

1. 곡선 $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ 위의 점 $(-1, a)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, 세 상수 a, m, n 에 대하여 $2a + m - n$ 의 값은?

[3.0점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ 에 대하여 방정식 $|f(x)| = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4개가 되도록 하는 상수 k 의 범위가 $p < k < q$ 일 때, $q - p$ 의 값은? (p, q 는 상수)

[3.2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

3. 함수 $f(x) = x^3 - x + 1$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 평균값 정리를 만족하는 c 값은?

[2.8점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 두 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$, $g(x) = -x^4 + 4x^3$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 최솟값은?

임의의 두 양수 x_1, x_2 에 대하여

$f(x_1) \geq g(x_2)$ 이다.

[3.1 점]

- ① 23 ② 25 ③ 27
- ④ 29 ⑤ 31

5. 어느 양계장에서 생산하는 닭고기 1kg의 가격 x 원과 판매 총액 y 원 사이에는

$$y = -4x^3 + 600x^2 \quad (0 < x < 150)$$

인 관계가 있다고 한다. 이때 y 가 증가하는 x 값의 범위가 $p < x \leq q$ 일 때, $q-p$ 의 값은? (p, q 는 상수)

[3.4 점]

- ① 80 ② 90 ③ 100
- ④ 110 ⑤ 120

6. 정적분 $\int_3^5 \frac{x^2 + 3x - 5}{x-1} dx - \int_3^5 \frac{x-2}{x-1} dx$ 의 값은?

[2.9 점]

- ① 13 ② 14 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 17

7. 정적분 $\int_{-2}^1 (4x^3 + 3x^2 - 1)dx + \int_1^2 (4x^3 + 3x^2 - 1)dx$ 의 값은?

[3.1점]

- ① 12 ② 13 ③ 14
- ④ 15 ⑤ 16

8. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_{-1}^x f(t)dt = x^3 + ax + 3$$

을 만족할 때, $a + f(2)$ 의 값은? (a 는 상수)

[3.0점]

- ① 13 ② 14 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 17

9. 직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 는

$$v(t) = t^2 - 2t$$

일 때, 시각 $t = 1$ 에서 $t = 5$ 까지의 점 P가 움직인 거리는?

[3.8점]

- ① $\frac{52}{3}$ ② 18 ③ $\frac{56}{3}$
- ④ $\frac{58}{3}$ ⑤ 20

10. 자연수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 의 극댓값을 a_n 이라 하자.

- (가) $f(n)=0$
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2n)f(x) \geq 0$ 이다.

$a_n \geq 100$ 을 만족시키는 n 의 최솟값은?

[4.0 점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

11. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 이 있다. 임의의 양수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(t)(x-t) + f(t)$ 을 만족시키는 실수 t 의 집합이 $\{t | p \leq t\}$ 일 때, p 의 값은?

[4.5 점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

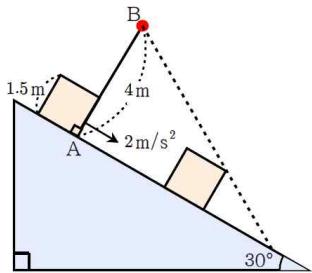
12. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)f(x) = 2(x+1)^3 + x^2 - 2x + \int_1^x f(t)dt$ 를 만족할 때,

$f(3)$ 의 값은?

[4.1 점]

- ① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

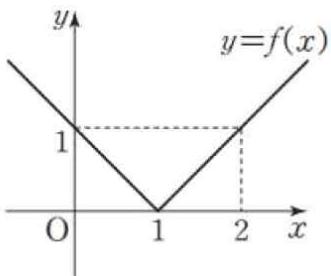
13. 그림과 같이 30° 의 경사가 진 언덕 위의 A지점에 높이가 4m인 가로등이 있다. 이 지점에 높이가 1.5m인 정사각형의 상자가 멈춰 있다가 미끄러지기 시작했다. 가속도가 2m/s^2 로 일정하게 미끄러져 내려갈 때, 움직이기 시작하고 3초 후의 그림자 끝이 움직이는 속도는? (단, 경사의 길이는 충분하게 길다.)



