

Function (HKMO Classified Questions by topics)**1983 FG8.3**

若 $f(x) = x^2$ ，以 x 表示 $f(x) - f(x-1)$ 。

If $f(x) = x^2$, then express $f(x) - f(x-1)$ in terms of x .

1985 FI3.3

若 $f(x) = x - 2$ ， $F(x, y) = y^2 + x$ ，且 $c = F(3, f(16))$ ，求 c 的值。

If $f(x) = x - 2$, $F(x, y) = y^2 + x$ and $c = F(3, f(16))$, find the value of c .

1987 FI3.4

若 $f(y) = 2y^2 + 8y - 1$ ，求 $f(4)$ 。If $f(y) = 2y^2 + 8y - 1$, find $f(4)$.

1987 FI5.2

若 $f(y) = 4 \sin y^\circ$ ，且 $f(1950) = b$ ，求 b 的值。

If $f(y) = 4 \sin y^\circ$ and $f(1950) = b$, find the value of b .

1988 FI1.1

若 $N(t) = 100 \times 18^t$ ，且 $P = N(0)$ ，求 P 的值。

If $N(t) = 100 \times 18^t$ and $P = N(0)$, find the value of P .

1988 FI4.1

若 $f(t) = 2 - \frac{t}{3}$ ，且 $f(a) = -4$ ，求 a 。If $f(t) = 2 - \frac{t}{3}$, and $f(a) = -4$, find a .

1989 HI12

函數 F 定義為 $F(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{if } x \leq 3 \\ 3x^2, & \text{if } x > 3 \end{cases}$ 。求 $F(F(3))$ 的值。

F is a function defined by $F(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{if } x \leq 3 \\ 3x^2, & \text{if } x > 3 \end{cases}$. Find the value of $F(F(3))$.

1990 HI3 2013 FI3.2 2015 FI4.3

若 $f(a) = a - 2$ ，且 $F(a, b) = a + b^2$ ，求 $F(3, f(4))$ 的值。

If $f(a) = a - 2$ and $F(a, b) = a + b^2$, find the value of $F(3, f(4))$.

1995 HI2

已知 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{1-x^2}$ ，求 $f(2)$ 的值。

Given that $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{1-x^2}$, find the value of $f(2)$.

1995 FI1.3

已知 $f(x) = px^3 + qx + 5$ 且 $f(-7) = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + 1$ 。若 $c = f(7)$ ，求 c 的值。

It is given that $f(x) = px^3 + qx + 5$ and $f(-7) = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + 1$.

Find the value of c , if $c = f(7)$.

1995 FI2.2

若 $f(t) = 3 \times 52^t$ 且 $y = f(0)$ 。求 y 的值。

If $f(t) = 3 \times 52^t$ and $y = f(0)$, find the value of y .

1996 HI2

已知 $f\left(\frac{1+x}{x}\right) = \frac{x^2+1}{x^2} + \frac{1}{x}$ ，求 $f(x^3)$ 的值。

If $f\left(\frac{1+x}{x}\right) = \frac{x^2+1}{x^2} + \frac{1}{x}$, find the value of $f(x^3)$.

1996 FI5.2

已知 $f(x) = \frac{3}{8}x^2(81)^{-\frac{1}{x}}$ 和 $g(x) = 4 \log_{10}(14x) - 2 \log_{10} 49$ 。

求 $b = f\{g[16(1 - \frac{11}{16})]\}$ 的值。

It is given that $f(x) = \frac{3}{8}x^2(81)^{-\frac{1}{x}}$ and $g(x) = 4 \log_{10}(14x) - 2 \log_{10} 49$.

Find the value of $b = f\{g[16(1 - \frac{11}{16})]\}$.

1997 HI4

設 $x = \frac{1}{x}$ ，求 $\frac{x^2+2x-3}{x-1} \div \frac{x+5}{x^2+3x-6}$ 的值。

Let $x = \frac{1}{x}$, find the value of $\frac{x^2+2x-3}{x-1} \div \frac{x+5}{x^2+3x-6}$.

