1983 FG8.3

若 $f(x) = x^2$，以 x 表示 $f(x) - f(x-1)$。

If $f(x) = x^2$, then express $f(x) - f(x-1)$ in terms of x.

1985 FI3.3

若 $f(x) = x - 2$，$F(x, y) = y^2 + x$，且 $c = F(3, f(16))$，求 c 的值。

If $f(x) = x - 2$, $F(x, y) = y^2 + x$ and $c = F(3, f(16))$, find the value of c.

1987 FI3.4

若 $f(y) = 2y^2 + 8y - 1$，求 $f(4)$。If $f(y) = 2y^2 + 8y - 1$, find $f(4)$.

1987 FI5.2

若 $f(y) = 4\sin y°$，且 $f(1950) = b$，求 b 的值。

If $f(y) = 4\sin y°$ and $f(1950) = b$, find the value of b.

1988 FI1.1

若 $N(t) = 100\times 18^t$，且 $P = N(0)$，求 P 的值。

If $N(t) = 100\times 18^t$ and $P = N(0)$, find the value of P.

1988 FI4.1

若 $f(t) = 2 - \frac{t}{3}$，且 $f(a) = -4$，求 a。If $f(t) = 2 - \frac{t}{3}$, and $f(a) = -4$, find a.

1989 HI12

函數 F 定義為 $F(x)=\begin{cases}2x+1, & \text{if } x\le 3\\ 3x^2, & \text{if } x>3\end{cases}$。求 $F(F(3))$ 的值。

F is a function defined by $F(x)=\begin{cases}2x+1, & \text{if } x\le 3\\ 3x^2, & \text{if } x>3\end{cases}$.Find the value of $F(F(3))$.

1990 HI3 2013 FI3.2 2015 FI4.3

若 $f(a) = a - 2$，且 $F(a, b) = a + b^2$，求 $F(3, f(4))$的值。

If $f(a) = a - 2$ and $F(a, b) = a + b^2$, find the value of $F(3, f(4))$.

1995 HI2

已知 $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{1-x^2}$，求 $f(2)$ 的值。

Given that $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{1-x^2}$, find the value of $f(2)$.

1995 FI1.3

已知 $f(x) = px^3 + qx + 5$ 且 $f(-7) = \sqrt{2}\times 3\sqrt{2} + 1$。若 $c = f(7)$，求 c 的值。

It is given that $f(x) = px^3 + qx + 5$ and $f(-7) = \sqrt{2}\times 3\sqrt{2} + 1$.

Find the value of c, if $c = f(7)$.

1995 FI2.2

若 $f(t) = 3\times 52^t$ 且 $y = f(0)$。求 y 的值。

If $f(t) = 3\times 52^t$ and $y = f(0)$, find the value of y.

1996 HI2

已知 $f\left(\frac{1+x}{x}\right)=\frac{x^2+1}{x^2}+\frac{1}{x}$，求 $f(x^3)$的值。

If $f\left(\frac{1+x}{x}\right)=\frac{x^2+1}{x^2}+\frac{1}{x}$, find the value of $f(x^3)$.

1996 FI5.2

已知 $f(x)=\frac{3}{8}x^2(81)^{-\frac{1}{x}}$ 和 $g(x) = 4\log_{10}(14x) - 2\log_{10}49$。

求 $b = f\{g[16(1-\frac{11}{16})]\}$ 的值。

It is given that $f(x)=\frac{3}{8}x^2(81)^{-\frac{1}{x}}$ and $g(x) = 4\log_{10}(14x) - 2\log_{10}49$.

Find the value of $b = f\{g[16(1-\frac{11}{16})]\}$.

1997 HI4

設 $x=\frac{1}{x}$，求 $\frac{x^2+2x-3}{x-1}\div\frac{x+5}{x^2+3x-6}$ 的值。

Let $x=\frac{1}{x}$, find the value of $\frac{x^2+2x-3}{x-1}\div\frac{x+5}{x^2+3x-6}$.

1997 FG3.2

已知 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+\frac{2}{3}x^3+3x^2+5x+7-4x$。若 $f(-2) = b$，求 b 的值。

It is given that $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+\frac{2}{3}x^3+3x^2+5x+7-4x$.

If $f(-2) = b$, find the value of b.

2003 HI1

設 f 是一函數，使對所有整數 m 及 n，$f(m)$ 是整數及 $f(mn) = f(m) f(n)$。已知當 $9 > m > n$ 時，$f(m) > f(n)$，且 $f(2) = 3$ 及 $f(6) > 22$，求 $f(3)$ 的值。

Let f be a function such that for all integers m and n, $f(m)$ is an integer and $f(mn) = f(m) f(n)$. It is given that $f(m) > f(n)$ when $9 > m > n$, $f(2) = 3$ and $f(6) > 22$, find the value of $f(3)$.

