

1. 곡선  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$  위의 점  $(-1, a)$ 에서의 접선의 방정식이  $y = mx + n$ 일 때, 세 상수  $a, m, n$ 에 대하여  $2a + m - n$ 의 값은?

[3.0 점]

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

2. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ 에 대하여 방정식  $|f(x)| = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4개가 되도록 하는 상수  $k$ 의 범위가  $p < k < q$ 일 때,  $q - p$ 의 값은? ( $p, q$ 는 상수)

[3.2 점]

- ① 2      ② 4      ③ 6  
④ 8      ⑤ 10

3. 함수  $f(x) = x^3 - x + 1$ 에 대하여 닫힌구간  $[0, 2]$ 에서 평균값 정리를 만족하는  $c$ 값은?

[2.8 점]

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1  
④  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       ⑤  $\frac{4}{3}$

4. 두 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ ,  $g(x) = -x^4 + 4x^3$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수  $k$ 의 최솟값은?

임의의 두 양수  $x_1, x_2$ 에 대하여  
 $f(x_1) \geq g(x_2)$ 이다.

[3.1 점]

- ① 23    ② 25    ③ 27  
④ 29    ⑤ 31

5. 어느 양계장에서 생산하는 닭고기 1kg의 가격  $x$ 원과 판매 총액  $y$ 원 사이에는

$$y = -4x^3 + 600x^2 \quad (0 < x < 150)$$

인 관계가 있다고 한다. 이때  $y$ 가 증가하는  $x$ 값의 범위가  $p < x \leq q$ 일 때,  $q - p$ 의 값은? ( $p, q$ 는 상수)

[3.4 점]

- ① 80    ② 90    ③ 100  
④ 110    ⑤ 120

6. 정적분  $\int_3^5 \frac{x^2 + 3x - 5}{x - 1} dx - \int_3^5 \frac{x - 2}{x - 1} dx$ 의 값은?

[2.9 점]

- ① 13    ② 14    ③ 15  
④ 16    ⑤ 17

7. 정적분  $\int_{-2}^1 (4x^3 + 3x^2 - 1)dx + \int_1^2 (4x^3 + 3x^2 - 1)dx$ 의 값은?

[3.1 점]

- ① 12    ② 13    ③ 14  
④ 15    ⑤ 16

8. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_{-1}^x f(t)dt = x^3 + ax + 3$$

을 만족할 때,  $a + f(2)$ 의 값은? ( $a$ 는 상수)

[3.0 점]

- ① 13    ② 14    ③ 15  
④ 16    ⑤ 17

9. 직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도  $v(t)$ 는

$$v(t) = t^2 - 2t$$

일 때, 시각  $t = 1$ 에서  $t = 5$ 까지의 점 P가 움직인 거리는?

[3.8점]

- ①  $\frac{52}{3}$     ② 18    ③  $\frac{56}{3}$   
④  $\frac{58}{3}$     ⑤ 20

10. 자연수  $n$ 에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수  $f(x)$ 의 극댓값을  $a_n$ 이라 하자.

(가)  $f(n) = 0$

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x+2n)f(x) \geq 0$ 이다.

$a_n \geq 100$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값은?

[4.0 점]

- ① 3    ② 4    ③ 5  
④ 6    ⑤ 7

11. 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 이 있다. 임의의 양수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq f'(t)(x-t) + f(t)$ 을 만족시키는 실수  $t$ 의 집합이  $\{t \mid p \leq t\}$ 일 때,  $p$ 의 값은?

[4.5 점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$   
④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

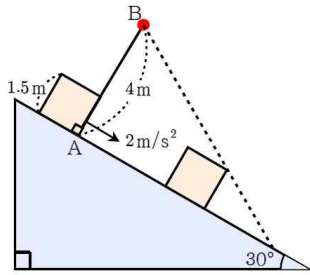
12. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x+2)f(x) = 2(x+1)^3 + x^2 - 2x + \int_1^x f(t)dt$ 를 만족할 때,

$f(3)$ 의 값은?

