ВОЕННО-КОСМИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ
имени А.Ф. Можайского

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

по дисциплине:
АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ УСТРОЙСТВА

Выполнил:
курсант _______ учебной группы
ряюовой Иванов С.С.
«____» ______________ 2022 г.

Проверил:
Заместитель начальника 31 кафедры
полковник Савочкин П.В.
«____» ______________ 2022 г.

Оценка:

Санкт-Петербург
2022

Задание:

1. Рассчитать профиль однозеркальной параболической антенны и диаграмму направленности облучателя. Привести соответствующий рисунок, совместив диаграмму направленности облучателя с антенной. Вычислить угол полураскрыва ψ_0.

2. Рассчитать апертурным методом характеристику направленности однозеркальной параболической антенны.

3. Построить диаграмму направленности однозеркальной параболической антенны и определить её ширину на уровне половинной мощности и уровень боковых лепестков.

Исходные данные:

- радиус параболоида $R_{\text{П}} = 1 м$;
- фокальное расстояние $f = 0,6 м$;
- длина волны $\lambda = 1 м$;
- характеристика направленности облучателя $F(\psi) = \dfrac{1+\cos\psi}{2}$.

Литература:

1. Антенные решетки: учеб. пособие/ В.И. Невзоров, П.В. Савочкин, К.В. Бакурский; под общ. ред. канд. техн. наук, доцента В.И. Невзорова. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2013. – 105 с.
2. Расчет и проектирование антенн: учебное пособие/ А.М. Грибов, А.Г. и др. – Л.: ВИКИ им. А.Ф. Можайского, 1996.

Выполнение работы

1.1 Рассчитаем профиль зеркала.

В декартовых координатах профиль параболоида определяется выражение:

$$z(x) = \frac{x^2}{4f}\ .$$

Примем шаг по координате x равным $\Delta x = 0,2R_{\Pi}$. Тогда

$$\Delta x = 0,2 \cdot 1 = 0,2\textit{м}\ .$$

Составим таблицу зависимости $z(x)$:

x, *м*	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
z, *м*	0	0,02	0,07	0,15	0,27	0,42

$$z(x_1) = \frac{x^2}{4f} = \frac{(0,2)^2}{4 \cdot 0,6} = \frac{0,04}{2,4} = 0,02(\textit{м});$$

$$z(x_2) = \frac{(0,4)^2}{2,4} = 0,07(\textit{м});$$

$$z(x_3) = \frac{(0,6)^2}{2,4} = 0,15(\textit{м});$$

$$z(x_4) = \frac{(0,8)^2}{2,4} = 0,27(\textit{м})$$

$$z(x_5) = \frac{(1,0)^2}{2,4} = 0,42(\textit{м})$$

1.2 Проведем расчет диаграммы направленности облучателя.

$$F(\psi) = \frac{1+\cos\psi}{2}$$

Примем шаг по углу $\Delta\psi = 10°$.

Составим таблицу зависимости $F(\psi)$ на интервале углов $\psi = \overline{0,90}°$:

ψ, *град*	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$F(\psi)$	1	0,99	0,97	0,93	0,88	0,82	0,75	0,67	0,58	0,5
$F_0(\psi)$	0,6	0,59	0,58	0,55	0,52	0,49	0,45	0,40	0,34	0,30

$$F(\psi_1) = \frac{1+\cos 0°}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1;$$

