Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade de Coimbra

2010/2011

Análise e Transformação de Dados
Trabalho Prático 1

Igor Nelson Garrido da Cruz Nº2009111924

Gonçalo Silva Pereira Nº 2009111643

"Objectivo: *Pretende-se adquirir sensibilidade para as questões fundamentais de sinais e sistemas, em particular propriedades de sinais de tempo contínuo e de tempo discreto, transformações de sinais, energia e potência, sistemas lineares, propriedades de sistemas lineares, convolução, estabilidade, resposta a impulso e resposta em frequência."*

Exercício 1.1

Este exercício tem como objectivo obter uma expressão equivalente ao sinal dado, na forma de um somatório de cosenos, para isso foi necessário efectuar alguns cálculos simples:

G# = 3
$A_1 = 2 * \text{mod}(3, 2) = 2 * 1 = 2$
$A_2 = 3 * \text{mod}(4, 2) = 3 * 0 = 0$
$A_3 = 5 * \text{mod}(3, 2) = 5 * 1 = 5$
$A_4 = 4 * \text{mod}(4, 2) = 4 * 0 = 0$
$\omega_a = \text{mod}(3, 5) + 2 = 5$
$\omega_b = \text{mod}(3, 7) + 7 = 10$
$\omega_c = \text{mod}(3, 9) + 1 = 4$

Obtendo assim:
$x_1(t) = 2 * \sin(5 * t) * \cos(10 * t) + 5 * \cos(4 * t)^2$

De seguida, aplicamos as regras de transformação e simplificação de senos e co-senos obtendo o seguinte:

$x_1(t) = 2 * ½ * (\sin(15 * t) - \sin(5 * t)) + 5 * \cos(4 * t)^2$
$= \sin(15 * t) - \sin(5 * t) + 5 * \cos(4 * t)^2$
$= \sin(15 * t) - \sin(5 * t) + 5 * ½ (\cos(8 * t) + \cos(8 * t))$
$= \cos(15 * t + \pi/2) – \cos(5 * t + \pi/2) + 5/2 (\cos(8 * t) + \cos(4 – 4))$
$= \cos(15 * t + \pi/2) – \cos(5 * t + \pi/2) + 5/2 * \cos(8 * t) + 5/2$

Exercício 1.2

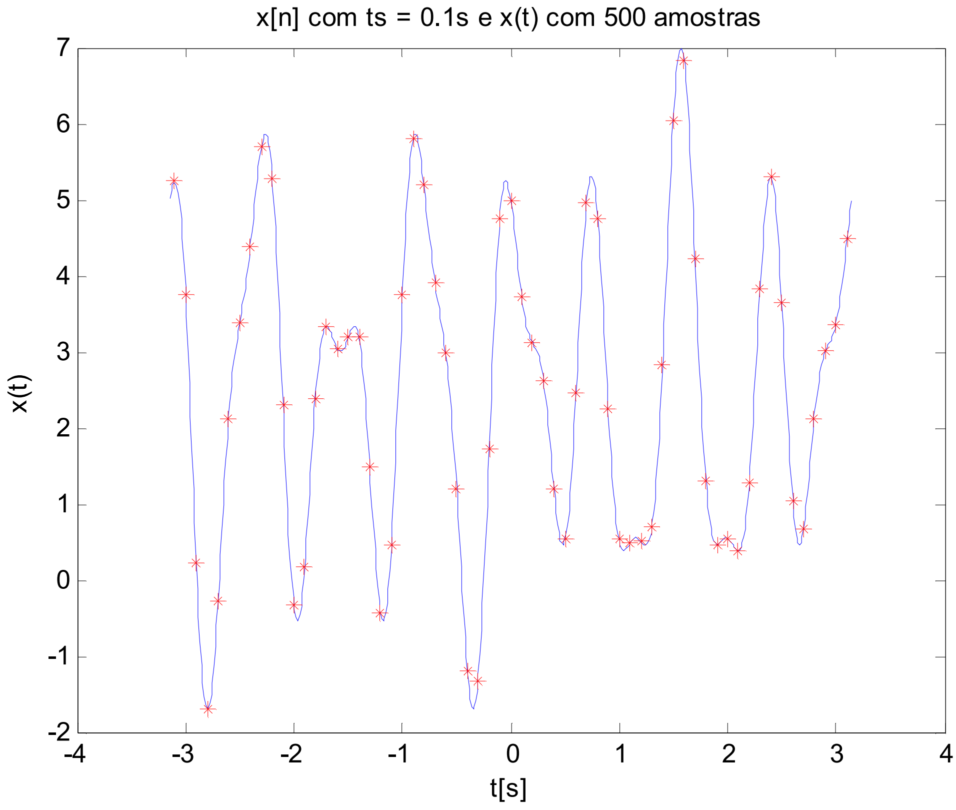
Neste exercício, tivemos de obter o resultado do sinal contínuo da alínea anterior, aplicando a relação t = nTs, transformando desta forma o sinal contínuo, num sinal discreto:

$X_1[n] = X_1(t)$ com t = nTs

$X_1[n] = 2 * \sin(0.5 * t) * \cos(0.10 * t) + 5 * \cos(0.4 * t)^2$ com $n \in t/Ts$

Exercício 1.3

Como podemos observar as amostras de tempo discreto dadas pela expressão x1[n] coincidem, exactamente, com a representação do sinal contínuo.



Exercício 1.4

Usando as funções do calculo simbólico, efectuámos o cálculo exacto da energia do sinal $X_1(t)$, obtendo dessa forma que a Energia do mesmo é igual a (83 * π) / 4, aproximadamente igual a 65.188048.

Efectuamos também o mesmo cálculo, mas desta vez recorrendo à Regra dos Trapézios e à regra de Simpson, para isso tivemos de implementar estas duas funções:

```
function [E] = simpson(f,n,h)

    E=0;

    for k=2:2:(n-1),
      E=E+(2*f(k));
    end

    for k=3:2:(n-2),
      E=E+(4*f(k));
    end

    E=(E+f(1)+f(n))*(h/3);

end


function [E] = trapezios(f,n,h)

    E=0;
```

```
    for k=2:n-1,

        E=E+(2*f(k));
    end

    E=(E+ f(1)+ f(n))*h/2;

end
```

Obtendo assim os seguintes resultados:

Tempo de cálculo da Regra dos Trapézios: 548.907322s

Valor Aproximado: 65.187048

Passo necessário: 0.000040

Tempo de cálculo da Regra de Simpson: 4008.140159s

Valor Aproximado: 65.187048

Passo necessário: 0.000015

Exercício 1.5

Efectuando o calculo do valor da energia do sinal discreto x1[n], o valor da Energia é de: 65.617761.