[4.0 점]

- ① 9m/s
- ② $\frac{48}{5}\text{m/s}$
- ③ 10m/s
- ④ $\frac{53}{5}\text{m/s}$
- ⑤ 11m/s

14. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 정적분 $\int_{-1}^3 (x-1)^2 f(x) dx$ 의 값은?



[4.2 점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

15. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 6\}$ 인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

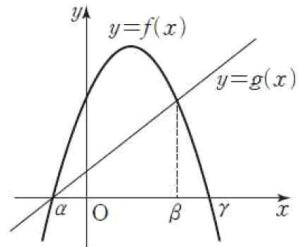
- (가) $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = x^2 + 2x$ 이다.
(나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이다.

$$\int_{-2}^4 |f(x)| dx$$
의 값은?

[4.4 점]

- ① $\frac{44}{3}$ ② $\frac{46}{3}$ ③ 16
④ $\frac{50}{3}$ ⑤ $\frac{52}{3}$

16. 이차함수 $f(x)$ 와 일차함수 $g(x)$ 에 대하여 세 실수 α, β, γ 가 $\alpha < 0, 1 < \beta < \gamma$ 이고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 그림과 같다. $h(x) = \int_{\alpha}^x \{f(t) - g(t)\} dt$ 라 할 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[보기]

- ㄱ. $h(0) > 0$
ㄴ. 함수 $h(x)$ 의 극댓값은 $h(\beta)$ 이다.
ㄷ. 방정식 $h(x) = 0$ 의 모든 실근의 곱은 양수이다.

[4.6 점]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 2x$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합을 S 라 하자.

곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = mx (m > 0)$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합을 $S(m)$ 이라 할 때, $\frac{S(m)}{S} = 9$ 을

만족시키는 상수 m 의 값은?

[5.5 점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

18. 이차함수 $g(x) = x^2 + 2$ 에 대하여 최고차항의 계수가 a 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, 방정식 $g(f(x)) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2개이며, 서로 다른 두 실근의 차이는 3이다.

(나) 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차이는 2이다.

a 의 값은? (단, $a > 0$)

[5.3 점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

19. 양수 a 에 대하여 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $|(x-1)(x-2)|g(x) = (x-1)(x-2)(|f(x)|-a)$ 이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=1, x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(6a)$ 의 값은?

[5.1 점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$

④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가 두 상수 a, b 에 대하여

$x(t) = t(t-1)(at+b)$ ($ab < 0$)이다. 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $\int_0^1 |v(t)| dt = 4$ 를 만족시킬 때,

[보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

—————[보 기]—————

ㄱ. $\int_1^{-\frac{b}{a}} v(t) dt = 0$

ㄴ. $|x(t_1)| > 2$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ. $v(1) < 0$ 이고, $\int_0^{-\frac{b}{a}} |v(t)| dt = 8$ 일 때, 방정식 $v(t) = 0$ 의 두 실근의 곱은 $\frac{2}{3}$ 이다.

[6 점]

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 삼차함수 $f(x) = 2x^3 - 3(a+3)x^2 + 18ax + 22a$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 부등식 $f(x) \geq 0$ 이 항상 성립하도록 하는 a 의 범위를 구하시오. (단, $a > 0$)

[10점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(t)=2$ 인 t 의 값이 단 하나 존재한다.

(나) $g(f(2))=g(f(5))=2, g(f(4))=1$

$f(1)$ 의 값을 구하시오.

[10점]

1. [정답] ⑤

$$a = -(-1)^3 + 3(-1)^2 + 1 = 5$$

$y' = -3x^2 + 6x$ 이므로 $x = -1$ 대입하면 기울기는 -9 이므로 접선의 방정식은 $y = -9(x+1) + 5$ 이므로 $m = -9$, $n = -4$ 이다. 따라서 $2a + m - n = 5$ 이다.