1997 FG3.2

已知 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 5x + 7 - 4x$ 。若 $f(-2) = b$ ，求 b 的值。

It is given that $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 5x + 7 - 4x$.

If $f(-2) = b$, find the value of b .

2003 HI1

設 f 是一函數，使對所有整數 m 及 n ， $f(m)$ 是整數及 $f(mn) = f(m)f(n)$ 。

已知當 $9 > m > n$ 時， $f(m) > f(n)$ ，且 $f(2) = 3$ 及 $f(6) > 22$ ，求 $f(3)$ 的值。

Let f be a function such that for all integers m and n , $f(m)$ is an integer and $f(mn) = f(m)f(n)$. It is given that $f(m) > f(n)$ when $9 > m > n$, $f(2) = 3$ and $f(6) > 22$, find the value of $f(3)$.

2003 FG3.1

設 f 為一函數， $f(1)=1$ ，並對任意整數 m 及 n ， $f(m+n)=f(m)+f(n)+mn$ 。

若 $a = \frac{f(2003)}{6}$ ，求 a 的值。

Let f be a function such that $f(1) = 1$ and for any integers m and n ,

$f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$. If $a = \frac{f(2003)}{6}$, find the value of a .

2004 FG4.1

若 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 及 $P = f\left(\frac{1}{1001}\right) + f\left(\frac{2}{1001}\right) + \cdots + f\left(\frac{1000}{1001}\right)$ ，求 P 的值。

If $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ and $P = f\left(\frac{1}{1001}\right) + f\left(\frac{2}{1001}\right) + \cdots + f\left(\frac{1000}{1001}\right)$,

find the value of P .

2006 FG2.2

設 $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 5$ ，其中 p 、 q 及 r 是實數。

若 $f(-6) = 3$ 及 $z = f(6)$ ，求 z 的值。

Let $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 5$, where p , q and r are real numbers.

If $f(-6) = 3$ and $z = f(6)$, find the value of z .

2010 FI3.3

設 $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{當 } x \text{ 是一奇數} \\ \frac{x}{2} & \text{當 } x \text{ 是一偶數} \end{cases}$ 。

若 c 是一奇數及 $f(f(f(c))) = 18$ ，求 c 的最小值。

Let $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{if } x \text{ is an odd integer} \\ \frac{x}{2} & \text{if } x \text{ is an even integer} \end{cases}$.

If c is an odd integer and $f(f(f(c))) = 18$, find the least value of c .

2010 FI3.4

設 $f\left(\frac{x}{3}\right) = x^2 + x + 1$ 。若 d 為所有滿足 $f(3x) = 21$ 的 x 之和，求 d 的值。

Let $f\left(\frac{x}{3}\right) = x^2 + x + 1$.

If d is the sum of all x for which $f(3x) = 21$, find the value of d .

2010 FIS.4

已知 $f(x) = px^6 + qx^4 + 3x - \sqrt{2}$ ，且 p 、 q 為非零實數。

若 $d = f(-4) - f(4)$ ，求 d 的值。

Given that $f(x) = px^6 + qx^4 + 3x - \sqrt{2}$, and p , q are non-zero real numbers.

If $d = f(-4) - f(4)$, find the value of d .

2011 HG5

已知 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ ，其中 x 是實數。

求 $f\left(\frac{1}{2011}\right) + f\left(\frac{2}{2011}\right) + f\left(\frac{3}{2011}\right) + \cdots + f\left(\frac{2009}{2011}\right) + f\left(\frac{2010}{2011}\right)$ 的值。

Given that $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$, where x is a real number, find the value of

$f\left(\frac{1}{2011}\right) + f\left(\frac{2}{2011}\right) + f\left(\frac{3}{2011}\right) + \cdots + f\left(\frac{2009}{2011}\right) + f\left(\frac{2010}{2011}\right)$.

