



AULA I: Áreas de Figuras Planas

2ª Série

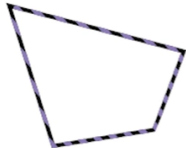
Turma:

Introdução:

ÁREAS?

Def.: É o tamanho de uma região compreendida por certo limites. O número real da área representa o tamanho real dela.

Ex.:



UNIDADES:

Def.: Para calcular a área de uma região plana, é necessária que todas as suas dimensões tenham a mesma unidade de comprimento.

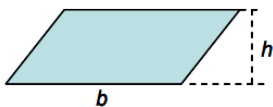
km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
-----------------	-----------------	------------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS:

Área do Paralelogramo:

Def.: Corresponde ao produto da medida da base pela altura da figura, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

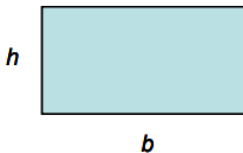


$$A_{\text{Paralelogramo}} = b \cdot h$$

Área do Retângulo:

Def.: Corresponde ao produto da medida da base pela altura da figura, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

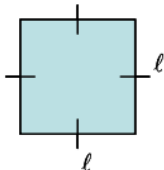


$$A_{\text{Retângulo}} = b \cdot h$$

Área do Quadrado:

Def.: Corresponde ao produto da medida dos seus lados, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

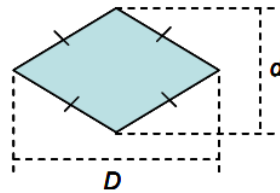


$$A_{\text{Quadrado}} = l \cdot l = l^2$$

Área do Losango:

Def.: Corresponde ao produto da medida da diagonal maior (D), pela diagonal menor (d), dividido por dois, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

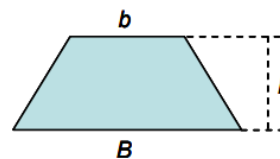


$$A_{\text{Losango}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Área do Trapézio:

Def.: Corresponde a soma da base maior (B) mais a base menor (b) pelo produto de sua altura (h), dividido por dois, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

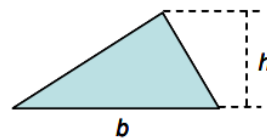


$$A_{\text{Trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Área do Triângulo Qualquer:

Def.: Corresponde ao produto da medida da base (b) pela altura (h) da figura, dividido por dois, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

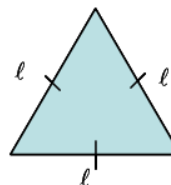


$$A_{\text{Triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Área do Triângulo Equilátero:

Def.: Corresponde ao produto da medida do lado ao quadrado (l) pela raiz quadrada de três ($\sqrt{3}$), dividido por quatro, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:



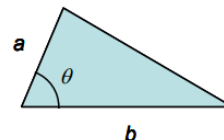
$$A_{\text{Triângulo Equilátero}} = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$h_{\text{Triângulo Equilátero}} = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Observação

- É possível calcular a área do triângulo é dado dois de seus e o ângulo formado entre eles:

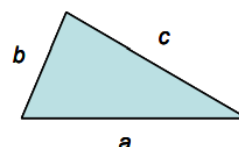
Ex.:



$$A_{\text{Triângulo}} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \theta}{2}$$

- É possível calcular a área de um triângulo em função de seus lados. Usa-se a fórmula de Heron.

Ex.:

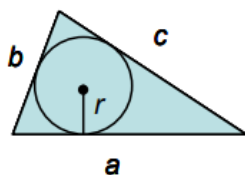


$$P_{\text{semiperímetro}} = \frac{a + b + c}{2}$$

$$A_{\text{Triângulo}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

- É possível calcular a área de um triângulo em função dos lados e do raio da circunferência inscrita a ele:

Ex.:



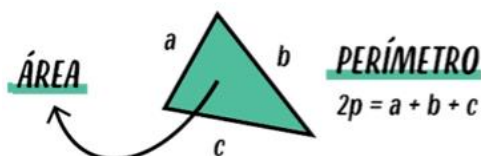
$$P_{\text{Semiperímetro}} = \frac{a + b + c}{2}$$

$$A_{\text{Triângulo}} = P \cdot r$$

Observação:

CUIDADO!