2. [정답] ④

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$ 이므로, $x = -3$ 에서 극댓값 20 , $x = 1$ 에서 극솟값 -12 를 가진다. 따라서, $|f(x)| = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4개이기 위해서는 $12 < k < 20$ 이어야 한다. $q-p = 8$

3. [정답] ④

$\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = f'(c)$ 를 만족하는 c 가 열린구간 $(0, 2)$ 에 적어도 하나 존재하므로 $f(2) = 7$, $f(0) = 1$ 을

대입하면 $3 = f'(c)$ 이다. $f'(c) = 3c^2 - 1 = 3$ 이므로 $c = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이다.

4. [정답] ⑤

x 가 양수일 때, $f(x)$ 의 최솟값이 $g(x)$ 의 최댓값보다 커야한다.

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ 이므로 $x = 2$ 에서 최솟값을 가진다. $f(2) = k-4$

$g'(x) = -4x^3 + 12x^2 = -4x^2(x-3)$ 이므로 $x = 3$ 에서 최댓값을 가진다. $g(3) = 27$

$f(2) \geq g(3)$ 이어야 하므로 $k-4 \geq 27$ 을 만족해야 한다. 따라서 k 의 최솟값은 31이다.

5. [정답] ③

$y' = -12x^2 + 1200x$ 이므로 y' 의 부호가 양수인 범위는 $-12x^2 + 1200x \geq 0$ 이고 이를 풀면 $0 \leq x \leq 100$ 이고 $x=0$ 은 범위에서 제외되므로 해는 $0 < x \leq 100$ 이다. 따라서 $q-p$ 는 100이다.

6. [정답] ②

$$\text{(주어진 식)} = \int_3^5 \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} dx \text{이므로 } \int_3^5 \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} dx = \int_3^5 (x+3)dx \text{이고}$$
$$\int_3^5 (x+3)dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + 3x \right]_3^5 = 14 \text{이다.}$$

7. [정답] ①

$$\text{(주어진 식)} = \int_{-2}^2 (4x^3 + 3x^2 - 1)dx \text{이고 } \int_{-2}^2 4x^3 dx = 0 \text{을 이용하면 } \int_{-2}^2 (3x^2 - 1)dx = [x^3 - x]_{-2}^2 = 12$$

8. [정답] ④

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면 $0 = (-1)^3 - a + 3$

이므로 $a = 2$ 이다.

양변을 x 에 대하여 미분하면 $f(x) = 3x^2 + 2$ 이고, $f(2) = 14$ 이다. $a + f(2) = 16$

9. [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{움직인 거리} &= \int_1^5 |v(t)| dt \\ &= \int_1^2 (2t - t^2) dt + \int_2^5 (t^2 - 2t) dt \\ &= \left[t^2 - \frac{1}{3}t^3 \right]_1^2 + \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 \right]_2^5 \\ &= \frac{56}{3} \end{aligned}$$

10. [정답] ①

(나) 조건을 만족시키기 위해서는 $(x+2n)f(x)$ 가 완전제곱식 꼴이어야 한다. 따라서 (가) 조건을 이용하면 $f(x) = (x-n)^2(x+2n)$ 이다.

$f'(x) = 3(x-n)(x+n)$ 이므로, $x = -n$ 에서 극댓값을 가진다. $a_n = f(-n) = 4n^3$ 이므로, $4n^3 \geq 100$ 을 만족시키는 n 의 최솟값은 3이다.

11. [정답] ③

우변의 식은 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 방정식이다.

임의의 양수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(t)(x-t) + f(t)$ 를 만족시키기 위해서는 $x=0$ 에서의 접선의 방정식의 함숫값이 $f(0)$ 값보다 이하여야 한다.

