

**1990 HI19**

求  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{19 \times 20}$  的值。

Find the value of  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{19 \times 20}$ .

**1991 HG2**

若  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \cdots + \frac{1}{2450} = \frac{x}{100}$ ，求  $x$  的值。

If  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \cdots + \frac{1}{2450} = \frac{x}{100}$ , find the value of  $x$ .

**1994 HG10**

已知  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{n(n+2)}$ 。若  $a = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{111 \cdot 113}$ ，求  $a$  的值。

Given that  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{n(n+2)}$ .

Find the value of  $a$  if  $a = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)} + \cdots + \frac{1}{111 \cdot 113}$ .

**1994 FG6.2**

若  $b = \log_3[2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1]$ ，求  $b$  的值。

If  $b = \log_3[2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1]$ , find the value of  $b$ .

**1996 HG5**

已知  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ，求  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$  之值。

Given that  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ , find the value of  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$ .

**1996 FI4.4**

若  $d = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10}$ ，求  $d$  的值。

If  $d = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10}$ , find the value of  $d$ .

**1996 FI5.3**

設  $c = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \cdots + \frac{1}{20^2-1}$ ，求  $c$  的值。

Let  $c = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \cdots + \frac{1}{20^2-1}$ , find the value of  $c$ .

Hint 提示： $\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right)$

**2000 HI2**

解下列方程：

$$\frac{1}{x+12} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \cdots + \frac{1}{(x+10)(x+11)} + \frac{1}{(x+11)(x+12)} = \frac{1}{4}$$

Solve the following equation:

$$\frac{1}{x+12} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \cdots + \frac{1}{(x+10)(x+11)} + \frac{1}{(x+11)(x+12)} = \frac{1}{4}$$

**2001 HG4**

如果  $\frac{4a}{1-x^{16}} \equiv \frac{2}{1-x} + \frac{2}{1+x} + \frac{4}{1+x^2} + \frac{8}{1+x^4} + \frac{16}{1+x^8}$ ，求  $a$  的值。

If  $\frac{4a}{1-x^{16}} \equiv \frac{2}{1-x} + \frac{2}{1+x} + \frac{4}{1+x^2} + \frac{8}{1+x^4} + \frac{16}{1+x^8}$ , find the value of  $a$ .

**2001 FG1.2**

已知  $b \left[ \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{1999 \times 2001} \right] = 2 \times \left[ \frac{1^2}{1 \times 3} + \frac{2^2}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1000^2}{1999 \times 2001} \right]$ ，

求  $b$  的值。

Given that  $b \left[ \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{1999 \times 2001} \right] = 2 \times \left[ \frac{1^2}{1 \times 3} + \frac{2^2}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1000^2}{1999 \times 2001} \right]$ ,

find the value of  $b$ .

**2002 FI2.1**

已知  $P = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$ ，求  $P$  的值。

Given that  $P = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$ , find the value of  $P$ .

**2003 HG1**

若  $k = \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \frac{1}{5 \times 6 \times 7} + \frac{1}{6 \times 7 \times 8} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100 \times 101}$ ，求  $k$  的值。

If  $k = \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \frac{1}{5 \times 6 \times 7} + \frac{1}{6 \times 7 \times 8} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100 \times 101}$ , find the value of  $k$ .

**2005 HI6**

設  $n$  是自然數，直線  $nx + (n+1)y = \sqrt{2}$  與兩坐標軸所圍成的三角形的面積是  $S_n$ 。若  $K = S_1 + S_2 + \cdots + S_{2005}$ ，求  $K$  的值。

Let  $n$  be a natural number, the area of the triangle bounded by the line

$nx + (n+1)y = \sqrt{2}$  and the two ordinate axes is  $S_n$ .

If  $K = S_1 + S_2 + \cdots + S_{2005}$ , find the value of  $K$ .

**2005 FI3.4**

若  $c = \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{(c+1)(c+2)} + \frac{1}{(c+2)(c+3)} + \cdots + \frac{1}{(c+d)(c+d+1)} = \frac{8}{15}$ ，

求  $d$  的值。

If  $c = \frac{1}{2}$  and  $\frac{1}{(c+1)(c+2)} + \frac{1}{(c+2)(c+3)} + \cdots + \frac{1}{(c+d)(c+d+1)} = \frac{8}{15}$ ,

find the value of  $d$ .

**2009 HG1**

若  $a$  是正整數及  $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \cdots + \frac{1}{2008 \times 2009} = \frac{272}{30135}$ ，

求  $a$  的值。

If  $a$  is a positive integer and  $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \cdots + \frac{1}{2008 \times 2009} = \frac{272}{30135}$ ,

find the value of  $a$ .

