

**1985 FG7.2**

正整數  $N$  分別被 6、5、4、3 及 2 除時，其餘數依次為 5、4、3、2 及 1。求  $N$  之最小值。

When the positive integer  $N$  is divided by 6, 5, 4, 3 and 2, the remainders are 5, 4, 3, 2 and 1 respectively. Find the least value of  $N$ .

**1985 FG8.1-2**

$M$ 、 $N$  均為小於 10 之正整數，且  $258024M8 \times 9 = 2111110N \times 11$ 。

求  $M$  及  $N$  的值。

$M, N$  are positive integers less than 10 and  $258024M8 \times 9 = 2111110N \times 11$ . Find the value of  $M$  and  $N$ .

**1988 FG7.1-2**

$M$ 、 $N$  是小於 10 的正整數，且  $8M420852 \times 9 = N9889788 \times 11$ 。

求  $M$  及  $N$  的值。

$M, N$  are positive integers less than 10 and  $8M420852 \times 9 = N9889788 \times 11$ . Find the value of  $M$  and  $N$ .

**1990 HI13 2013FG4.3**

正整數  $N$  被 10、9、8、7、6、5、4、3 及 2 除所得的餘數依次是 9、8、7、6、5、4、3、2 及 1，求  $N$  的最小值。

A positive integer  $N$ , when divided by 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 and 2, leaves remainders 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 and 1 respectively. Find the least value of  $N$ .

**1990 FG7.3-4**

$A$ 、 $B$  均為小於 10 的正整數，且  $21A104 \times 11 = 2B8016 \times 9$ 。求  $A$  及  $B$  的值。

$A, B$  are positive integers less than 10 such that  $21A104 \times 11 = 2B8016 \times 9$ .

Find the value of  $A$  and  $B$ .

**1995 FG6.1-2**

$2^a \cdot 9^b$  為一四位數，其千位數是 2，百位數是  $a$ ，十位數是 9，個位數是  $b$ ，求  $a$  及  $b$  的值。

$2^a \cdot 9^b$  is a four digit number and its thousands digit is 2, its hundreds digit is  $a$ , its tens digit is 9 and its units digit is  $b$ , find the value of  $a$  and  $b$ .

**1996 FG6.4**

若  $r, s, t, u$  是正整數及  $r^5 = s^4, t^3 = u^2, t - r = 19$  及  $d = u - s$ ，求  $d$  的值。

If  $r, s, t, u$  are positive integers and  $r^5 = s^4, t^3 = u^2, t - r = 19$  and  $d = u - s$ , find the value of  $d$ .

**1998 HG4**

給出整數  $a, b, c$ ，使得  $a^2 = b^3 = c$ 。若  $c > 1$ ，求  $c$  的最小值。

Let  $a, b, c$  be integers such that  $a^2 = b^3 = c$ . If  $c > 1$ , find the smallest value of  $c$ .

**1999 FI4.1**

李先生今年  $a$  歲， $a < 100$ 。若把李先生的出生月份與  $a$  相乘，其結果是 253。求  $a$  的值。

Mr. Lee is  $a$  years old,  $a < 100$ .

If the product of  $a$  and his month of birth is 253, find the value of  $a$ .

**1999 FIS.3**

$W$  和  $F$  為兩大於 20 的整數。

若  $W$  與  $F$  之積為 770， $W$  與  $F$  之和為  $c$ ，求  $c$  之值。

$W$  and  $F$  are two integers which are greater than 20. If the product of  $W$  and  $F$  is 770 and the sum of  $W$  and  $F$  is  $c$ , find the value of  $c$ .

**1999 FG3.1**

設小於 100 的正整數，同時又是完全平方及完全立方的數目共有  $a$  個，求  $a$  之值。

Let  $a$  be the number of positive integers less than 100 such that they are both square and cubic numbers, find the value of  $a$ .

**2000 FG4.1**

如果  $a$  是一個三位數，駁在 504 之後，新組成的六位數可被 7、9、11 整除，求  $a$  的值。

Let  $a$  be a 3-digit number. If the 6-digit number formed by putting  $a$  at the end of the number 504 is divisible by 7, 9, and 11, find the value of  $a$ .

**2000 FG5.1**

如果  $a$  是可被 810 整除的最小立方數，求  $a$  的值。

If  $a$  is the smallest cubic number divisible by 810, find the value of  $a$ .