$$F(\psi_2) = \frac{1+\cos 10°}{2} = \frac{1+0,98}{2} = \frac{1,98}{2} = 0,99;$$

$$F(\psi_3) = \frac{1+\cos 20°}{2} = 0,97;$$

$$F(\psi_4) = \frac{1+\cos 30°}{2} = 0,93;$$

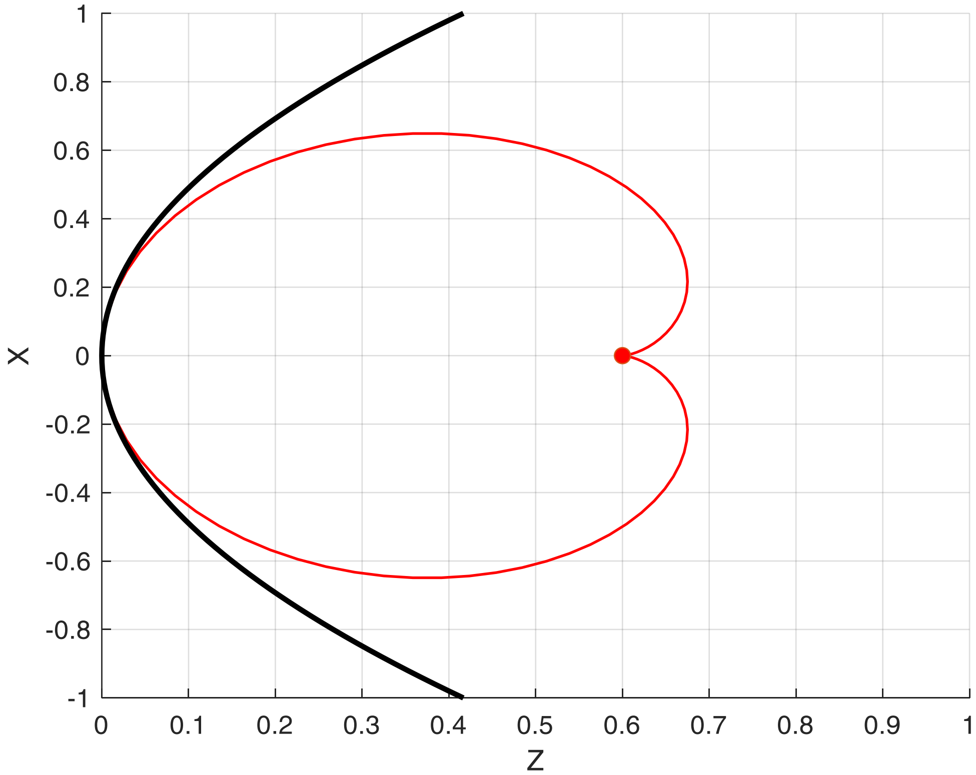
$$F(\psi_5) = \frac{1+\cos 40°}{2} = 0,88;$$

$$F(\psi_6) = \frac{1+\cos 50°}{2} = 0{,}82;$$
$$F(\psi_7) = \frac{1+\cos 60°}{2} = 0{,}75;$$
$$F(\psi_8) = \frac{1+\cos 70°}{2} = 0{,}67;$$
$$F(\psi_9) = \frac{1+\cos 80°}{2} = 0{,}58;$$
$$F(\psi_{10}) = \frac{1+\cos 90°}{2} = 0{,}5.$$

Для построения совмещенного рисунка произведем нормировку диаграммы направленности облучателя к фокусному расстоянию параболоида.

$$F_0(\psi) = \frac{f \cdot F(\psi_i)}{F_{\max}} = f \cdot F(\psi_i).$$

1.3 Построим профиль зеркала и диаграмму направленности облучателя.



1.4 Вычислим угол полураскрыва.

Угол полураскрыва определим из формулы, связывающей уравнение параболы в полярной и декартовой координатах:

$$\frac{x}{2f} = tg\frac{\psi}{2}.$$

Угол полураскрыва ψ_0 – это максимальный угол, с которого может падать луч и отразиться от зеркала в пространство, то $x = R_{\Pi}$, следовательно:

$$\frac{R_{\Pi}}{2f} = tg\frac{\psi_0}{2}.$$

Выразим из этой формулы ψ_0;

$$\psi_0 = 2arctg\frac{R_{\Pi}}{2f} = 2arctg\frac{1}{2\cdot 0,6} = 79,61°.$$

2.1 Произведем расчёт нормированного распределения поля на нормированной апертуре $A(x)$:

$$A(x) = \frac{F(\psi)}{\rho(\psi)} f.$$

Учитывая, что профиль зеркала в полярной системе координат описывается уравнением $\rho(\psi) = \frac{2f}{1+\cos\psi}$, последнее выражение переписывается в виде:

$$A(R) = \frac{1+\cos\psi}{2} F(\psi).$$

Причём между нормированной координатой R и углом Ψ существует связь, определяемая с помощью выражения:

$$R = \frac{x}{R_{\Pi}},$$

где $\frac{x}{2f} = tg\frac{\psi}{2}$. Следовательно: $R = \frac{2f}{R_{\Pi}} \cdot tg\frac{\psi}{2}$.

