Trabalho Prático nº 3 – Perguntas para o Relatório

Objectivo: *Pretende-se aplicar o Teorema da Amostragem para a determinação da frequência de amostragem a usar na obtenção da representação em tempo discreto de um dado sinal. Pretende-se também usar a Transformada de Fourier Discreta (DFT) para ilustrar os conceitos de frequência e de filtragem de sinais e de imagens.*

Linguagem de Programação: *Matlab*

Data limite de entrega do Relatório e do Código sobre este trabalho: 18 de Maio de 2011

Submissão na plataforma Moodle:

Relatório do trabalho e código de resposta às seguintes perguntas sobre este trabalho:

Perguntas:

1. Considere o seguinte sinal de tempo contínuo e periódico:

$$x(t) = -1 + 3\sin(20\pi t) + 2\,\mathrm{mod}(G\#,2)\sin(12\pi t + \pi/4)\cos(21\pi t) + 2\,\mathrm{mod}(1+G\#,2)\cos(20\pi t - \pi/4)\sin(45\pi t)$$

em que G# é o número do Grupo de Trabalho.

1.1. Aplicando o Teorema da Amostragem, escolha uma frequência de amostragem adequada, múltipla da frequência fundamental f_0. Obtenha a expressão de $\boldsymbol{x[n]}$.
1.2. Represente graficamente a sobreposição do sinal de tempo contínuo (com um passo temporal reduzido e traço contínuo) e o correspondente sinal amostrado (ponto a ponto).
1.3. Determine e represente graficamente a Transformada de Fourier Discreta (DFT) do sinal, usando as funções do Matlab ***fft*** e ***fftshift***, em módulo e em fase, em função da frequência angular ω.
1.4. Determine os coeficientes da Série de Fourier complexa de cada sinal, $\boldsymbol{c_m}$, a partir da DFT.
1.5. Determine e represente graficamente os parâmetros da Série de Fourier trigonométrica ($\boldsymbol{C_m}$ e $\boldsymbol{\theta_m}$) do sinal. Justifique os cálculos que efectuar.
1.6. Reconstrua o sinal $\boldsymbol{x(t)}$ a partir dos parâmetros da Série de Fourier trigonométrica, obtidos em 1.5. Compare graficamente com o sinal original.

2. Considere o sinal áudio presente no ficheiro 'saxriff.wav':

2.1. Escute o sinal e represente graficamente o seu espectro em módulo e em função da frequência *f*. Utilize as funções do Matlab ***wavplay***, ***wavread***, ***fft***, ***fftshift*** e ***abs***.
2.2. Qual a frequência do sinal, em *Hz*, cuja componente tem amplitude máxima?
2.3. No domínio da frequência, adicione ruído uniforme fora da banda de frequência do sinal original (e.g., entre 8.5 e 9.5 KHz); utilize a função do Matlab ***rand*** e defina a amplitude máxima do espectro do ruído como 10% da amplitude máxima do espectro do sinal. Represente graficamente o resultado (magnitude do espectro do sinal com ruído em função da frequência *f*).
2.4. Obtenha o sinal com ruído no domínio temporal; utilize a função do Matlab ***ifft*** (caso o sinal contenha valores imaginários, extraia a componente real com a função ***real***). Escute o novo sinal e compare-o com o original. O que conclui?

2.5. Tente eliminar o ruído gerado anteriormente. Para tal, implemente um filtro passa-baixo do tipo Butterworth de ordem 6, com frequência de corte ***fc*** = 8 KHz.
Poderá utilizar a função **[b, a] = butter(N,wn);** em que **N** define a ordem do filtro e **wn** determina a frequência de corte em função de metade da frequência de amostragem (i.e., **wn**=1.0 => ***fc*** = ***fs*** / 2; **wn**=0.5 => ***fc*** = ***fs*** / 4). A função devolve os coeficientes dos polinómios em Z correspondentes ao numerador (**b**) e ao denominador (**a**) da função de transferência do filtro.
Para filtrar o sinal, poderá aplicar a função **y = filter(b, a, x);** em que **x** corresponde à entrada no domínio temporal, **a** e **b** representam a função de transferência tal como foi descrito e **y** indica a saída temporal do filtro.
Apresente os resultados (função de transferência, pólos e zeros do filtro e a representação gráfica da magnitude do espectro do sinal com ruído filtrado em função da frequência *f*).

2.6. Repita as questões 2.3, 2.4 e 2.5 (com a devida adaptação das especificações) utilizando agora ruído na mesma banda de frequência do sinal original (e.g., entre 2 e 3 KHz).
Apresente os resultados (função de transferência, pólos e zeros do filtro e a representação gráfica da magnitude do espectro do sinal com ruído filtrado em função da frequência *f*).
Que conclui quanto à possibilidade de eliminação do ruído nesta situação?

3. A Transformada de Fourier Discreta (DFT) possibilita o processamento de imagens permitindo, por exemplo, a análise computacional de imagens, a filtragem de imagens, a extracção de características, a compressão / reconstrução de imagens, etc. A aplicação da DFT permite decompor uma imagem em termos das suas componentes sinusoidais, aceitando como entrada uma imagem definida no domínio do espaço real, produzindo como saída uma imagem definida no domínio das frequências espaciais. Um ponto na imagem de saída corresponde a uma frequência na imagem de entrada. Por exemplo, o pixel no centro geométrico da imagem de saída corresponde à componente DC da imagem. Quando os restantes pixéis são percorridos do centro para a periferia obtêm-se valores crescentes de frequências na imagem de entrada.
Considere a imagem do ficheiro 'lena.bmp'.

3.1 Ler a imagem usando a função ***imread***.

3.2 Representar a imagem original, usando a função ***imshow***.

3.3 Obter as componentes de frequência da imagem usando as funções ***fft2*** e ***fftshift***.
Representar graficamente a sua magnitude em função do domínio definido em termos das dimensões (entre -N/2 e N/2) da imagem (considere a função ***mesh*** e 20****log10***(***abs***( ))).
Caracterize a magnitude do espectro da imagem e obtenha a cor média da imagem (vector do mapa de cores correspondente à componente DC da imagem ou à frequência zero).

3.4 Criar um menu que permita escolher o Tipo de Filtro a aplicar (Passa-Baixo ou Passa-Alto).
Em várias situações é possível projectar um filtro ideal pela convolução da imagem original com uma imagem máscara. A convolução no domínio do espaço corresponde à multiplicação no domínio da frequência. A imagem máscara consiste numa imagem a preto e branco onde as áreas a preto correspondem às superfícies da imagem original que se pretendem eliminar e as áreas em branco correspondem às superfícies da imagem original que se pretendem conservar.

3.5 Considerar um filtro ideal Passa-Baixo (por ex. com f_c=20) e um Passa-Alto (por ex. com f_c=30), pedir o respectivo valor de frequência e construir as respectivas imagens máscara.
Representar graficamente a magnitude de cada filtro, usando a função ***mesh***.

3.6 Aplicar cada um dos filtros, no domínio da frequência, à imagem original. Representar graficamente a magnitude dos respectivos espectros (use ***mesh*** e 20****log10***(***abs***( ))).

3.7 Obter a imagem resultante da aplicação de cada filtro, usando as funções ***ifftshift*** e ***ifft2***.

3.8 Representar graficamente (usando ***imshow***) a imagem resultante da aplicação de cada filtro, permitindo a manipulação das imagens (com ***rotate3d***).

3.9 O que pode concluir sobre as características das imagens que resultaram da aplicação de cada filtro (passa-baixo e passa-alto) sobre a imagem original?