

xy + x + y (HKMO Classified Questions by topics)

### 1985 FG8.4

若  $y = ab + a + b + 1$  且  $a = 99$ ,  $b = 49$ , 求  $y$  的值。

If  $y = ab + a + b + 1$  and  $a = 99$ ,  $b = 49$ , find the value of  $y$ .

### 1986 FG9.3

若  $S = ab + a - b - 1$  及  $a = 101$ ,  $b = 49$ , 求  $S$  的值。

If  $S = ab + a - b - 1$  and  $a = 101$ ,  $b = 49$ , find the value of  $S$ .

### 1987 FG10.4

若  $P$ 、 $Q$  為正整數使  $P + Q + PQ = 90$ , 且  $D = P + Q$ , 求  $D$  的值。

(提示：因式分解  $1 + P + Q + PQ$ )

If  $P, Q$  are positive integers such that  $P + Q + PQ = 90$  and  $D = P + Q$ , find the value of  $D$ . (Hint: Factorise  $1 + P + Q + PQ$ )

### 1988 FG6.3

若  $y = ab - a + b - 1$ , 且  $a = 49$ ,  $b = 21$ , 求  $y$  的值。

If  $y = ab - a + b - 1$  and  $a = 49$ ,  $b = 21$ , find the value of  $y$ .

### 1990 FG9.1

若  $S = ab - 1 + a - b$ , 且  $a = 101$ ,  $b = 9$ , 求  $S$  的值。

If  $S = ab - 1 + a - b$  and  $a = 101$ ,  $b = 9$ , find the value of  $S$ .

### 1995 HI6

有多少對正整數  $x$ 、 $y$  可滿足  $xy - 3x - 2y = 10$ ?

How many pairs of positive integers  $x, y$  are there satisfying  $xy - 3x - 2y = 10$ ?

### 1998 FG3.3

若方程  $x + y + 2xy = 141$  有  $c$  個正整數解, 求  $c$  的值。

If the number of positive integral root(s) of the equation  $x + y + 2xy = 141$  is  $c$ , find the value of  $c$ .

### 1999 FI2.2

設  $u$  和  $t$  為正整數使得  $u + t + ut = 34$ , 若  $b = u + t$ , 求  $b$  之值。

Let  $u$  and  $t$  be positive integers such that  $u + t + ut = 34$ .

If  $b = u + t$ , find the value of  $b$ .

### 2002 HG9

已知正整數  $a$ 、 $b$  滿足方程  $ab - a - b = 12$ , 求  $ab$  的值。

Given that  $a$  and  $b$  are positive integers satisfying the equation  $ab - a - b = 12$ , find the value of  $ab$ .

### 2004 HG6

若  $a$ 、 $b$  及  $c$  是正整數且  $abc + ab + bc + ac + a + b + c = 2003$ ,

求  $abc$  的最小值。

If  $a, b$  and  $c$  are positive integers such that

$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 2003$ , find the least value of  $abc$ .

C:\Users\twhung.CLSMSS.002\Dropbox\Data\My Web\Competitions\HKMO\Classified Questions\Number\_theory\xy\_plus\_x\_plus\_y.docx

### 2006 FI3.3

已知整數  $x$  和  $y$  滿足  $15xy = 21x + 20y - 13$ 。若  $T = xy$ , 求  $T$  的值。

Given that  $x$  and  $y$  are integers satisfying the equation  $15xy = 21x + 20y - 13$ .

If  $T = xy$ , find the value of  $T$ .

### 2006 FG2.4

已知  $x$  和  $y$  是正整數及  $x + y + xy = 54$ 。若  $t = x + y$ , 求  $t$  的值。

Given that  $x$  and  $y$  are positive integers and  $x + y + xy = 54$ .

If  $t = x + y$ , find the value of  $t$ .

### 2011 HI9

某長方形的長和闊均為整數。若面積比周界大9, 求周界的值。

The length and the width of a rectangle are integers.

If its area is larger than its perimeter by 9, find the perimeter.

### 2011 HG8

已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  及  $d$  為非負整數, 且  $ac + bd + ad + bc = 2011$ 。求  $a + b + c + d$  的值。

Given that  $a, b, c$  and  $d$  are non-negative integers and

$ac + bd + ad + bc = 2011$ . Find the value of  $a + b + c + d$ .

### 2012 HG8

已知方程  $x^2 + px + q = 0$  的兩個根為正整數, 且  $q > 0$ 。若  $p + q = 60$ , 求  $q$  的值。

Given that the roots of the equation  $x^2 + px + q = 0$  are integers and  $q > 0$ .