Примем шаг по углу $\Delta\psi = \frac{\psi_0}{5} = \frac{79,61}{5} = 15,922°$.

Составим таблицу:

ψ, град	$x = 2f \cdot tg\frac{\psi}{2}$	$R = \frac{x}{R_{\Pi}}$	$A(R)$
0	0	0	1
15,922	0,17	0,17	0,96
31,844	0,34	0,34	0,85
47,766	0,53	0,53	0,70
63,688	0,74	0,74	0,52
79,61	1,0	1,0	0,35

$x_1 = 2f \cdot tg\frac{\psi}{2} = 2\cdot 0,6 \cdot tg\frac{0}{2} = 0$;

$$x_2 = 2f \cdot tg\frac{\psi}{2} = 2 \cdot 0,6 \cdot tg\frac{15,922}{2} \cong 0,17;$$

$$x_3 = 2 \cdot 0,6 \cdot tg\frac{31,844}{2} \cong 0,34;$$

$$x_4 = 2 \cdot 0,6 \cdot tg\frac{47,766}{2} \cong 0,53;$$

$$x_5 = 2 \cdot 0,6 \cdot tg\frac{63,688}{2} \cong 0,74;$$

$$x_6 = 2 \cdot 0,6 \cdot tg\frac{79,61}{2} = 1.$$

$$R_1 = \frac{x_1}{R_П} = \frac{0}{1} = 0;$$

$$R_2 = \frac{0,17}{1} = 0,17;$$

$$R_3 = \frac{0,34}{1} = 0,34;$$

$$R_4 = \frac{0,53}{1} = 0,53;$$

$$R_5 = \frac{0,74}{1} = 0,74;$$

$$R_6 = \frac{1}{1} = 1.$$

$$A_1(R) = \frac{1+\cos\psi}{2}F(\psi) = \frac{1+\cos\psi}{2} \cdot \frac{1+\cos\psi}{2} = \frac{(1+\cos\psi)^2}{4} = \frac{(1+\cos(0°))^2}{4} = 1;$$

$$A_2(R) = \frac{(1+\cos\psi)^2}{4} = \frac{(1+\cos(15,922°))^2}{4} = 0,96;$$

$$A_3(R) = \frac{(1+\cos(31,844°))^2}{4} = 0,85;$$

$$A_4(R) = \frac{(1+\cos(47,766°))^2}{4} = 0,7;$$

$$A_5(R) = \frac{(1+\cos(63,688°))^2}{4} = 0,52;$$

$$A_6(R) = \frac{(1+\cos(79,61°))^2}{4} = 0,35.$$

2.2 Произведем аппроксимацию функции $A(R)$ полиномом $Q(R) = a_0 + a_1(1-R^2) + a_2(1-R^2)^2 \cong A(R)$.

Для определения коэффициентов a_0 выберем на графике три узловых точки: $R_0 = 0; R_1 = 0,5; R_2 = 1$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} A(R_0) = a_0 + a_1(1 - R_0^2) + a_2(1 - R_0^2)^2 = a_0 + a_1(1 - 0^2) + a_2(1 - 0^2)^2 = a_0 + a_1 + a_2 = 1 \\ A(R_1) = a_0 + 0,75a_1 + 0,5625a_2 = 0,72 \\ A(R_2) = a_0 = 0,35 \end{cases}.$$

Из данной системы уравнений найдем коэффициенты a_0, a_1, a_2:

$a_0 = A(R_2) = 0,35$;

$$a_1 = \frac{A(R_1) - 0,4375a_0 - 0,5625}{0,1875} = \frac{0,72 - 0,4375 \cdot 0,35 - 0,5625}{0,1875} = 0,023;$$

$a_2 = 1 - a_0 - a_1 = 1 - 0,35 - 0,023 = 0,627$.