2003 FG3.1

設 f 為一函數，$f(1)=1$，並對任意整數 m 及 n，$f(m+n)=f(m)+f(n)+mn$。

若 $a=\dfrac{f(2003)}{6}$，求 a 的值。

Let f be a function such that $f(1) = 1$ and for any integers m and n,

$f(m + n) = f(m) + f(n) + mn$. If $a=\dfrac{f(2003)}{6}$, find the value of a.

2004 FG4.1

若 $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$ 及 $P=f\left(\dfrac{1}{1001}\right)+f\left(\dfrac{2}{1001}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{1000}{1001}\right)$，求 P 的值。

If $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$ and $P=f\left(\dfrac{1}{1001}\right)+f\left(\dfrac{2}{1001}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{1000}{1001}\right)$,

find the value of P.

2006 FG2.2

設 $f(x) = px^7 + qx^3 + rx – 5$，其中 p、q 及 r 是實數。

若 $f(–6) = 3$ 及 $z = f(6)$，求 z 的值。

Let $f(x) = px^7 + qx^3 + rx – 5$, where p, q and r are real numbers.

If $f(–6) = 3$ and $z = f(6)$, find the value of z.

2010 FI3.3

設 $f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{當 } x \text{ 是一奇數} \\ \dfrac{x}{2} & \text{當 } x \text{ 是一偶數} \end{cases}$。

若 c 是一奇數及 $f(f(f(c))) = 18$，求 c 的最小值。

Let $f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{if } x \text{ is an odd integer} \\ \dfrac{x}{2} & \text{if } x \text{ is an even integer} \end{cases}$.

If c is an odd integer and $f(f(f(c))) = 18$, find the least value of c.

2010 FI3.4

設 $f\left(\dfrac{x}{3}\right)=x^2+x+1$。若 d 為所有滿足 $f(3x) = 21$ 的 x 之和，求 d 的值。

Let $f\left(\dfrac{x}{3}\right)=x^2+x+1$.

If d is the sum of all x for which $f(3x) = 21$, find the value of d.

2010 FIS.4

已知 $f(x) = px^6 + qx^4 + 3x - \sqrt{2}$，且 p、q 為非零實數。

若 $d = f(–4) – f(4)$，求 d 的值。

Given that $f(x) = px^6 + qx^4 + 3x - \sqrt{2}$, and p, q are non-zero real numbers.

If $d = f(–4) – f(4)$, find the value of d.

2011 HG5

已知 $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$，其中 x 是實數。

求 $f\left(\dfrac{1}{2011}\right)+f\left(\dfrac{2}{2011}\right)+f\left(\dfrac{3}{2011}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{2009}{2011}\right)+f\left(\dfrac{2010}{2011}\right)$ 的值。

Given that $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$, where x is a real number, find the value of

$f\left(\dfrac{1}{2011}\right)+f\left(\dfrac{2}{2011}\right)+f\left(\dfrac{3}{2011}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{2009}{2011}\right)+f\left(\dfrac{2010}{2011}\right)$.

2012 FI2.2

若 $f(x)=\dfrac{25^x}{25^x+5}$ 及 $Q=f\left(\dfrac{1}{25}\right)+f\left(\dfrac{2}{25}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{24}{25}\right)$，求 Q 的值。

If $f(x)=\dfrac{25^x}{25^x+5}$ and $Q=f\left(\dfrac{1}{25}\right)+f\left(\dfrac{2}{25}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{24}{25}\right)$, find the value of Q.

2012 FI4.3

設 f 為為一函數並滿足以下條件：

(i) 對所有正整數 n，$f(n)$ 必為整數；

(ii) $f(2) = 2$;

(iii) 對所有正整數 m 及 n，$f(mn) = f(m)f(n)$及

(iv) 當 $m > n$，$f(m) > f(n)$。

若 $C = f(12)$，求 C 的值。

Let f be a function satisfying the following conditions:

(i) $f(n)$ is an integer for every positive integer n；

(ii) $f(2) = 2$;

(iii) $f(mn) = f(m)f(n)$ for all positive integers m and n and

(iv) $f(m) > f(n)$ if $m > n$.

If $C = f(12)$, find the value of C.

2013 FI4.1

設實函數 f(x)對於所有實數 x 及 y 滿足 $f(xy) = f(x)\cdot f(y)$，且 $f(0) \neq 0$。

求 $a = f(1)$的值。

Let f(x) be a real value function that satisfies $f(xy) = f(x)\cdot f(y)$ for all real numbers x and y and $f(0) \neq 0$. Find the value of $a = f(1)$.