[4.1 점]

- ① 31    ② 33    ③ 35  
④ 37    ⑤ 39

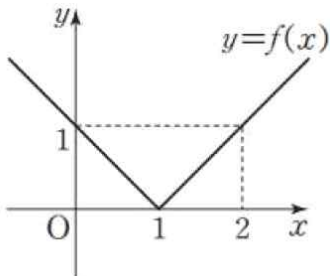
13. 그림과 같이  $30^\circ$ 의 경사가 진 언덕 위의 A지점에 높이가 4m인 가로등이 있다. 이 지점에 높이가 1.5m인 정사각형의 상자가 멈춰 있다가 미끄러지기 시작했다. 가속도가  $2\text{m/s}^2$ 로 일정하게 미끄러져 내려갈 때, 움직이기 시작하고 3초 후의 그림자 끝이 움직이는 속도는? (단, 경사의 길이는 충분하게 길다.)



[4.0 점]

- ①  $9\text{m/s}$       ②  $\frac{48}{5}\text{m/s}$       ③  $10\text{m/s}$   
 ④  $\frac{53}{5}\text{m/s}$       ⑤  $11\text{m/s}$

14. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 정적분  $\int_{-1}^3 (x-1)^2 f(x) dx$ 의 값은?



[4.2 점]

- ① 2      ② 4      ③ 6  
 ④ 8      ⑤ 10

15. 정의역이  $\{x \mid -2 \leq x \leq 6\}$  인 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $-2 \leq x \leq 2$ 에서  $f(x) = x^2 + 2x$  이다.

(나) 함수  $y = f(x)$  의 그래프는 직선  $x = 2$  에 대하여 대칭이다.

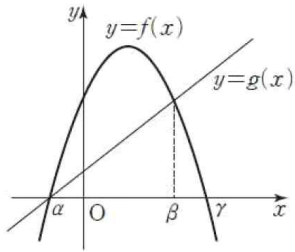
$\int_{-2}^4 |f(x)| dx$  의 값은?

[4.4 점]

①  $\frac{44}{3}$     ②  $\frac{46}{3}$     ③ 16

④  $\frac{50}{3}$     ⑤  $\frac{52}{3}$

16. 이차함수  $f(x)$  와 일차함수  $g(x)$  에 대하여 세 실수  $\alpha, \beta, \gamma$  가  $\alpha < 0, 1 < \beta < \gamma$  이고, 함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = g(x)$  가 그림과 같다.  $h(x) = \int_{\alpha}^x \{f(t) - g(t)\} dt$  라 할 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[ 보 기 ]

ㄱ.  $h(0) > 0$

ㄴ. 함수  $h(x)$  의 극댓값은  $h(\beta)$  이다.

ㄷ. 방정식  $h(x) = 0$  의 모든 실근의 곱은 양수이다.

[4.6 점]

① ㄱ    ② ㄱ, ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 삼차함수  $f(x) = x^3 - 2x$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합을  $S$ 라 하자.  
 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = mx (m > 0)$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합을  $S(m)$ 이라 할 때,  $\frac{S(m)}{S} = 9$ 을  
 만족시키는 상수  $m$ 의 값은?

[5.5점]

- ① 4    ② 6    ③ 8  
 ④ 10    ⑤ 12

18. 이차함수  $g(x) = x^2 + 2$ 에 대하여 최고차항의 계수가  $a$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때, 방정식  $g(f(x)) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는  
 2개이며, 서로 다른 두 실근의 차이는 3이다.  
 (나) 함수  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차이는 2이다.

$a$ 의 값은? (단,  $a > 0$ )

[5.3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1  
 ④ 2    ⑤ 3

19. 양수  $a$ 에 대하여 최고차항의 계수가 2인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \text{ 모든 실수 } x \text{에 대하여 } |(x-1)(x-2)|g(x) \\ = (x-1)(x-2)(|f(x)|-a) \text{이다.}$$

(나) 함수  $g(x)$ 는  $x=1, x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(6a)$ 의 값은?

[5.1 점]

①  $\frac{5}{2}$     ② 3    ③  $\frac{7}{2}$

④ 4    ⑤  $\frac{9}{2}$

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $x(t)$ 가 두 상수  $a, b$ 에 대하여

$x(t) = t(t-1)(at+b)$  ( $ab < 0$ )이다. 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도  $v(t)$ 가  $\int_0^1 |v(t)| dt = 4$ 를 만족시킬 때,

[보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[ 보 기 ]

ㄱ.  $\int_1^{-\frac{b}{a}} v(t) dt = 0$

ㄴ.  $|x(t_1)| > 2$ 인  $t_1$ 이 열린구간  $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ.  $v(1) < 0$ 이고,  $\int_0^{-\frac{b}{a}} |v(t)| dt = 8$ 일 때, 방정식  $v(t) = 0$ 의 두 실근의 곱은  $\frac{2}{3}$ 이다.

