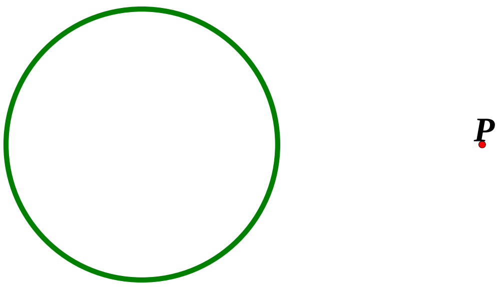
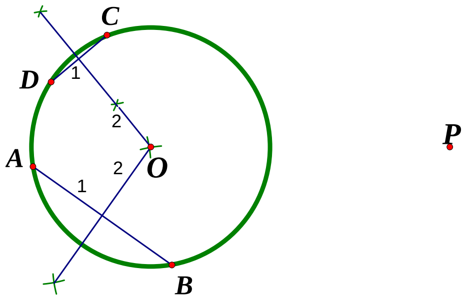
由外點引圓的切綫

Created by Mr. Francis Hung Last updated: 2012-05-03

如圖一，過一圓外定點 *P* 作切綫。[1]



圖一



圖二

作圖方法如下：

方法一：

(1) 在圓上作兩條不平行的弦綫 *AB* 和 *CD*。

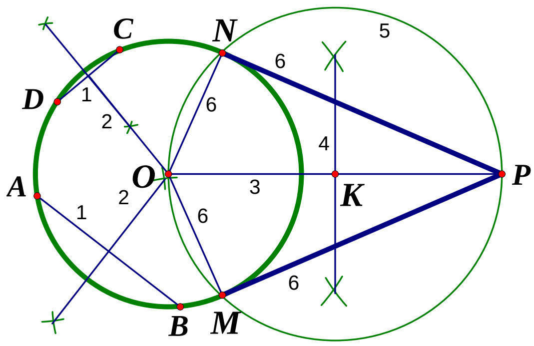
(2) 作 *AB* 和 *CD* 的垂直平分綫相交於 *O*，*O* 為該圓的圓心。(圖二)

(3) 連接 *OP*。

(4) 作 *OP* 的垂直平分綫，*K* 為 *OP* 的中點。

(5) 以 *K* 為圓心，*KO* 為半徑作一圓，交已知圓於 *M* 和 *N*。

(6) 連接 *OM*、*ON*、*MP* 及 *NP*。(圖三)



圖三

作圖完畢。

證明如下：

$\angle OMP = 90° = \angle ONP$ (半圓上的圓周角)

PM、*PN* 便是切綫。 (切綫⊥半徑的逆定理)

證明完畢。

方法二(圖四)

(1) 過 *P* 點作任意一綫段交已知圓於 *Q*、*R*。*R* 離 *P* 較遠一端。

(2) 利用 *PR* 的垂直平分綫，找出 *PR* 的中點 *O*。

(3) 以 *O* 為圓心，*OP* 為半徑作一半圓。

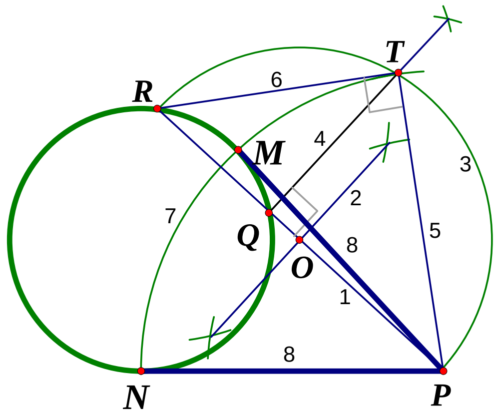
(4) 過 *Q* 點(*Q* 在 *P* 和 *R* 之間)，作一綫段 *QT* 垂直於 *PR*，交步驟(3)的半圓於 *T*。

(5) 連接 *PT*。

(6) 連接 *TR*。

(7) 以 *P* 為圓心，*PT* 為半徑作一弧，交已知圓於 *M*、*N*。

(8) 連接 *PM*、*PN*。



圖四

作圖完畢，證明如下：

$\angle PTR = 90°$ (半圓上的圓周角)

$\Delta PQT \sim \Delta PTR$ (等角)

$\frac{PQ}{PT} = \frac{PT}{PR}$ (相似三角形的對應邊)

$\therefore PQ \cdot PR = PT^2$

由步驟(7)，$PQ \cdot PR = PT^2 = PM^2 = PN^2$

$\therefore$ *PM* 及 *PN* 便是切綫。 (相交弦定理的逆定理)

證明完畢。

---

[1] 香港數學競賽 2009 初賽(幾何作圖)樣本題第 3 題