```
termvar, x, y, d Term-level variable
label, l
                                                                                   Label
mode, m
                                                                                   Mode
                                                                                      Placeholder for any mode
                                                                                      Local
                                                                                      Foreign
                                                                                      Global
                               max\_mode(\Gamma)
type, A, B
                                                                                   Type
                                                                                      Unit
                               1
                               \mathsf{A}_1{\oplus}\mathsf{A}_2
                                                                                      Sum
                               \mathsf{A}_1{\otimes}\mathsf{A}_2
                                                                                      Product
                               A_{1 m_1} \bowtie A_2
                                                                                      Ampar type (consuming A_1 yields A
                                                                                      Linear function
                                                                                      Destination
                                (A)
                                                                              S
dynamic_value, v
                                                                                   Dynamic value
                               l
                                                                                      Hole
                               @l
                                                                                      Destination
                               ()
                                                                                      Unit
                               Inl v
                                                                                      Left variant for sum
                               Inr∨
                                                                                      Right variant for sum
                                                                                      Product
                                \langle v_1, v_2 \rangle
                                                                                      Ampar (v_2 is the root of the structu
                                                                                      Linear function
                                \lambda \mathbf{x}.t
                                                                              S
                                (v)
                                                                                   Term
term, t, u
                                                                                      Dynamic value
                               V
                                                                                      Variable
                               Х
                                                                                      Application
                               tи
                                                                                      Pattern-match on unit
                               case t of \{ Inl x_1 \mapsto u_1, Inr x_2 \mapsto u_2 \}
                                                                                      Pattern-match on sum
                               case t of \{\langle x_1, x_2 \rangle \mapsto u \}
                                                                                      Pattern-match on product
                               mapL t with \{x \mapsto u\}
                                                                                      Map over the left side of the ampar
                                                                                      Mode coercion to G
                               to<sub>G</sub>
                               from<sub>G</sub>
                                                                                      Mode coercion from G
                                                                                      Wrap t into a trivial ampar
                               to⋊
                                                                                      Extract value from trivial ampar
                               from ×
                               alloc
                                                                                      Return a fresh "identity" ampar obj
                                                                                      Fill destination with unit
                               t ⊲ ()
                               t ⊲ InI
                                                                                      Fill destination with left variant
                               t ⊲ Inr
                                                                                      Fill destination with right variant
                               t \triangleleft \langle,\rangle
                                                                                      Fill destination with product constru
                               t⊲·u
                                                                                      Fill destination with root of ampar
                                                                              S
                                (t)
```

t[e]

Μ

```
sub
                                                                          variable or label substitution
                                     ::=
                                             \mathbf{x} \mapsto \mathbf{v}
subs
                                                                          variable or substitutions
                                     ::=
                                             sub
                                             sub, subs
effect, e
                                     ::=
                                                                              empty effect
                                             ε
                                             subs
type_affect, ta
                                                                          type affectation
                                             x:_m A
                                             +l:A
                                                                              Hole
                                              -l:A
                                                                              Destination
type_affects
                                     ::=
                                                                          type affectations
                                             ta
                                             ta, type\_affects
typing_context, \mho, \Gamma
                                                                          typing context
                                             {}
                                             {type_affects}
                                             \Gamma_1 \sqcup \Gamma_2
                                             \Gamma_1 \boxplus \Gamma_2
                                             \Gamma[\mathsf{m}_1 \mapsto \mathsf{m}_2]
terminals
                                              ()
                                             Inl
                                             Inr
                                              \langle , \rangle
                                             \triangleleft
                                              ⊲.
                                             \sqcup
                                              \{\}
                                             \neq \leq \leq \notin \subset
                                             \mathcal{N}
```

```
formula
                           ::=
                                    judgement
Ctx
                           ::=
                                    \mathbf{x} \in \mathcal{N}\left(\Gamma\right)
                                    l \in \mathcal{N}(\Gamma)
                                    \mathbf{x} \notin \mathcal{N}(\Gamma)
                                    l \notin \mathcal{N}(\Gamma)
                                    fresh x
                                    fresh l
                                    \mathsf{type\_affect} \in \Gamma
                                    \mathsf{comparable\_modes}(\Gamma)
Eq
                           ::=
                                    A_1 = A_2
                                    A_1 \neq A_2
                                    \mathsf{t}=\mathsf{u}
                                    t \neq u
                                    \mathsf{m}_1 = \mathsf{m}_2
                                    \mathsf{m}_1 \leq \mathsf{m}_2
                                    \Gamma_1 = \Gamma_2
                                    \mathcal{N}(\Gamma_1) \cap \mathcal{N}(\Gamma_2) = \emptyset
Ту
                           ::=
                                    \Gamma \vdash t :_m \mathsf{A}
judgement
                           ::=
                                    Ctx
                                    Eq
                                    Ту
user_syntax
                                    termvar
                                    label
                                    mode
                                    type
                                    dynamic_value
                                    term
                                    sub
                                    subs
                                    effect
                                    type_affect
                                    type\_affects
                                    typing\_context
                                    terminals
```

