Destination λ-calculus

Thomas Bagrel

December 7, 2023

1 Term and value syntax

termvar, x, y, d	Term-level variable
holevar, h	Hole

term_value, v	::=		Term value
	|	$\langle v_1 , \overline{v_2} \rangle_H$	Ampar
	|	$@h$	Destination
	|	$()$	Unit
	|	$\mathsf{Inl}\ v$	Left variant for sum
	|	$\mathsf{Inr}\ v$	Right variant for sum
	|	(v_1 , v_2)	Product
	|	$\rangle^m\ v$	Exponential
	|	$\lambda x . t$	Linear function
$\overline{\text{extended\_value}}$, $\overline{v}$	::=		Pseudo-value that may contain holes
	|	v	Term value
	|	h	Hole
	|	$\mathsf{Inl}\ \overline{v}$	Left variant with val or hole
	|	$\mathsf{Inr}\ \overline{v}$	Right variant with val or hole
	|	$(\overline{v_1} , \overline{v_2})$	Product with val or hole
	|	$\rangle^m\ \overline{v}$	Exponential with val or hole
term, t, u	::=		Term
	|	v	Term value
	|	x	Variable
	|	$t \succ u$	Application
	|	$t \succ \mathbf{case}\ () \mapsto u$	Pattern-match on unit
	|	$t \succ \mathbf{case}\ \{ \mathsf{Inl}\ x_1 \mapsto u_1 , \mathsf{Inr}\ x_2 \mapsto u_2 \}$	Pattern-match on sum
	|	$t \succ \mathbf{case}\ (x_1 , x_2) \mapsto u$	Pattern-match on product
	|	$t \succ \mathbf{case}\ \rangle^m\ x \mapsto u$	Pattern-match on exponential
	|	$t \succ \mathbf{mapL}\ x \mapsto u$	Map over the left side of the ampar
	|	$\mathbf{to}_{\ltimes}\ t$	Wrap t into a trivial ampar
	|	$\mathbf{from}_{\ltimes}\ t$	Extract value from trivial ampar
	|	$\mathbf{alloc}_A$	Return a fresh "identity" ampar object
	|	$t \triangleleft ()$	Fill destination with unit
	|	$t \triangleleft \mathsf{Inl}$	Fill destination with left variant
	|	$t \triangleleft \mathsf{Inr}$	Fill destination with right variant
	|	$t \triangleleft (,)$	Fill destination with product constructor
	|	$t \triangleleft \rangle^m$	Fill destination with exponential constructor
	|	$t \triangleleft\!\bullet\ u$	Fill destination with root of ampar u

2 Type system

type, A, B	::=		Type
	|	$\mathbf{1}$	Unit
	|	$\mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2$	Sum
	|	$\mathsf{A}_1 \otimes \mathsf{A}_2$	Product
	|	$!^{m}\,\mathsf{A}$	Exponential
	|	$\mathsf{A}_1 \rtimes \mathsf{A}_2$	Ampar type (consuming A_1 yields A_2)
	|	$\mathsf{A}_1 \,{}_{m}\!\!\to \mathsf{A}_2$	Linear function
	|	${}^{m}\lfloor \mathsf{A} \rfloor$	Destination
multiplicity, m, n	::=		Multiplicity (Semiring with product $\cdot$)
	|	ν	Born now. Identity of the product
	|	$\uparrow$	One scope older
	|	∞	Infinitely old / static. Absorbing for product
	|	$m_1 \cdot m_2$	Semiring product
typing_context, Δ	::=		Typing context
	|	Γ	
	|	H	
	|	$\Gamma \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \mathrm{H}$	
	|	$m \cdot \Delta$	Increase age of bindings by m
pos_context, Γ	::=		Positive typing context
	|	$\{\text{pos\_assign}*\}$	
	|	$\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2$	
	|	$m \cdot \Gamma$	Increase age of bindings by m
pos_assign	::=		Positive type assignment
	|	$x :_{m} \mathsf{A}$	Variable
	|	$@\mathtt{h} :_{m} {}^{n}\lfloor \mathsf{A} \rfloor$	Destination (m is its own age; n is the age of values it accepts)
neg_context, H	::=		Negative typing context
	|	$\{\text{neg\_assign}*\}$	
	|	$\mathrm{H}_1 \sqcup \mathrm{H}_2$	
	|	$@^{-1}\Gamma$	Inverse the sign of the context
	|	$m \cdot \mathrm{H}$	Increase age of bindings by m
neg_assign	::=		Negative type assignment
	|	$\mathtt{h} :^{n} \mathsf{A}$	Hole (n is the age of values it accepts, its own age is undefined)

