マルチメディア第2回レポート

知能情報システム工学コース M1 原 和樹

1. 有効グラフの推移確率行列 P を求めよ

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}$$

2. $\vec{x_0}^T = (1 \ 1 \ 1)$ とした時, $\vec{x_1}^T$, $\vec{x_2}^T$ を求めよ

$$\vec{x}_1 = P \cdot \vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}_2 = P \cdot \vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/9 \\ 16/9 \\ 7/9 \end{pmatrix}$$

よって
$$\vec{x_1}^T = (1/3, 4/3, 4/3), \vec{x_2}^T = (4/9, 16/9, 7/9)$$

3. Pの優固有値、優固有ベクトルを求めよ

$$|\lambda E - P| = \begin{vmatrix} \lambda & -1/3 & 0 \\ 0 & \lambda - 1/3 & -1 \\ -1 & -1/3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda^3 - \lambda^2 - \lambda - 1 = 0$$

より $\lambda = 1$,代入する。

$$(E-P)\vec{x} = \vec{0}$$
 を解くと

$$\begin{pmatrix} 1 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & -1 \\ -1 & -1/3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \ \ \downarrow \ \ \emptyset$$

$$\begin{pmatrix} x_1 - 1/3x_2 \\ 2/3x_2 - x_3 \\ -x_1 - 1/3x_2 + x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_2 = 3t$$
 と置くと $x_1 = t$, $x_3 = 2t$ よって

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

したがって P の優固有値 1,優固有ベクトル $\begin{pmatrix} 1\\3\\2 \end{pmatrix}$