 $\mathbf{x} \in \mathcal{N}(\Gamma)$

```
l \in \mathcal{N}(\Gamma)
\mathbf{x} \notin \mathcal{N}(\Gamma)
l \notin \mathcal{N}(\Gamma)
fresh x
fresh l
\mathsf{type\_affect} \in \Gamma
\mathsf{comparable\_modes}(\Gamma)
\mathsf{A}_1 = \mathsf{A}_2
A_1 \neq A_2
t = u
t \neq u
m_1 = m_2
\mathsf{m}_1 \leq \mathsf{m}_2
\Gamma_1 = \Gamma_2
\mathcal{N}(\Gamma_1) \cap \mathcal{N}(\Gamma_2) = \emptyset
\Gamma \vdash t :_m A
                                                                               \frac{\Gamma \vdash t :_{G} A}{\Gamma \vdash \mathsf{from}_{G} :_{m} A} \quad \mathsf{TYTERM\_WEAKENLOCAL}
                                                                        G = max\_mode(\Gamma)
                                                                      \frac{\Gamma \vdash t :_{m} A}{\Gamma \vdash to_{G} :_{G} A} \qquad TyTerm\_WeakenForeign
                                                                                           \frac{}{\{+l:\mathsf{A}\}\vdash l:_{\mathsf{m}}\mathsf{A}}\quad\mathsf{TYTERM\_HOLE}
                                                                                       \frac{}{\{-l:A\}\vdash @l:_{\mathsf{m}}A^{\perp}}\quad \mathsf{TYTERM\_DEST}
                                                                                                    \frac{1}{\{\} \vdash () :_{G} 1} TYTERM_UNIT
                                                                                             \frac{\Gamma \vdash \mathsf{v} :_{\mathsf{m}} \mathsf{A}_1}{\Gamma \vdash \mathsf{Inl}\, \mathsf{v} :_{\mathsf{m}} \mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2} \quad \mathsf{TYTERM\_INL}
                                                                                            \frac{\Gamma \vdash \mathsf{v} :_{\mathsf{m}} \mathsf{A}_2}{\Gamma \vdash \mathsf{Inr} \mathsf{v} :_{\mathsf{m}} \mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2} \quad \mathsf{TYTERM\_INR}
                                                                                                \Gamma_1 \vdash \mathsf{v}_1 \, :_\mathsf{m} \, \mathsf{A}_1
                                                                         \frac{\Gamma_2 \vdash \mathsf{v}_2 :_\mathsf{m} \mathsf{A}_2}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash \langle \mathsf{v}_1 \,, \, \mathsf{v}_2 \rangle :_\mathsf{m} \mathsf{A}_1 \otimes \mathsf{A}_2} \quad \mathsf{TYTERM\_PROD}
                                                                                                \Gamma_1 \vdash \mathsf{v}_1 : \mathsf{A}_1
                                                                         \begin{array}{c} \Gamma_2 \vdash \mathsf{v}_2 : \ \mathsf{A}_2 \\ \Gamma_3 = \Gamma_1 \boxplus \Gamma_2 \\ \hline \Gamma_3 \vdash \left< \mathsf{v}_1 , \mathsf{v}_2 \right> :_{\mathsf{m}_2} \mathsf{A}_{1 \ \mathsf{m}_1} \!\!\!\!\! \rtimes  \mathsf{A}_2 \end{array} \quad \text{TYTERM\_AMPAR} \\
```

