Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade de Coimbra

2010/2011

Análise e Transformação de Dados
Trabalho Prático 2

Igor Nelson Garrido da Cruz Nº2009111924

Gonçalo Silva Pereira Nº 2009111643

“Pretende-se analisar sistemas em tempo discreto, usando a Transformada de Z, e determinar a sua resposta a determinados sinais de entrada, utilizando o Matlab. Pretende-se também ilustrar os conceitos de frequência e de filtragem e efectuar a análise de sinais pelas Transformadas de Fourier.”

Exercício 1

Depois de carcular-mos os valores de a e b para o nosso grupo obtemos a seguinte expressão:

y[n] = 0.3137x[n-3] -0.1537x[n-5] + 2.3y[n-1] – 1.74y[n-2]+ 0.432y[n-3]

```
a1 = -2.3
a2 = 1.74
a3 = -0.432
b2 = 0
b3 = 0.3137
b4 = 0
b5 = -0.1537
```

Exercício 1.1

Segundo a regra:

Z{a.x[n-m]} = a.Z{x[n-m]} = aZ^(-m) (X(z)+x[-1]Z + x[-2]Z^2 + ... + x[-m]Z^m)

G(Z)= y(Z)/x(Z)

Obtemos:

Y(Z)= 0.3137*Z^(-3)*X(Z) -0.1537*Z^(-5)*X(Z) + 2.3*Z^(-1)*Y(Z) – 1.74*Z^(-2)*Y(Z)+ 0.432*Z^(-3)*Y(Z)

Daqui tiramos que

G(Z)= 0.3137*Z^(-3) -0.1537*Z^(-5) / 1 - 2.3*Z^(-1) + 1.74*Z^(-2)- 0.432*Z^(-3)

Exercício 1.2

Se passarmos a expressao G(Z) para potências positivas temos:

G(Z) = 0.3137*Z^(2) -0.1537 / Z^5 - 2.3*Z^(4) + 1.74*Z^(3)- 0.432*Z^(2)

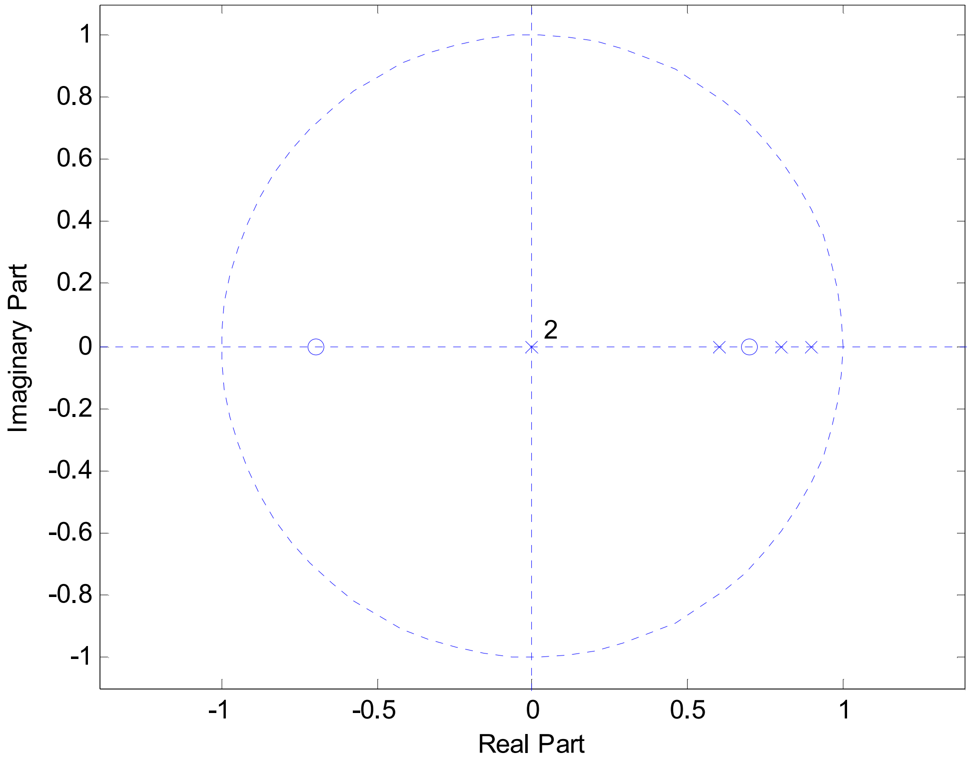
Exercício 1.2.1

Através da propriedade distributiva obtemos:

G(Z) = 0.3137*Z^(2) -0.1537 / Z^2 (Z^3 - 2.3*Z^(2) + 1.74*Z^(1) - 0.432)

b = [0 0 0 0.3137 0 -0.1537];

a = [1 -2.3 +1.74 -0.432 0 0];



Exercício 1.2.2

O sistema é estável, uma vez que os polos estão dentro do círculo imaginário de raio 1.