접선의 방정식 : $y = (3t^2 - 6t)(x-t) + t^3 - 3t^2 + 4$

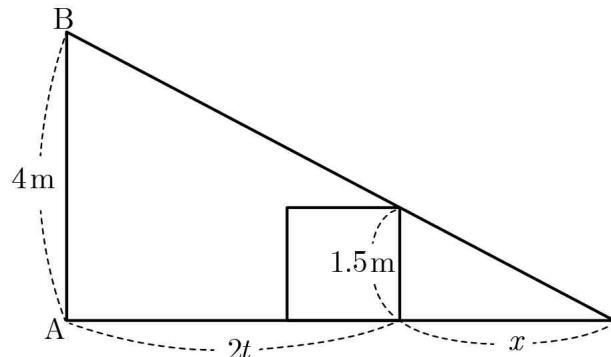
$f(0) = 4$ 이므로 $-2t^3 + 3t^2 + 4 \leq 4$ 를 만족해야 하고, $2t^3 - 3t^2 \geq 0$ 를 만족하는 t 의 범위는 $t \geq \frac{3}{2}$ 이다.

12. [정답] ②

주어진 식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $3f(1) = 16 + 1 - 2 = 15$ 이므로 $f(1) = 5$ 이다.

이후 식의 양변을 x 에 대해 미분하면 $(x+2)f'(x) + f(x) = 6(x+1)^2 + 2x - 2 + f(x)$ 이고, 따라서 $f'(x) = 6x + 2$ 이다. x 에 대해 적분하면 $f(x) = 3x^2 + 2x + c$ 이고, $f(1) = 5$ 이므로 $c = 0$ 이다. $f(3) = 33$

13. [정답] ②



$x : 1.5 = x + 2t : 4$ 를 만족하므로, $x = \frac{6}{5}t$ 이고 그림자 끝의 시간에 따른 속도는 $\frac{6}{5}t + 2t = \frac{16}{5}t$ 이므로 $t = 3$ 에서의 속도는 $\frac{48}{5}$ m/s 이다.

14. [정답] ④

$$\begin{aligned} \text{주어진 정적분의 값은 } & \int_{-1}^1 (x-1)^2(-x+1)dx + \int_1^3 (x-1)^2(x-1)dx \\ = & - \int_{-1}^1 (x-1)^3 dx + \int_1^3 (x-1)^3 dx \\ = & - \left[\frac{1}{4}(x-1)^4 \right]_{-1}^1 + \left[\frac{1}{4}(x-1)^4 \right]_1^3 \\ = & 8 \end{aligned}$$

15. [정답] ①

주어진 함수의 함숫값이 $-2 \leq x \leq 0$ 에서 음수이고, $0 \leq x \leq 2$ 에서 양수이고 $x=2$ 에 대해 대칭이므로

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 |f(x)| dx &= - \int_{-2}^0 f(x)dx + 2 \int_0^2 f(x)dx \text{ 이다.} \\ &= - \int_{-2}^0 (x^2 + 2x)dx + 2 \int_0^2 (x^2 + 2x)dx \\ &= - \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_{-2}^0 + 2 \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{44}{3} \end{aligned}$$

16. [정답] ⑤

¬. $h(0) = \int_{\alpha}^0 \{f(t) - g(t)\} dt$ 이므로 적분 범위에서 $f(t) - g(t) > 0$ 이므로 $h(0) > 0$ 이다.

↳. $h'(x) = f(x) - g(x)$ 이므로 $x = \beta$ 에서 극댓값을 가진다.

⊐. $h(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 극솟값을 가지고 $h(\alpha) = 0$ 이다. $x = \beta$ 에서는 극댓값을 가지고 $h(\beta) > 0$ 이다. 따라서 $h(x) = k(x-\alpha)^2(x-\delta)$ 이고 ($k < 0$ 이고 δ 는 β 보다 큰 실수), $h(x) = 0$ 을 만족시키는 모든 실근의 곱은 극과 계수의 관계에 의해 $-k\alpha^2\delta$ 이고 k 가 음수이므로 모든 실근의 곱은 양수이다.