Рассчитаем полином $Q(R)$:

$Q(R) = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - R^2) + 0,627 \cdot (1 - R^2)^2$.

Примем шаг $\Delta R = 0,2$ и сведем расчеты в таблицу:

R	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$Q(R)$	1	0,95	0,81	0,62	0,44	0,35

$$Q(R_1) = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - R_1^2) + 0,627 \cdot (1 - R_1^2)^2 = \\ = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - 0^2) + 0,627 \cdot (1 - 0^2)^2 = 1;$$

$Q(R_2) = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - 0,2^2) + 0,627 \cdot (1 - 0,2^2)^2 = 0,95$;

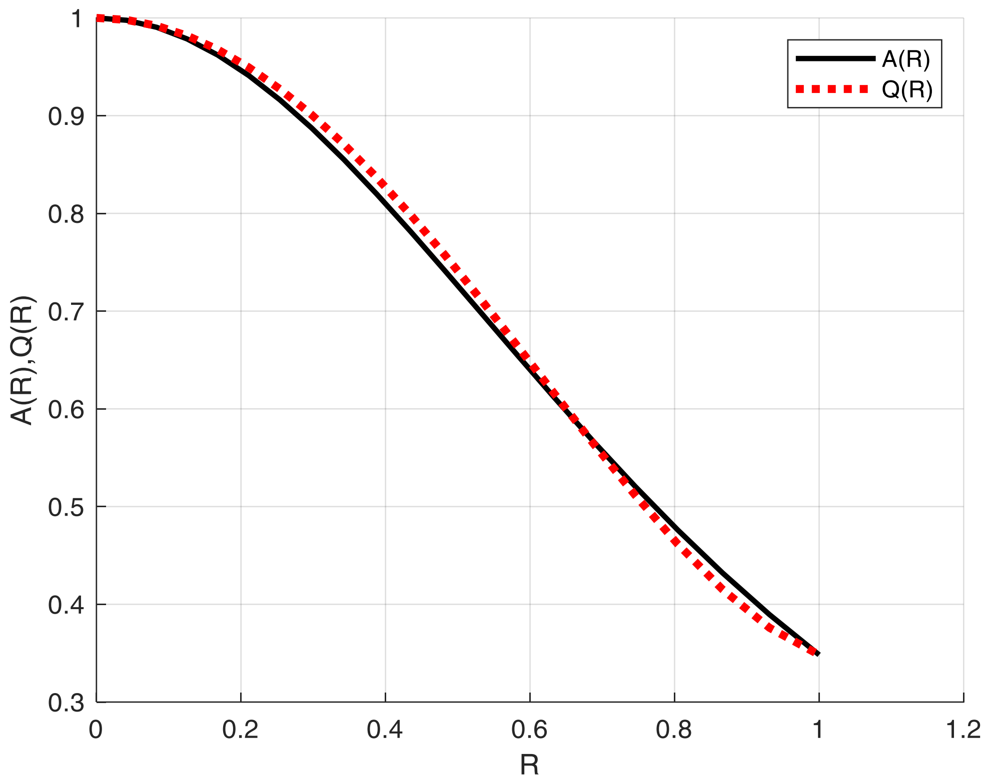
$Q(R_3) = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - 0,4^2) + 0,627 \cdot (1 - 0,4^2)^2 = 0,81$;

$Q(R_4) = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - 0,6^2) + 0,627 \cdot (1 - 0,6^2)^2 = 0,62$;

$Q(R_5) = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - 0,8^2) + 0,627 \cdot (1 - 0,8^2)^2 = 0,44$;

$Q(R_6) = 0,35 + 0,023 \cdot (1 - 1^2) + 0,627 \cdot (1 - 1^2)^2 = 0,35$.

