

作已知底角，中綫及高的三角形

Created by Mr. Hung Tak Wai on 20090214

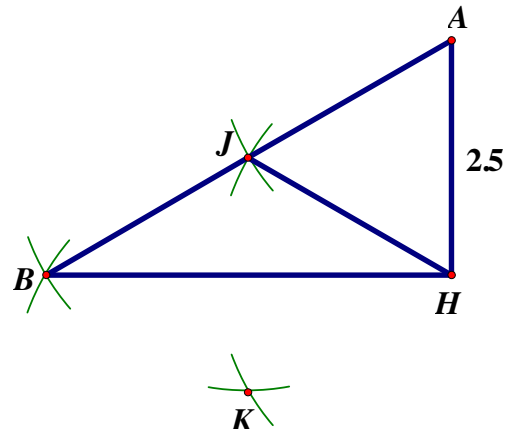
Last updated: 2021-09-29

已給 1 單位長度，用尺規作 $\triangle ABC$ 為直角三角形，並滿足以下條件：

$\angle B = 30^\circ$ ，中綫 $AM = 3$ 單位及高度 $AH = 2.5$ 單位。¹

作圖步驟如下(圖一及圖二)：

- (1) 作綫段 $AH = 2.5$ 。
- (2) 以 A 為圓心， AH 為半徑作一弧。以 H 為圓心， HA 為半徑作一弧。此兩弧相交於 J 。
 $\triangle AJH$ 為一等邊三角形，
 $\angle HAJ = \angle AJH = \angle AHJ = 60^\circ$ 。
- (3) 以 H 為圓心， HJ 為半徑作一弧。以 J 為圓心， JH 為半徑作一弧。此兩弧相交於 K 。
 $\triangle JHK$ 為一等邊三角形，
 $\angle JKH = \angle HJK = \angle KJH = 60^\circ$ 。
- (4) 以 K 為圓心， KJ 為半徑作一弧。以 J 為圓心， JK 為半徑作一弧。此兩弧相交於 B 。
 $\triangle JKB$ 為一等邊三角形，
 $\angle JKB = \angle BJK = \angle KBJ = 60^\circ$ 。
- (5) 連接 BJ 、 AJ 、 JH 及 BH 。(圖一)



圖一

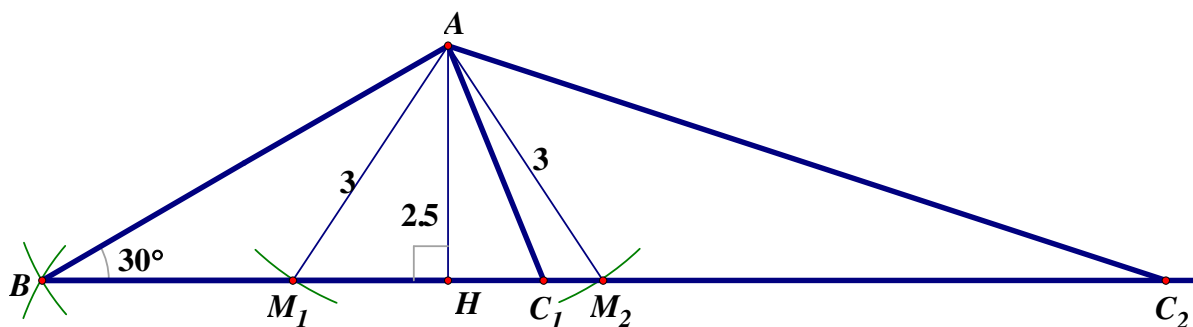
$$\therefore BJ = JH$$

$$\therefore \angle JBH = \angle JHB = 30^\circ$$

(等腰三角形底角)

$$\angle AHB = \angle JHB + \angle AHJ = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

- (6) 以 A 為圓心，半徑為 3 單位作一弧，交 BH 及其之延長綫於 M_1 及 M_2 。
- (7) 在 BH 的延長綫上，找出兩點 C_1 ， C_2 ，使得 $BM_1 = M_1C_1$ 及 $BM_2 = M_2C_2$ 。
 $\triangle ABC_1$ 及 $\triangle ABC_2$ 滿足所有條件，作圖完畢。(圖二)



圖二

¹原題目為 1955 HKU O Level Mathematics Paper 2 Q1(b)

Construct (with ruler and compasses only) the triangle ABC given that

$\angle B = 30^\circ$, median $AM = 3$ cm, height $AH = 2.5$ cm.

Show clearly all the lines and arcs of the construction, but no proof is required.