$\boxed{\mathrm{H}_1 = \mathrm{H}_2}$ *($@^{-1}$: "Inverse sign of context" operation)*

AtApp-Empty
$$\frac{}{@^{-1}\emptyset = \emptyset}$$

AtApp-Rec
$$\frac{}{@^{-1}(\{@\mathtt{h} :_{m} {}^{n}\lfloor \mathsf{A} \rfloor\} \sqcup \Gamma) = \{\mathtt{h} :^{m \cdot n} \mathsf{A}\} \sqcup @^{-1}\Gamma}$$

$\boxed{\Delta \Vdash \mathsf{e}}$ *(Typing of effects (require both positive and negative contexts))*

TyEff-NoEff
$$\frac{}{\emptyset \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \emptyset \Vdash \varepsilon}$$

TyEff-Single
$$\frac{\Gamma \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \mathrm{H} \Vdash \overline{\mathsf{v}} : \mathsf{A} \qquad \mathtt{h} \notin \mathbf{names}\,(\Gamma)}{m \cdot ((n \cdot \uparrow) \cdot \Gamma \sqcup \{@\mathtt{h} :_{\nu} {}^{n}\lfloor \mathsf{A} \rfloor\} \mathbin{\scriptstyle\sqcup} n \cdot \mathrm{H}) \Vdash \mathtt{h} := \overline{\mathsf{v}}}$$

TyEff-Union
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \mathrm{H}_1 \sqcup @^{-1}\Gamma_{22} \Vdash \mathsf{e}_1 \\ \Gamma_{21} \sqcup \Gamma_{22} \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \mathrm{H}_2 \Vdash \mathsf{e}_2 \\ \mathbf{names}(\Gamma_1 \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \mathrm{H}_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_{21} \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \mathrm{H}_2) = \emptyset\end{array}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_{21} \mathbin{\scriptstyle\sqcup} \mathrm{H}_1 \sqcup \mathrm{H}_2 \Vdash \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2}$$

$\boxed{\Gamma \vdash \mathsf{v} \mid \mathsf{e} : \mathsf{A}}$ *(Typing of commands (only a positive context is needed))*

TyCmd-Cmd
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_{11} \sqcup \Gamma_{12} \vdash \mathsf{v} : \mathsf{A} \\ \Gamma_2 \mathbin{\scriptstyle\sqcup} @^{-1}\Gamma_{12} \Vdash \mathsf{e} \\ \mathbf{names}(\Gamma_{11}) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{\Gamma_{11} \sqcup \Gamma_2 \vdash \mathsf{v} \mid \mathsf{e} : \mathsf{A}}$$

$\boxed{\Delta \Vdash \overline{v} : \mathsf{A}}$ *(Typing of extended values (require both positive and negative contexts))*

TyValExt-Hole
$$\frac{}{\emptyset \,{\scriptstyle\sqcup}\, \{h :^{\nu} \mathsf{A}\} \Vdash h : \mathsf{A}}$$

TyValExt-Dest
$$\frac{}{\{@h :_{\nu} {}^{n}\lfloor \mathsf{A} \rfloor\} \,{\scriptstyle\sqcup}\, \emptyset \Vdash @h : {}^{n}\lfloor \mathsf{A} \rfloor}$$

TyValExt-Unit
$$\frac{}{\emptyset \,{\scriptstyle\sqcup}\, \emptyset \Vdash () : \mathsf{1}}$$

TyValExt-Inl
$$\frac{\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H} \Vdash \overline{v} : \mathsf{A}_1}{\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H} \Vdash \mathsf{Inl}\,\overline{v} : \mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2}$$

TyValExt-Inr
$$\frac{\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H} \Vdash \overline{v} : \mathsf{A}_2}{\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H} \Vdash \mathsf{Inr}\,\overline{v} : \mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2}$$