Exercício 1.2.3

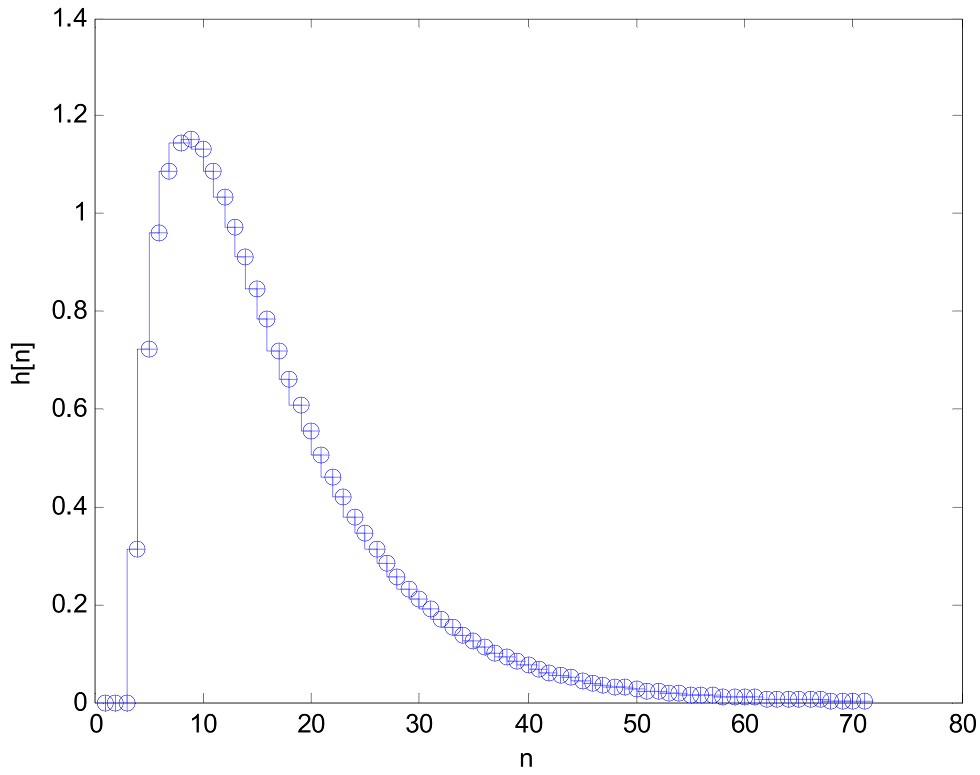
H(z)= G(z)

h[n] = z^-1{ G(z) }

h[n]=(44573*kroneckerDelta(n - 1, 0))/31104 + (1537*kroneckerDelta(n - 2, 0))/4320 - (1274*(3/5)^n)/405 - (11767*(4/5)^n)/2560 + (100397*(9/10)^n)/21870 + (17644573*kroneckerDelta(n, 0))/5598720

Exercício 1.2.4

Ao representar-mos a resposta a impulso com stairs, o impulso z com 'o' e o impulso unitário com '+' obtivémos:



Exercício 1.2.5

No domínio Z o produto de convolução cooresponde a multiplicação, pelo que para obtermos a resposta do sistema a um sinal, precisamos apenas de conhecer a entrada. Neste caso a entrada cooresponde ao degrau unitário.

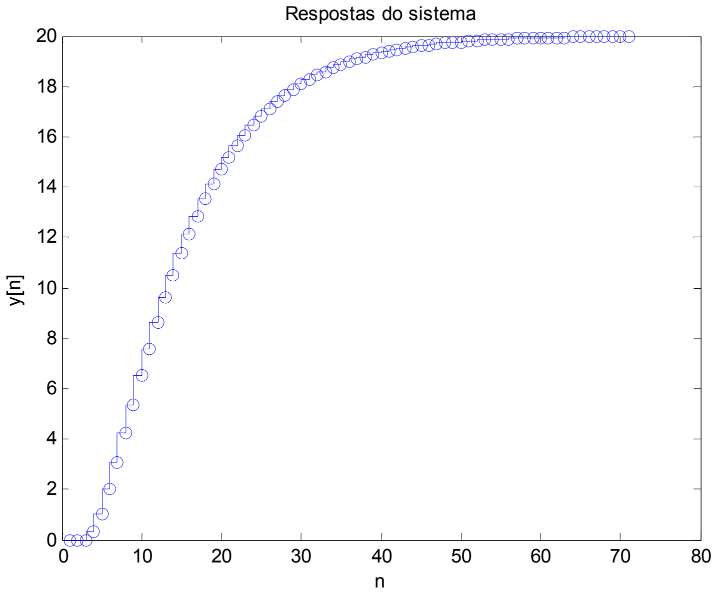
Y(Z) = H(Z).X(Z)

Degrau unitário em Z é 1 / (1-Z^(-1))

Logo: Y(Z) = 1/ (1-Z^(-1)) . (0.3137*Z^(-3) -0.1537*Z^(-5)) / (1 - 2.3*Z^(-1) +1.74*Z^(-2) - 0.432*Z^(-3));

Exercício 1.2.6

De seguida apresentamos a função da resposta ao sistema para o degrário unitário obtida por nós sobreposta com a função dstep.