17. [정답] ①

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_{-\sqrt{2}}^0 (x^3 - 2x) dx = 2 \text{ 이다.} \\ S(m) &= 2 \int_0^{\sqrt{m+2}} \{(m+2)x - x^3\} dx \\ &= 2 \left[\frac{1}{2}(m+2)x^2 - \frac{1}{4}x^4 \right]_0^{\sqrt{m+2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}(m+2)^2$$

$\frac{S(m)}{S} = 9$ 를 만족시키려면 $S(m) = 18$ 이어야 하므로 $m = 4$ 이다.

18. [정답] ②

합성함수 $g(f(x))$ 의 최솟값은 $f(x) = 0$ 일 때 생기고, $m = 2$ 이다. 따라서 문제 조건에 의해 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2개이고 차가 3이므로 두 근을 $k, k+3$ 으로 놓으면 두 가지 경우가 존재한다.

(i) $f(x)$ 가 $x = k$ 에서 극댓값을 가지고 $f(k) = 0$ 인 경우

$f(x) = a(x-k)^2(x-k-3)$ 으로 둘 수 있고, $f'(x) = a(x-k)(3x-3k-6)$ 이므로 $x = k+2$ 에서 극솟값을

가지고 $f(k+2) = -4a$ 이므로 조건 (나)에 의해 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

(ii) $f(x)$ 가 $x = k+3$ 에서 극솟값을 가지고 $f(k+3) = 0$ 인 경우

$f(x) = a(x-k-3)^2(x-k)$ 으로 둘 수 있고, $f'(x) = a(x-k-3)(3x-3k-3)$ 이므로 $x = k+1$ 에서 극댓값을

가지고 $f(k+1) = 4a$ 이므로 조건 (나)에 의해 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

19. [정답] ④

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 경우 $g(x) = |f(x)| - a$ 이고, $1 \leq x \leq 2$ 의 경우 $g(x) = a - |f(x)|$ 이다. $x = 1, 2$ 에서 연속이어야 하므로 $|f(1)| = a, |f(2)| = a$ 이고, $g(1) = 0, g(2) = 0$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)(|f(x)| - a)}{|(x-1)(x-2)|(x-1)}$$

이고 식을 간단히 하면 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{|(x-1)(x-2)|} \cdot \frac{|f(x)| - |f(1)|}{x-1}$ 이고 미분이 가능하기 위해선 좌극한과 우극한의 값이 같아야 하므로 $f'(1) = 0$ 이다. 마찬가지로 $f'(2) = 0$ 이다.

$f'(x) = 6(x-1)(x-2)$ 이고 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + c$ (c 는 상수), $|f(1)| = |f(2)| = a$ 이므로 $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ 이다.

$f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ 을 이용하면 $c = -\frac{9}{2}$ 이다.

$$f(1) = \frac{1}{2} = a$$

$$g(6a) = g(3) = |f(3)| - \frac{1}{2}$$

$$f(3) = \frac{9}{2}$$

이므로 정답은 4이다.

20. [정답] ③

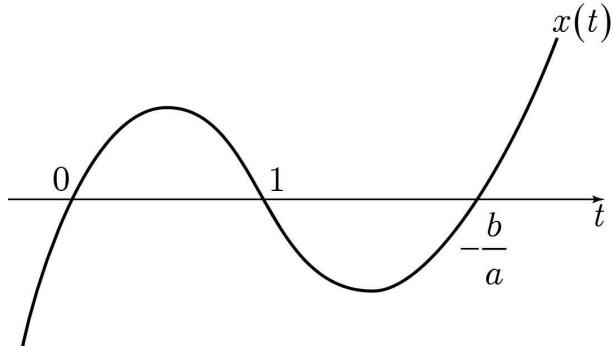
ㄱ. 위치의 변화량이 0이므로 적분값도 0이다.

