Алгоритмы с возвратом

1. У игрока имеется набор костей домино (необязательно полный). Найти последовательность выкладывания этих костей таким образом, чтобы получившаяся в результате цепочка была максимальной длины.

2. Дан набор костей домино. Определить последовательность ходов двух игроков, которые приведут к «рыбе» (ситуация, в которой у двух игроков есть кости, но ни один не может сделать ход).

3. Задана квадратная матрица размером $N \times N,$ которая содержит целые числа от 0 до 6. Костью домино можно накрыть две соседние ячейки матрицы (горизонтальные или вертикальные), если числа на кости совпадают с числами в ячейках. Проверить, можно ли заданную матрицу накрыть одним комплектом костей домино.

4. Задана квадратная матрица размером $N \times N,$ которая содержит целые числа от 0 до 6. Костью домино можно накрыть две соседние ячейки матрицы (горизонтальные или вертикальные), если числа на кости совпадают с числами в ячейках. Какое минимальное количество комплектов домино необходимо, чтобы построить заданную матрицу?

5. Дан набор костей домино, часть из которых выложена на столе, а остальные находятся у двух игроков. Необходимо определить, существует ли последовательность ходов, при которой второй игрок вынужден пропустить ход из-за отсутствия необходимых костей. Игроки ходят по очереди. Игру начинает первый игрок.

6. Лабиринт представлен матрицей $N \times M.$ Стены в лабиринте обозначены 1, проходы – 0. Определить, можно ли из заданной клетки попасть в другую заданную клетку.

7. Лабиринт представлен матрицей $N \times M.$ Стены в лабиринте обозначены 1, проходы – 0. Найти все возможные варианты путей выхода из лабиринта без пересечений.

8. Найти все вершины графа, недостижимые из заданной.

9. Раскрасить граф минимальным количеством цветов. Каждая вершина должна быть помечена цветом, отличным от цвета смежных вершин.

10. Определить, является ли связанным заданный граф.

11. Найти длину кратчайшего цикла в графе.

12. Определить вершину, удалением которой можно свести граф к дереву.

13. Найти вершину графа, которая принадлежит каждому пути между двумя заданными вершинами.

14. Задана система односторонних дорог. Найти путь, соединяющий города А и Б и не проходящий через заданное множество вершин.

15. В игре на ориентированном графе два игрока поочередно накрывают белыми и черными фишками вершины. Ход является допустимым, если в заданную вершину ведет дуга из вершины, в которой располагается фишка противоположного цвета. Первым ходом белые накрываю любую вершину. Проигрывает тот, кто не может сделать очередного хода. Определить, является ли начальная комбинация выигрышной для белых.

16. Задана система двусторонних дорог. Найти замкнутый путь, проходящий через каждую вершину и длиной не более N км.

17. Задана система двусторонних дорог. Найти город, для которого сумма расстояний до других городов минимальна.

18. Задана система двусторонних дорог. Определить, есть ли город, из которого можно добраться в любой другой, проехав меньше N км. Разрешается дополнительно построить три дороги.

19. Задана система двусторонних дорог. Определить, можно ли, закрыв какие-либо три из них, добиться того, чтобы из города A нельзя было попасть в город $Б$.

20. Задана система двусторонних дорог. N-периферией называется множество городов, расстояние от которых до выделенного города больше N. Определить N-периферию для заданного N.

21. Определить, изоморфны ли два графа.

22. Дан граф. Определить последовательность вершин, через которые необходимо пройти, чтобы нарисовать этот граф, не отрывая карандаш от бумаги. Каждая дуга проходится только один раз.

23. Построить такой многоугольник (необязательно выпуклый) с вершинами в заданном множестве, периметр которого максимален.

24. Найти минимальное множество прямых, на которых можно разместить все точки заданного множества.

25. В двумерном пространстве задано множество точек. Найти разбиение этого множества на два непустых непересекающихся множества, чтобы их центры тяжести находились как можно ближе друг к другу.

26. В двумерном пространстве задано множество точек. Найти множество, содержащее N точек, центр тяжести которого находится как можно ближе к началу координат.

27. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти наименьшее количество ферзей и их расстановку, при которой все поля доски, занятые фигурами противоположного цвета, находятся под ударом.

28. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти наименьшее количество фигур «конь» и их расстановку, при которой все поля доски, занятые фигурами противоположного цвета, находятся под ударом.

29. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти наименьшее количество фигур «слон» и их расстановку, при которой все поля доски, занятые фигурами противоположного цвета, находятся под ударом.

30. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти наименьшее количество фигур «ладья» и их расстановку, при которой все поля доски, занятые фигурами противоположного цвета, находятся под ударом.

31. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти кратчайший по количеству ходов путь ладьи, позволяющий попасть из одной клетки в другую. Фигуры противоположного цвета можно «бить».

32. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти кратчайший по количеству ходов путь ферзя, позволяющий попасть из одной клетки в другую. Фигуры противоположного цвета можно «бить».

33. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти кратчайший по количеству ходов путь фигуры «конь», позволяющий попасть из одной клетки в другую. Фигуры противоположного цвета можно «бить».

34. Для шахматного поля размером $N \times N$, на котором расставлены черные и белые фигуры, найти кратчайший по количеству ходов путь фигуры «слон», позволяющий попасть из одной клетки в другую. Фигуры противоположного цвета можно «бить».

35. Дан набор слов. Составить из них цепочку максимальной длины по количеству слов (или по количеству букв). Цепочка образуется, если первая буква следующего слова совпадает с последней буквой предыдущего слова. Повторно использовать слова нельзя.