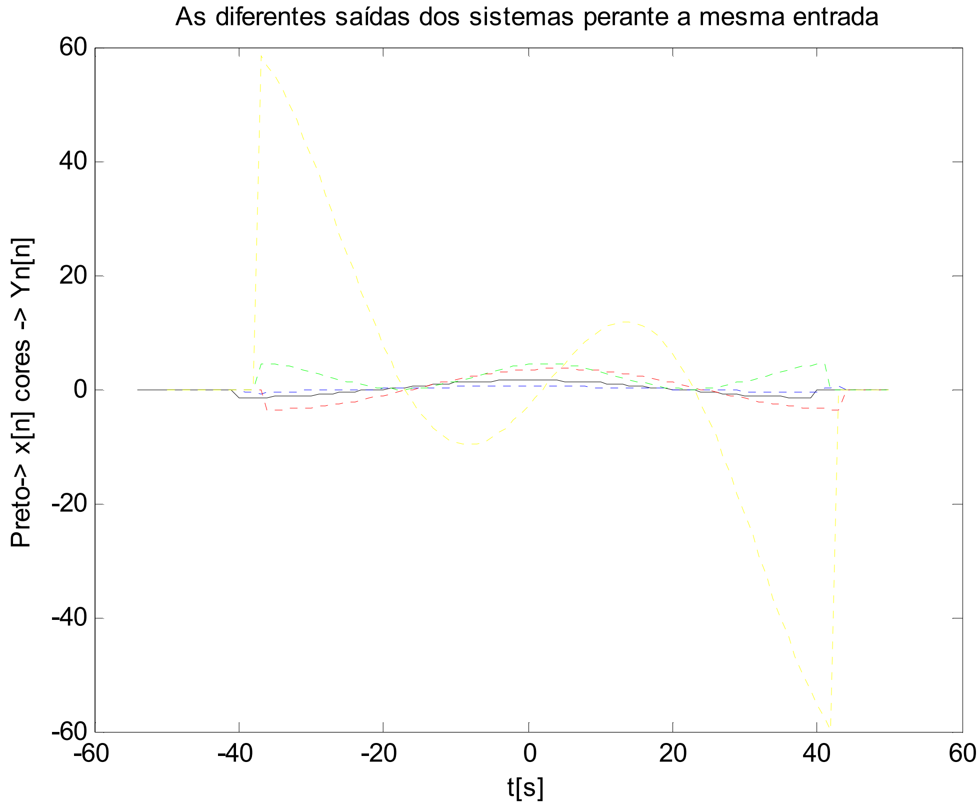
Exercício 2

Neste exercício tivemos de efectuar alguns cálculos para determinar as várias constantes que dependem do número do grupo:

G# = 3
B_{11} = 0.4 * mod(3, 2) = 0.4 * 1 = 0.4
B_{12} = 0.4 * mod(4, 2) = 0.4 * 0 = 0
B_{13} = 0.3 * (mod(3, 3) + 1) = 0.3 * 1 = 0.3
B_{14} = -0.1 * (mod (3, 4) + 1) = -0.1 * 4 = -0.4
B_2 = 0.6 (mod(3, 2) + 1) = 1.2
B_3 = 0.5 (mod(3, 2) + 1) = 1.0

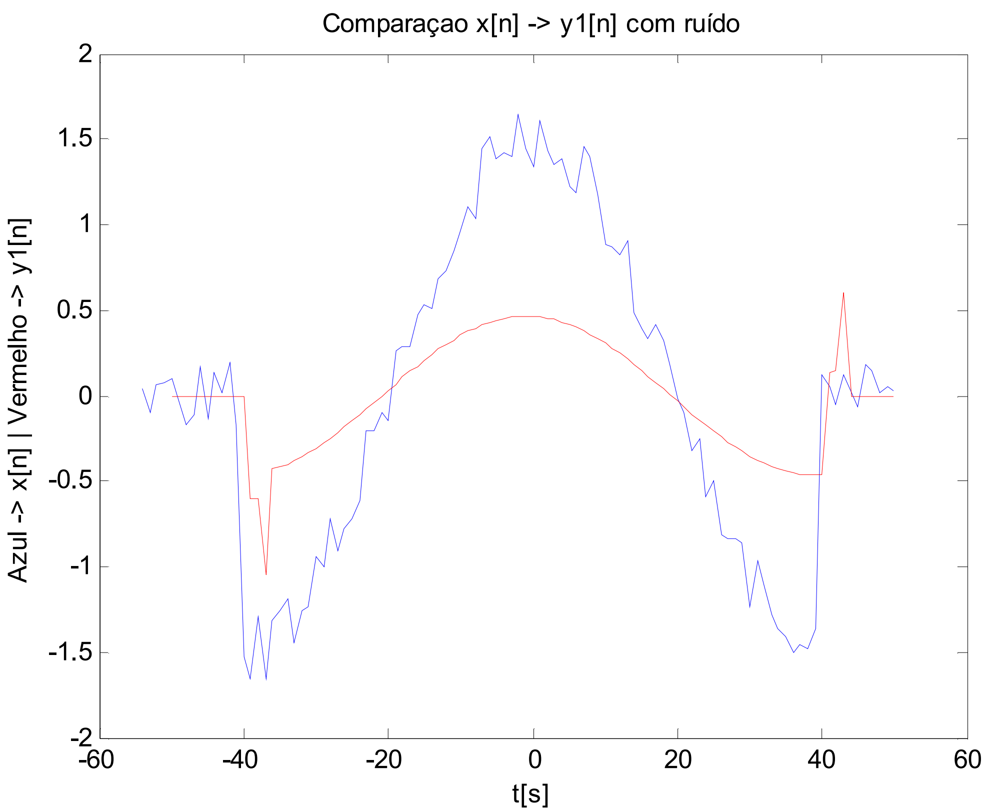
Sistemas Discretos:
Y_1[n] = 0.4 * x[n-1] + 0.3 * x[n-3] - 0.4 * x[n-4],
Y_2[n] = 1.2 * x[2n-4],
Y_3[n] = 1.0 * x[n-2] * x[n-3],
Y_4[n] = (n-2) * x [n-3]

Exercício 2.1



Exercício 2.2

Adiciona-mos um ruído uniforme com amplitude no intervalo [-0.2,0.2],



Exercício 2.3

Análise da linearidade do sistema $Y_1[n]$:

$X[n] = ax_1[n]$
$Y[n] = 0.4\ ax[n-1] + 0.3ax[n-3] – 0.4ax[n-4]$
$Y[n] = a\ Y_1[n]$

Verifica a propriedade da Homogeneidade.