**2001 FI2.3**

某班學生的人數少於 56 人。在一次數學測驗中有  $\frac{1}{3}$  學生得甲等， $\frac{1}{7}$  學生得乙等，一半學生得丙等，餘下的學生都不及格。已知不及格的學生人數是  $R$ ，求  $R$  的值。

There are less than 56 students in a class. In a mathematics test,  $\frac{1}{3}$  of the students got grade A,  $\frac{1}{7}$  of the students got grade B, half of the students got grade C, and the rest failed. Given that  $R$  students failed in the mathematics test, find the value of  $R$ .

**2002 HI2**

已知  $a^3 = 150b$ ，且  $a$  和  $b$  都是正整數。求  $b$  的最小值。

Given  $a^3 = 150b$  and  $a, b$  are positive integers, find the least value of  $b$ .

**2002 HG2**

已知  $a, b, c$  為三個連續奇數且  $b^3 = 3375$ ，求  $ac$  的數值。

Given that  $a, b, c$  are three consecutive odd numbers and  $b^3 = 3375$ , find the value of  $ac$ .

**2003 HI9**

已知六位數  $N = \overline{x1527y}$  是 4 的倍數，且  $N$  被 11 除餘 5。求  $x+y$  的值。

It is given that the 6-digit number  $N = \overline{x1527y}$  is a multiple of 4, and the remainder is 5 when  $N$  is divided by 11. Find the value of  $x+y$ .

**2004 FI1.1**

已知有  $a$  個少於 200 的正整數，它們每個都只有三個正因數，求  $a$  的值。

Given that there are  $a$  positive integers less than 200 and each of them has exactly three positive factors, find the value of  $a$ .

**2005 FG1.1**

若在 1 至 200 內能同時被 3 和 7 整除的數有  $a$  個，求  $a$  的值。

Suppose there are  $a$  numbers between 1 and 200 that can be divisible by 3 and 7, find the value of  $a$ .

**2006 HI7**

已知在數列  $1001, 1001001, 1001001001, \dots, \underbrace{1001}_{2}\underbrace{001}_{2} \dots \underbrace{1001}_{2}, \dots$  中有  $R$  個質數，

求  $R$  的值。

Given that the number of prime numbers in the sequence  $1001, 1001001, 1001001001, \dots, \underbrace{1001}_{2}\underbrace{001}_{2} \dots \underbrace{1001}_{2}, \dots$  is  $R$ , find the value of  $R$ .

**2007 HG1**

若由 1 至 50 內與 50 互質的整數有  $N$  個，求  $N$  的值。

If there are  $N$  integers from 1 to 50 that are relatively prime to 50, find the value of  $N$ .

**2007 FI3.3**

若有  $c$  個正整數  $n$  使得  $\frac{n+17}{n-7}$  也是正整數，求  $c$  的值。

If there is (are)  $c$  positive integer(s)  $n$  such that  $\frac{n+17}{n-7}$  is also a positive integer, find the value of  $c$ .

**2008 HG2**

有一批糖共  $x$  粒， $x$  為正整數，這批糖能分別為 851 人及 943 人所均分。求  $x$  的最小可能值。

A total number of  $x$  candies,  $x$  is a positive integer, can be evenly distributed to 851 people as well as 943 people. Find the least possible value of  $x$ .

**2008 HG4**

已知  $x$  為正整數及  $x < 60$ 。若  $x$  恰有 10 個正因子，求  $x$  的值。

Given that  $x$  is a positive integer and  $x < 60$ . If  $x$  has exactly 10 positive factors, find the value of  $x$ .

**2008 FIS.1**

若 28 的所有正因子是  $d_1, d_2, \dots, d_n$  及  $a = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \dots + \frac{1}{d_n}$ ，求  $a$  的值。

If all the positive factors of 28 are  $d_1, d_2, \dots, d_n$  and  $a = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \dots + \frac{1}{d_n}$ ,

find the value of  $a$ .

**2010 HG1**

已知六位數  $503xyz$  可以被 7, 9, 11 整除。求三位數  $xyz$  的最小值。

Given that the six-digit number  $503xyz$  is divisible by 7, 9, 11.

Find the minimum value of the three-digit number  $xyz$ .