[6 점]

① ㄱ    ② ㄱ, ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 삼차함수  $f(x) = 2x^3 - 3(a+3)x^2 + 18ax + 22a$ 에 대하여 구간  $[0, \infty)$ 에서 부등식  $f(x) \geq 0$ 이 항상 성립하도록 하는  $a$ 의 범위를 구하시오. (단,  $a > 0$ )

[10 점]

22. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 방정식  $f'(x)=0$  이 닫힌구간  $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $g(t)=2$ 인  $t$ 의 값이 단 하나 존재한다.

(나)  $g(f(2))=g(f(5))=2, g(f(4))=1$

$f(1)$ 의 값을 구하시오.

[10 점]



1. [정답] ⑤

$$a = -(-1)^3 + 3(-1)^2 + 1 = 5$$

$y' = -3x^2 + 6x$ 이므로  $x = -1$  대입하면 기울기는  $-9$ 이므로 접선의 방정식은  $y = -9(x+1) + 5$ 이므로  $m = -9$ ,  $n = -4$ 이다. 따라서  $2a + m - n = 5$ 이다.

2. [정답] ④

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$ 이므로,  $x = -3$ 에서 극댓값  $20$ ,  $x = 1$ 에서 극솟값  $-12$ 를 가진다. 따라서,  $|f(x)| = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4개이기 위해서는  $12 < k < 20$ 이어야 한다.  $q - p = 8$

3. [정답] ④

$\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = f'(c)$ 를 만족하는  $c$ 가 열린구간  $(0, 2)$ 에 적어도 하나 존재하므로  $f(2) = 7$ ,  $f(0) = 1$ 를

대입하면  $3 = f'(c)$ 이다.  $f'(c) = 3c^2 - 1 = 3$ 이므로  $c = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이다.

4. [정답] ⑤

$x$ 가 양수일 때,  $f(x)$ 의 최솟값이  $g(x)$ 의 최댓값보다 커야한다.

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ 이므로  $x = 2$ 에서 최솟값을 가진다.  $f(2) = k - 4$

$g'(x) = -4x^3 + 12x^2 = -4x^2(x-3)$ 이므로  $x = 3$ 에서 최댓값을 가진다.  $g(3) = 27$

$f(2) \geq g(3)$ 이어야 하므로  $k - 4 \geq 27$ 을 만족해야 한다. 따라서  $k$ 의 최솟값은  $31$ 이다.

5. [정답] ③

$y' = -12x^2 + 1200x$ 이므로  $y'$ 의 부호가 양수인 범위는  $-12x^2 + 1200x \geq 0$ 이고 이를 풀면  $0 \leq x \leq 100$ 이고  $x = 0$ 은 범위에서 제외되므로 해는  $0 < x \leq 100$ 이다. 따라서  $q - p$ 는  $100$ 이다.

6. [정답] ②

(주어진 식)  $= \int_3^5 \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} dx$ 이므로  $\int_3^5 \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} dx = \int_3^5 (x+3) dx$ 이고

$$\int_3^5 (x+3) dx = \left[ \frac{1}{2}x^2 + 3x \right]_3^5 = 14 \text{이다.}$$

7. [정답] ①

(주어진 식)  $= \int_{-2}^2 (4x^3 + 3x^2 - 1) dx$ 이고  $\int_{-2}^2 4x^3 dx = 0$ 을 이용하면  $\int_{-2}^2 (3x^2 - 1) dx = [x^3 - x]_{-2}^2 = 12$

8. [정답] ④

주어진 식에  $x = -1$ 을 대입하면  $0 = (-1)^3 - a + 3$

이므로  $a = 2$ 이다.

양변을  $x$ 에 대하여 미분하면  $f(x) = 3x^2 + 2$ 이고,  $f(2) = 14$ 이다.  $a + f(2) = 16$

9. [정답] ③

$$\text{움직인 거리} = \int_1^5 |v(t)| dt$$

$$\int_1^5 |v(t)| dt$$

$$= \int_1^2 (2t - t^2) dt + \int_2^5 (t^2 - 2t) dt$$

$$= \left[ t^2 - \frac{1}{3} t^3 \right]_1^2 + \left[ \frac{1}{3} t^3 - t^2 \right]_2^5$$

$$= \frac{56}{3}$$

10. [정답] ①

(나) 조건을 만족시키기 위해서는  $(x+2n)f(x)$ 가 완전제곱식 꼴이어야 한다. 따라서 (가) 조건을 이용하면  $f(x) = (x-n)^2(x+2n)$ 이다.