TyValExt-Prod
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H}_1 \Vdash \overline{v_1} : \mathsf{A}_1 \\ \Gamma_2 \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H}_2 \Vdash \overline{v_2} : \mathsf{A}_2 \\ \mathbf{names}(\Gamma_1 \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H}_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2 \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H}_2) = \emptyset\end{array}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H}_1 \sqcup \mathrm{H}_2 \Vdash (\overline{v_1}\,,\,\overline{v_2}) : \mathsf{A}_1 \otimes \mathsf{A}_2}$$

TyValExt-Exp
$$\frac{\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, \mathrm{H} \Vdash \overline{v} : \mathsf{A}}{m\cdot\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, m\cdot\mathrm{H} \Vdash \mathcal{E}^{m}\,\overline{v} : !^{m}\,\mathsf{A}}$$

TyValExt-Ampar
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \,{\scriptstyle\sqcup}\, \emptyset \Vdash v_1 : \mathsf{A}_1 \\ \Gamma_2 \,{\scriptstyle\sqcup}\, @^{-1}\Gamma_1 \Vdash \overline{v_2} : \mathsf{A}_2\end{array}}{\Gamma_2 \,{\scriptstyle\sqcup}\, \emptyset \Vdash \langle v_1 \,,\, \overline{v_2} \rangle_{\mathrm{H}} : \mathsf{A}_1 \ltimes \mathsf{A}_2}$$

TyValExt-Lambda
$$\frac{\Gamma \sqcup \{x :_{m} \mathsf{A}_1\} \vdash t : \mathsf{A}_2}{\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, \emptyset \Vdash \lambda x\,.\,t : \mathsf{A}_1 \;{}_{m}\!\!\to \mathsf{A}_2}$$

$\boxed{\Gamma \vdash t : \mathsf{A}}$ *(Typing of terms (only a positive context is needed))*

TyTerm-Val
$$\frac{\Gamma \,{\scriptstyle\sqcup}\, \emptyset \Vdash v : \mathsf{A}}{\Gamma \vdash v : \mathsf{A}}$$

TyTerm-VarNow
$$\frac{}{\{x :_{\nu} \mathsf{A}\} \vdash x : \mathsf{A}}$$

TyTerm-VarInf
$$\frac{}{\{x :_{\infty} \mathsf{A}\} \vdash x : \mathsf{A}}$$

TyTerm-App
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \vdash t : \mathsf{A}_1 \qquad \Gamma_2 \vdash u : \mathsf{A}_1 \;{}_{m}\!\!\to \mathsf{A}_2 \\ \mathbf{names}(\Gamma_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{m\cdot\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash t \succ u : \mathsf{A}_2}$$

TyTerm-PatUnit
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \vdash t : \mathsf{1} \qquad \Gamma_2 \vdash u : \mathsf{B} \\ \mathbf{names}(\Gamma_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash t \succ \mathbf{case}\; () \mapsto u : \mathsf{B}}$$

TyTerm-PatSum
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \vdash t : \mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2 \\ \Gamma_2 \sqcup \{x_1 :_{m} \mathsf{A}_1\} \vdash u_1 : \mathsf{B} \\ \Gamma_2 \sqcup \{x_2 :_{m} \mathsf{A}_2\} \vdash u_2 : \mathsf{B} \\ \mathbf{names}(\Gamma_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{m\cdot\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash t \succ \mathbf{case}\;\{\,\mathsf{Inl}\,x_1 \mapsto u_1\,,\; \mathsf{Inr}\,x_2 \mapsto u_2\,\} : \mathsf{B}}$$

TyTerm-PatProd
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \vdash t : \mathsf{A}_1 \otimes \mathsf{A}_2 \\ \Gamma_2 \sqcup \{x_1 :_{m} \mathsf{A}_1, x_2 :_{m} \mathsf{A}_2\} \vdash u : \mathsf{B} \\ \mathbf{names}(\Gamma_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{m\cdot\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash t \succ \mathbf{case}\;(x_1\,,\,x_2) \mapsto u : \mathsf{B}}$$

TyTerm-PatExp
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \vdash t : !^{m'}\,\mathsf{A} \\ \Gamma_2 \sqcup \{x :_{m\cdot m'} \mathsf{A}_1\} \vdash u : \mathsf{B} \\ \mathbf{names}(\Gamma_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{m\cdot\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash t \succ \mathbf{case}\;\mathcal{E}^{m'}\,x \mapsto u : \mathsf{B}}$$