2012 FI2.2

若 $f(x) = \frac{25^x}{25^x + 5}$ 及 $Q = f\left(\frac{1}{25}\right) + f\left(\frac{2}{25}\right) + \cdots + f\left(\frac{24}{25}\right)$ ，求 Q 的值。

If $f(x) = \frac{25^x}{25^x + 5}$ and $Q = f\left(\frac{1}{25}\right) + f\left(\frac{2}{25}\right) + \cdots + f\left(\frac{24}{25}\right)$, find the value of Q .

2012 FI4.3

設 f 為一函數並滿足以下條件：

- (i) 對所有正整數 n ， $f(n)$ 必為整數；
- (ii) $f(2) = 2$;
- (iii) 對所有正整數 m 及 n ， $f(mn) = f(m)f(n)$ 及
- (iv) 當 $m > n$ ， $f(m) > f(n)$ 。

若 $C = f(12)$ ，求 C 的值。

Let f be a function satisfying the following conditions:

- (i) $f(n)$ is an integer for every positive integer n ;
- (ii) $f(2) = 2$;
- (iii) $f(mn) = f(m)f(n)$ for all positive integers m and n and
- (iv) $f(m) > f(n)$ if $m > n$.

If $C = f(12)$, find the value of C .

2013 FI4.1

設實函數 $f(x)$ 對於所有實數 x 及 y 滿足 $f(xy) = f(x) \cdot f(y)$ ，且 $f(0) \neq 0$ 。

求 $a = f(1)$ 的值。

Let $f(x)$ be a real value function that satisfies $f(xy) = f(x) \cdot f(y)$ for all real numbers x and y and $f(0) \neq 0$. Find the value of $a = f(1)$.

2015 FI1.3

設實函數 $f(x)$ 對於所有實數 x 及 y 滿足 $f(xy) = f(x) f(y)$ ，且 $f(1) < 1$ 。

求 $\gamma = f(90) + 10$ 的值。

Suppose that the real function $f(x)$ satisfies $f(xy) = f(x) f(y)$ for all real numbers x and y , and $f(1) < 1$. Determine the value of $\gamma = f(90) + 10$.

2017 HI8

已知 $\textcircled{2} = 1 \times 2 \times 3 \times 4$ ， $\textcircled{3} = 2 \times 3 \times 4 \times 5$ ， $\textcircled{4} = 3 \times 4 \times 5 \times 6$ ，...

及 $\frac{1}{\textcircled{15}} - \frac{1}{\textcircled{17}} = \frac{1}{\textcircled{17}} \times A$ ，求 A 的值。

Given that $\textcircled{2} = 1 \times 2 \times 3 \times 4$ ， $\textcircled{3} = 2 \times 3 \times 4 \times 5$ ， $\textcircled{4} = 3 \times 4 \times 5 \times 6$ ，...

and $\frac{1}{\textcircled{15}} - \frac{1}{\textcircled{17}} = \frac{1}{\textcircled{17}} \times A$ ，find the value of A .

2018 HI4

對任意非零實數 x ，函數 $f(x)$ 有以下特性： $2f\left(\frac{1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 11x + 4$ 。

設 S 為所有滿足於 $f(x) = 2018$ 的根之和。求 S 之值。

For any non-zero real number x , the function $f(x)$ has the following property:

$2f\left(\frac{1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 11x + 4$. Let S be the sum of all roots satisfying the equation

$f(x) = 2018$. Find the value of S .

2019 HG5

已知 $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ ，其中 $x \neq 0$ 。設 y 為滿足方程 $f(x) = 1$ 的 x 的最大值。求 y 的值。

Given that $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$, where $x \neq 0$. Let y be the maximum value of x

that satisfies the equation $f(x) = 1$. Find the value of y .

