Logarithms (HKMO Classified Questions by topics)

### 1982 FI4.1

Find the value of x if  $x = \frac{\log a^3}{\log a^2}$  where a > 0 and  $a \ne 1$ .

### 1982 FI4.2

若 
$$y-1 = \log \frac{3}{2} + \log 2 - \log 3$$
, 求 y 的值。

If  $y-1 = \log \frac{3}{2} + \log 2 - \log 3$ , find the value of y.

## 1982 FI4.3

若 log<sub>2</sub> Z=3 則 Z 為何?

What is the value of Z if  $\log_2 Z = 3$ ?

### 1982 FI4.4

求 log<sub>8</sub> 1 的值。

Find the value of  $log_8 1$ .

### 1982 FG6.1

設  $\log 2 = a$ ,  $\log 3 = b$ ,  $\log 5 = c$ 。以  $a \cdot b$  及 c 表示  $\log 6$ 。

Let  $\log 2 = a$ ,  $\log 3 = b$ ,  $\log 5 = c$ . Express  $\log 6$  in terms of  $\log 2$ ,  $\log 3$  and  $\log 5$ .

# 1982 FG6.2

計算 3.5 log 2 + 3.5 log 5。

Evaluate  $3.5 \log 2 + 3.5 \log 5$ .

## 1982 FG6.3

設 
$$\log 2 = a$$
,  $\log 3 = b$ ,  $\log 5 = c$ 。以  $a \cdot b$  及  $c$  表示  $\frac{\log 30}{\log 15}$ 。

Let  $\log 2 = a$ ,  $\log 3 = b$ ,  $\log 5 = c$ .

Express  $\frac{\log 30}{\log 15}$  in terms of log 2, log 3 and log 5.

## 1982 FG6.4

設  $\log 2 = a$ ,  $\log 3 = b$ ,  $\log 5 = c$ 。以  $a \cdot b$  及 c 表示  $(\log 15)^2 - \log 15$ 。 Let  $\log 2 = a$ ,  $\log 3 = b$ ,  $\log 5 = c$ .

Express  $(\log 15)^2 - \log 15$  in terms of  $\log 2$ ,  $\log 3$  and  $\log 5$ .

# 1982 FG9.3

若  $\log_7 56 = \log_7 8 + 7^X$ , 求 X 的值。

If  $\log_7 56 = \log_7 8 + 7^X$ ; find the value of X.

### 1984 FI5.2

若  $b = \log_2 16$ , 求 b 的值。If  $b = \log_2 16$ , find the value of b.

### 1985 FI1.1

若 
$$a = \log_5 \frac{(125)(625)}{25}$$
,求  $a$  的值。Find the value of  $a$  if  $a = \log_5 \frac{(125)(625)}{25}$ .

## 1986 FI2.3

若  $\log_{10}210 + \log_{10}32 - \log_{10}56 + \log_{10}40 - \log_{10}120 + \log_{10}25 = p$ ,求 p 的值。 If  $\log_{10}210 + \log_{10}32 - \log_{10}56 + \log_{10}40 - \log_{10}120 + \log_{10}25 = p$ , find the value of p.

### 1987 FG7.3

若  $\log_{10}(75\times3) = C \log_{10}15$ , 求 C 的值。

If  $\log_{10}(75\times3) = C \log_{10}15$ , find the value of C.

#### 1989 HI4

已知  $10^{\log_{10}9} = 8b + 5$  , 求 b 的值。

Find the value of b such that  $10^{\log_{10} 9} = 8b + 5$ .

### 1991 HI1

求  $\log_3 14 - \log_3 12 + \log_3 486 - \log_3 7$  的值。

Find the value of  $\log_3 14 - \log_3 12 + \log_3 486 - \log_3 7$ .

#### 1991 FI4.2

若  $f(x) = \log_2 x$ ,且 f(32) = b,求  $b \circ \text{If } f(x) = \log_2 x \text{ and } f(32) = b$ , find the value of b.

