Logarithmic Equation (HKMO Classified Questions by topics)

### 1984 FSI.4

若  $2 = \log_d 81$ , 求 d 的值。If  $2 = \log_d 81$ , find the value of d.

### 1986 FSI.4

 $= \log_4 d$  , 求 d 的值。If  $3 = \log_4 d$ , find the value of d.

### 1988 FG8.1

若  $\log_9 S = \frac{3}{2}$  , 求 S 的值。If  $\log_9 S = \frac{3}{2}$ , find the value of S.

### 1989 HG7

若  $\log_2[\log_3(\log_7 x)] = \log_3[\log_7(\log_2 y)] = \log_7[\log_2(\log_3 z)] = 0$ ,

求 
$$x+y+z$$
 的值。

If  $\log_2[\log_3(\log_7 x)] = \log_3[\log_7(\log_2 y)] = \log_7[\log_2(\log_3 z)] = 0$ ,

find the value of x + y + z.

### 1989 FSI.4

 $= \log_d 125$ ,求 d 的值。If  $3 = \log_d 125$ , find the value of d.

#### 1989 FI1.4

已知  $1 = \log (6d - 2)$ , 求 d 的值。If  $1 = \log (6d - 2)$ , find the value of d.

## 1989 FG9.3

已知  $\log_9(\log_2 k) = \frac{1}{2}$  , 求 k 的值。If  $\log_9(\log_2 k) = \frac{1}{2}$ , find the value of k.

## 1990 HI9

若  $x^{\log_{10} x} = \frac{x^3}{100}$ ,且 x > 10,求 x 的值。

If  $x^{\log_{10} x} = \frac{x^3}{100}$  and x > 10, find the value of x.

## 1990 FI3.2

若  $\log_{10} 1000 = \log_2 b$ , 求 b 的值。If  $\log_{10} 1000 = \log_2 b$ , find the value of b.

# 1990 FG10.2

若  $\log_{10}(k-1) - \log_{10}(k^2 - 5k + 4) + 1 = 0$ , 求 k 的值。

If  $\log_{10}(k-1) - \log_{10}(k^2 - 5k + 4) + 1 = 0$ , find the value of k.

# 1991 HI8

若  $\log_7[\log_5(\log_3 x)] = 0$  , 求 x 的值。If  $\log_7[\log_5(\log_3 x)] = 0$ ,

find the value of x.

## 1992 HI1

 $\Xi(\log x)^4 - 3(\log x)^2 - 4 = 0$ ,且 x > 1,求 x 的值。

If  $(\log x)^4 - 3(\log x)^2 - 4 = 0$  and x > 1, find the value of x.

#### 1993 FI1.2

若  $\log_2\{\log_2(2b) + 2\} + 2\} = 2$ , 求 b 的值。

Find the value of *b* if  $\log_2\{\log_2[\log_2(2b) + 2] + 2\} = 2$ .

### 1994 HI4

設  $\log_a x = 2$  及 2a + x = 8, 求 a + x 的值。

If  $\log_a x = 2$  and 2a + x = 8, find the value of a + x.

### 1994 HG5

設 x > 0 及 y > 0。若  $(\log_3 x)(\log_x 2x)(\log_{2x} y) = \log_x x^2$ ,求 y 的值。

Given that x > 0 and y > 0,

find the value of y if  $(\log_3 x)(\log_x 2x)(\log_{2x} y) = \log_x x^2$ .

### 1994 FG6.1

若  $\log_2 a - 2 \log_a 2 = 1$ ,求 a 的值。If  $\log_2 a - 2 \log_a 2 = 1$ , find the value of a.

## 1995 FI5.1

已知  $\log_7(\log_3(\log_2 x)) = 0$ 。若  $a = x^{\frac{1}{3}}$ ,求 a 的值。

It is given that  $\log_7(\log_2(\log_2 x)) = 0$ . Find the value of a, if  $a = x^{\frac{1}{3}}$ .

## 1996 FI3.3

若  $\log_3(3^c - 8) = 2 - c$  ,求 c 的值。 Find the value of c if  $\log_3(3^c - 8) = 2 - c$ .

