

作內公切綫

Created by Mr. Francis Hung

Last updated: 2023-07-03

已給兩個圓 C_1 和 C_2 ，圓心和半徑分別為 A 、 B 和 R 、 r ；
且 $AB > R + r$ ，作內公切綫。¹

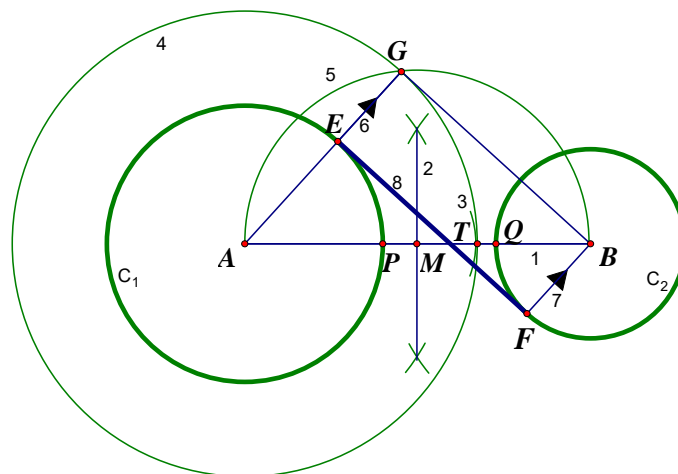


圖 1

作圖方法如下(圖 1)：

- (1) 連接 AB ，分別交圓 C_1 及圓 C_2 於 P 和 Q 。 $AP = R$ ， $BQ = r$ 。
- (2) 作 AB 的垂直平分綫，找出 AB 的中點 M ， $AM = MB$ 。
- (3) 以 P 為圓心， BQ 為半徑作一弧，交 PB 於 T ； $PT = BQ = r$ ，則 $AT = AP + PT = R + r$ 。
- (4) 以 A 為圓心， AT 為半徑作一圓。
- (5) 以 M 為圓心， $MA = MB$ 為半徑作一半圓，交步驟(4)的圓於 G ， $AG = AT = R + r$ 。
- (6) 連接 AG ，交圓 C_1 於 E ， $EG = AG - AE = r$ 。
- (7) 過 B 作一綫段 BF 平行於 GEA ，交圓 C_2 於 F 。
- (8) 連接 EF ，則 EF 便是兩圓的內公切綫了。

作圖完畢。

證明如下：

$EG = FB = r$	(由步驟(6)所得)
$\therefore EFBG$ 為一個平行四邊形	(對邊相等且平行)
$\angle AGB = 90^\circ$	(半圓上的圓周角)
$\therefore EFBG$ 為一個長方形	
$\angle GEF = \angle BFE = 90^\circ$	(長方形的性質)
$\therefore EF$ 是兩圓的內公切綫	(切綫 \perp 半徑的逆定理)

證明完畢。

註一：除了 EF 之外，還有另一條內公切綫，作法由讀者自行推敲。

註二：若兩圓互相外切於 P 點，過 P 作綫段垂直於 AB ，這便是內公切綫了。(圖 2)

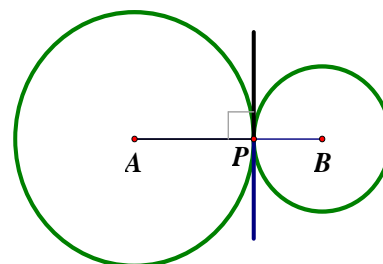


圖 2

註三：若兩圓相交，或一圓縮入另一圓內，則沒有內公切綫。

¹ 題目由教育局數學教育組梁廣成先生提供