \{0, 1\}^*, y \in \{0, 1\}^3\}$.

Sia dato il linguaggio

$$L = \{w \in \{a, b\}^* | w \text{ non è della forma } vv\}$$

Mostrare se $L$ è regolare o meno.

Si definisca una grammatica di tipo 3 che generi il seguente linguaggio

$$L = \{a^n b^m c^k | n + m + k \text{ dispari}\}$$

Definire una grammatica regolare che generi il seguente linguaggio

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ non contiene la sottostringa } 101\}$$

descrivendo e giustificando le scelte effettuate.

Si determini se i linguaggi

$$L = \{a^i b^j c^i | i, j \geq 1\}$$

e

$$L = \{a^i b^j c^k | i, j, k \geq 0\}$$

sono regolari.

Definire una grammatica di tipo 3, priva di simboli inutili, che generi il linguaggio descritto dall'espressione regolare $a^*bc^* + a(ab + c^*b)$

Si definisca una grammatica regolare che generi il linguaggio $L$ composto da tutte le stringhe su $\Sigma = \{a, b\}$ non contenenti la sequenza $aba$