# 1997 FG3.3

已知  $\log \frac{x}{2} = 0.5$  及  $\log \frac{y}{5} = 0.1$ 。若  $\log xy = c$ ,求 c 的值。

It is given that  $\log \frac{x}{2} = 0.5$  and  $\log \frac{y}{5} = 0.1$ . If  $\log xy = c$ , find teh value of c.

# 1998 FGS.3

若  $\log_c 27 = 0.75$ , 求 c 的值。If  $\log_c 27 = 0.75$ , find the value of c.

## 2000 FI2.1

如果  $\log_2(\log_4 P) = \log_4(\log_2 P)$  及  $P \neq 1$ , 求 P 的值。

If  $\log_2(\log_4 P) = \log_4(\log_2 P)$  and  $P \neq 1$ , find the value of P.

# 2001 FG3.4

已知  $5^{\log 30} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\log 0.5} = d \circ$ 求 d 的值。

Given that  $5^{\log 30} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\log 0.5} = d$ , find the value of d.

Logarithmic Equation (HKMO Classified Questions by topics)

### 2004 FI4.1

設 a 為實數。若 a 滿足方程  $\log_2(4^x+4)=x+\log_2(2^{x+1}-3)$ ,求 a 的值。 Let a be a real number.

If a satisfies the equation  $\log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} - 3)$ , find the value of a.

### 2006 FI1.1

若 a 為實數且滿足方程  $\log_2(x+3) - \log_2(x+1) = 1$ , 求 a 的值。

If a is a real number satisfying  $\log_2(x+3) - \log_2(x+1) = 1$ , find the value of a.

## 2009 HI9

已知 a 和 b 是整數。設 a-7b=2 及  $\log_{2b}a=2$ ,求  $a\times b$  的值。

Given that a and b are integers. Let a - 7b = 2 and  $\log_{2b} a = 2$ , find the value of  $a \times b$ .

### 2009 FG4.4

設 
$$Q = \log_{2+\sqrt{2^2-1}} \left(2 - \sqrt{2^2-1}\right)$$
, 求  $Q$  的值。

Let  $Q = \log_{2+\sqrt{2^2-1}} \left(2 - \sqrt{2^2 - 1}\right)$ , find the value of Q.

### 2012 FI2.4

若 S 是方程  $\sqrt{2012} \cdot x^{\log_{2012} x} = x^3$  的所有正根之乘積的最後 3 位數字(個位數,十位數,百位數)之和,求 S 的值。

If S is the sum of the last 3 digits (hundreds, tens, units) of the product of the positive roots of  $\sqrt{2012} \cdot x^{\log_{2012} x} = x^3$ , find the value of S.

# 2015 FI4.4

若  $\delta$  是方程  $x^{\log_7 x} = 10$  所有實根的積,求  $\delta$  的值。

If  $\delta$  is the product of all real roots of  $x^{\log_7 x} = 10$ , determine the value of  $\delta$ .

# 2016 FI1.1

解方程  $\log_5 a + \log_3 a = \log_5 a \cdot \log_3 a$ , 其中 a > 1 為實數。

Solve the equation  $\log_5 a + \log_3 a = \log_5 a \cdot \log_3 a$  for real number a > 1.

# 2016 FI3.4

若實數 x 及 y 滿足方程  $2 \log_{10}(x-2y) = \log_{10}x + \log_{10}y$ , 求  $d = \frac{x}{y}$  的值。

If real numbers x and y satisfy the equation  $2 \log_{10} (x - 2y) = \log_{10} x + \log_{10} y$ , determine the value of  $d = \frac{x}{y}$ .

# 2017 HI14

若  $a + \log_2 b = a^2 + \log_2 b^3 - 10 = 3$ , 其中 b > 1, 求 b 的值。

If  $a + \log_2 b = a^2 + \log_2 b^3 - 10 = 3$ , where b > 1, find the value of b.