TyTerm-MapAmpar
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \vdash t : \mathsf{A}_1 \ltimes \mathsf{A}_2 \\ \uparrow\cdot\Gamma_2 \sqcup \{x :_{\nu} \mathsf{A}_1\} \vdash u : \mathsf{B} \\ \mathbf{names}(\Gamma_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{\Gamma_1 \sqcup \Gamma_2 \vdash t \succ \mathbf{mapL}\;x \mapsto u : \mathsf{B} \ltimes \mathsf{A}_2}$$

TyTerm-FillComp
$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma_1 \vdash t : {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_2 \rfloor \qquad \Gamma_2 \vdash u : \mathsf{A}_1 \ltimes \mathsf{A}_2 \\ \mathbf{names}(\Gamma_1) \cap \mathbf{names}(\Gamma_2) = \emptyset\end{array}}{\Gamma_1 \sqcup (n\cdot\uparrow)\cdot\Gamma_2 \vdash t \triangleleft\!\bullet\, u : \mathsf{A}_1}$$

TyTerm-FillUnit
$$\frac{\Gamma \vdash t : {}^{n}\lfloor \mathsf{1} \rfloor}{\Gamma \vdash t \triangleleft () : \mathsf{1}}$$

TyTerm-FillInl
$$\frac{\Gamma \vdash t : {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2 \rfloor}{\Gamma \vdash t \triangleleft \mathsf{Inl} : {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_1 \rfloor}$$

TyTerm-FillInr
$$\frac{\Gamma \vdash t : {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_1 \oplus \mathsf{A}_2 \rfloor}{\Gamma \vdash t \triangleleft \mathsf{Inr} : {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_2 \rfloor}$$

TyTerm-FillProd
$$\frac{\Gamma \vdash t : {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_1 \otimes \mathsf{A}_2 \rfloor}{\Gamma \vdash t \triangleleft (,) : {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_1 \rfloor \otimes {}^{n}\lfloor \mathsf{A}_2 \rfloor}$$

TyTerm-FillExp
$$\frac{\Gamma \vdash t : {}^{n}\lfloor !^{n'}\,\mathsf{A} \rfloor}{\Gamma \vdash t \triangleleft \mathcal{E}^{n'} : {}^{n\cdot n'}\lfloor \mathsf{A} \rfloor}$$

TyTerm-Alloc
$$\frac{}{\emptyset \vdash \mathbf{alloc}_{\mathsf{A}} : {}^{\nu}\lfloor \mathsf{A} \rfloor \ltimes \mathsf{A}}$$

TyTerm-ToAmpar
$$\frac{\Gamma \vdash t : \mathsf{A}}{\Gamma \vdash \mathbf{to}_{\ltimes}\,t : \mathsf{1} \ltimes \mathsf{A}}$$

TyTerm-FromAmpar
$$\frac{\Gamma \vdash t : \mathsf{1} \ltimes \mathsf{A}}{\Gamma \vdash \mathbf{from}_{\ltimes}\,t : \mathsf{A}}$$

3 Effects and big-step semantics

$$
\begin{array}{llll}
\mathsf{effect},\ \mathsf{e} & ::= & & \text{Effect} \\
& | & \varepsilon & \quad \text{No effect} \\
& | & \mathsf{h} := \overline{\mathsf{v}} & \\
& | & \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2 &
\end{array}
$$

$\boxed{\mathsf{eff\_app}_1 = \mathsf{eff\_app}_2}$ *(**apply**: how effects are applied locally or winded up (we assume effect lists are ε-terminated))*

$$\frac{}{\mathbf{apply}\,(\varepsilon,\ \overline{\mathsf{v}}_{\,\mathrm{H}}) = \varepsilon,\ \overline{\mathsf{v}}_{\,\mathrm{H}}}\ \textsc{EffApp-NoEff}$$