36. Дан набор слов. Составить из них кольцо максимальной длины по количеству букв, содержащих одинаковое количество гласных и согласных букв. Цепочка образуется, если первая буква следующего слова совпадает с последней буквой предыдущего слова. Повторно использовать слова нельзя.

37. В игре «Балда» для заданной конфигурации букв и заданного набора слов определить последовательность ходов указанной длины, которая принесет первому игроку наибольшее количество очков.

38. По двум конвейерам двигаются молочные бутылки. Для каждой бутылки известно время заполнения и закупоривания. Найти расстановку бутылок, при которой время обработки минимально.

39. Задача о пробирках. Даны три пробирки объемом 100 мл. Две из них имеют шкалу рисок. Уровни рисок указываются пользователем. Определить, возможен ли переход из начального состояния (100 мл, 0 мл, 0 мл) путем переливания жидкости из одной пробирки в другую в состояние (_ мл, _ мл, 1 мл) (в пробирке с рисками — произвольное количество миллилитров, а в пробирке без рисок — 1 мл).

40. Задача о рюкзаке. Дано N предметов, у каждого есть вес и цена. Предложить набор предметов максимальной стоимости, помещающихся в рюкзак весом V.

41. Задача о рюкзаке. Дано N предметов, у каждого есть вес и цена. Предложить такой набор предметов, чтобы их суммарная стоимость была не менее S, а суммарный вес не превосходил V.

42. Раскраска карты. Имеется географическая карта, на которой расположено N стран. Каждую страну надо раскрасить в один из K цветов так, чтобы соседние страны были раскрашены в разные цвета.

43. Пусть n красных и n синих точек на плоскости заданы своими координатами. Построить n отрезков с разноцветными концами, суммарная длина которых минимальна (каждая точка является концом только одного отрезка).

44. Расстановка знаков. Дано целое число m. Дан набор цифр, например 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (порядок следования цифр изменять нельзя). Расставить знаки «+» и «–» так, чтобы значение получившегося выражения было равно m. Например, m=122, то подойдет выражение 12+34–5–6+78+9. Если расставить знаки требуемым способом невозможно, то сообщить об этом.

45. Минимальный путь. Дан треугольник чисел, например,

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 7 & & & & \\ & & & 3 & & 8 & & & \\ & & 8 & & 1 & & 0 & & \\ & 2 & & 7 & & 4 & & 4 & \\ 4 & & 5 & & 2 & & 6 & & 5 \end{array}$$

Требуется вычислить наименьшую сумму чисел на пути от верхней точки треугольника до основания. При этом:

- каждый шаг на пути может осуществляться вниз и влево или вниз и вправо;
- число строк в треугольнике больше 1 и меньше 100;
- треугольник составлен из чисел от 0 до 99.

46. В длинную деревянную рейку вбили несколько гвоздей. Некоторые пары гвоздей связываются веревочками так, чтобы выполнялись следующие условия:

- к каждому гвоздю была привязана хотя бы одна веревочка;
- суммарная длина веревочек была бы минимальной.

47. Квадрат размером 5×5 вдоль линий разбили на несколько фигурок. Определить, можно ли переложить часть фигурок так, чтобы снова получился квадрат размером 5×5. При перекладывании не разрешается поворачивать и переворачивать фигурки.

Квадрат задается символьной (заглавные буквы латинского алфавита) матрицей 5×5. Каждая буква в матрице означает идентификатор фигурки.

48. В океане расположен архипелаг из N островов, каждый из которых имеет форму многоугольника. Острова не соприкасаются и не пересекаются. Эти острова необходимо соединить между собой мостами так, чтобы от любого острова архипелага можно было добраться до любого другого. Каждый мост должен соединять пару островов, при этом суммарная длина мостов должна быть минимальной.

Каждый остров задается числом вершин и их координатами в порядке обхода по часовой стрелке. Программа должна вывести два числа – количество мостов и их суммарную длину.

49. *Разбиение*. Массив натуральных чисел A разбить на два непересекающихся массива B и C (каждый элемент массива должен попасть точно в один из двух массивов: B или C), так чтобы сумма чисел в B равнялась сумме чисел в C.

50. В массиве $Z(n)$ найти наибольшую по количеству элементов арифметическую прогрессию (элементы прогрессии могут стоять в массиве в произвольном порядке).

51. Удалить из заданного числового массива наименьшее число элементов так, чтобы оставшиеся составили возрастающую последовательность (не меняя их порядок следования).

52. *Касса*. Массив $K(n)$ содержит значения (номиналы) денежных знаков (купюр и монет) некоторой валютной системы; $L(n)$ – количество знаков каждого достоинства в кассе. Массив $S(m)$ – ведомость выдачи зарплаты; известно, что $\sum_{i=1}^{m} S_i \le \sum_{j=1}^{n} K_j L_j$, то есть касса платежеспособна. Реализовать выдачу зарплаты, то есть найти количество знаков каждого достоинства для каждого работника или показать, что без сдачи это сделать невозможно.

53. *Задача о раскрое*. Из прямоугольника размером $a \times b$ требуется вырезать возможно большее число прямоугольников размером $c \times d$. Найти оптимальный вариант раскроя.

54. Из элементов массива $A(2n)$ сформировать два «почти ортогональных» массива $B(n)$ и $C(n)$, то есть таких, чтобы модуль скалярного произведения их был минимален.

55. Дана матрица $A(m,n)$, состоящая из нулей и единиц. Нули обозначают море, группа соседних единиц – остров. Вычислить количество островов.

56. Дана матрица $A(m,n)$, состоящая из нулей и единиц. Нули обозначают море, группа соседних единиц – остров. Найти площадь самого большого острова.

57. В матрице $A(m,n)$, состоящей из нулей и единиц, найти самый большой квадрат (квадратную подматрицу), состоящий целиком из нулей.