## 1992 FI2.3

若 
$$c = \log_2 \frac{144}{9}$$
 , 求  $c$  的值。If  $c = \log_2 \frac{144}{9}$ , find the value of  $c$ .

## 1992 FI4.2

若 
$$B = \log_2\left(\frac{8 \times 40}{5}\right)$$
, 求  $B$  的值。 If  $B = \log_2\left(\frac{8 \times 40}{5}\right)$ , find the value of  $B$ .

## 1995 FI1.1

$$\ddot{a} = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2}$$
,求  $a$  的值。Find the value of  $a$ , if  $a = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2}$ .

# 1999 FI1.3

若 
$$\log_2 8 + \log_4 8 + \log_8 8 = \frac{R}{2}$$
, 求  $R$  之值。

If  $\log_2 8 + \log_4 8 + \log_8 8 = \frac{R}{2}$ , find the value of R.

# Logarithms (HKMO Classified Questions by topics)

### 2002 FI2.4

已知 
$$S = \log_{144} \sqrt[3]{2} + \log_{144} \sqrt[6]{3}$$
 , 求  $S$  的值。

Given that  $S = \log_{144} \sqrt[3]{2} + \log_{144} \sqrt[6]{3}$ , find the value of S.

#### 2003 HI2

若 
$$P = \frac{1}{4}$$
 , 求  $P \log_2 P$  的值。If  $P = \frac{1}{4}$ , find the value of  $P \log_2 P$ .

### 2003 HI3

若 
$$0 \le x \le 1$$
, 求  $\left[ \log_{10} \left( \frac{999999x+1}{1000} \right) \right]^2$  的最大值。

If 
$$0 \le x \le 1$$
, find the maximum value of  $\left[\log_{10}\left(\frac{99999 \ x + 1}{1000}\right)\right]^2$ .

### 2004 HG8

設 
$$y = \log_{1400} \sqrt{2} + \log_{1400} \sqrt[3]{5} + \log_{1400} \sqrt[6]{7}$$
 , 求 y 的值。

Let  $y = \log_{1400} \sqrt{2} + \log_{1400} \sqrt[3]{5} + \log_{1400} \sqrt[6]{7}$ , find the value of y.

### 2005 FG4.1

若 
$$a = \log_{\frac{1}{2}} 0.125$$
 ,求  $a$  的值。If  $a = \log_{\frac{1}{2}} 0.125$  , find the value of  $a$  .

## 2006 HG2

If 
$$\log \left( \log \left( \frac{n \text{ zeros}}{100 \cdots 0} \right) \right) = 1$$
, find the value of  $n$ .

# 2007 FI3.4

設 
$$d = \log_4 2 + \log_4 4 + \log_4 8 + \dots + \log_4 2^8$$
, 求  $d$  的值。

Suppose that  $d = \log_4 2 + \log_4 4 + \log_4 8 + \cdots + \log_4 2^8$ , find the value of d.

## 2008 HI10

求 
$$\log_2(\sin^2 45^\circ) + \log_2(\cos^2 60^\circ) + \log_2(\tan^2 45^\circ)$$
 的值。

Find the value of  $log_2(sin^2 45^\circ) + log_2(cos^2 60^\circ) + log_2(tan^2 45^\circ)$ .

#### 2010 FI4.2

已知 
$$b = \frac{\log 8^{\frac{2}{3}} + \log 27^{\frac{2}{3}} + \log 125^{\frac{2}{3}}}{\log 9 + \log 25 + \log 2 - \log 15}$$
 , 求  $b$  的值。

Given that 
$$b = \frac{\log 8^{\frac{2}{3}} + \log 27^{\frac{2}{3}} + \log 125^{\frac{2}{3}}}{\log 9 + \log 25 + \log 2 - \log 15}$$
, find the value of  $b$ .