**2010 HI3**

若  $a = \frac{1}{5 \times 10} + \frac{1}{10 \times 15} + \frac{1}{15 \times 20} + \cdots + \frac{1}{100 \times 105}$ ，求  $a$  的值。

If  $a = \frac{1}{5 \times 10} + \frac{1}{10 \times 15} + \frac{1}{15 \times 20} + \cdots + \frac{1}{100 \times 105}$ , find the value of  $a$ .

**2011 FI2.4**

若  $S > 0$  及  $\frac{1}{S(S-1)} + \frac{1}{(S+1)S} + \cdots + \frac{1}{(S+20)(S+19)} = \frac{5}{6}$ ，求  $S$  的值。

If  $S > 0$  and  $\frac{1}{S(S-1)} + \frac{1}{(S+1)S} + \cdots + \frac{1}{(S+20)(S+19)} = \frac{5}{6}$ , find the value of  $S$ .

**2012 FI4.1**

若  $A$  為一正整數且  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{(A+1)(A+3)} = \frac{12}{25}$ ，求  $A$  的值。

If  $A$  is a positive integer such that  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{(A+1)(A+3)} = \frac{12}{25}$ ,

find the value of  $A$ .

**2014 FG3.2**

若  $\frac{\beta}{1 \times 2 \times 3} + \frac{\beta}{2 \times 3 \times 4} + \cdots + \frac{\beta}{8 \times 9 \times 10} = 11$ ，求  $\beta$  的值。

Determine the value of  $\beta$  if  $\frac{\beta}{1 \times 2 \times 3} + \frac{\beta}{2 \times 3 \times 4} + \cdots + \frac{\beta}{8 \times 9 \times 10} = 11$ .

**2015 HI8**

求  $\frac{1}{4029} + \frac{2 \times 2014}{2014^2 + 2015^2} + \frac{4 \times 2014^3}{2014^4 + 2015^4} - \frac{8 \times 2014^7}{2014^8 - 2015^8}$  的值。

Find the value of  $\frac{1}{4029} + \frac{2 \times 2014}{2014^2 + 2015^2} + \frac{4 \times 2014^3}{2014^4 + 2015^4} - \frac{8 \times 2014^7}{2014^8 - 2015^8}$ .

**2015 HG1**

求  $\frac{1}{1860 \times 1865} + \frac{1}{1865 \times 1870} + \frac{1}{1870 \times 1875} + \cdots + \frac{1}{2010 \times 2015}$  的值。

Find the value of  $\frac{1}{1860 \times 1865} + \frac{1}{1865 \times 1870} + \frac{1}{1870 \times 1875} + \cdots + \frac{1}{2010 \times 2015}$ .

**2015 HG10**

設  $a_n$  及  $b_n$  為二次函數  $y = n(n-1)x^2 - (2n-1)x + 1$  的截距，其中  $n$  為一個大於 1 的整數。求  $a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_{2015}b_{2015}$  的值。

Let  $a_n$  and  $b_n$  be the  $x$ -intercepts of the quadratic function  $y = n(n-1)x^2 - (2n-1)x + 1$ , where  $n$  is an integer greater than 1.

Find the value of  $a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_{2015}b_{2015}$ .

**2016 FG1.4**

求  $T = (3^{2^0} + 1) \times (3^{2^1} + 1) \times (3^{2^2} + 1) \times \cdots \times (3^{2^{10}} + 1)$  的值。(答案以指數表示。)

Determine the value of  $T = (3^{2^0} + 1) \times (3^{2^1} + 1) \times (3^{2^2} + 1) \times \cdots \times (3^{2^{10}} + 1)$ .

(Leave your answer in index form.)

**2023 FG3.1**

設  $a_n$  為序列且  $a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$ 。

如果  $s = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{120}$ ，求  $s$  的值。

Let  $a_n$  be a sequence such that  $\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$ .

Find the value of  $s$  where  $s = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{120}$ .

**Answers**

1990 HI9 $\frac{9}{20}$	1991 HG2 98	1994 HG10 $\frac{56}{113}$	1994 FG6.2 16	1996 HG5 $\frac{49}{100}$
1996 FI4.4 $\frac{9}{10}$	1996 FI5.3 $\frac{10}{21}$	2000 HI2 3	2001 HG4 8	2001 FG1.2 1001
2002 FI2.1 $\frac{99}{100}$	2003 HG1 $\frac{63}{2525}$	2005 HI6 $\frac{2005}{2006}$	2005 FI3.4 6	2009 HG1 105
2010 HI3 $\frac{4}{105}$	2011 FI2.4 $\frac{-95 + 3\sqrt{1505}}{10}$	2012 FI4.1 22	2014 FG3.2 45	2015 HI8 1
2015 HG1 $\frac{1}{120900}$	2015 HG10 $\frac{2014}{2015}$	2016 FG1.4 $\frac{1}{2}(3^{2048} - 1)$	2023 FG3.1 $\frac{10}{11}$	