**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОТОНАЛЬНОГО СИГНАЛА И ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ОЦЕННКИ ПАРАМЕТРОВ ЕГО ГАРМОНИК**

Омский государственный университет путей сообщения (ОмГУПС), г. Омск,   
Российская Федерация

*Выступающий: Васеева Т. В.*

*Руководитель: к.т.н. Альтман Е. А.*

**Слайд 1 – Титульный лист**

Здравствуйте. Тема диссертационных исследований – СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОТОНАЛЬНОГО СИГНАЛА И ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ОЦЕННКИ ПАРАМЕТРОВ ЕГО ГАРМОНИК.

|  |  |
| --- | --- |
| **ДОКЛАД** | **КОММЕНТАРИЙ** |
| **Слайд 2 – Цель, объект и предмет исследования.**  **Целью работы**  является совершенствование методов оценки параметров гармоник многотонального сигнала.  **Объектом исследования** являются методы оценки параметров гармоник в силовых электрических сетях.  **Предметом исследования** является точность и быстродействие численных методов оценки параметров гармоник. |  |
| **Слайд 3 – Задачи исследования.**   1. Анализ математических основ объекта исследования и формулировка математической модели многотонального сигнала. 2. Изучение и экспериментальное исследование алгоритмов оценки параметров гармоник. 3. Развитие математической модели многотональных сигналов в части расчета точности оценки амплитуды применительно к используемому при оценке параметров гармоник подходу, связанному с применением оконных функций. 4. Разработка численных методов для оценки параметров гармоник, позволяющих достичь расчетной точности для амплитуды гармоники. 5. Разработка алгоритмов для эффективного выполнения численных методов из предыдущей задачи. 6. Разработка комплекса программа для анализа и доработки алгоритмов оценки параметров гармоник многотональных сигналов. |  |
| 1. Дополнена математическая модель спектра многотонального сигнала полученными и экспериментально проверенными формулами для нахождения границы Крамера-Рао при оценке амплитуды гармоники для взвешенного оконной функцией сигнала. 2. Предложен численный метод нахождения оптимальной несмещенной оценки амплитуды гармоники на основе корреляционного анализа, а также предложена его быстрая реализация на основе алгоритмов разряженного БПФ. 3. Реализован комплекс программ для экспериментальной проверки полученных в работе формул и анализа алгоритмов оценки параметров гармоник многотональных сигналов. |  |
| **Слайд 5 – Практическая значимость работы.**   1. Выведена формула для нахождения границы Крамера-Рао при применении оконной функции, которая позволяет повысить эффективность научных исследований различных алгоритмов обработки сигналов с применением оконных функций, заменив моделирование алгоритма с применением различных окон расчетом по предложенной формуле. 2. Предложенный численный метод, вместе с его быстрой реализацией, позволяют повысить точность и достоверность результатов измерительных приборов для электрических сетей. 3. Разработанный комплекс программ позволяет проводить научные исследования в области цифровой обработки сигналов и используется в учебном процессе. |  |
| **Математическая модель многотонального сигнала.**  **Слайд 6 – Ограничение ДПФ.** | Каждая гармоника характеризуется амплитудой . Частотой и начальной фазой . Гармоника является основной гармоникой.  Совокупность всех амплитудных гармоник , определяет амплитудный спектр сигнала. – разность между амплитудными гармониками. – разность между дискретными гармониками.  На картинке изображена проблема нахождения гармоники сигнала . Гармоника находится между дискретными гармониками , , ДПФ. Спектр сигнала имеет ярко выраженную основную частоту .  ДПФ преобразовывает последовательность из равномерно расположенных вещественных или комплексных отчетов  функции времени в последовательность из .  Существует проблема нахождения частоты по ограниченному числу отчетов. |
| **Слайд 7 – Влияние оконной функции**   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | | Если исследовать преобразование Фурье прямоугольного импульса, то мы увидим значительные боковые лепестки в спектре.  Если исследовать преобразование Фурье с окном Кайзера , то мы увидим спектр сигнала без боковых лепестков. Спектр сигнала более сглаженный. Изменяя параметр , мы можем изменять форму окна.  Рисунок, показывающий, что происходит со спектром гармоники при наложении на него окна. Лучше в двух частях **–** с прямоугольным окном и окном Кайзера. |
| **Слайд 8 – Методы интерполирования спектра**   * метод Якобсена; * два метода Квина; * два метода Маклеода; * метод Грэндка; * алгоритм параболической интерполяции; * алгоритм интерполяции Гаусса; * алгоритм, рекомендованный в ГОСТ 30804.4.7-2003; * метод корреляционных функций.  |  |  | | --- | --- | | **C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\ericjacobsen.JPG** | Значение функции в выбранных точках и следующим образом: | |  | |  | |  | | При : | |  | |  | |  | |  | | На слайде представлены методы интерполирования спектра. Распространённым методом является метод Якобсена.  Он основан на определении максимума спектра на основании трех точек БПФ.  В качестве интерполируемой функции выступает квадратичная функция, графиком которой является парабола.  Пусть для квадратичной функции с максимальным коэффициентом функции и истинным коэффициентом, достигнутым в максимуме .  Для всех интерполяционных методов порядковый номер истинной максимальной частоты и частота гармоник определяются формулам: и  Справа - поясняющий рисунок и формулы, слева - список основных методов.  можно взять из диссертации елизарова. |
