

已給一單位長度，作 $\sqrt{7}$

Created by Mr. Francis Hung

Last updated: 2023-07-03

圖 1 所示為 1 單位的線段 AB 。試作一長度為 $\sqrt{7}$ 單位的線段。¹



圖 1

作圖方法如下：

方法一(圖 2)

- (1) 延長 AB ，用圓規作 B 、 C 、 D 及 E 點，使得 $AB = BC = CD = DE$ ， $AE = 4$ 單位。
- (2) 以 C 為圓心， $CA = CE$ 為半徑作一半圓。
- (3) 以 E 為圓心， EB 為半徑(即 3 單位)作一弧，交半圓於 P 。
- (4) 連接 AP 。

作圖完畢。

證明如下：

$$\angle APE = 90^\circ$$

(半圓上的圓周角)

$$AP = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

(畢氏定理)

證明完畢。

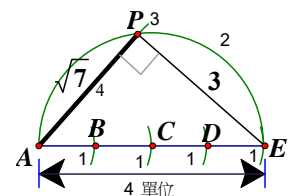


圖 2

方法二(圖 3)

- (1) 延長 AB ，用圓規作 B 、 C 、 D 、 E 、 G 、 H 及 I 點，使得 $AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HI$ ， $BI = 7$ 單位。
- (2) 以 E 為圓心， $EA = EI$ 為半徑(4 單位)作一圓。
- (3) 以 A 為圓心， AC 為半徑作一弧；以 C 為圓心， CA 為半徑作一弧；兩弧相交於 R 和 S 。
- (4) 連接並延長 RS ，交圓於 P 及 Q 。

PB 的長度為 $\sqrt{7}$ 單位，作圖完畢。

證明如下：

$$PB = BQ$$

(圓心至弦的垂線平分弦)

$$AB \times BC = PB \times BQ$$

(相交弦定理)

$$1 \times 7 = PB^2$$

$$PB = \sqrt{7}$$

證明完畢。

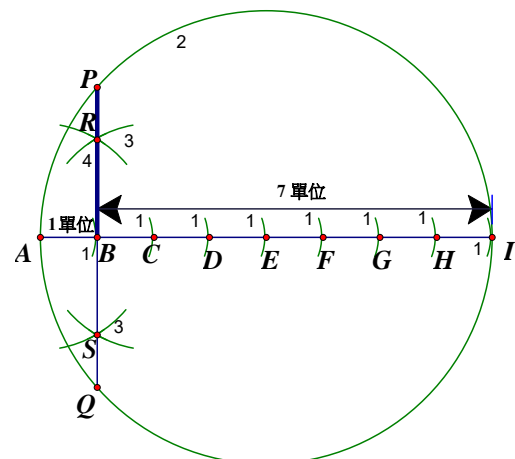


圖 3

¹香港數學競賽 2010 初賽(幾何作圖)第 1 題