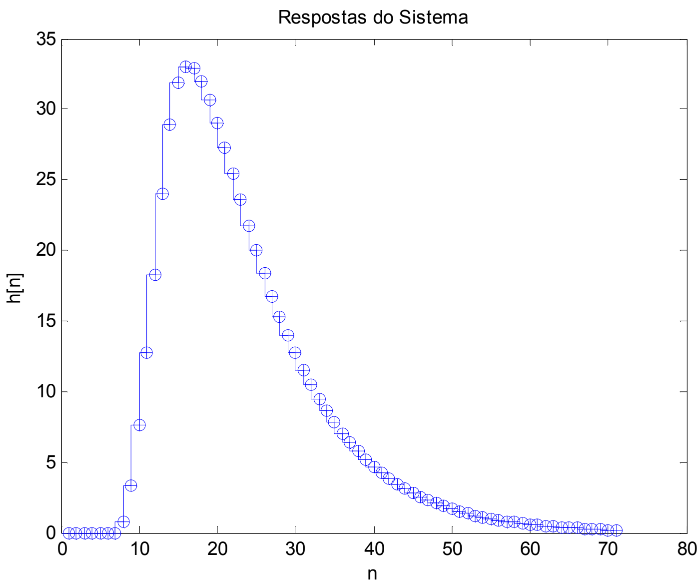
Exercício 1.2.7

A expressão da resposta ao sistema para qualquer valor de entrada corresponde à inversa da Trasformada Z da multiplicação da resposta ao impulso de um sistema com a entrada, neste caso obtemos a seguinte expressão:

Expressão = (5*(3137/(10000*Z^3) - 1537/(10000*Z^5)))/((1/Z - 1)*(23/(10*Z) - 87/(50*Z^2) + 54/(125*Z^3) - 1))

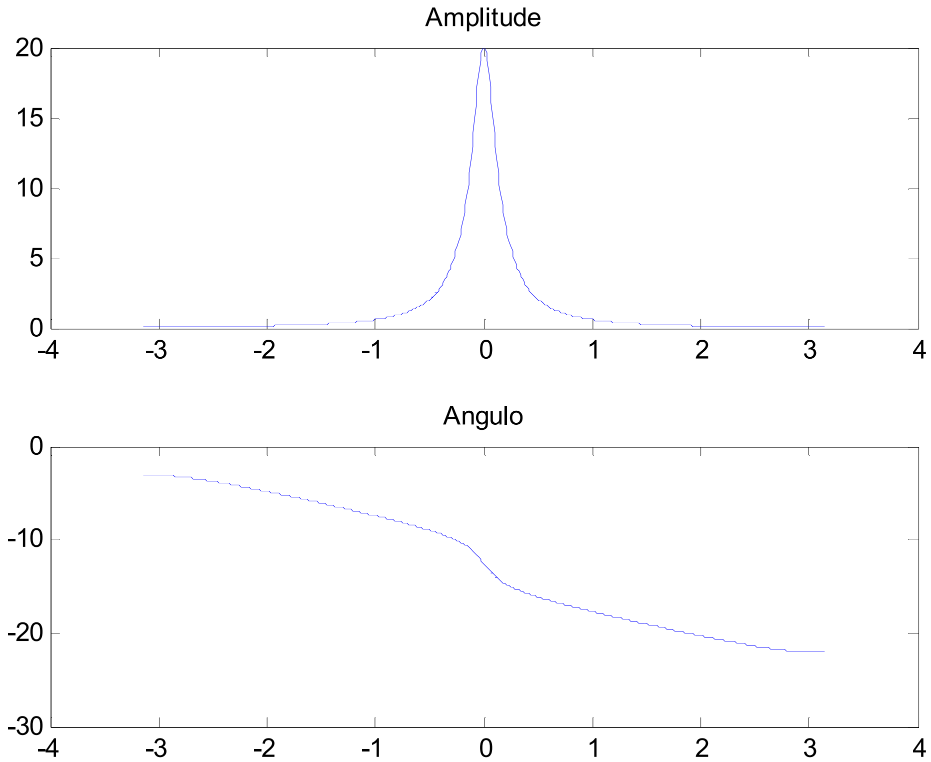
Exercício 1.2.8

A expressão da resposta ao sistema para qualquer valor de entrada corresponde à inversa da Trasformada Z da multiplicação da resposta ao impulso de um sistema com a entrada, neste caso obtemos o seguite gráfico e expressão:



Exercício 1.2.9

Depois de procedermos a representação dos valores obtidos em amplitude e em angulo obtivemos o seguinte gráfico:



Exercício 1.2.10

O ganho do sistema em regime estacionário é 20.

Recorrendo ao teorema do valor final,

Lim n->inf (y[n]) = 1-Z^-1 * Y(Z)=

Lim z->1 ((1-Z^-1)* H(Z)X(Z)),

func=-(3137/(10000*Z^3) - 1537/(10000*Z^5))/(23/(10*Z) - 87/(50*Z^2) + 54/(125*Z^3) - 1)