$$\frac{\mathsf{h} \notin \mathbf{names}\,(\mathrm{H})}{\mathbf{apply}\,(\mathsf{h} := \overline{\mathsf{v}_2} \cdot \mathsf{e},\ \overline{\mathsf{v}_1}_{\,\mathrm{H}}) = \mathsf{h} := \overline{\mathsf{v}_2}\ \hat{\cdot}\ \mathbf{apply}\,(\mathsf{e},\ \overline{\mathsf{v}_1}_{\,\mathrm{H}})}\ \textsc{EffApp-WindUp}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \_\ _{\sqcup}\ \mathrm{H}' \Vdash \overline{\mathsf{v}_2} : \mathbf{A} \\ \mathbf{names}(\mathrm{H} \sqcup \{\mathsf{h} :^{n} \mathbf{A}\}) \cap \mathbf{names}(\mathrm{H}') = \emptyset \end{array}}{\mathbf{apply}\,(\mathsf{h} := \overline{\mathsf{v}_2} \cdot \mathsf{e},\ \overline{\mathsf{v}_1}_{\,\mathrm{H} \sqcup \{\mathsf{h}:^{n}\mathbf{A}\}}) = \mathbf{apply}\,(\mathsf{e},\ \overline{\mathsf{v}_1}[\mathsf{h} := \overline{\mathsf{v}_2}]_{\,\mathrm{H} \sqcup n \cdot \mathrm{H}'})}\ \textsc{EffApp-Fill}$$

$\boxed{\mathsf{t} \Downarrow \mathsf{v} \mid \mathsf{e}}$ *(Big-step evaluation into commands)*

$$\frac{}{\mathsf{v} \Downarrow \mathsf{v} \mid \varepsilon}\ \textsc{BigStep-Val}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \mathsf{t}_1 \Downarrow \mathsf{v}_1 \mid \mathsf{e}_1 \qquad \mathsf{t}_2 \Downarrow \lambda \mathsf{x}\,.\,\mathsf{u} \mid \mathsf{e}_2 \\ \mathsf{u}[\mathsf{x} := \mathsf{v}_1] \Downarrow \mathsf{v}_3 \mid \mathsf{e}_3 \end{array}}{\mathsf{t}_1 \succ \mathsf{t}_2 \Downarrow \mathsf{v}_3 \mid \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2 \cdot \mathsf{e}_3}\ \textsc{BigStep-App}$$

$$\frac{\mathsf{t}_1 \Downarrow () \mid \mathsf{e}_1 \qquad \mathsf{t}_2 \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_2}{\mathsf{t}_1 \succ \mathbf{case}\ () \mapsto \mathsf{t}_2 \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2}\ \textsc{BigStep-PatUnit}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \mathsf{t} \Downarrow \mathbf{Inl}\,\mathsf{v}_1 \mid \mathsf{e}_1 \\ \mathsf{u}_1[\mathsf{x}_1 := \mathsf{v}_1] \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_2 \end{array}}{\mathsf{t} \succ \mathbf{case}\,\{\,\mathbf{Inl}\,\mathsf{x}_1 \mapsto \mathsf{u}_1\,,\ \mathbf{Inr}\,\mathsf{x}_2 \mapsto \mathsf{u}_2\,\} \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2}\ \textsc{BigStep-PatInl}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \mathsf{t} \Downarrow \mathbf{Inr}\,\mathsf{v}_1 \mid \mathsf{e}_1 \\ \mathsf{u}_2[\mathsf{x}_2 := \mathsf{v}_1] \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_2 \end{array}}{\mathsf{t} \succ \mathbf{case}\,\{\,\mathbf{Inl}\,\mathsf{x}_1 \mapsto \mathsf{u}_1\,,\ \mathbf{Inr}\,\mathsf{x}_2 \mapsto \mathsf{u}_2\,\} \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2}\ \textsc{BigStep-PatInr}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \mathsf{t} \Downarrow (\mathsf{v}_1\,,\ \mathsf{v}_2) \mid \mathsf{e}_1 \\ \mathsf{u}[\mathsf{x}_1 := \mathsf{v}_1, \mathsf{x}_2 := \mathsf{v}_2] \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_2 \end{array}}{\mathsf{t} \succ \mathbf{case}\,(\mathsf{x}_1\,,\ \mathsf{x}_2) \mapsto \mathsf{u} \Downarrow \mathsf{v}_2 \mid \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2}\ \textsc{BigStep-PatProd}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \mathsf{t} \Downarrow \langle \mathsf{v}_1\,,\ \overline{\mathsf{v}_2} \rangle_{\mathrm{H}} \mid \mathsf{e}_1 \\ \mathsf{u}[\mathsf{x} := \mathsf{v}_1] \Downarrow \mathsf{v}_3 \mid \mathsf{e}_2 \\ \mathsf{e}_3,\ \overline{\mathsf{v}_4}_{\,\mathrm{H}'} = \mathbf{apply}\,(\mathsf{e}_2,\ \overline{\mathsf{v}_2}_{\,\mathrm{H}}) \end{array}}{\mathsf{t} \succ \mathbf{mapL}\,\mathsf{x} \mapsto \mathsf{u} \Downarrow \langle \mathsf{v}_3\,,\ \overline{\mathsf{v}_4} \rangle_{\mathrm{H}'} \mid \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_3}\ \textsc{BigStep-MapAmpar}$$

