

## 外接圓

Created by Mr. Francis Hung

Last updated: 2012-05-03

如圖一， $A$ 、 $B$  及  $C$  為三定點且不共線。試

作一圓經過該三點。<sup>1</sup>

∵ 三條垂直平分線必然共點(concurrent at a point)

∴ 我們只須找出其中兩條垂直平分線的交點為圓心，從而便可作其外接圓了。

作圖方法如下(圖二)：

(1) 連接  $AB$ 、 $AC$  及  $BC$ 。

(2) 作  $AB$  的垂直平分線  $PQ$ ， $M$  為  $AB$  的中點。

(3) 作  $AC$  的垂直平分線  $RS$ ， $N$  為  $AC$  的中點。

兩垂直平分線相交於  $O$ 。

(4) 以  $O$  為圓心， $OB$  為半徑作一圓，該圓便是外接圓。

作圖完畢。

證明如下：

$$\triangle AOM \cong \triangle BOM \quad (\text{S.A.S.})$$

$$\triangle AON \cong \triangle CON \quad (\text{S.A.S.})$$

$$OB = OA = OC \quad (\text{全等三角形的對應邊})$$

∴ 該圓經過  $A$ 、 $B$  及  $C$ 。

延伸：可進一步證明三條垂直平分線必然共點 (concurrent at a point)。

證明如下：

設  $L$  為  $BC$  的中點，連接  $OL$ 。

$$\triangle BOL \cong \triangle COL \quad (\text{S.S.S.})$$

$$\angle BLO = \angle CLO \quad (\text{全等三角形的對應角})$$

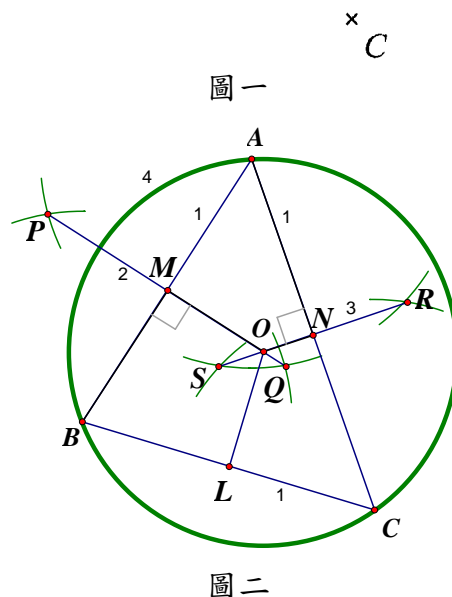
$$\angle BLO + \angle CLO = 180^\circ \quad (\text{直線上的鄰角})$$

$$\therefore \angle BLO = \angle CLO = 90^\circ$$

∴  $OL$  為  $BC$  的垂直平分線。

∴ 三條垂直平分線必然共點。

證明完畢。



<sup>1</sup> 香港數學競賽 2009 初賽(幾何作圖)第 1 題