### 2017 FI3.2

若x 是正整數且  $\log_{10} 2^x > 3$ ,求x 的最小值c。

If x is a positive integer and  $\log_{10} 2^x > 3$ , determine c, the minimum value of x. **2017 FI4.2** 

若 
$$x$$
 及  $y$  為實數且  $1 < y < x$  及  $\log_x y + 3 \log_y x = \frac{13}{2}$  , 求  $b = \frac{x + y^4}{x^2 + y^2}$  的值。

If x and y are real numbers with 1 < y < x and  $\log_x y + 3 \log_y x = \frac{13}{2}$ ,

determine the value of  $b = \frac{x + y^4}{x^2 + y^2}$ .

### 2018 HI4

解 
$$\log\left(1+\frac{1}{1}\right) + \log\left(1+\frac{1}{2}\right) + \log\left(1+\frac{1}{3}\right) + \dots + \log\left(1+\frac{1}{n}\right) = 5$$
 °

Solve 
$$\log\left(1+\frac{1}{1}\right) + \log\left(1+\frac{1}{2}\right) + \log\left(1+\frac{1}{3}\right) + \dots + \log\left(1+\frac{1}{n}\right) = 5$$
.

## 2021 P1Q11

若  $\log_9 x^{18} = (\log_3 x)^3$  , 求 x 的最小值。

If  $\log_9 x^{18} = (\log_3 x)^3$ , find the least value of x.

# 2022 P1Q11

 $x_1$  及  $x_2$  是方程  $(\log 2x)(\log 3x) = a$  的實根,其中 a 為實數。求  $x_1x_2$  的值。  $x_1$  and  $x_2$  are the real roots of the equation  $(\log 2x)(\log 3x) = a^2$ , where a is a real number. Find the value of  $x_1x_2$ .

# 2023 HG10

下列方程有一個實數解: 
$$\begin{cases} 3\log_a\left(\sqrt{x}\log_a x\right) = 26\\ \log_{\log_a x} x = 24 \end{cases}$$
, 求  $a$  的值。

The following system of equations has one real number solution  $\begin{cases} 3\log_a\left(\sqrt{x}\log_a x\right) = 26\\ \log_{\log_a x} x = 24 \end{cases}$ , find the value of a.

## 2023 FG4.1

求方程  $x^{\log_{10}x} = 10$  所有實根的積。

Find the product of all the real roots of the equation  $x^{\log_{10} x} = 10$ .

# 2024 HG5

求方程 
$$(\log_4 x^2)^2 + 9\log_x 64 = \pi^{3\log_x 3}$$
 的所有根之和。

Find the sum of the roots of the equation  $(\log_4 x^2)^2 + 9\log_x 64 = \pi^{3\log_\pi 3}$ .

# 2024 FI3.4

若 
$$x$$
 為滿足方程  $\left(\log_a x\right)^{\log_a x} = x$  的實數,其中  $a$  是常數且  $a > 1$ 。

求 
$$D = \frac{C \log_a x}{3a}$$
 的值。

If x is real root of the equation  $(\log_a x)^{\log_a x} = x$ , where a is a constant and a > 1,

find the value of 
$$D = \frac{C \log_a x}{3a}$$
.

# **Answers**

1984 FSI.4	1986 FSI.4	1988 FG8.1	1989 HG7	1989 FSI.4
9	64	27	480	5
1989 FI1.4	1989 FG9.3	1990 HI9	1990 FI3.2	1990 FG10.2
2	8	100	8	14
1991 HI8	1992 HI1	1993 FI1.2	1994 HI4	1994 HG5
243	100	2	6	9
1994 FG6.1 4 or $\frac{1}{2}$	1995 FI5.1 2	1996 FI3.3 2	1997 FG3.3 1.6	1998 FGS.3 81
2000 FI2.1	2001 FG3.4	2004 FI4.1	2006 FI1.1	2009 HI9
16	15	2	1	32
2009 FG4.4	2012 FI2.4	2015 FI4.4	2016 FI1.1	2016 FI3.4
-1	17	1	15	4
2017 HI14 16	2017 FI3.3 10	2017 FI4.2 1	2018 HI4 99999	2021 P1Q11 1/27
2022 P1Q11 $\frac{1}{6}$	2023 HG10 64	2023 FG4.1 1	$   \begin{array}{r}     2024 \text{ HG5} \\     \underline{1025} \\     \hline     64   \end{array} $	2024 FI3.4 2