

# 最短距離(一)

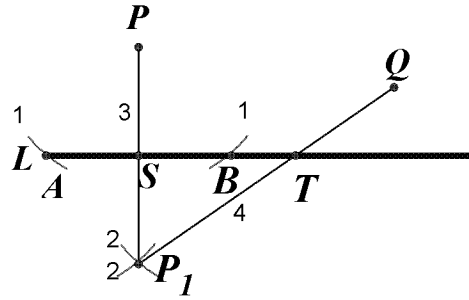
Created by Mr. Francis Hung

Last updated: 2012-05-01

如圖一，已知一線段  $L$ ，及兩點  $P$ 、 $Q$  位於  $L$  的同一方。在  $L$  上作一點  $T$  使得  $PT$  及  $QT$  的長度之和最小。<sup>1</sup>



圖一



圖二

作圖方法如下(圖二)：

設  $A$  為線段  $L$  較為接近  $P$  的一邊的端點。

- (1) 以  $P$  為圓心， $PA$  為半徑作一弧，交  $L$  於  $A$  及  $B$ 。
- (2) 以  $A$  為圓心， $AP$  為半徑一弧；以  $B$  為圓心， $BP$  為半徑一弧，兩弧相交於  $P_1$ 。
- (3) 連接  $PP_1$ ，交  $L$  於  $S$ 。
- (4) 連接  $P_1Q$ ，交  $L$  於  $T$ 。

作圖完畢，證明如下：

$AP = AP_1$	(半徑)
$AB = AB$	(公共邊)
$BP = BP_1$	(半徑)
$\triangle APB \cong \triangle AP_1B$	(S.S.S.)
$\therefore \angle PBA = \angle P_1BA$	(全等三角形的對應角)
$BS = BS$	(公共邊)
$\triangle PBS \cong \triangle P_1BS$	(S.A.S.)
$\therefore \angle BSP = \angle BSP_1$	(全等三角形的對應角)
$= 90^\circ$	(直線上的鄰角)
$SP = SP_1$	(全等三角形的對應邊)
$ST = ST$	(公共邊)
$\therefore \triangle PST \cong \triangle P_1ST$	(S.A.S.)
$PT = P_1T$	(全等三角形的對應邊)

$$PT + QT = P_1T + QT$$

已知當  $P_1$ 、 $T$ 、 $Q$  為共線時(collinear)， $P_1T + QT$  為最短。

$\therefore T$  便是題目所需一點，證明完畢。

<sup>1</sup> 香港數學競賽 2009 初賽(幾何作圖)樣本題第 2 題