$$\frac{\mathbf{fresh}\ \mathsf{h}}{\mathbf{alloc}_{\mathbf{A}} \Downarrow \langle @\mathsf{h}\,,\ \mathsf{h} \rangle_{\{\mathsf{h}:^{\nu}\mathbf{A}\}} \mid \varepsilon}\ \textsc{BigStep-Alloc}$$

$$\frac{\mathsf{t} \Downarrow \mathsf{v} \mid \mathsf{e}}{\mathbf{to}_{\ltimes}\,\mathsf{t} \Downarrow \langle ()\,,\ \mathsf{v} \rangle_{\emptyset} \mid \mathsf{e}}\ \textsc{BigStep-ToAmpar}$$

$$\frac{\mathsf{t} \Downarrow \langle ()\,,\ \mathsf{v} \rangle_{\emptyset} \mid \mathsf{e}}{\mathbf{from}_{\ltimes}\,\mathsf{t} \Downarrow \mathsf{v} \mid \mathsf{e}}\ \textsc{BigStep-FromAmpar}$$

$$\frac{\mathsf{t} \Downarrow @\mathsf{h} \mid \mathsf{e}}{\mathsf{t} \triangleleft () \Downarrow () \mid \mathsf{e} \cdot \mathsf{h} := ()}\ \textsc{BigStep-FillUnit}$$

$$\frac{\mathsf{t} \Downarrow @\mathsf{h} \mid \mathsf{e} \qquad \mathbf{fresh}\ \mathsf{h}'}{\mathsf{t} \triangleleft \mathbf{Inl} \Downarrow @\mathsf{h}' \mid \mathsf{e} \cdot \mathsf{h} := \mathbf{Inl}\,\mathsf{h}'}\ \textsc{BigStep-FillInl}$$

$$\frac{\mathsf{t} \Downarrow @\mathsf{h} \mid \mathsf{e}}{\mathsf{t} \triangleleft \mathbf{Inr} \Downarrow @\mathsf{h}' \mid \mathsf{e} \cdot \mathsf{h} := \mathbf{Inr}\,\mathsf{h}'}\ \textsc{BigStep-FillInr}$$

$$\frac{\mathsf{t} \Downarrow @\mathsf{h} \mid \mathsf{e} \qquad \mathbf{fresh}\ \mathsf{h}_1 \qquad \mathbf{fresh}\ \mathsf{h}_2}{\mathsf{t} \triangleleft (,) \Downarrow (@\mathsf{h}_1\,,\ @\mathsf{h}_2) \mid \mathsf{e} \cdot \mathsf{h} := (\mathsf{h}_1\,,\ \mathsf{h}_2)}\ \textsc{BigStep-FillProd}$$

$$\frac{\mathsf{t} \Downarrow @\mathsf{h} \mid \mathsf{e}_1 \qquad \mathsf{u} \Downarrow \langle \mathsf{v}_1\,,\ \overline{\mathsf{v}_2} \rangle_{\mathrm{H}} \mid \mathsf{e}_2}{\mathsf{t} \triangleleft\!\bullet\, \mathsf{u} \Downarrow \mathsf{v}_1 \mid \mathsf{e}_1 \cdot \mathsf{e}_2 \cdot \mathsf{h} := \overline{\mathsf{v}_2}}\ \textsc{BigStep-FillComp}$$