Построим графики $A(R)$ и $Q(R)$.



Как видно из графиков исходные и аппроксимированные значения практически совпадают.

2.3 Построим диаграмму направленности зеркальной антенны.
Из общей теории апретрурных антенн известно, что распределению поля вида $E_0 a_n (1-R^2)^n$ соответствует поле излучения круглой апертуры в дальней зоне вида:

$$\dot{E}(r,\theta,\varphi)=\sum_{n=0}^{N}\dot{E}_n(r,\theta,\varphi)=j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\dot{E}_{\max}S\sum_{n=0}^{N}\frac{1+\cos\theta}{2}\frac{a_n}{n+1}\Lambda_{n+1}(u),$$

где $u=kR_{\Pi}\sin\theta$ – обобщенная угловая координата ($k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число).
Сумма в данном выражении представляет собой ненармированную характеристику направленности по комплексной амплитуде поля:

$$\dot{f}(\theta,\varphi)=\sum_{n=0}^{N}\frac{1+\cos\theta}{2}\frac{a_n}{n+1}\Lambda_{n+1}(u).$$

Нормированная характеристика направленности будет определяться следующим выражением:

$$\dot{F}(\theta,\varphi)=\frac{\dot{f}(\theta,\varphi)}{f_{\max}}=\frac{1+\cos\theta}{2}\frac{\sum\limits_{n=0}^{N}\frac{a_n}{n+1}\Lambda_{n+1}(u)}{\sum\limits_{n=0}^{N}\frac{a_n}{n+1}}.$$

Так как мы выбрали при расчете полинома $N = 2$, то выражение для нормированной характеристика направленности перепишем в следующим виде:

$$F(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{a_0\Lambda_1(u) + \dfrac{a_1}{2}\Lambda_2(u) + \dfrac{a_2}{3}\Lambda_3(u)}{a_0 + \dfrac{a_1}{2} + \dfrac{a_2}{3}}.$$

Ширина диаграммы направленности по половинной мощности для оптимальной параболической антенны определяется формулой:

$$2\theta_{0,5}^0 \cong 73\frac{\lambda}{2R_{\Pi}} \cong 73\frac{0,01}{2\cdot 1} \cong 0,365^0,$$

Следовательно для расчета ширины диаграммы направленности выберем значения угла θ в интервале $[0\ldots1]^0$ с шагом $0,1^0$.

Для упрощения расчетов составим таблицу:

θ	$\sin\theta$	$u = \frac{2\pi}{\lambda}R_{\Pi}\sin\theta$	$\Lambda_1(u)$	$\Lambda_2(u)$	$\Lambda_3(u)$	$F(\theta)$
0	0	0	1	1	1	1
0,1	0,0017	1,0966	0,8570	0,9034	0,9270	0,8828
0,2	0,0035	2,1932	0,5078	0,6548	0,7331	0,5905
0,3	0,0052	3,2899	0,1366	0,3538	0,4815	0,2623
0,4	0,0070	4,3865	-0,0906	0,1057	0,2449	0,0298
0,5	0,0087	5,4830	-0,1248	-0,0298	0,0758	-0,0554
0,6	0,0105	6,5796	-0,0398	-0,0575	-0,0098	-0,0332
0,7	0,0122	7,6762	0,0459	-0,0261	-0,0293	0,0155
0,8	0,0140	8,7727	0,0606	0,0096	-0,0158	0,0323
0,9	0,0157	9,8692	0,0153	0,0208	0,0013	0,0119
1,0	0,0175	10,9657	-0,0312	0,0097	0,0081	-0,0149

$\sin(0^0) = 0$;

$\sin(0,1^0) \cong 0,0017$;

$\sin(0,2^0) \cong 0,0035$;

$\ldots$

$\sin(1^0) \cong 0,0175$.