#### 2011 FIS.2

設 
$$Q = \log_{128} 2^3 + \log_{128} 2^5 + \log_{128} 2^7 + \dots + \log_{128} 2^{95}$$
。求  $Q$  的值。

Let  $Q = \log_{128} 2^3 + \log_{128} 2^5 + \log_{128} 2^7 + \dots + \log_{128} 2^{95}$ . Find the value of Q.

## 2014 FG3.2

求和 
$$\frac{1}{\log_2 100!} + \frac{1}{\log_3 100!} + \frac{1}{\log_4 100!} + \dots + \frac{1}{\log_{100} 100!}$$
的值,

Determine the value of the sum

$$\frac{1}{\log_2 100!} + \frac{1}{\log_3 100!} + \frac{1}{\log_4 100!} + \dots + \frac{1}{\log_{100} 100!},$$

where  $100! = 100 \times 99 \times 98 \times ... \times 3 \times 2 \times 1$ .

### 2016 FI2.2

求 
$$b = \left\lceil \log_2(3^2) + \log_4(\frac{1}{3^2}) \right\rceil \times \left\lceil \log_3 2 + \log_{3^2}(\frac{1}{2}) \right\rceil$$
 的值。

Determine the value of  $b = \left[\log_2(3^2) + \log_4\left(\frac{1}{3^2}\right)\right] \times \left[\log_3 2 + \log_{3^2}\left(\frac{1}{2}\right)\right].$ 

## 2016 FI4.1

若 
$$m$$
 和  $n$  為正整數及  $a = \log_2 \left[ \left( \frac{m^4 n^{-4}}{m^{-1} n} \right)^{-3} \div \left( \frac{m^{-2} n^2}{m n^{-1}} \right)^5 \right]$  ,求  $a$  的值。

If m and n are positive integers and  $a = \log_2 \left[ \left( \frac{m^4 n^{-4}}{m^{-1} n} \right)^{-3} \div \left( \frac{m^{-2} n^2}{m n^{-1}} \right)^5 \right]$ ,

determine the value of a.

### 2019 HG1

對所有正實數 x,定義  $f(x) = \log_{2019} x^{2020}$ 。若  $D = f\left(\sqrt{3}\right) + f\left(\sqrt{673}\right)$ ,求 D 的值。

For all positive value real numbers x, define  $f(x) = \log_{2019} x^{2020}$ .

If  $D = f(\sqrt{3}) + f(\sqrt{673})$ , find the value of D.

# 2021 P2 Q6

如果 
$$d = \log_2(\sqrt{2^2 + 2^{1013} + 2^{2022}} - 2)$$
,求  $d$  的值。

If  $d = \log_2(\sqrt{2^2 + 2^{1013} + 2^{2022}} - 2)$ , find the value of d.

## Answers

Answers				
$\frac{1982 \text{ I4.1}}{\frac{3}{2}}$	1982 I4.2	1982 I4.3	1982 I4.4	1982 FG6.1
	1	8	0	a + b
1982 FG6.2 3.5	$ \frac{a+b+c}{b+c} \text{ or } \\ \frac{b+1}{b+1-a} $	1982 FG6.4 (b+c)(b+c-1) or (b-a+1)(b-a)	1982 FG9.3 0	1984 FI5.2 4
1985 FI1.1	1986 FI2.3	1987 FG7.3	1989 HI4 $\frac{1}{2}$	1991 HI1
5	3	2		4
1991 FI4.2	1992 FI2.3	1992 FI4.2	1995 FI1.1	1999 FI1.3
5	4	6	1/2	11
2002 FI2.4 $\frac{1}{12}$	2003 H2 $-\frac{1}{2}$	2003 H3 9	2004 HG8 1/6	2005 FG4.1 3
2006 HG2	2007 FI3.4	2008 HI10	2010 FI4.2	2011 FIS.2
10 <sup>10</sup>	18	-3	2	329
2014 FG3.2	2016 FI2.2 $\frac{1}{2}$	2016 FI4.1	2019 HG1	2021 P2Q6
1		0	1010	1011