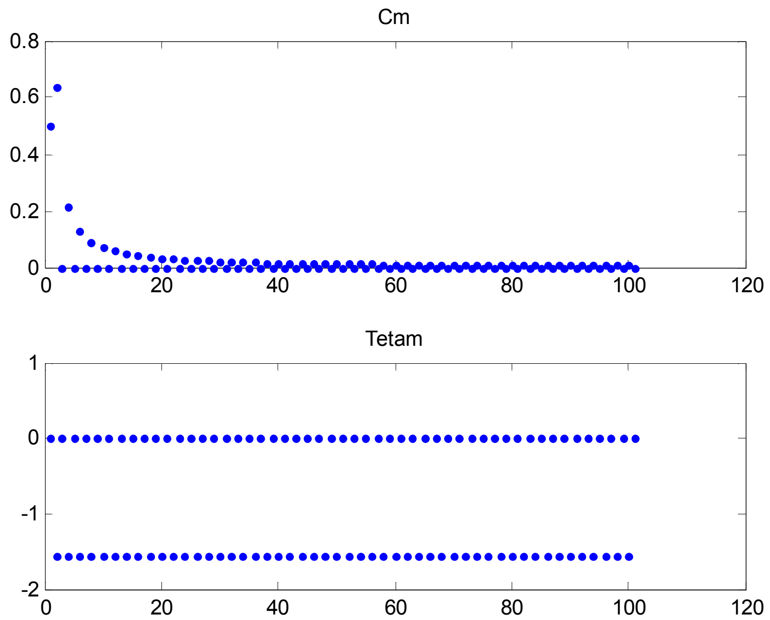
O limite desta função quando z-> 1 é também 20.

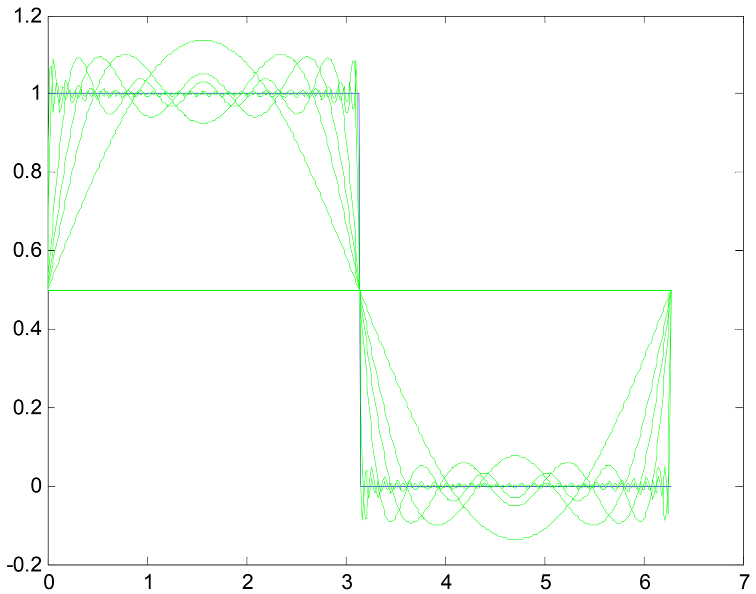
Quanto à amplitude calculada em 1.2.9 se veririficarmos a imagem em x = 0, confirmamos que o valor é também 20.

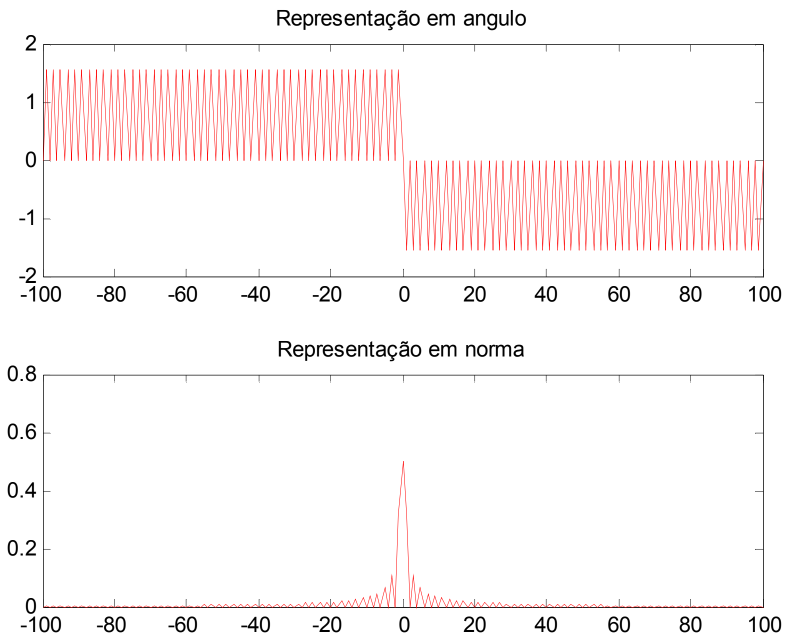
Exercício 2

Depois de implementadas as funcionalidades pedidas pelo exercício 2 procedemos à análise dos sináis pedidos:

