Alberto Tarrasa Martín

HOJA DE EJERCICIOS 2: Lógica de predicados EDyL 2022-2023

NOTA: Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

EJERCICIO 1.

Considera la ontología:

- Constantes: 0 (número natural)
- Variables: m, n, l (números naturales)
- Predicados:

Nombre	Aridad	Descripción
D	2	D(m,n) evalúa a "Verdadero" si y solo si m es divisible por n.
P	1	P(n) evalúa a "Verdadero" si y solo si n es primo.
L	2	L(m,n) evalúa a "Verdadero" si y solo si m es mayor que n.

- Funciones:

Nombre	Aridad	Descripción
prod(m,n)	2	prod(m,n): referencia al número natural que resulta de la multiplicación m*n.
s(n)	1	s(n): referencia al sucesor del número natural n.

Utiliza el predicado de igualdad en caso de necesidad.

Escribe FBF's en lógica de predicados que formalicen de la forma más literal posible las frases:

i. "El producto de 1 por un número natural es el propio número".

$\forall m[prod(m, s(0)) = m]$

ii. Definición del predicado D: "Un número natural es divisible por otro, cuando existe un tercer número natural, el cual, al ser multiplicado por el segundo da como resultado el primero".

$\forall m\, \forall n[D(m,n) \Rightarrow \exists l(prod(n,l) = m)]$

iii. "Un número es primo si y solo si es mayor que 1 y es divisible únicamente por sí mismo y por la unidad".

$\forall m\left[P(m) \Rightarrow \left(L(m, s(0)) \wedge \nexists n(L(m,n))\right)\right]$

EJERCICIO 2.

Considera la ontología:

- Constantes: FZK [empresa], G (grado), M (Máster) [nivel académico], INF (informática), FIL (filosofía), CD (ciencia de datos) [disciplina].
- Variables: x [objetos en general], p, q [persona], n [nivel académico], m [disciplina].
- Predicados:

Nombre	Aridad	Descripción
C	2	C(x,p) evalúa a "Verdadero" si y solo si x contrata a p.
P	2	P(p,x) evalúa a "Verdadero" si y solo si p posee x.

- Función:

Nombre	Aridad	Descripción
t(n,m)	2	t(n,m): referencia al título de nivel académico n en la disciplina m.

Utiliza el predicado de igualdad solo en el caso que sea necesario.

Escribe FBF's en lógica de predicados que formalicen de la forma más literal posible las frases:

i. "Hay personas que están en posesión del título de máster en ciencia de datos, aun siendo graduados en disciplinas distintas a la informática".

$\exists p\big[P\big(p, t(M, CD)\big) \wedge P\big(p, \neg t(G, INF)\big)\big]$

ii. "La empresa FZK no contrata a graduados de informática a menos que estén en posesión del título de máster en ciencia de datos".

$\forall p\left[\Big(P\big(p, t(G, INF)\big) \wedge C(FZK, p)\Big) \Rightarrow P\big(p, t(M, CD)\big)\right]$

iii. "La empresa FZK no contrata a personas que no estén en posesión del título de máster en ciencia de datos o que no sean graduados en filosofía."

$\forall p\left[C(FZK, p) \Rightarrow \Big(P\big(p, t(M, CD)\big) \wedge P\big(p, t(G, FIL)\big)\Big)\right]$

EJERCICIO 3.

Considera la ontología:

- Constantes: Francia [tipo: país], Paris [tipo: ciudad]
- Variables: x [tipo: objetos en general], p [tipo: país], c [tipo: ciudad], r [tipo: carretera]
- Predicados:

Nombre	Aridad	Descripción
P	1	P(r) evalúa a "Verdadero" si y solo si r es una carretera principal.
L	2	L(x,p) evalúa a "Verdadero" si y solo si x está localizada en el país p.
O	2	O(x,l) evalúa a "Verdadero" si y solo si x tiene su origen en l.

- Funciones:

Nombre	Aridad	Descripción
capital(p)	1	capital(p): referencia a la capital del país p.
centro(c)	1	centro(c): referencia al centro de la ciudad c.

No se puede utilizar el predicado de igualdad.

Escribe FBF's en lógica de predicados que formalicen de la forma más literal posible las frases:

a. "Todas las carreteras principales de Francia tienen su origen en el centro de París".

$\neg\exists r\big[P(r) \wedge L(r, Francia) \wedge \neg O\big(r, centro(París)\big)\big]$

b. "En todos los países algunas carreteras principales tienen su origen en el centro de su capital".

$\forall p\left[\exists r\left(P(r) \wedge O\left(r, centro\big(capital(p)\big)\right)\right)\right]$

c. “Ninguna de las carreteras de Francia tiene su origen en París a menos que sea principal”.

$\neg\exists r[L(r, Francia) \wedge O(r, París) \wedge \neg P(r)]$

EJERCICIO 4.