$f'(x) = 3(x-n)(x+n)$ 이므로,  $x = -n$ 에서 극댓값을 가진다.  $a_n = f(-n) = 4n^3$ 이므로,  $4n^3 \geq 100$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값은 3이다.

11. [정답] ③

우변의 식은  $(t, f(t))$ 에서의 접선의 방정식이다.

임의의 양수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq f'(t)(x-t) + f(t)$ 를 만족시키기 위해서는  $x=0$ 에서의 접선의 방정식의 함숫값이  $f(0)$  값보다 이하여야 한다.

$$\text{접선의 방정식 : } y = (3t^2 - 6t)(x-t) + t^3 - 3t^2 + 4$$

$f(0) = 4$ 이므로  $-2t^3 + 3t^2 + 4 \leq 4$ 를 만족해야 하고,  $2t^3 - 3t^2 \geq 0$ 을 만족하는  $t$ 의 범위는  $t \geq \frac{3}{2}$ 이다.

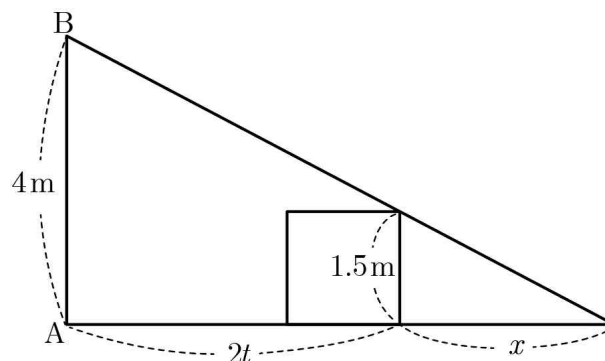
12. [정답] ②

주어진 식의 양변에  $x=1$ 을 대입하면  $3f(1) = 16 + 1 - 2 = 15$ 이므로  $f(1) = 5$ 이다.

이후 식의 양변을  $x$ 에 대해 미분하면  $(x+2)f'(x) + f(x) = 6(x+1)^2 + 2x - 2 + f(x)$ 이고, 따라서

$f'(x) = 6x + 2$ 이다.  $x$ 에 대해 적분하면  $f(x) = 3x^2 + 2x + c$ 이고,  $f(1) = 5$ 이므로  $c = 0$ 이다.  $f(3) = 33$

13. [정답] ②



$x:1.5=x+2t:4$ 를 만족하므로,  $x=\frac{6}{5}t$ 이고 그림자 끝의 시간에 따른 속도는  $\frac{6}{5}t+2t=\frac{16}{5}t$ 이므로  
 $t=3$ 에서의 속도는  $\frac{48}{5}$ m/s이다.

14. [정답] ④

$$\begin{aligned} \text{주어진 정적분의 값은 } & \int_{-1}^1 (x-1)^2(-x+1)dx + \int_1^3 (x-1)^2(x-1)dx \\ &= -\int_{-1}^1 (x-1)^3dx + \int_1^3 (x-1)^3dx \\ &= -\left[\frac{1}{4}(x-1)^4\right]_{-1}^1 + \left[\frac{1}{4}(x-1)^4\right]_1^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

15. [정답] ①

주어진 함수의 함숫값이  $-2 \leq x \leq 0$ 에서 음수이고,  $0 \leq x \leq 2$ 에서 양수이고  $x=2$ 에 대해 대칭이므로

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 |f(x)|dx &= -\int_{-2}^0 f(x)dx + 2\int_0^2 f(x)dx \text{ 이다.} \\ &= -\int_{-2}^0 (x^2+2x)dx + 2\int_0^2 (x^2+2x)dx \\ &= -\left[\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_{-2}^0 + 2\left[\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_0^2 \\ &= \frac{44}{3} \end{aligned}$$

16. [정답] ⑤

ㄱ.  $h(0) = \int_{\alpha}^0 \{f(t)-g(t)\}dt$  이므로 적분 범위에서  $f(t)-g(t) > 0$ 이므로  $h(0) > 0$ 이다.

ㄴ.  $h'(x) = f(x)-g(x)$  이므로  $x=\beta$ 에서 극댓값을 가진다.