| **Слайд 9 – Методы экстраполирования сигнала**   |  |  | | --- | --- | | **Сигнал (частота=5.2)**  **C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\signal.png** | **Спектр**  **C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\spectrum.png** | | **Экстраполированный сигнал**  **C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\interpolated_signal.png** | **Спектр экстр. сигнала**  **C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\spectrum_of_interpolated_signal.png** | | Экстраполя́ция или экстраполи́рование – это особый тип аппроксимации, при котором функция аппроксимируется вне заданного интервала, а не между заданными значениями. |
| **Слайд 10 – Формулы для границы Крамера-Рао для амплитуды гармоник.**  В общем случае граница Крамера-Рао определяется формулой:  – оцениваемый параметр;  – дисперсия (variance) несмещенной оценки параметра.  Формулу можно записать через информацию Фишера:  .  – среднее значение;  – функция правдоподобия. | Максимально возможную точность оценки параметров спектральных составляющих можно определить с помощью неравенства Крамера-Рао. В зарубежной литературе чаще встречается термин Cramer-Rao lower bound (CRLB), что переводится как «нижняя граница Крамера-Рао». Несмещенная оценка, которая достигает нижней границей Крамера-Рао, называется эффективной. Она обеспечивает наименьшую среднеквадратичную ошибку среди несмещенных оценок и называется minimum variance unbiased (MVU) – оценкой с «минимальной несмещенной дисперсией». Алгоритмы для получения minimum variance unbiased (MVU) оценки должны оценивать параметры на основе функции максимального правдоподобия (maximum likelihood estimation, MLE).  На практике под оценкой минимальной дисперсии будем понимать дисперсию, задаваемую нижней границей Крамера-Рао (CRLB). |
| **Слайд 11 – Математическая модель для оценки точности нахождения амплитуды гармоники**   |  |  | | --- | --- | | . | (9) |   где – среднее квадратичное отклонение шума;  – номер отчета;  – число отсчетов в дискретном сигнале,   – наблюдаемый сигнал.  – амплитуда гармоники, полученная в результате оценки умноженного на оконную функцию сигнала   |  |  | | --- | --- | |  | (10) |   – оконная функция  Данный коэффициент показывает, во сколько раз ухудшится точность оценки амплитуды гармоники при использовании окна. | В ряде экспериментов, проводимых в публикациях точность оценки амплитуды гармоник сигналов при использовании оконных функций, была ниже теоретической, определяемая как граница Крамера-Рао.  Из итоговой (9) формулы на предыдущем слайде выделим вторую часть. Введем обозначение «коэффициент окна»: |
| **Слайд 12 – Практическая точность методов.**  **C:\Users\sun\Downloads\Cramer_Rao.png** | На графике представлена зависимость дисперсии при оценке основной частоты от уровня шума. Представлены методы: граница Крамера-Рао, метод корреляционных функций, второй метод Квина, метод Маклеода (5 точек).  При повышении уровня шума погрешность интерполяционных методов возрастает и методы перестают работать. Хорошие результаты у второго метода Квина и метода Маклеода по пяти точкам. Преимущество метода Маклеода является более простая реализация алгоритма, в отличие от метода Квина. |
| **Слайд 13 – Оценка дисперсии амплитуды гармоники**   * Оценку точности результатов для данных, которые сами по себе являются оценкой точности, выполнить на прямую довольно затруднительно. Во всех трех экспериментах с увеличением числа опытов экспериментальные кривые сглаживались и становились визуально не отличимые от расчетных данных. * Эксперименты были проведены при различных входных параметрах (число точек, амплитуда, частота и фаза сигналов, дисперсия шума или коэффициент окна). Ни в одном случае не было зафиксировано отклонение результатов эксперимента от результатов, полученных по предложенной формуле. * Таким образом, результаты моделирования алгоритма оценки амплитуды гармоники в условиях шума при наложении оконной функции подтверждают полученные соотношения для оценки дисперсии оценки амплитуды. |  |
| **Слайд 14 – Экспериментальная проверка формулы для оценки дисперсии**   |  |  | | --- | --- | | . | (7) |     Рис. 1.  Изменение дисперсии шума после наложении на него окна | Далее представлены результаты моделирования.  Для проверки правильности рассмотренных выкладок мы промоделировали измерение амплитуды гармоник в однотональном сигнале, т. е на входе присутствует один синусоидальный сигнал.  На графике показано изменение дисперсии шума после наложении на него окна Кайзера с параметром kaiser\_beta=5. Сплошной линией отображены результаты моделирования, штриховой – результаты расчета по формуле (7), представленной на слайде.  Из графика видно, что линии дисперсий практически совпадают. |
