

# 已知三角形的周界及兩底角，試作該三角形

Created by Mr. Francis Hung on 20140901

Last updated: 2021-09-29

試作一三角形  $ABC$ ，使得  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 67.5^\circ$  及周界為  $10\text{ cm}$ 。<sup>1</sup>

作圖方法如下：

方法一(圖 1)：

- (1) 作一線段  $DE = 10\text{ cm}$ 。
- (2) 作  $\angle EDF = 60^\circ$ ， $\angle DEG = 67.5^\circ$ 。
- (3) 分別作  $\angle EDF$  及  $\angle DEG$  的角平分線，此二角平分線相交於  $A$ 。
- (4) 分別作  $AD$  和  $AE$  的垂直平分線  $BH$  和  $CK$ ，交  $DE$  於  $B$  和  $C$ 。 $H$  和  $K$  分別是  $AD$  和  $AE$  的中點。
- (5) 連接  $AB$  和  $AC$ 。

$\triangle ABC$  便是所需三角形，作圖完畢。

證明如下：

$$\triangle ABH \cong \triangle DBH$$

(S.A.S.)

$$\triangle ACK \cong \triangle ECK$$

(S.A.S.)

$$\angle BAH = \angle BDH$$

(全等三角形的對應角)

$$\angle CAK = \angle CEK$$

(全等三角形的對應角)

$$\angle ABC = 2\angle BDA = 60^\circ$$

(三角形外角)

$$\angle ACB = 2\angle AEC = 67.5^\circ$$

(三角形外角)

$$AB + BC + CA = DB + BC + CE = 10\text{ cm}$$

(全等三角形的對應邊)

證明完畢。

方法二(圖 2)

步驟一至三與方法一相同。

- (4) 過  $A$  作  $AB$  平行  $FD$  交  $DE$  於  $B$ ，過  $A$  作  $AC$  平行  $GE$  交  $DE$  於  $C$ 。

$\triangle ABC$  便是所需三角形，作圖完畢。

證明如下：

$$\angle BAD = \angle ADF$$

(錯角， $AB \parallel FD$ )

$$\angle ADB = \angle ADF$$

( $AD$  為角平分線)

$$\therefore \angle BAD = \angle ADB$$

$$\therefore AB = DB$$

(等角對等邊)

$$\angle CAE = \angle AEG$$

(錯角， $AC \parallel GE$ )

$$\angle AEC = \angle AEG$$

( $AE$  為角平分線)

$$\therefore \angle CAE = \angle AEC$$

$$\therefore CA = CE$$

(等角對等邊)

$$\angle ABC = 2\angle BDA = 60^\circ$$

(三角形外角)

$$\angle ACB = 2\angle AEC = 67.5^\circ$$

(三角形外角)

$$AB + BC + CA = DB + BC + CE = 10\text{ cm}$$

(全等三角形的對應邊)

證明完畢。

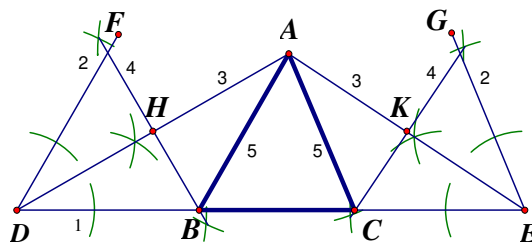


圖 1

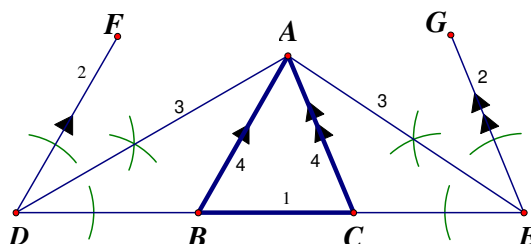


圖 2

<sup>1</sup>題目由教育局數學教育組梁廣成先生提供