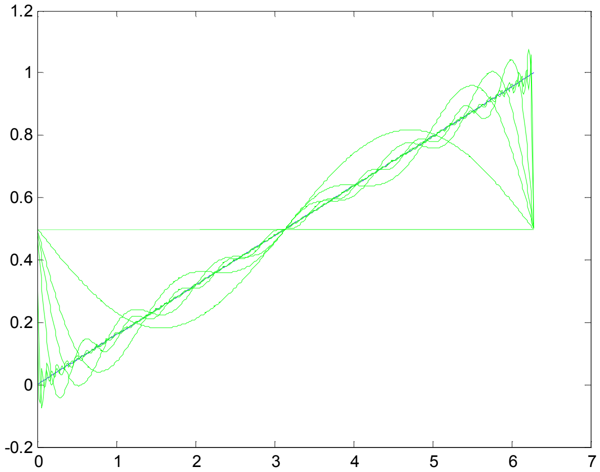
-Onda Quadrada de período 2pi

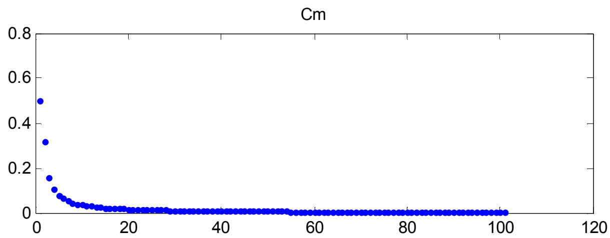


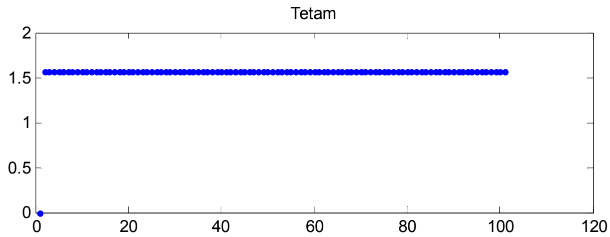


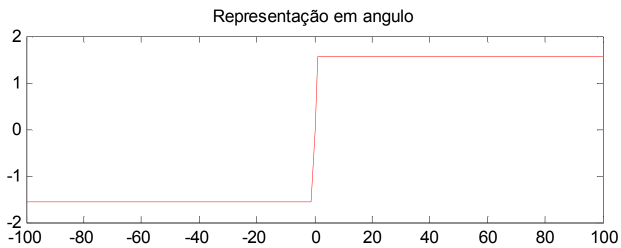


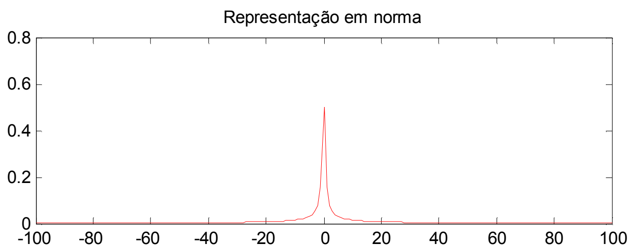
-Onda Dente de Serra de período 2pi


1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
0 1 2 3 4 5 6 7


Cm
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0 20 40 60 80 100 120


Tetam
2
1.5
1
0.5
0
0 20 40 60 80 100 120


Representação em angulo
2
1
0
-1
-2
-100 -80 -60 -40 -20 0 20 40 60 80 100


Representação em norma
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-100 -80 -60 -40 -20 0 20 40 60 80 100

-Sinal 1 + 2.sin(12.pi.t+ pi/4).cos(21.pi.t)

1 + 2.sin(12.pi.t+ pi/4).cos(21.pi.t)=

1.cos(0t+0) + 3/2.cos(9.pi.t – (pi/4)) + 3/2.cos(33.pi.t + (pi/4)))

Como podemos verificar o mdc entre as frequencias é 3, pelo que a frequência fundamental é 3 e o período fundamental é 2*pi/3.

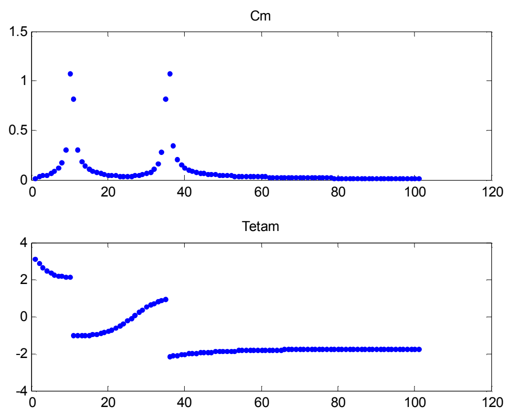
-Sinal -2+4.cos(4t+(pi/3)) -2.sin(10.t)

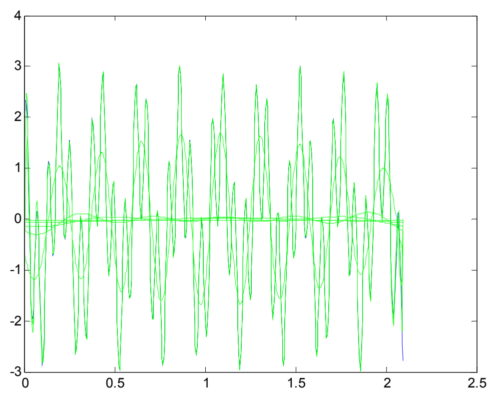
-2+4.cos.(4t+(pi/3)) -2.sin(10.t)

-2.cos(0t+0) + 4.cos.(4t+(pi/3)) -2.cos(10.t-(pi/2))

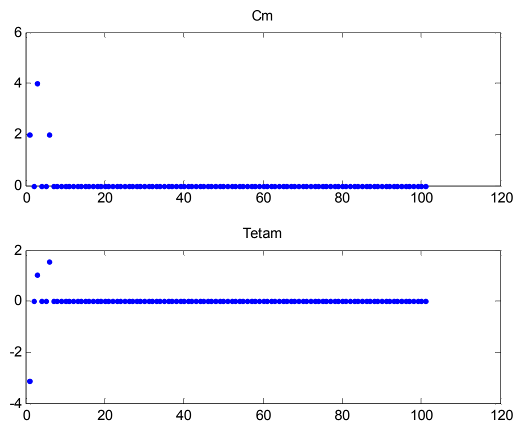
Como podemos verificar o mdc entre as frequencias é 2, pelo que a frequência fundamental é 3 e o período fundamental é 2pi/2 = pi.