2015 FI1.3

設實函數 f(x) 對於所有實數 x 及 y 滿足 $f(xy) = f(x)\, f(y)$，且 $f(1) < 1$。

求 $\gamma = f(90) + 10$ 的值。

Suppose that the real function f(x) satisfies $f(xy) = f(x)\, f(y)$ for all real numbers x and y, and $f(1) < 1$. Determine the value of $\gamma = f(90) + 10$.

2017 HI8

已知 ② $= 1\times2\times3\times4$，③ $= 2\times3\times4\times5$，④ $= 3\times4\times5\times6$，…

及 $\frac{1}{⑮}-\frac{1}{⑰}=\frac{1}{⑰}\times A$，求 A 的值。

Given that ② $= 1\times2\times3\times4$, ③ $= 2\times3\times4\times5$, ④ $= 3\times4\times5\times6$, …

and $\frac{1}{⑮}-\frac{1}{⑰}=\frac{1}{⑰}\times A$, find the value of A.

2018 HI4

對任意非零實數 x，函數 f(x) 有以下特性：$2f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=11x+4$。

設 S 為所有滿足於 $f(x) = 2018$ 的根之和。求 S 之值。

For any non-zero real number x, the function f(x) has the following property: $2f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=11x+4$. Let S be the sum of all roots satisfying the equation $f(x) = 2018$. Find the value of S.

2019 HG5

已知 $f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=x$，其中 $x \neq 0$。設 y 為滿足方程 $f(x) = 1$ 的 x 的最大值。求 y 的值。

Given that $f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=x$, where $x \neq 0$. Let y be the maximum value of x that satisfies the equation $f(x) = 1$. Find the value of y.

2019 FI4.2

假設有一函數 f(x)，對於任何整數 x 及任何整數 $y \neq 0$，均滿足 $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$ 和 $f(2) = -1$。若 $\beta=f\left(\frac{5}{80}\right)$，求 β 的值。

Suppose that there exists a function f(x), defined for all integers x and for all integers $y \neq 0$, such that $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$ and $f(2) = -1$. If $\beta=f\left(\frac{5}{80}\right)$, determine the value of β.

2019 FG4.2

對所有的正整數 n，設某一個函數 $F(n)$ 有如下定義：

$F(1) = 0$，

當 $n \geq 2$，

如果 n 只能被 2 整除而不能被 3 整除，則 $F(n) = F(n-1) + 2$；

如果 n 只能被 3 整除而不能被 2 整除，則 $F(n) = F(n-1) + 3$；

如果 n 既能被 2 整除而又能被 3 整除，則 $F(n) = F(n-1) + 4$；

如果 n 既不能被 2 整除而又不能被 3 整除，則 $F(n) = F(n-1)$。

若 $\beta = F(4000)$，求 β 的值。

For all positive integers n, suppose there exists a function $F(n)$ defined as follows:

$F(1) = 0$,

for all $n \geq 2$,

$F(n) = F(n-1) + 2$ if 2 divides n but 3 does not divide n;

$F(n) = F(n-1) + 3$ if 3 divides n but 2 does not divide n;

$F(n) = F(n-1) + 4$ if 2 and 3 both divide n;

$F(n) = F(n-1)$ if neither 2 nor 3 divides n.

If $\beta = F(4000)$, determine the value of β.

2021 P1Q14

對任意實數 x，函數 f(x)有以下性質 $f(x) + f(x-1) = x^2$。若 $f(19) = 94$，求 f(94)的值。For each real number x, the function f(x) has the following property $f(x) + f(x-1) = x^2$.

2023 FI4.2

若 $f(a) = a-2$，且 $F(a, b) = b^2 + a + 1$ 及 $\beta = F(3, f(4))$，求 β 的值。

If $f(a) = a-2$, $F(a, b) = b^2 + a + 1$ and $\beta = F(3, f(4))$, find the value of β.

Answers

1983 FG8.3 $2x - 1$	1985 FI3.3 199	1987 FI3.4 63	1987 FI5.2 2	1988 FI1.1 100
1988 FI4.1 18	1989 HI12 147	1990 HI3 2013 FI3.2 2015 FI4.3 7	1995 HI2 $\frac{2}{3}$	1995 FI1.3 3
1995 FI2.2 3	1996 HI2 $x^6 - x^3 + 1$	1996 FI5.2 2	1997 HI4 –4	1997 FG3.2 1
2003 HI1 8	2003 FG3.1 334501	2004 FG4.1 500	2006 FG2.2 –13	2010 FI3.3 21
2010 FI3.4 $-\frac{1}{9}$	2010 FIS.4 –24	2011 HG5 1005	2012 FI2.2 12	2012 FI4.3 12
2013 F4.1 1	2015 FI1.3 10	2017 HI8 $\frac{22}{35}$	2018 HG4 275	2019 HG5 –1
2019 FI4.2 4	2019 FG4.2 7333	2021 P1Q14 4561	2023 FI4.2 8	