| **Слайд ? –**   |  |  | | --- | --- | | . | (9) |     Рис. 2. Зависимость дисперсии оценки амплитуды от параметра окна | На слайде видим формулу (9) для дисперсии оценки амплитуды гармоники при использовании оконной функции:  Сплошной линией показаны результаты расчеты по формуле (9), штриховой – результаты моделирования. При увеличении числа тестов линии становятся все более похожими. Результаты моделирования приведены на рисунке 2. |
| **Слайд ? –**   |  |  | | --- | --- | | . | (9) |     Рис. 3. Зависимость дисперсии оценки амплитуды от дисперсии шума | На слайде видим формулу (9) для дисперсии оценки амплитуды гармоники при использовании оконной функции:  Сплошной линией приведены результаты расчетов по формуле (9), штриховой – результаты моделирования, линия из точек – граница Крамера-Рао. |
| **Слайд 15 – Дополненная математическая модель многотонального сигнала** |  |
| |  |  | | --- | --- | | **C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\Computer_program.jpg** | C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\Diagram_FFT_and_Resampling.png  Предлагаемая полезная модель относится к электроизмерительной технике и может быть использована для определения гармоник или для измерения спектрального состава периодического сигнала. |   **Слайд 20 – Расчет гармоник и интергармоник.** | Структурная схема устройства для определения гармоник или спектра сигнала электрической сети представлена на рисунке.  Анализатор гармоник или спектр сигнала электрической сети содержит: блок №1 – фильтр нижних частот 1 (ФНЧ1, Low-pass filter), вход, которого соединен с анализатором, а выход соединен с аналого-цифровым преобразователем (АЦП, AD Converter), то есть блок №2. Частота среза фильтра равна максимальной частоте сигнала . Вход управления АЦП соединен с блоком памяти №3 – оперативным запоминающим устройствам (ОЗУ, RAM – Random Access Memory), а выход соединен с блоком №4 «Передискретизация» (Resampling). Значения выборки сохраняются в памяти после разбиения диапазона отчетных значений сигнала на конечное число уровней и округление этих значений (квантование – quantization). Вход управления «Передискретизации» соединен с блоком №5 – фильтром нижних частот 2 (ФНЧ2, Low-pass filter). А выход соединен с блоком №6 – «FFT» (Fast Fourier Transform). Выход соединен с дисплеем, блок №7. Блок дисплея показывает частотный спектр сигнала. |
| **Слайд 21 – Библиотека SFFT** |  |
| **Слайд 22 – Разряженное FFT**  **C:\Users\sun\Documents\ДИССЕРТАЦИЯ\МОЯ ДИССЕРТАЦИЯ\Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\Presentation\images\Sparse_Fourier_Transform_Performance.png** |  |
| **Слайд 23 – Результаты работы**   * Инновационные проекты и технологии в образовании, промышленности и на транспорте. * Инновации в информационных технологиях, машиностроении и автотранспорте. Сборник материалов III Международной научно-практической конференции. * Надежность функционирования и информационная безопасность инфокоммуникационных, телекоммуникационных и радиотехнических сетей и систем. Материалы всероссийской научно-технической конференции. * Инновационные проекты и технологии в образовании, промышленности и на транспорте. Материалы научной конференции, посвященной Дню Российской науки. Омский государственный университет путей сообщения. * Системы управления, информационные технологии и математическое моделирование. Материалы I Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. |  |
| **Слайд 24 – Результаты работы**   * + Проблемы машиноведения. Материалы III Международной научно-технической конференции.   + Информационные и управляющие системы на транспорте и в промышленности. Материалы II всероссийской научно-технической конференции.   + Тезисы XIX Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. Тезисы докладов.   + САПР и моделирование в современной электронике. Cборник научных трудов II Международной научно-практической конференции. |  |
| **Слайд 25 – Основные положения выносимые на защиту**   1. Дополнение к математической модели многотонального сигнала в виде формулы, позволяющей определить дисперсию оценки амплитуды гармоники, отличающемуся от известной границы Крамера-Рао учетом изменения дисперсии после применения оконных функций. 2. Основанный на корреляционном анализе численный метод, позволяющий определить параметры гармоник сигналов с точностью, определяемой уточненной границей Крамера-Рао, включающий в себя вычислительно-эффективную схему расчета корреляций и отличающийся от известных методов отсутствием потерь в точности результатов при интерполировании параметров гармоник. 3. Комплекс программ для анализа и построения алгоритмов оценки параметров многотональных сигналов. |  |

**Васеева** Татьяна Валериевна, аспирант, [tvvaseeva@gmail.com](mailto:tvvaseeva@gmail.com)

**Альтман** Евгений Анатольевич, к.т.н., доцент, [AltmanEA@gmail.com](mailto:AltmanEA@gmail.com)