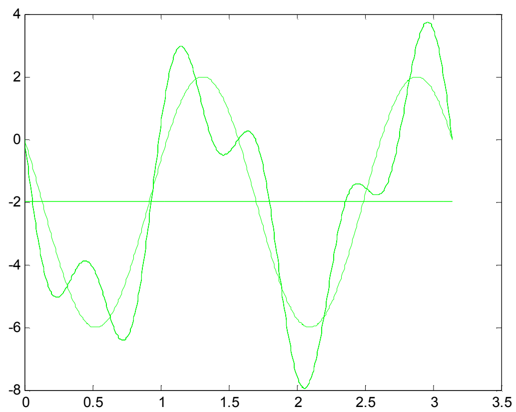
Sinal 1+2.sin(12.pi.t+ pi/4).cos(21.pi.t)

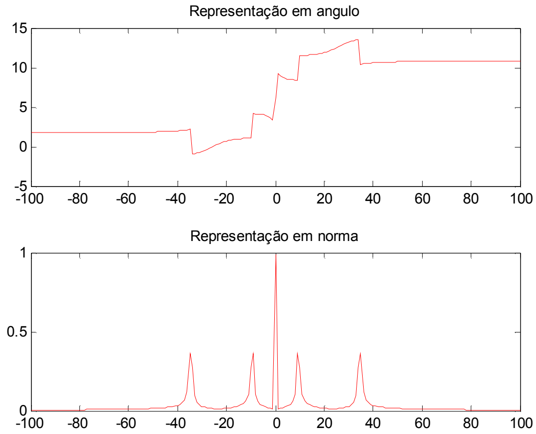


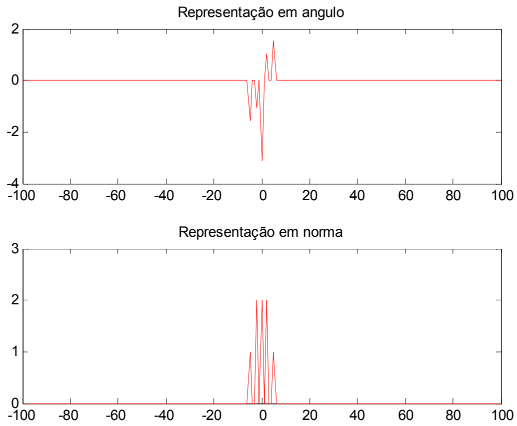


Sinal -2+4.cos(4t+(pi/3)) -2.sin(10.t)









Exercício 2.3

W0 = 3

M	***0***	***3***	***11***
Cm	***0***	***3/2***	***3/2***
tetaM	***0***	***-pi/4***	***Pi/4***

W0 = 2

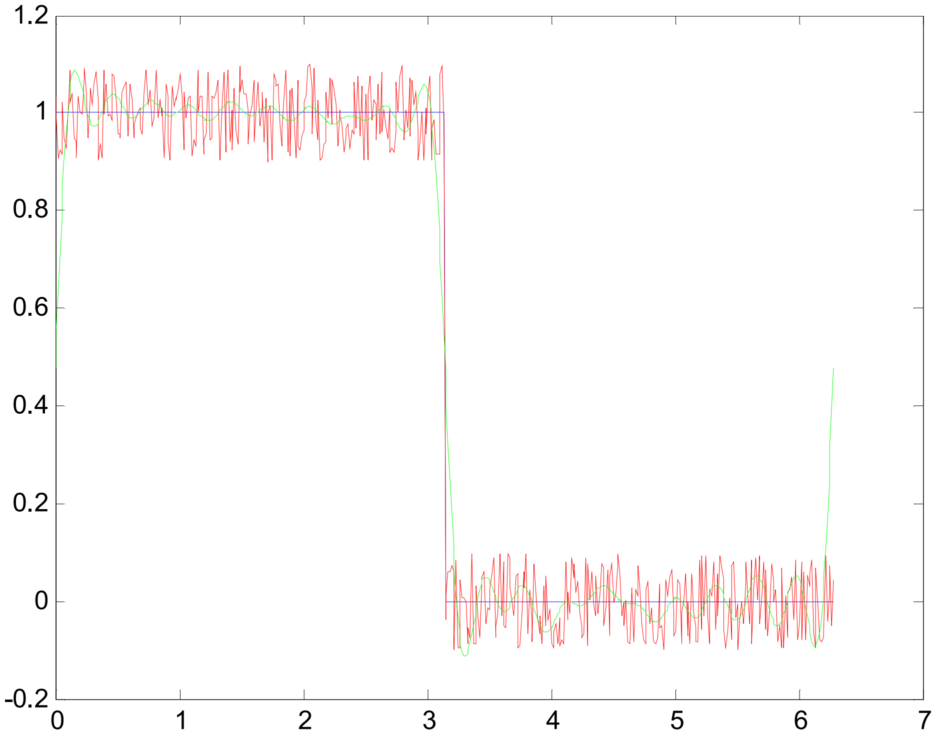
M	***0***	***2***	***5***
Cm	***-2***	***4***	***-2***
tetaM	***0***	***Pi/3***	***-pi/2***

Exercício 2.4

Após aplicar o integral e multiplicar por 1/t0 verificamos que quando fazemos tender m para um multiplicador da frequência fundamental, obtemos os cm complexos coorespondentes.