ÁREA É DIFERENTE DE PERÍMETRO



Observação:

Há três maneiras de se calcular áreas de figuras planas, são elas:

- Direta:



$$A = \text{Área do triângulo}$$

- Partição:



$$A = \text{Área do retângulo 1} + \text{Área do retângulo 2}$$

- Exclusão:

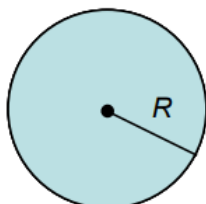


$$A = \text{Área do quadrado} - \text{Área do círculo}$$

Área do Círculo:

Def.: Corresponde ao produto da constante (π) pela medida do raio ao quadrado (R), sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

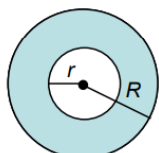


$$A_{\text{Círculo}} = \pi \cdot R^2$$

Área do Coroa Circular:

Def.: Ao unirmos duas circunferências de mesmo centro com raios R e r , considerando $R > r$, temos que a diferença entre as áreas é denominada coroa circular. Sendo expressa pela fórmula:

Ex.:



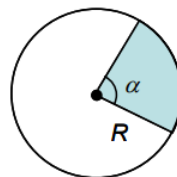
$$A_{\text{Coroa Circular}} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

Área do Setor Circular:

Def.: É a parte de um círculo limitado por dois raios e um arco, conforme a figura, sendo expressa pela fórmula:

Ex.:

Área de um setor circular de raio R e α radianos:



$$A_{\text{setor}} = \frac{\alpha R^2}{2}$$

Área de um setor circular de raio R e α graus:

$$A_{\text{setor}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$

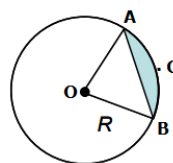
Área de um setor circular de raio R e comprimento de arco l :

$$A_{\text{setor}} = \frac{l \cdot R}{2}$$

Área do segmento Circular:

Def.: O segmento de uma região circular é limitado por uma corda e um arco. Para determinarmos a área do segmento circular ABC formado pela corda AB, sendo expressa pela fórmula:

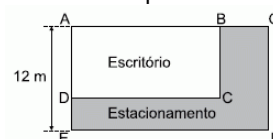
Ex.:



$$A_{\text{Segmento Circular}} = \text{Área do setor ABC} - \text{Área do triângulo ABO}$$

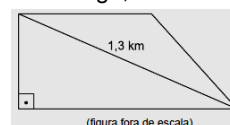
Exercícios de Sala:

1. Em um terreno retangular AEFG, foi construído um escritório ABCD, também retangular, e o restante da área foi destinada a estacionamento, conforme mostra a figura. Sabendo-se que $BG = 5$ m, $DE = 4$ m e que o escritório ocupa uma área de 240 m^2 , a área ocupada pelo estacionamento é:



- 100 m^2
- 120 m^2
- 140 m^2
- 160 m^2
- 180 m^2

2. A figura representa a planta de um sítio que foi dividido em duas partes, por meio de uma cerca medindo $1,3$ quilômetros. Da parte em formato de triângulo retângulo, sabe-se que um dos lados mede 700 metros mais que o outro. Logo, a área dessa parte do sítio, em metros quadrados, é igual a:



- $5\,000$
- $30\,000$
- $50\,000$
- $300\,000$
- $500\,000$

3. Determine a área da coroa circular da figura a seguir, considerando o raio da circunferência maior igual a 10 metros e raio da circunferência menor igual a 8 metros.

- $113,04$
- $114,04$
- $115,04$
- $116,04$
- $106,04$

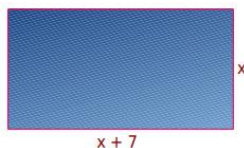
4. Um círculo de raio 20 cm servirá como base de corte para um novo círculo, concêntrico a ele, que deverá ter área igual a 310 cm^2 . Qual a área será descartada do primeiro círculo? Considere $\pi = 3,1$.