Consideremos la ontología:

- Constantes: 1, 2, 3 (números complejos); Q (polinomio $(\xi-1)(\xi-2)(\xi-6)$)
- Variables: x, y, z, … (objetos matemáticos entre los que está definida una operación producto); c, d, … (números complejos).
- Predicados:

Nombre	Aridad	Descripción
P	1	P(x) evalúa a “Verdadero” si x es un polinomio.
R	2	R(x,y) evalúa a “Verdadero” si x es la raíz de y.
F	3	F(x,y,z) evalúa a “Verdadero” si z puede ser expresado como el producto de x e y.

- Funciones:

Nombre	Aridad	Descripción
prod(x,y)	2	prod(x,y): referencia al producto de x e y.
f(x)	1	f(x): referencia al factor polinómico $(\xi - x)$.

Solo se pueden utilizar estos predicados y funciones.

Escribe FBF’s en lógica de predicados que formalicen lo más literalmente posible las siguientes aseveraciones. No se puede utilizar el predicado de igualdad.

1. “El polinomio Q se puede expresar como el producto del polinomio $(\xi-1)(\xi-2)$ y el factor $(\xi-6)$”.

$F\big(prod(f(1), f(2)), f(prod(2,3)), Q\big)$

2. “Si c es raíz de un polinomio, el polinomio se puede expresar como el producto de un polinomio y el factor $(\xi - c)$”.

$\forall c\big[\exists x\big(P(x) \wedge R(c,x)\big) \Rightarrow \exists y\big(P(y) \wedge F(x, f(c), y)\big)\big]$

3. “El producto de dos polinomios es conmutativo”.

$\forall x\ \forall y\big[\exists z\big(F(x,y,z) \wedge F(y,x,z)\big)\big]$

EJERCICIO 5.

Dada la siguiente ontología:

	Nombre	Descripción
Constantes	O_2	Oxígeno
	C	Carbono
	He	Helio
Variables	x, y, z, …	Objetos
	b, b1, b2, …	Cuerpos celestes
Predicados	L(x)	x es un forma de vida.
	B(x,y)	x está basado en y.

	P(b)	b es un planeta.
	S(b)	b es una estrella.
	F(x,y)	x está presente en y.
	E(x,y)	x puede existir en y.
Funciones	atm(b)	Atmósfera de b.

Utiliza el predicado de igualdad en caso de que sea necesario.

Formula las siguientes aseveraciones como FBF's en lógica de predicados.

a. "Hay formas de vida que no están basadas en el carbono".

$\exists x[L(x) \land \neg B(x,C)]$

b. "En todos los planetas es posible la vida basada en el carbono".

$\forall b\big[P(b) \Rightarrow \exists x\big(L(x) \land B(x,C) \land E(x,b)\big)\big]$

c. "La presencia de oxígeno en la atmósfera de un planeta es compatible con la existencia de vida no basada en el carbono en dicho planeta".

$$\exists b\big[P(b) \land F\big(O_2, atm(b)\big) \land \exists x\big(L(x) \land B(x,C) \land E(x,b)\big)\big]$$

d. "Ninguna criatura viva puede sobrevivir en una estrella cuya atmósfera contenga helio, a menos que dicha criatura no esté basada en carbono".

$$\forall b\left[\Big(S(b) \land F\big(He, atm(b)\big)\Big) \Rightarrow \neg\exists x\big(L(x) \land B(x,C) \land E(x,b)\big)\right]$$

EJERCICIO 6.

Consideramos la siguiente ontología:

- Variables: x, y, z, … (personas)
- Predicados:

Nombre	Aridad	Descripción
M	2	M(x,y) evalúa a "Verdadero" si x es madre de y.
C	2	C(x,y) evalúa a "Verdadero" si x es hijo de y.
S	2	S(x,y) evalúa a "Verdadero" si x es hermano de y.

- Funciones:

Nombre	Aridad	Descripción
ma	1	ma(x): referencia a la madre de x.

Utiliza el predicado de igualdad únicamente si es necesario. No se pueden utilizar constantes, predicados o funciones adicionales.

Completa la información en la siguiente base de conocimiento:

FBF en lógica de predicados	Significado
$\forall x\ M(ma(x), x)$	La madre de una persona es madre de esa persona.
$\forall x\ [M(ma(x), x) \Rightarrow C\big(x, ma(x)\big)$	Si una persona es madre de otra, la segunda es hija de la primera.

$\forall x,z\left[\exists y\left(M(x,y)\wedge M(y,z)\right)\Rightarrow M\left(x,ma(z)\right)\right]$	Si una personas es madre de otra, la madre de la primera es madre de la madre de la segunda.
$\forall x\left[\exists y\left(M(y,x)\right)\Rightarrow \forall z\left(\neg M(z,x)\right)\right]$	Todo el mundo tiene una y solo una madre.
$\forall x,y\left[\exists z\left(M(z,x)\wedge M(z,y)\right)\Rightarrow S(x,y)\right]$	Dos personas son hermanos si tienen la misma madre.