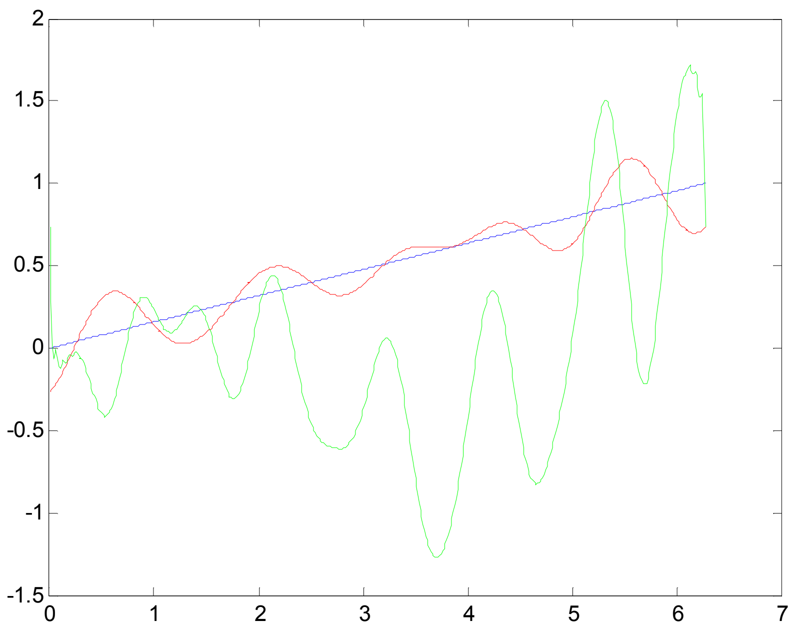
Exercício 3.2.1

Aplicámos um filtro passa-banda 0 20 e verificámos que atenuamos o ruído.



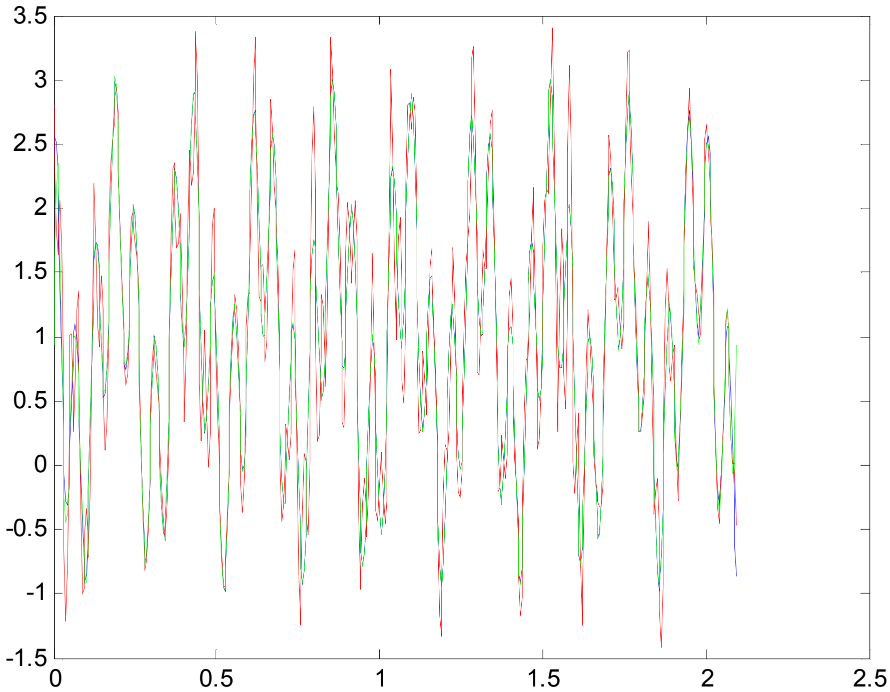
Exercício 3.2.2

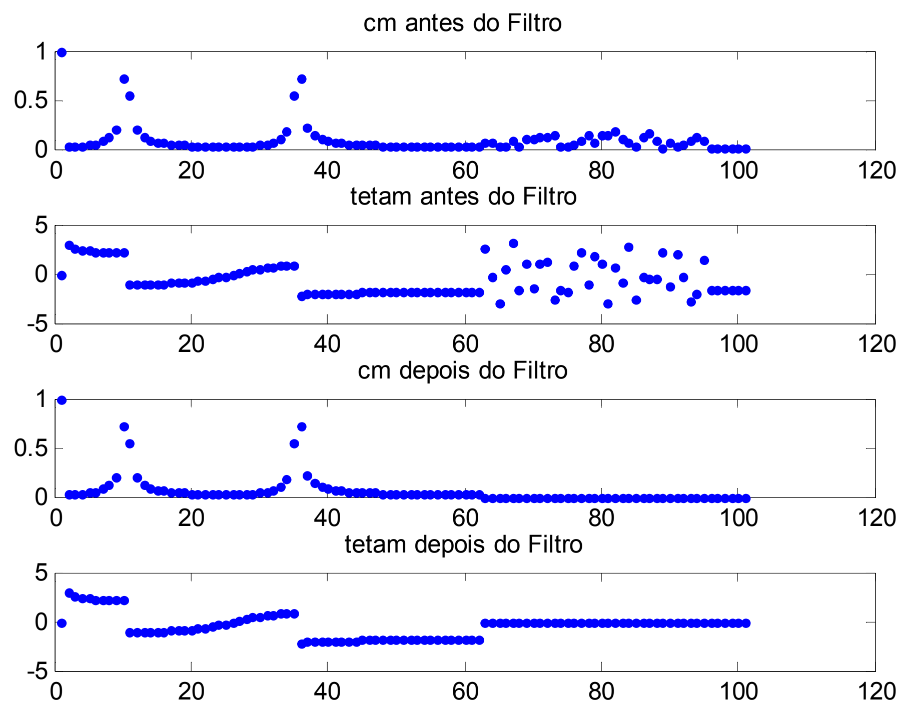
Aplicámos um filtro rejeita banda 4 6 e verificámos que ao eliminar-mos o ruído destruímos também a onda incial.