$Y_1 [n] = 0.4\ x[n-1] + 0.3\ x[n-3] – 0.4\ x[n-4]$
$X_1[n] \rightarrow Y_1 [n] = 0.4\ x[n-1] + 0.3\ x[n-3] – 0.4\ x[n-4]$
$X_2[n] \rightarrow Y_2 [n] = 0.4\ x[n-1] + 0.3\ x[n-3] – 0.4\ x[n-4]$
$Y[n] = 0.4\ (x[n-1] + x[n-3] – x[n-4])+ 0.3\ (x[n-1] + x[n-3] – x[n-4]) – 0.4\ (x[n-1] + x[n-3] – x[n-4]) =$
$= 0.3\ x[n-1] + 0.3\ x[n-3] – 0.3[n-4] \neq Y_1 + Y_2$

Não verifica a propriedade da Aditividade.

Como para que qualquer sistema discreto seja linear tem de verificar a propriedade da Aditividade e da Homogeneidade, e o sistema acima não verifica a Aditividade, podemos concluir que o mesmo não é Linear.

Análise da linearidade do sistema $Y_2[n]$:
$Y_1[n] = 1.2\ x[2n-4]$
$Y_2[n] = 1.2\ x[2n-4]$
$Y[n] = 1.2\ (x[2n-4] + x[2n-4]) = 1.2\ x[2n-4] + 1.2\ x[2n-4] = Y_1[n] + Y_2[n]$

O sistema discreto em questão verifica a propriedade da Aditividade.

$X[n] = a\ x\ [2n-4]$
$Y[n] = 1.2\ (\ a\ x\ [2n-4])$
$Y[n] = 1.2\ a\ Y_1[n]$
Também verifica a propriedade da Homogeneidade, logo é Linear.

Análise da linearidade do sistema $Y_3[n]$:
$Y[n] = 1\ x\ [n-2]\ x[n-3]$
$Y_1[n] = x\ [n-2]\ x[n-3]$
$Y_2[n] = x\ [n-2]\ x[n-3]$

$Y[n] =\ x\ [n-2] + x[n-3] * x\ [n-2] + x[n-3]\ \neq Y_1 + Y_2$
Não verifica a propriedade da Aditividade, logo não é um sistema Linear.

Análise da linearidade do sistema $Y_4[n]$:
$Y[n] = (n-2)\ x[n-3]$
$Y_1[n] = (n-2)\ x[n-3]$

$Y_2[n] = (n-2)\ x[n-3]$

$Y[n] = (n-2)\ (x[n-3] + x[n-3])$
$Y[n] = (n-2)\ (x[n-3]) + (n-2)(x[n-3]) = Y_1[n] + Y_2[n]$
O sistema em questão satisfaz a propriedade da Aditividade.

$Y[n] = (n-2)a\ x[n-3]$

$Y[n] = a\ Y_1[n]$
Como o sistema acima para além de satisfazer a propriedade da Aditividade, também satisfaz a propriedade da Homogeneidade, concluímos então que o mesmo é Linear.

Exercício 2.4
Variância do Y_1:
$Y(n-n0) = T\{x[n-n0]\}$
$Y[n] = 0.4\ x[n-1] + 0.3\ x[n-3] – 0.4\ x[n-4]$
$Y_1[n]|x[n-n_0] = 0.4\ x[n-n_0-1] + 0.3\ x[n-n_0-3] – 0.4\ x[n-n_0-4]$
$Y_2\ [n-n_0] = 0.4\ x[n-n_0-1] + 0.3\ x[n-n_0-3] – 0.4\ x[n-n_0-4]$
Deste modo, podemos concluir que o sistema em questão não varia no tempo, ou seja, é invariante.