ㄷ.  $h(x)$ 는  $x=\alpha$ 에서 극솟값을 가지고  $h(\alpha)=0$ 이다.  $x=\beta$ 에서는 극댓값을 가지고  $h(\beta) > 0$ 이다. 따라서  $h(x)=k(x-\alpha)^2(x-\delta)$ 이고 ( $k < 0$ 이고  $\delta$ 는  $\beta$ 보다 큰 실수),  $h(x)=0$ 을 만족시키는 모든 실근의 곱은 근과 계수의 관계에 의해  $-k\alpha^2\delta$ 이고  $k$ 가 음수이므로 모든 실근의 곱은 양수이다.

17. [정답] ①

$S = 2 \int_{-\sqrt{2}}^0 (x^3-2x)dx = 2$  이다.

$$\begin{aligned} S(m) &= 2 \int_0^{\sqrt{m+2}} \{(m+2)x-x^3\}dx \\ &= 2 \left[ \frac{1}{2}(m+2)x^2 - \frac{1}{4}x^4 \right]_0^{\sqrt{m+2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}(m+2)^2$$

$\frac{S(m)}{S} = 9$ 를 만족시키려면  $S(m) = 18$  이어야 하므로  $m = 4$ 이다.

18. [정답] ②

합성함수  $g(f(x))$ 의 최솟값은  $f(x) = 0$ 일 때 생기고,  $m = 2$ 이다. 따라서 문제 조건에 의해  $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2개이고 차가 3이므로 두 근을  $k, k+3$ 으로 놓으면 두 가지 경우가 존재한다.

(i)  $f(x)$ 가  $x = k$ 에서 극댓값을 가지고  $f(k) = 0$ 인 경우

$f(x) = a(x-k)^2(x-k-3)$ 으로 둘 수 있고,  $f'(x) = a(x-k)(3x-3k-6)$ 이므로  $x = k+2$ 에서 극솟값을 가지고  $f(k+2) = -4a$ 이므로 조건 (나)에 의해  $a = \frac{1}{2}$ 이다.

(ii)  $f(x)$ 가  $x = k+3$ 에서 극솟값을 가지고  $f(k+3) = 0$ 인 경우

$f(x) = a(x-k-3)^2(x-k)$ 으로 둘 수 있고,  $f'(x) = a(x-k-3)(3x-3k-3)$ 이므로  $x = k+1$ 에서 극댓값을 가지고  $f(k+1) = 4a$ 이므로 조건 (나)에 의해  $a = \frac{1}{2}$ 이다.

19. [정답] ④

$x < 1$  또는  $x > 2$ 의 경우  $g(x) = |f(x)| - a$ 이고,  $1 \leq x \leq 2$ 의 경우  $g(x) = a - |f(x)|$ 이다.  $x = 1, 2$ 에서 연속이어야 하므로  $|f(1)| = a, |f(2)| = a$ 이고,  $g(1) = 0, g(2) = 0$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)(|f(x)| - a)}{|(x-1)(x-2)|(x-1)}$$

이고 식을 간단히 하면  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{|(x-1)(x-2)|} \cdot \frac{|f(x)| - |f(1)|}{x-1}$  이고 미분이 가능하기 위해선 좌극한과

우극한의 값이 같아야 하므로  $f'(1) = 0$ 이다. 마찬가지로  $f'(2) = 0$ 이다.

$f'(x) = 6(x-1)(x-2)$  이고  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + c$  ( $c$ 는 상수),  $|f(1)| = |f(2)| = a$  이므로  $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ 이다.

$f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ 을 이용하면  $c = -\frac{9}{2}$ 이다.

$$f(1) = \frac{1}{2} = a \text{ 이고,}$$

$$g(6a) = g(3) = |f(3)| - \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$f(3) = \frac{9}{2} \text{ 이므로 정답은 4이다.}$$

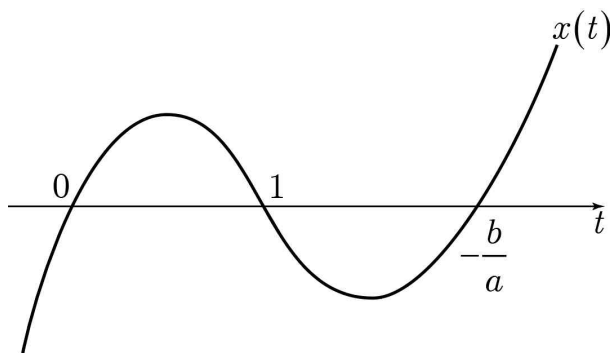
20. [정답] ③

ㄱ. 위치의 변화량이 0이므로 적분값도 0이다.