- A) 930 cm^2
- B) 950 cm^2
- C) 1000 cm^2
- D) 310 cm^2
- E) 620 cm^2

5. Para ladrilhar totalmente uma parede de 27 m^2 de área foram usadas peças quadradas de 15 cm de lado. Quantas peças foram usadas?

- A) 1 500
- B) 1 600
- C) 1 700
- D) 1 400
- E) 1 200

6. Determine a área de um retângulo, sabendo que este tem 46 cm de perímetro e que o comprimento excede em 7 cm a largura.



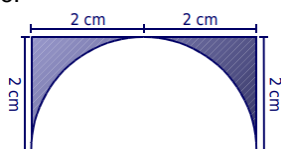
- A) 600 cm^2
- B) 480 cm^2
- C) 360 cm^2
- D) 240 cm^2
- E) 120 cm^2

7. Um losango tem 40 cm de perímetro. Se a medida da diagonal maior é o dobro da medida da diagonal menor, determine a área desse losango.

- A) 80 cm^2
- B) 60 cm^2
- C) 40 cm^2
- D) 20 cm^2
- E) 100 cm^2

8. A área da região hachurada vale:

- A) $12\pi - 2$
- B) $16 - 2\pi$
- C) $9 - \pi$
- D) $8 - 2\pi$
- E) $4 - \pi$

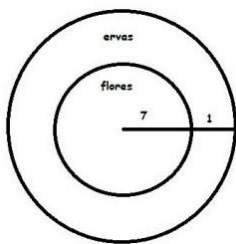


QUESTÕES PROPOSTAS:

De Olho no



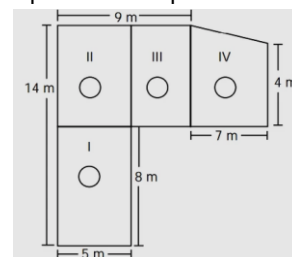
1. Adriana planta flores num canteiro circular de raio 8 m. Ao redor desse canteiro, ela pretende plantar ervas medicinais formando uma coroa circular, de maneira que a parte destinada às flores sofrerá uma redução de 2 m em seu diâmetro. A área ocupada pelas ervas medicinais neste canteiro será igual a:



- A) 13π
- B) 14π
- C) 15π
- D) 16π
- E) 8π

2. Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m² de área, ou modelo B, que consome

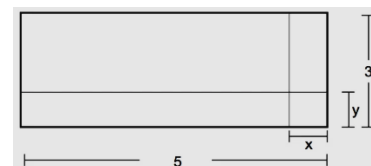
750 g/h de gás propano e cobre 45 m² de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários:

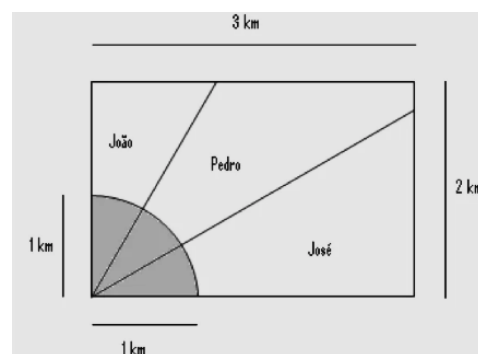
- A) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
- B) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
- C) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
- D) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
- E) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

3. Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é $(5 - x)(3 - y)$. Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:



- A) $2xy$
- B) $15 - 3x$
- C) $15 - 5y$
- D) $-5y - 3x$
- E) $5y + 3x - xy$

4. Ao morrer, o pai de João, Pedro e José deixou como herança um terreno retangular de 3 km x 2 km que contém uma área de extração de ouro delimitada por um quarto de círculo de raio 1 km a partir do canto inferior esquerdo da propriedade. Dado o maior valor da área de extração de ouro, os irmãos acordaram em repartir a propriedade de modo que cada um ficasse com a terça parte da área de extração, conforme mostra a figura.