**2010 FI3.1**

若  $a$  為 15147 的相異質因數的數目。求  $a$  的值。

If  $a$  is the number of distinct prime factors of 15147, find the value of  $a$ .

**2011 HG1**

若  $(1000-a)(1000-b)(1000-c)(1000-d)(1000-e) = 24^2$ ，其中  $a, b, c, d$  及  $e$  為偶數，且  $a > b > c > d > e$ ，求  $a, b, c, d$  及  $e$  的值。

If  $(1000-a)(1000-b)(1000-c)(1000-d)(1000-e) = 24^2$ , where  $a, b, c, d$  and  $e$  are even numbers and  $a > b > c > d > e$ , find the values of  $a, b, c, d$  and  $e$ .

**2011 FG3.1**

若  $a$  為一正整數及  $a^2 + 100a$  為一質數，求  $a$  的最大值。

If  $a$  is a positive integer and  $a^2 + 100a$  is a prime number, find the maximum value of  $a$ .

**2011 FG3.4**

把數字 1, 2, ..., 10 分成兩組並設  $P_1$  及  $P_2$  分別為該兩組的乘積。

若  $P_1$  為  $P_2$  的倍數，求  $\frac{P_1}{P_2}$  的最小值。

Spilt the numbers 1, 2, ..., 10 into two groups and let  $P_1$  be the product of the first group and  $P_2$  the product of the second group.

If  $P_1$  is a multiple of  $P_2$ , find the minimum value of  $\frac{P_1}{P_2}$ .

**2013 HI2**

一個平行四邊形可被分成 178 個邊長為 1 單位的等邊三角形，若該平行四邊形的周界為  $P$  單位，求  $P$  的最大值。

A parallelogram is cut into 178 pieces of equilateral triangles with sides 1 unit. If the perimeter of the parallelogram is  $P$  units, find the maximum value of  $P$ .

**2013 FG2.1**

若  $4^3 + 4^r + 4^4$  是一平方數，其中  $r$  是正整數，求  $r$  的最小值。

If  $4^3 + 4^r + 4^4$  is a perfect square and  $r$  is a positive integer, find the minimum value of  $r$ .

**2014 HI6**

設  $n$  為正整數，且  $n < 1000$ 。若  $(n-1)^2$  整除  $(n^{2014}-1)$ ，求  $n$  的最大值。

Let  $n$  be a positive integer and  $n < 1000$ .

If  $(n^{2014} - 1)$  is divisible by  $(n - 1)^2$ , find the maximum value of  $n$ .

**2014 HI8**

設  $\overline{xy} = 10x + y$ 。若  $\overline{xy} + \overline{yx}$  為一個平方數，這樣的數有多少個？

Let  $\overline{xy} = 10x + y$ .

If  $\overline{xy} + \overline{yx}$  is a square number, how many numbers of this kind exist?

**2015 HI3**

設正  $n$  邊形的內角為  $x^\circ$ ，其中  $x$  為整數。問  $n$  有多少個可能值？

Let  $x^\circ$  be the measure of an interior angle of an  $n$ -sided regular polygon, where  $x$  is an integer, how many possible values of  $n$  are there?

**2016 HI13**

設  $A$ 、 $B$  和  $C$  為三個數字。利用這三 Let  $A$ ,  $B$  and  $C$  be three digits. The number formed by these three digits has the following properties:

(a)  $ACB$  可以被 3 整除；

(b)  $BAC$  可以被 4 整除；

(c)  $BCA$  可以被 5 整除；及

(d)  $CBA$  的因數數目為單數。

求三位數  $ABC$ 。

(a)  $ACB$  is divisible by 3;

(b)  $BAC$  is divisible by 4;

(c)  $BCA$  is divisible by 5;

(d)  $CBA$  has an odd number of factors.

Find the 3-digit number  $ABC$ .

**2017 HI7**

設  $N$  為完全立方數，已知  $N = 161x + 23y$ ，其中  $x$  和  $y$  均為正整數。

求  $x + y$  的最小值。

Let  $N$  be a perfect cube number. Given that  $N = 161x + 23y$ , where  $x$  and  $y$  are positive integers. Find the minimum value of  $x + y$ .