Variância do Y_2:
$Y[n] = 1.2\ x[2n-4]$
$Y_1[n]\ |x[n-n_0] = 1.2\ x[2\ (n-n_0)-4]$
$Y_2[n-n_0] = 1.2\ x[2\ (n-n_0)-4]$
Podemos concluir também que este sistema, assim como o anterior, é invariante no tempo.

Variância do Y_3:
$Y[n] = x[n-2]\ x[n-3]$
$Y_1[n]\ |x[n-n_0] = x[n-n_0-2]\ x[n-n_0-3]$
$Y_2[n-n_0] = x[n-n_0-2]\ x[n-n_0-3]$
O sistema Y_3 é invariante no tempo.

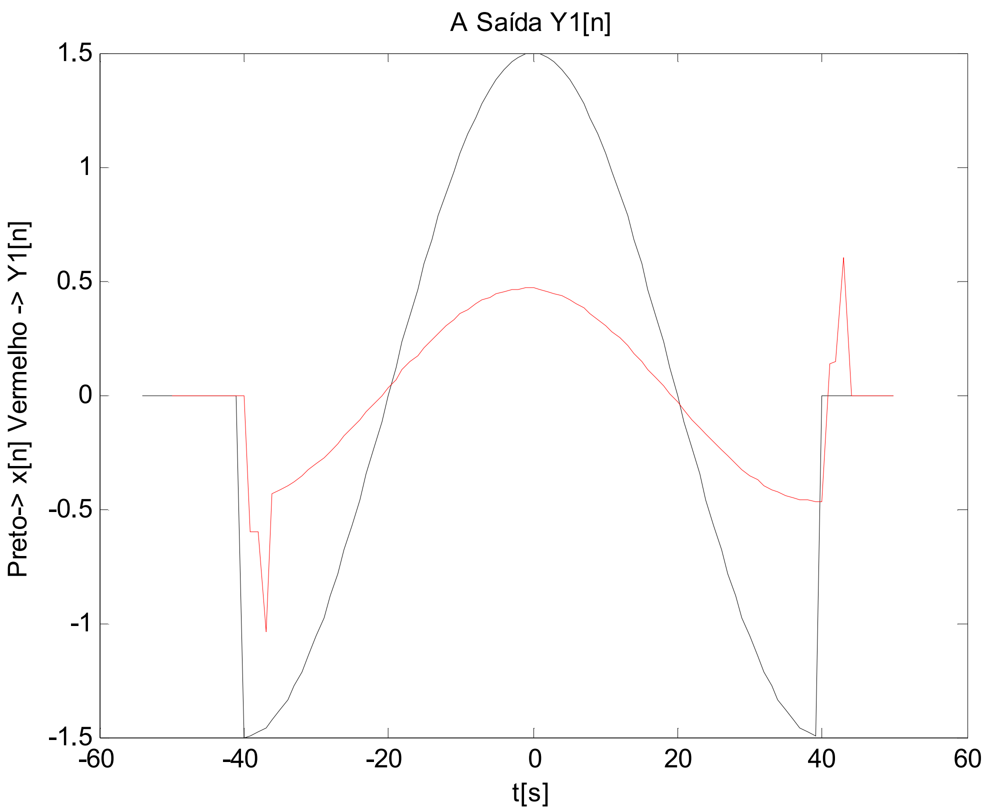
Variância do Y_4:
$Y[n] = (n-2)\ x[n-3]$
$Y_1[n]|\ x[n-n_0] = (n-2)\ x[n-n_0-3]$
$Y_2[n-n_0] = (n-n_0-2)\ x[n-n_0-3]$
Como são diferentes, logo este sistema varia no tempo.

Exercício 2.5

Determinamos a expressão através do seguinte código:

```
n = -54:50; %mostramos uma margem para os valores = 0

ind = find(n>= -40& n < 40);

xnn = zeros (size(n));

xnn (ind) = 1.5 *cos(0.025*pi*n(ind));

nn = -54:50;
n = nn(5:end);

xn = xnn(5:end);
xn_1 = xnn (4:end-1);
%xn_2 = xnn (3:end-2); % constant B12 = 0
xn_3 = xnn (2:end-3);
xn_4 = xnn (1:end-4);


y1n = (0.4*xn_1) + (0.3*xn_3) + ((-0.4)*xn_4);
```

De seguida representa-mos graficamente a mesma, sendo o resultado o seguinte:



Exercício 2.6

Efectua-mos o cálculo da transformada de Z da resposta a impulso do sistema, H1(z), com condições iniciais nulas, resultando:

0.4*ztrans(charfcn[1](n), n, z) + 0.3*ztrans(charfcn[3](n), n, z) - 0.4*ztrans(charfcn[4](n), n, z)

Exercício 2.7

Um sistema é estável, se as raízes estiverem dentro do raio complexo da circunferência do denominador.