ㄴ. (+ 이동) + (- 이동) = 4 이고,  $\int_0^1 v(t)dt = 0$ 에서 (+ 이동) - (- 이동) = 0 이므로 각각 2씩이다. 따라서  $|x(t_1)| > 2$ 인  $t_1$ 은 존재하지 않는다.

ㄷ.  $\int_0^1 |v(t)|dt = 4$  이고,  $\int_0^{-\frac{b}{a}} |v(t)|dt = 8$  이므로  $-\frac{b}{a} > 1$  이고,

$v(t) = (t-1)(at+b) + t(at+b) + at(t-1)$  에서  $v(1) = a+b$  이므로  $a+b < 0$  이다. 따라서  $a > 0$ ,  $b < 0$  이다.  
 $x(t)$  그래프 개형은 아래 그림과 같다.



$\int_0^{-\frac{b}{a}} |v(t)| dt = 8$  이므로  $-\frac{b}{a} = 2$  임을 알 수 있고,  $b = -2a$  를  $v(t)$  식에 대입하면  $v(t) = 3at^2 - 6at + 2a$  이고  
 $v(t) = 0$  을 만족하는 실근의 곱은  $\frac{2}{3}$  이다.

21. [정답]  $\frac{27}{49} \leq a \leq 11$

$$f'(x) = 6x^2 - 6(a+3)x + 18a$$

$$= 6(x-a)(x-3)$$

(i)  $0 < a < 3$

$x = 3$  에서 극솟값을 가지므로  $f(3) \geq 0$  을 만족해야 하므로  $f(3) = 49a - 27 \geq 0$ ,  $\frac{27}{49} \leq a < 3$

(ii)  $a = 3$

$f'(x) = 6(x-3)^2 \geq 0$  이므로  $[0, \infty)$  에서 증가한다.  $f(0) = 22a > 0$  이므로 주어진 범위에서  $f(x) \geq 0$  을 만족한다.

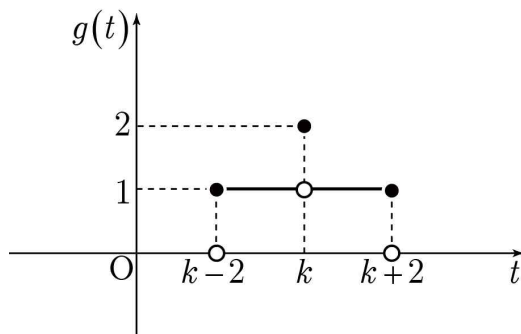
(iii)  $a > 3$

$x = a$  에서 극솟값을 가지므로  $f(a) \geq 0$  을 만족해야 한다.  $f(a) = -a^3 + 9a^2 + 22a$  이고 인수분해 하면  
 $f(a) = -a(a-11)(a+2) \geq 0$  을 만족해야 하므로  $a \leq 11$  이어야 한다.

(i), (ii), (iii)에 의해  $\frac{27}{49} \leq a \leq 11$

22. [정답]  $-13$

$f'(x) = 0$  의 두 실근을  $k, k+2$  라고 하면 조건 (가)에 의해  $g(t)$  의 그래프 개형은 아래 그림과 같다.



조건 (나)에 의해서  $f(2) = f(5) = k$  이고,



$f(x)-k=0$ 의 두 근이 2, 5이다.

$f'(x)=3(x-k)(x-k-2)$ 를 적분하면

$$f(x)=x^3-(3k+3)x^2+(3k^2+6k)x+C$$

( $C$ 는 적분 상수)

$f(2)=f(5)$ 임을 이용하면  $k=2, k=3$

(i)  $k=2$ 인 경우

$f(x)=x^3-9x^2+24x+C$ 이고  $f(2)=2$ 이어야 하므로  $C=-18$

$f(4)=-2$ 이므로  $g(f(4))=0$ 이라 성립하지 않는다.

(ii)  $k=3$ 인 경우

$f(x)=x^3-12x^2+45x+C$ 이고  $f(2)=3$ 이어야 하므로  $C=-47$

$f(4)=5$ 이므로  $g(f(4))=1$ 을 만족한다.

따라서  $f(x)=x^3-12x^2+45x-47$ 이므로  $f(1)=-13$ 이다.