蓋蓋樂 (cover)

題目靈感 : 2024 全國賽 pD，toj 570，cses 2181

先觀察一下測資

測資編號	$n \times m$	**最佳數** T	**特色**
01	10×10	41	很小
02	10×10	23	很小
03	100×100	5000	全空
04	100×100	2646	階梯
05	100×100	0	$T = 0$
06	1×10000	4527	$n = 1$
07	2×5000	4567	$n = 2$
08	4×2500	4638	$n = 4$
09	10×1000	3591	$n = 10$
10	100×100	2109	很正常

顯然 greedy 亂放會是錯的，但正常 greedy 03, 04, 05, 06 應該能過，其他都差不多能拿 0.4 的分數。

再加上手構測資 01, 02，可以拿到 60 分多。

接著你會 cses 2181 的話，用一點插頭 DP ，你就可以過測資 07, 08, 09，就可以拿到 90 分上下，如果是一般比賽，你就該跳題了。

接著通靈一下，我們把每個可以放東西的格子視為一個點，兩個格子可以放骨牌的話就連一條邊。
熟悉圖論的你就會發現我們要求的就是這一張圖的最大邊匹配，再想到題序西洋棋盤支解問題告訴你的，一個骨牌一定是一個黑格一個白格，所以這會是一張二分圖，就可以直接用 $O(VE)$ 的二分圖最大匹配算法快速做完了。

比賽當天晚上的 ABC 407 G 就出了一題幾乎一樣的，變成有邊權而已，如果你當天有來打你就能秒掉了，Brinton 就不來寫。

夢中的數字 (more)

題目靈感 : 蔡孟宗選訓時講的

k = 1 時 有很多種作法，最直覺的應該是傳全部的總和，find 時總和減掉全部就好。

k = 2 時，考慮 k = 1 的作法，這樣我們是知道了 x + y ，如果你會寫 Sum of Two Values 應該就可以找到所有符合的 (x, y) 了，但我們要怎麼確定是哪一組呢？

既然不知道要怎麼確定是哪一組，那我們就讓他高機率只有一組符合條件就好，於是我們就將原本的數字 map 到隨機的一個很大的數字，但要怎麼讓兩支程式相同數字map到相同數字？

很多種方法，可能可以 $x \leftarrow a^x \pmod p$ ，自己決定a, p，或是把 x 當亂數種子產生的第一個亂數。

k = 3 時同理，只是變成了 Sum of Three Values 而已。

來算一下機率，假設我們是 0 到 C 中隨機數字。

有兩組以上相加都為 r 的機率大概是 $O((1-\frac{1}{C})^{n^k})$

用當 p 很小時 $(1-p)^t \approx 1-pt$ 來估計，C 取 10^{12} 以上就很安全了，C 取 10^9 左右大機率會吃 WA。

隱藏的序列 (sequence)

題目靈感 : tioj 1617 、 2024 全國賽測機 pB、BOI 2023 day 1 pB

因為一開始不知道要幹嘛，所以我們先隨機兩個數，把其他所有數都和這兩個數問過一次。

如此一來，我們就可以把數字分成三堆，最小值、中間值、最大值。
那些問起來是中間值的地方就是原本的值，我們只要處理最小值和最大值就好。

在處理最小值時，我們從最大值那邊偷一個數字來，這樣中位數那個詢問就變成了丟兩個數 a, b 進去，他會回傳 $\max(p_a, p_b)$。
接著我們再從最小值那堆隨機挑一個數字 x，把最小值裡的其他數都跟他問一次，比 x 小的都會回傳 p_x，比他大的就會是原本的值，這樣，我們數字隨機挑的話，期望上可以得出 $\Theta(n/2)$ 個數的值，

我們只要一直遞迴重複直到最小值那堆只剩兩個數就可以得出所有值了。

假設一開始最大值和最小值兩堆的大小都是 $\Theta(n/2)$ 我們就可以
$\Theta(n/2) + \Theta(n/4) + \Theta(n/8) + \ldots = \Theta(n)$ 處理完最小值那邊。

最大值那邊同理可以 $\Theta(n)$ 處理完。

再加上一開始花 n 把元素分三堆，我們就可以總共花 $\Theta(3n)$ 次詢問得出來。

但大家都知道，Θ 是平均狀況，而評分是向上取整，且是取所有測資最多的那次，所以在那麼多筆測資下只要不小心問到 3.01n 次你就只有 97.3 分而已了。

當我們在 "從最小值那堆隨機挑一個數字 x，把最小值裡的其他數都跟他問一次" 這個過程中，假設問第 i 格和第 j 格得出的東西重複了，那我們就可以知道這重複的元素一定是 p_x 的值，而且可以知道 $p_i < p_x$ 且 $p_j < p_x$，所以我們接下來詢問時，可以把挑的那個數從 x 換成 i，然後再花一次詢問把 p_j 的值補上，如果你有先 shuffle 過，p_i 的期望值大概是所有比 p_x 值小的數的中位數之類的，所以大概只會進行 $\Theta(\log n)$ 次換數字的操作就可以得出整個最小值那堆了，所以我們就可以 $\Theta(n/2 + \log(n/2))$ 之類的處理完最小值那邊。最大值那邊同理。

這樣，總共就只需要 $\Theta(2n + 2\log(n/2))$ 次詢問之類的就可以得出答案了。

又一個簡短的問題 (ShortAgain)

題目靈感 : 自己想的

首先我們考慮數字由大放到小，當我們放在 V_t 時，這個數會和 $V_{t-1}, V_{t-2}, \ldots, V_0$ 中還沒放的數形成逆序數對，所以我們就 greedy 的由後往前 k 還夠的話能放就放，可以證明這樣一定有一組放法恰形成 k 個逆序數對，接著再把剩下沒放的數由前往後放，這樣就構造出來了。