

只用圓規將圓形分成四等份

Created by Mr. Francis Hung on 20080814

Last updated: 2023-07-03

已給一個圓，圓心 O ，只用圓規將圓分成四等份。

原理：如圖一， O 為圓心。假設在圓上有 4 點 A 、 B 、 C 、 D ，將此圓均分成四等份。

$$\angle AOB = 90^\circ \quad (\text{等弧對等角})$$

設 $OA = r = OB$ ，則

$$AB = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r \quad (\text{畢氏定理})$$

同理， $BC = CD = DA = \sqrt{2}r$ 。

作圖方法如下：

- (1) 在圓周上任意一點 A ，以 A 為圓心， AO 為半徑作一弧，交圓於 E 。

以 E 為圓心， EO 為半徑作一弧，交圓於 F 。

以 F 為圓心， FO 為半徑作一弧，交圓於 C (圖二)。

$\triangle AEO$ 、 $\triangle EOF$ 、 $\triangle FOC$ 為等邊三角形。

$$\angle AOE = \angle EOF = \angle FOC = 60^\circ。$$

$\therefore \angle AOC = 180^\circ \Rightarrow AC$ 為直徑。

- (2) 以 A 為圓心， AC 為半徑作一弧，以 C 為圓心， CA 為半徑作一弧，此兩弧相交於 G (圖三)。

$\triangle ACG$ 為一個等邊三角形，邊長 $= 2r$ 。

$$\therefore AO = OC = r$$

$$\therefore \triangle AOG \cong \triangle COG \quad (\text{S.S.S.})$$

$$\angle AOG = \angle COG = 90^\circ \quad (\text{全等三角形的對應角})$$

$$OG = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3}r \quad (\text{畢氏定理})$$

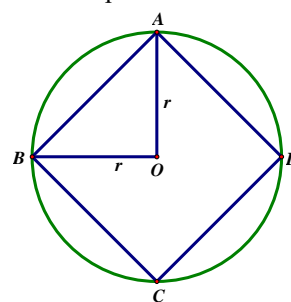
- (3) 以 A 為圓心， OG 為半徑作一弧，以 C 為圓心， OG 為半徑作一弧，此兩弧相交於 H (圖四)。

$$OH = \sqrt{(\sqrt{3}r)^2 - r^2} = \sqrt{2}r \quad (\text{畢氏定理})$$

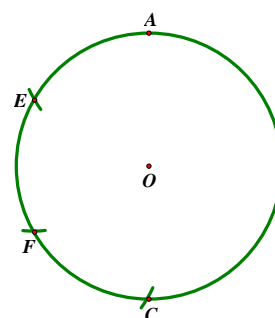
- (4) 以 A 為圓心， OH 為半徑作一弧，交圓於 B 、 D 。(圖五)

$$AB = BC = CD = DA = \sqrt{2}r$$

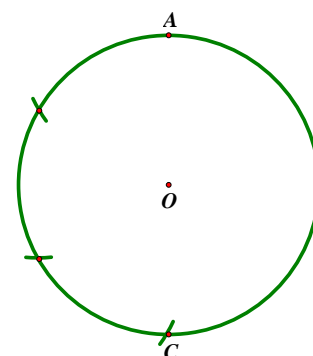
A 、 B 、 C 、 D ，將此圓均分成四等份。



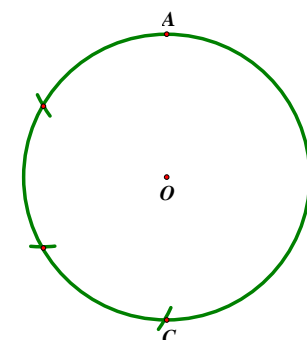
圖一



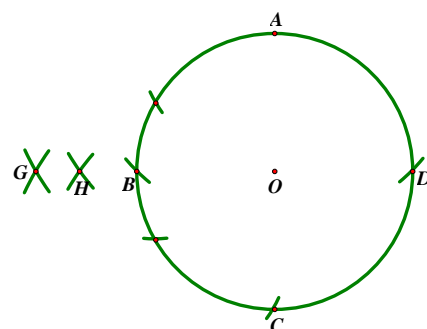
圖二



圖三



圖四



圖五