只用圓規將圓形分成四等份

Created by Mr. Francis Hung on 20080814　　　　Last updated: 2016-09-28

已給一個圓，圓心 O，只用圓規將圓分成四等份。

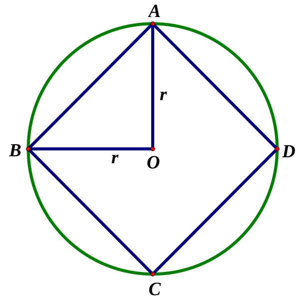
原理：如圖一，O 為圓心。假設在圓上有 4 點 A、B、C、D，將此圓均分成四等份。

$\angle AOB = 90^\circ$　　　　(等弧對等角)

設 $OA = r = OB$，則

$AB = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r$　　　　(畢氏定理)

同理，$BC = CD = DA = \sqrt{2}r$ 。



圖一

作圖方法如下：

(1)　在圓周上任意一點 A，以 A 為圓心，AO 為半徑作一弧，交圓於 E。

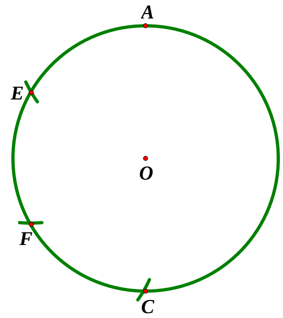
以 E 為圓心，EO 為半徑作一弧，交圓於 F。

以 F 為圓心，FO 為半徑作一弧，交圓於 C(圖二)。

ΔAEO、ΔEOF、ΔFOC 為等邊三角形。

$\angle AOE = \angle EOF = \angle FOC = 60^\circ$。

$\therefore\ \angle AOC = 180^\circ \Rightarrow AC$ 為直徑。



圖二

(2)　以 A 為圓心，AC 為半徑作一弧，以 C 為圓心，CA 為半徑作一弧，此兩弧相交於 G(圖三)。

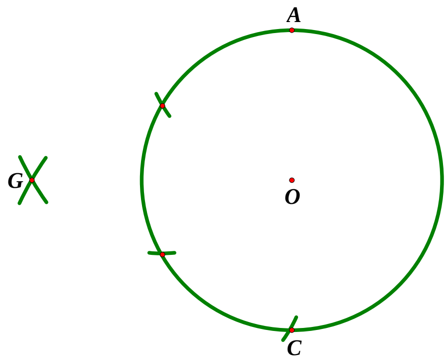
ΔACG 為一個等邊三角形，邊長$= 2r$。

$\because\ AO = OC = r$

$\therefore\ \Delta AOG \cong \Delta COG$　　　　(S.S.S.)

$\angle AOG = \angle COG = 90^\circ$　　　　(全等三角形的對應角)

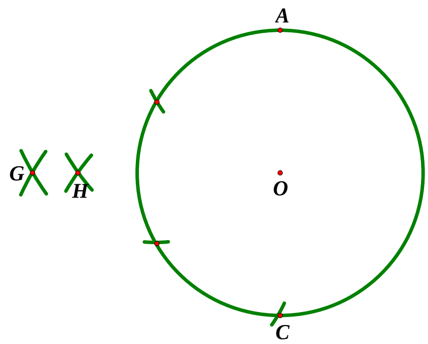
$OG = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3}r$　　　　(畢氏定理)



圖三

(3)　以 A 為圓心，OG 為半徑作一弧，以 C 為圓心，OG 為半徑作一弧，此兩弧相交於 H(圖四)。

$OH = \sqrt{\left(\sqrt{3}r\right)^2 - r^2} = \sqrt{2}r$　　　　(畢氏定理)

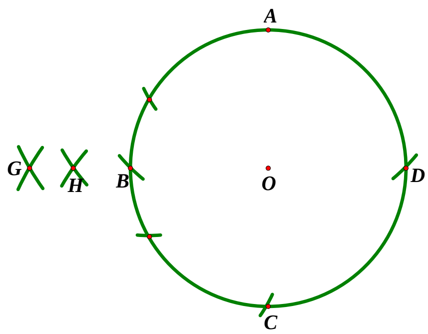


圖四

(4)　以 A 為圓心，OH 為半徑作一弧，交圓於 B、D。(圖五)

$AB = BC = CD = DA = \sqrt{2}r$

A、B、C、D，將此圓均分成四等份。



圖五