ㄴ. (+ 이동) + (- 이동) = 4 이고, $\int_0^1 v(t) dt = 0$ 에서 (+ 이동) - (- 이동) = 0 이므로 각각 2씩이다. 따라서

$|x(t_1)| > 2$ 인 t_1 은 존재하지 않는다.

$$\therefore \int_0^1 |v(t)| dt = 4$$

$v(t) = (t-1)(at+b) + t(at+b) + at(t-1)$ 에서 $v(1) = a+b$ 이므로 $a+b < 0$ 이다. 따라서 $a > 0$, $b < 0$ 이다. $x(t)$ 그래프 개형은 아래 그림과 같다.



$\int_0^{-\frac{b}{a}} |v(t)| dt = 8$ 이므로 $-\frac{b}{a} = 2$ 임을 알 수 있고, $b = -2a$ 를 $v(t)$ 식에 대입하면 $v(t) = 3at^2 - 6at + 2a$ 이다.

$v(t) = 0$ 을 만족하는 실근의 곱은 $\frac{2}{3}$ 이다.

21. [정답] $\frac{27}{49} \leq a \leq 11$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 6x^2 - 6(a+3)x + 18a \\ &= 6(x-a)(x-3) \end{aligned}$$

(i) $0 < a < 3$

$x=3$ 에서 극솟값을 가지므로 $f(3) \geq 0$ 을 만족해야 하므로 $f(3) = 49a - 27 \geq 0$, $\frac{27}{49} \leq a < 3$

(ii) $a = 3$

$f'(x) = 6(x-3)^2 \geq 0$ 이므로 $[0, \infty)$ 에서 증가한다. $f(0) = 22a > 0$ 이므로 주어진 범위에서 $f(x) \geq 0$ 을 만족한다.

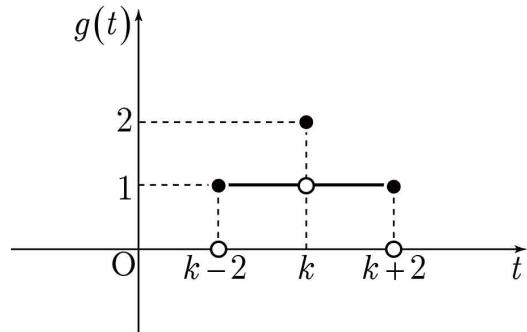
(iii) $a > 3$

$x=a$ 에서 극솟값을 가지므로 $f(a) \geq 0$ 을 만족해야 한다. $f(a) = -a^3 + 9a^2 + 22a$ 이고 인수분해 하면 $f(a) = -a(a-11)(a+2) \geq 0$ 을 만족해야 하므로 $a \leq 11$ 이어야 한다.

(i), (ii), (iii)에 의해 $\frac{27}{49} \leq a \leq 11$

22. [정답] -13

$f'(x) = 0$ 의 두 실근을 k , $k+2$ 라고 하면 조건 (가)에 의해 $g(t)$ 의 그래프 개형은 아래 그림과 같다.



조건 (나)에 의해서 $f(2) = f(5) = k$ 이고,

$f(x) - k = 0$ 의 두 근이 2, 5이다.

$f'(x) = 3(x-k)(x-k-2)$ 를 적분하면

$$f(x) = x^3 - (3k+3)x^2 + (3k^2+6k)x + C$$

(C 는 적분 상수)

$f(2) = f(5)$ 임을 이용하면 $k=2, k=3$

(i) $k=2$ 인 경우

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + C \text{이고 } f(2) = 2 \text{이어야 하므로 } C = -18$$

$f(4) = -2$ 이므로 $g(f(4)) = 0$ 이라 성립하지 않는다.

(ii) $k=3$ 인 경우

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + C \text{이고 } f(2) = 3 \text{이어야 하므로 } C = -47$$

$f(4) = 5$ 이므로 $g(f(4)) = 1$ 을 만족한다.

따라서 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 47$ 이므로 $f(1) = -13$ 이다.