$$u_1 = \frac{2\pi}{\lambda}R_{\Pi}\sin(0^0) = \frac{2\pi}{0,01}\cdot 1\cdot 0 = 0;$$

$$u_2 = \frac{2\pi}{\lambda}R_{\Pi}\sin(0,1^0) = \frac{2\pi}{0,01}\cdot 1\cdot 0,0017 \cong 1,0966;$$

$\ldots$

$$u_{10} = \frac{2\pi}{\lambda}R_{\Pi}\sin(1^0) = \frac{2\pi}{0,01}\cdot 1\cdot 0,0175 \cong 10,9657.$$

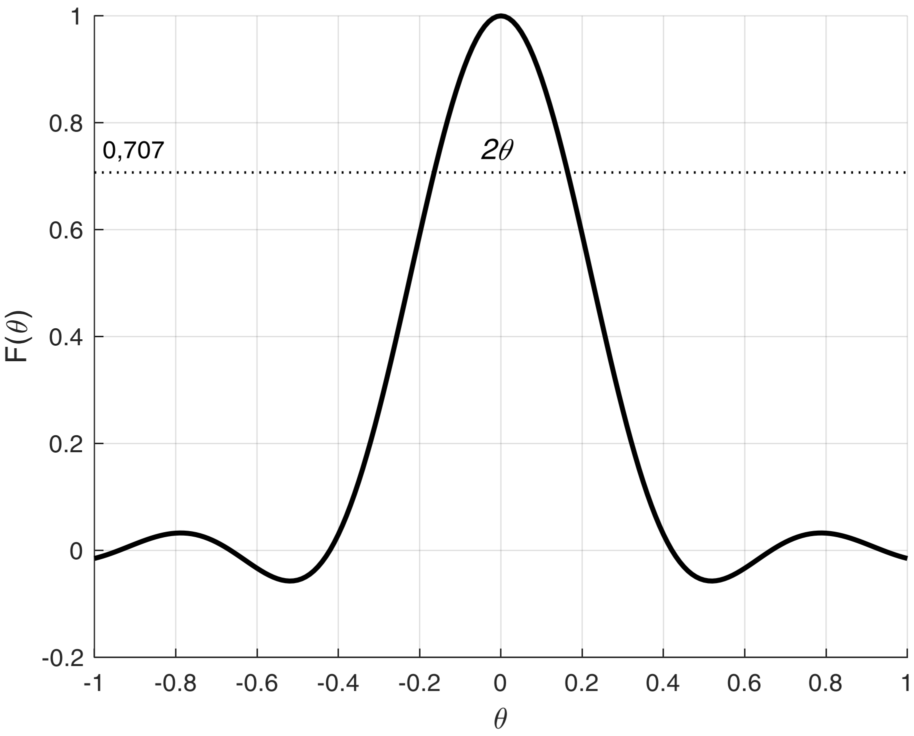
Лямбда функция n-го порядка рассчитывается по формуле:

$$\Lambda_n(u) = n!2^n \frac{J_n(u)}{u^n},$$

где J_n – функция Бесселя *n*-го порядка.

(Рассчитать и записать выражения с числовыми значениями).

На основе рассчитанных значений изобразим диаграмму направленности однозеркальной параболической антенны (с учетом симметрии относительно начала координат):



Как видно из рисунка уровню 0,707 по амплитуде (что соответствует ширине диаграммы направленности по половинной мощности) соответствует ширина диаграммы направленности $2\theta^0_{0,5} \approx 0{,}33^0$, уровень боковых лепестков соответствует наибольшему уровню бокового лепестка: $УБЛ \approx 0{,}057$.

Вывод:

В результате выполнения работы был рассчитан профиль однозеркальной параболической антенны и построена ее диаграмма направленности. По диаграмме направленности была определена ее ширина на уровне половинной мощности. Её значение совпадает с теоретическим с погрешностью 0,035, что составляет менее 9,5%. Так как различие между теоретическим и полученным значение составляет менее 10%, то расчеты произведены корректно. Погрешность расчетных значений связана с округлением промежуточных значений и с неточностью определения ширины по графикам.