Exercício 3.2.3

Verificámos que 20*pi é aproximadamente igual a 62 e 30*pi é aproximadamente igual a 94.
Definimos assim ruído entre a gama 62 e 94.
Utilizámos posteriormente um filtro passa baixo 61 que nos permitiu eliminar todo o ruído.



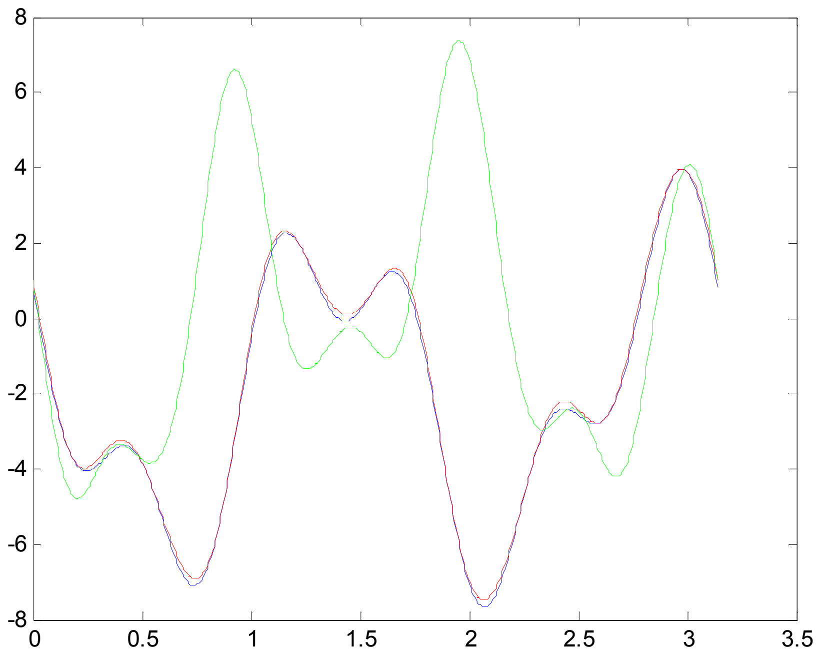


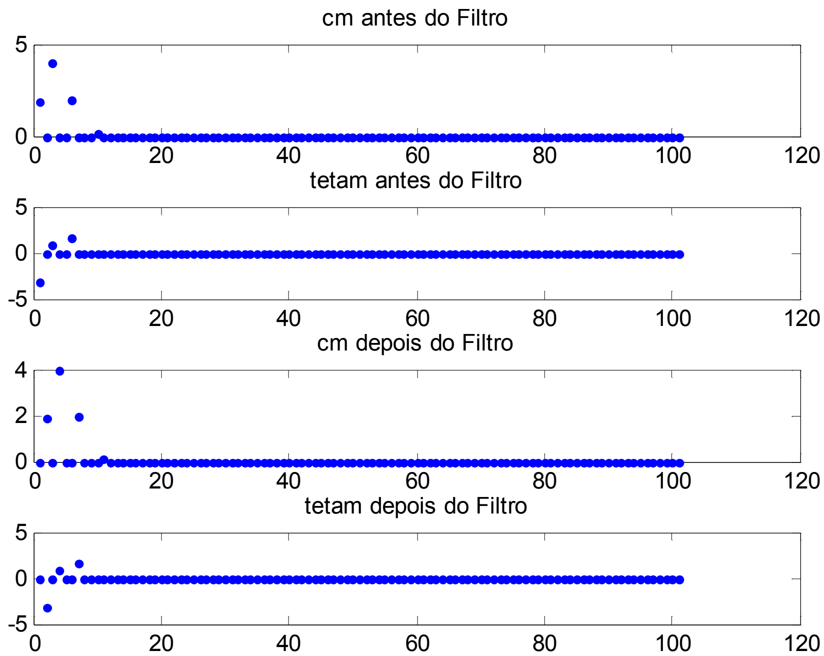
Exercício 3.2.4

Ruido = $\frac{1}{2}(\cos(18\,t)+1)$

Verificámos que o ruído está presente na frequencia 18 e na componente contínua.

Aplicámos um filtro passa-banda 1 10 e eliminámos a componente contínua e o ruído.





Exercício 4

Como podemos verificar os valores da Transformada de Fourier coincidem com os valores da Série de Fourier.