If  $p + q = 60$ , find the value of  $q$ .

### 2012 FI4.2

若  $x$  與  $y$  為正整數且  $x > y > 1$  及  $xy = x + y + 22$ 。設  $B = \frac{x}{y}$ , 求  $B$  的值。

If  $x$  and  $y$  be positive integers such that  $x > y > 1$  and  $xy = x + y + 22$ .

Let  $B = \frac{x}{y}$ , find the value of  $B$ .

### 2016 HG4

設  $x$  及  $y$  為正整數且滿足  $\log x + \log y = \log(2x - y) + 1$ , 求  $(x, y)$  的數量。

If  $x$  and  $y$  are positive integers that satisfy  $\log x + \log y = \log(2x - y) + 1$ ,

find the number of possible pairs of  $(x, y)$ .

### 2018 FI4.3

若對於正整數  $x > y > z$ ,  $xyz + xy + xz + yz + x + y + z + 1 = 30 \times 9 + 87$ 。

求  $c = x + y + z$  的值。

If  $xyz + xy + xz + yz + x + y + z + 1 = 30 \times 9 + 87$  for positive integers  $x > y > z$ , determine the value of  $c = x + y + z$ .

**2019 HG9**

有多少對正整數  $x, y$  可滿足  $xy = 6(x + y + \sqrt{x^2 + y^2})$  ?

How many pairs of positive integers  $x, y$  are there satisfying  $xy = 6(x + y + \sqrt{x^2 + y^2})$  ?

**2019 FI1.2**

若  $x$  和  $y$  為正整數，並且滿足以下等式  $\log_{10} x + \log_{10} y = \log_{10} (2x - 80y) + 1$ ，而  $B$  是  $(x, y)$  所有可能組合的數量，求  $B$  的值。

If  $x$  and  $y$  are positive integers that satisfy  $\log_{10} x + \log_{10} y = \log_{10} (2x - 80y) + 1$ , and  $B$  is the number of possible pairs of  $(x, y)$ , determine the value of  $B$ .

**2021 P1Q7**

$p, q$  及  $r$  為質數。若  $pqr = 7(p + q + r)$ ，求  $p + q + r$  的值。

$p, q$  and  $r$  are prime numbers. If  $pqr = 7(p + q + r)$ , find the value of  $p + q + r$ .

**2022 P2Q2**

$\overline{AB}$  和  $\overline{CB}$  均為兩位正整數，其中  $A, B$  和  $C$  是不同的數字。

設  $d = \overline{AB} + \overline{CB}$ 。若  $\overline{AB} \times \overline{CB} = \overline{BCBB}$  是四位數，求  $d$  的值。

Both  $\overline{AB}$  and  $\overline{CB}$  are two-digit positive integers, where  $A, B$  and  $C$  are different digits. Let  $d = \overline{AB} + \overline{CB}$ . If  $\overline{AB} \times \overline{CB} = \overline{BCBB}$  is a four-digit number, find the value of  $d$ .

**2022 P2Q3**

假設方程  $x^2y - 2x^2 - 3y - 13 = 0$  只有一對正整數解  $(x_0, y_0)$ 。

若  $a = y_0 - x_0$ ，求  $a$  的值。

Suppose the equation  $x^2y - 2x^2 - 3y - 13 = 0$  has only one pair of positive integral solution  $(x_0, y_0)$ . If  $a = y_0 - x_0$ , find the value of  $a$ .

**2023 HI2**

若  $x$  及  $y$  均為正整數且滿足  $x + 8xy + y = 28$ ，求  $x + 2y$  的最大可能值。

If  $x$  and  $y$  are positive integers satisfying  $x + 8xy + y = 28$ ,

find the largest possible value of  $x + 2y$ .

**Answers**

1985 FG8.4 5000	1986 FG9.3 5000	1987 FG10.4 18	1988 FG6.3 1000	1990 FG9.1 1000
1995 HI6 5	1998 FG3.3 0	1999 FI2.2 10	2002 HG9 28	2004 HG6 500
2006 FI3.3 6	2006 FG2.4 14	2011 HI9 36	2011 HG8 2012	2012 HG8 124
2012 FI4.2 12	2016 HG4 6	2018 FI4.3 24	2019 HG9 12	2019 FI1.2 7
2021 P1Q7 15	2022 P2Q2 112	2022 P2Q3 19	2023 HI2 7	