Em relação à partilha proposta, constata-se que a porcentagem da área do terreno que coube a João corresponde, aproximadamente, a:

(considere $\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,58$)

- A) 50%
- B) 30%
- C) 37%
- D) 33%
- E) 19%

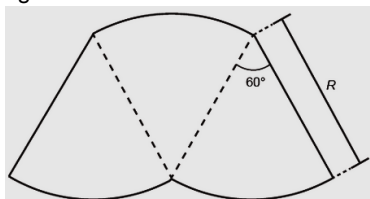
5. Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

- Terreno 1: 55 m por 45 m
- Terreno 2: 55 m por 55 m
- Terreno 3: 60 m por 30 m
- Terreno 4: 70 m por 20 m
- Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno.

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

6. O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60° . O raio R deve ser um número natural.

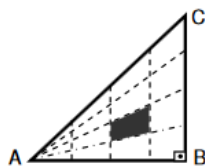


O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões 50 m x 24 m. O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente. Considere 3,0 como aproximação de π . O maior valor possível para R , em metros, deverá ser:

- A) 16
B) 28
C) 29
D) 31
E) 49

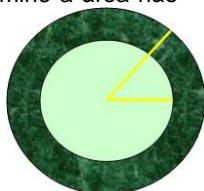
7. Na figura abaixo, que representa um triângulo retângulo isósceles $\triangle ABC$, os catetos medem 4. Os segmentos paralelos a \overline{AB} dividem \overline{BC} em 4 partes iguais; e os segmentos que partem do vértice A fazem o mesmo com o cateto \overline{BC} . A área do trapézio hachurado é:

- A) $9/8$
B) $5/8$
C) $3/8$
D) $7/8$
E) $1/8$



8. Um cavalo está amarrado em uma árvore através de uma corda de 20 metros de comprimento. A área total da pastagem possui raio de 50 metros de comprimento. Considerando a área de pastagem máxima do cavalo, determine a área não utilizada na alimentação do cavalo.

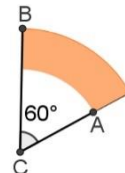
- A) $6\,594\text{ cm}^2$
B) $6\,694\text{ cm}^2$
C) $6\,494\text{ cm}^2$
D) $6\,394\text{ cm}^2$
E) $5\,294\text{ cm}^2$



9. Um círculo de raio 20 cm servirá como base de corte para um novo círculo, concêntrico a ele, que deverá ter área igual a 310 cm^2 . Qual a área será descartada do primeiro círculo? Considere $\pi = 3,1$.

- A) 930 cm^2
B) 950 cm^2
C) 1000 cm^2
D) 310 cm^2
E) 620 cm^2

10. Na figura a seguir, o comprimento do segmento CA é 8 cm, e o comprimento do segmento CB é 10 cm. Qual é a área da figura laranja sabendo que ela é parte de uma coroa circular? Considere $\pi = 3,1$.



- A) $18,6\text{ cm}^2$
B) $54,6\text{ cm}^2$
C) $111,6\text{ cm}^2$
D) $120,3\text{ cm}^2$
E) 200 cm^2

11. Um fazendeiro resolveu marcar seus tratores pintando os pneus, apenas pelo lado de fora, com uma tinta vermelha. Sabendo que o metro quadrado de tinta custa R\$ 1,20, que o fazendeiro pintou 4 pneus e que a parte pintada de cada pneu representa uma coroa circular com raio menor igual a 1 metro e o raio maior igual a 1,5 metros, quanto esse fazendeiro gastou com tinta? Considere $\pi = 3,1$.

- A) R\$ 10,60
B) R\$ 12,60
C) R\$ 14,60
D) R\$ 15,60
E) R\$ 18,60

"Não se preocupem com suas dificuldades em Matemática, posso assegurar-lhes que as minhas são bem maiores".



(Albert Einstein)