2019 FI4.2

假設有一函數 $f(x)$ ，對於任何整數 x 及任何整數 $y \neq 0$ ，

均滿足 $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$ 和 $f(2) = -1$ 。若 $\beta = f\left(\frac{5}{80}\right)$ ，求 β 的值。

Suppose that there exists a function $f(x)$, defined for all integers x and for all integers $y \neq 0$, such that $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$ and $f(2) = -1$. If $\beta = f\left(\frac{5}{80}\right)$,

determine the value of β .

2019 FG4.2

對所有的正整數 n ，設某一個函數 $F(n)$ 有如下定義：

$F(1) = 0$ ，

當 $n \geq 2$ ，

如果 n 只能被 2 整除而不能被 3 整除，則 $F(n) = F(n-1) + 2$ ；

如果 n 只能被 3 整除而不能被 2 整除，則 $F(n) = F(n-1) + 3$ ；

如果 n 既能被 2 整除而又能被 3 整除，則 $F(n) = F(n-1) + 4$ ；

如果 n 既不能被 2 整除而又不能被 3 整除，則 $F(n) = F(n-1)$ 。

若 $\beta = F(4000)$ ，求 β 的值。

For all positive integers n , suppose there exists a function $F(n)$ defined as follows:

$F(1) = 0$,

for all $n \geq 2$,

$F(n) = F(n-1) + 2$ if 2 divides n but 3 does not divide n ;

$F(n) = F(n-1) + 3$ if 3 divides n but 2 does not divide n ;

$F(n) = F(n-1) + 4$ if 2 and 3 both divide n ;

$F(n) = F(n-1)$ if neither 2 nor 3 divides n .

If $\beta = F(4000)$, determine the value of β .

2021 P1Q14

對任意實數 x ，函數 $f(x)$ 有以下性質 $f(x) + f(x-1) = x^2$ 。若 $f(19) = 94$ ，

求 $f(94)$ 的值。For each real number x , the function $f(x)$ has the following property $f(x) + f(x-1) = x^2$.

2023 FI4.2

若 $f(a) = a - 2$ ，且 $F(a, b) = b^2 + a + 1$ 及 $\beta = F(3, f(4))$ ，求 β 的值。

If $f(a) = a - 2$, $F(a, b) = b^2 + a + 1$ and $\beta = F(3, f(4))$, find the value of β .

2023 FG3.3

設 $f(x)$ 為函數並滿足 $f(x) + f\left(-\frac{1}{x-1}\right) = \frac{2x}{3} + \frac{5}{3} + f\left(1 - \frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0, 1$ 。

求 $f(-1)$ 的值。

Let $f(x)$ be a function such that $f(x) + f\left(-\frac{1}{x-1}\right) = \frac{2x}{3} + \frac{5}{3} + f\left(1 - \frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0, 1$.

Find the value of $f(-1)$.

Answers

1983 FG8.3 $2x - 1$	1985 FI3.3 199	1987 FI3.4 63	1987 FI5.2 2	1988 FI1.1 100
1988 FI4.1 18	1989 HI12 147	1990 HI3 2013 FI3.2 2015 FI4.3 7	1995 HI2 $\frac{2}{3}$	1995 FI1.3 3
1995 FI2.2 3	1996 HI2 $x^6 - x^3 + 1$	1996 FI5.2 2	1997 HI4 -4	1997 FG3.2 1
2003 HI1 8	2003 FG3.1 334501	2004 FG4.1 500	2006 FG2.2 -13	2010 FI3.3 21
2010 FI3.4 $-\frac{1}{9}$	2010 FIS.4 -24	2011 HG5 1005	2012 FI2.2 12	2012 FI4.3 12
2013 F4.1 1	2015 FI1.3 10	2017 HI8 $\frac{22}{35}$	2018 HG4 275	2019 HG5 -1
2019 FI4.2 4	2019 FG4.2 7333	2021 P1Q14 4561	2023 FI4.2 8	2023 FG3.3 2