**2018 HI15**

設  $N^2 = \overline{abcdefabc}$  為一個 9 位整數，其中  $N$  是 4 個相異質數的積及  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$  均為非零數字且滿足  $\overline{def} = 2 \times \overline{abc}$ 。求  $N^2$  的最小值。

Let  $N^2 = \overline{abcdefabc}$  be a nine-digit positive integer, where  $N$  is the product of four distinct primes and  $a, b, c, d, e, f$  are non-zero digits that satisfy  $\overline{def} = 2 \times \overline{abc}$ . Find the least value of  $N^2$ .

**2018 FI2.4**

求整數  $d$ ，使得對於任何實數  $x$ ， $x^{13} + x + 90$  可被  $x^2 - x + d$  整除。

Determine the integral value of  $d$ , so that  $x^{13} + x + 90$  is divisible by  $x^2 - x + d$  for any real number  $x$ .

**2018 FI4.2**

若  $x$ 、 $y$  為正整數及  $b$  為  $x$ 、 $y$  組合的數量使得它們的乘積  $x \times y = 100$ ，求  $b$  的值。

If  $x, y$  are positive integers numbers and  $b$  is the number of groups of  $x, y$  such that the product  $x \times y = 100$ , determine the value of  $b$ .

**2019 HI13**

已知正整數  $a$ 、 $b$  及  $c$  滿足下列條件：

(i)  $a > b > c$ ，

(ii)  $(a - b)(b - c)(a - c) = 84$ ，

(iii)  $abc < 100$ 。

設  $M$  為  $a$  的最大值。求  $M$  的值。

Given that  $a, b$  and  $c$  are positive integers satisfying the following conditions:

(i)  $a > b > c$ ，

(ii)  $(a - b)(b - c)(a - c) = 84$ ，

(iii)  $abc < 100$ 。

Let  $M$  be the maximum value of  $a$ . Find the value of  $M$ .

**2021 P2Q4**

已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  及  $e$  是連續正整數，其中  $a < b < c < d < e$ 。若  $a + b + c + d + e$  是一個立方數及  $b + c + d$  是一個平方數，求  $c$  的最小可能值。

Given that  $a, b, c, d$  and  $e$  are consecutive positive integers, where  $a < b < c < d < e$ . If  $a + b + c + d + e$  is a perfect cube and  $b + c + d$  is a perfect square, find the smallest possible value of  $c$ .

**2022 P1Q5**

設  $N = 24x + 216y$ ，其中  $x$  及  $y$  均為正整數。

若  $N$  為完全立方數，求  $x + y$  的最小值。

Let  $N = 24x + 216y$ , where both  $x$  and  $y$  are positive integers.

If  $N$  is a cube number, find the minimum value of  $x + y$ .

**2023 HI11**

已知  $n$  是一個少於 2023 正整數。

若  $n$  只有三個不同的因數，求  $n$  的可能性的總數。

Given that  $n$  is a positive integer less than 2023.

If  $n$  has only 3 distinct factors, find the number of possible values of  $n$ .

**Answers**

1985 FG7.2 59	1985 FG8.1-2 $M = 5, N = 2$	1988 FG7.1-2 $M = 5, N = 6$	1990HI13 2013FG4.3 2519	1990 FG7.3-4 $A = 1, B = 5$
1995 FG6.1-2 $a = 5, b = 2$	1996 FG6.4 757	1998 HG4 64	1999 FI4.1 23	1999 FIS.3 57
1999 FG3.1 2	2000 FG4.1 504	2000 FG5.1 729000	2001 FI2.3 1	2002 HI2 180
2002 HG2 221	2003 HI9 9	2004 FI1.1 6	2005 FG1.1 9	2006 HI7 0
2007 HG1 20	2007 FI3.3 8	2008 HG2 34891	2008 HG4 48	2008 FIS.1 2
2010 HG1 118	2010 FI3.1 3	2011 HG1 $a = 1006, b = 1002,$ $c = 998, d = 996, e = 994$	2011 FG3.1 1	2011 FG3.4 7
2013 HI2 180	2013 FG2.1 1	2014 HI6 107	2014 HI8 8	2015 HI3 22
2016 HI13 522	2017 HI7 79	2018 HI15 289578289	2018 FI2.4 2	2018 FI4.2 9
2019 HI13 9	2021 P2Q4 75	2022 P1Q5 16	2023 HI11 14	