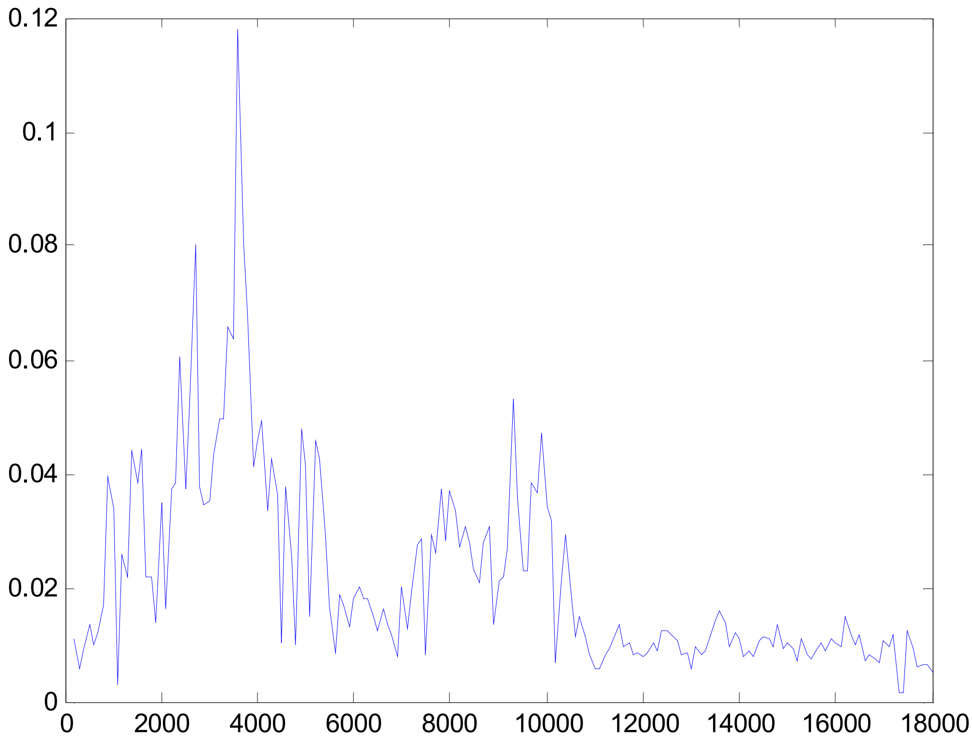
Exercício 3.1 e 3.2

Executando o código seguinte, são reproduzidas através do sistema de som do computador, várias frequências, entre [200,18000] Hz:

```
tt = 0.5;
f = 800;
fs = 44100;
t = (0:1/fs: tt)';
freq = 11025;
pos = 1;
maximototal=0;

for f = 200:100:18000,
    y = sin (2 * pi * f * t);
    wavplay(y,fs,'async');

    y=wavrecord(0.5*fs+1,fs);

    for k=1:30
      % dividimos em 30 partes iguais
       subts=length(y)/30;
       suby=y((1+(k-1))*round(subts)):y(k*round(subts));
       maximototal=maximototal+max(abs(suby)); %maximototal+local
    end

    Amp(pos)=maximototal/30;
    pos=pos+1;
    maximototal = 0;
end
frequencia = 200:100:18000;
plot(frequencia,Amp);
```

Exercício 3.3

Executando o código referido em cima, obtemos o gráfico seguinte onde são apresentadas as amplitudes para cada valor da frequência no intervalo [200,18000] Hz.



Exercício 3.4

Como é normal, os resultados obtidos sofrem muitas variações devido a diversos factores, entre eles, a qualidade do sistema de som, do microfone, a existência de barulho/ruído na zona envolvente onde foram gravados os mesmos sons, como também os próprios materiais de construção do espaço envolvente onde o mesmo foi gravado.