 $\Gamma \sqcup \{x:_{m_1} \mathsf{A}_1\} \vdash t:_{m_2} \mathsf{A}_2$

 $comparable_modes(\Gamma \sqcup \{x :_{m_1} A_1\})$

 $\frac{\mathsf{m}_1 = \mathsf{max_mode}(\Gamma \sqcup \{\mathsf{x} :_{\mathsf{m}_1} \mathsf{A}_1\})}{\Gamma \vdash \lambda \, \mathsf{x.t} :_{\mathsf{m}_1} \mathsf{A}_1 - \circ_{\mathsf{m}_2} \mathsf{A}_2} \quad \mathsf{TYTERM_LAMBDA}$

```
\begin{array}{c|c} \Gamma_1 \vdash t :_{m_1} A_1 \multimap_{m_2} A_2 \\ \hline \Gamma_2 \vdash u :_{m_1} A_1 \\ \hline \Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash t u :_{m_2} A_2 \end{array} \quad \text{TYTERM\_APP}
                                                                   \Gamma_1 \vdash t :_m \mathbf{1}
                                                      \frac{\Gamma_2 \vdash \mathsf{u} :_{\mathsf{m}'} \mathsf{B}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash \mathsf{t} \; ; \; \mathsf{u} :_{\mathsf{m}'} \mathsf{B}} \quad \mathsf{TYTERM\_PATUNIT}
                                              \Gamma_1 \vdash t :_m A_1 \oplus A_2
                                              \Gamma_2 \sqcup \{\mathsf{x}_1 :_{\mathsf{m}} \mathsf{A}_1\} \vdash \mathsf{u}_1 :_{\mathsf{m}'} \mathsf{B}
\frac{\Gamma_2 \sqcup \{\mathsf{x}_2 :_\mathsf{m} \mathsf{A}_2\} \vdash \mathsf{u}_2 :_\mathsf{m'} \mathsf{B}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash \mathsf{case} \ \mathsf{t} \ \mathsf{of} \ \{\mathsf{Inl} \ \mathsf{x}_1 \ \mapsto \ \mathsf{u}_1 \,, \ \mathsf{Inr} \ \mathsf{x}_2 \mapsto \mathsf{u}_2\} :_\mathsf{m'} \mathsf{B}}
                                                                                                                                                                                          TyTerm_PatSum
                              \Gamma_1 \vdash t :_m A_1 \otimes A_2
                 \frac{\Gamma_2 \sqcup \{\mathsf{x}_1 :_\mathsf{m} \mathsf{A}_1, \mathsf{x}_2 :_\mathsf{m} \mathsf{A}_2\} \vdash \mathsf{u} :_{\mathsf{m}'} \mathsf{B}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash \mathsf{case} \ \mathsf{t} \ \mathsf{of} \ \{ \langle \mathsf{x}_1 , \mathsf{x}_2 \rangle \mapsto \mathsf{u} \ \} :_{\mathsf{m}'} \mathsf{B}} \quad \mathsf{TYTERM\_PATPROD}
                            \Gamma_1 \vdash t :_{m_2} A_{1 m_1} \rtimes A_2
                            comparable_modes(\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2)
                            \mathsf{m}_2' = \mathsf{max\_mode}(\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2)
    \frac{\Gamma_{2}^{2}[ \sqcup \mapsto \texttt{F}] \sqcup \{ \texttt{x} :_{m_{1}} \mathsf{A}_{1} \} \vdash \mathsf{u} :_{m_{1}'} \mathsf{A}_{1}'}{\Gamma_{1} \sqcup \Gamma_{2} \vdash \mathsf{mapL} \ \mathsf{t} \ \mathsf{with} \ \{ \texttt{x} \mapsto \mathsf{u} \ \} :_{m_{2}'} \mathsf{A}_{1}' \mathrel{m_{1}'} \!\!\!\!\! \rtimes \mathsf{A}_{2}} \quad \mathsf{TYTERM\_MAPAMPAR}
                                                   \frac{\Gamma \vdash t :_{m} A}{\Gamma \vdash to_{M} :_{m} 1_{G \bowtie} A} \quad TYTERM\_TOAMPAR
                                                      \frac{\Gamma \vdash t :_{m} 1 \rtimes A}{\Gamma \vdash \mathsf{from}_{\bowtie} :_{m} A} \quad \mathsf{TYTERM\_FROMAMPAR}
                                                               \frac{\Gamma \vdash t :_{\_} 1^{\bot}}{\Gamma \vdash t \triangleleft () :_{G} 1} \quad TYTERM\_FILLUNIT
                                                        \frac{\Gamma \vdash t :_{m} (A_{1} \oplus A_{2})^{\perp}}{\Gamma \vdash t \triangleleft InI :_{m} A_{1}^{\perp}} \quad TYTERM\_FILLINL
                                                      \frac{\Gamma \vdash \mathsf{t} :_\mathsf{m} (\mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2)^{\perp}}{\Gamma \vdash \mathsf{t} \triangleleft \mathsf{Inr} :_\mathsf{m} \mathsf{A}_2^{\perp}} \quad \mathsf{TYTERM\_FILLINR}
                                               \frac{\Gamma \vdash t :_{\mathsf{m}} (\mathsf{A}_1 \otimes \mathsf{A}_2)^{\perp}}{\Gamma \vdash t \triangleleft \langle,\rangle :_{\mathsf{m}} \mathsf{A}_1^{\perp} \otimes \mathsf{A}_2^{\perp}} \quad \mathsf{TYTERM\_FILLPROD}
                                                \Gamma_1 \vdash \mathsf{t} :_{\mathsf{I}} \mathsf{A}_2^{\perp}
                                                \frac{\mathsf{m}_2 \leq \mathsf{F}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash \mathsf{t} \triangleleft \cdot \mathsf{u} :_{\mathsf{m}_1} \mathsf{A}_1}
                                                                                                                                TYTERM_FILLCOMPL
                                                  \Gamma_1 \vdash \mathsf{t} :_{\mathsf{F}} \mathsf{A}_2^{\perp}
```

Definition rules: 24 good 0 bad Definition rule clauses: 61 good 0 bad