

Conjuntos y Números, UAM

EXAMEN PARCIAL 1

15 DE OCTUBRE DE 2021

APELLIDOS Y NOMBRE: _____ GRUPO: _____

--	--	--	--	--

Se pide razonar y justificar todas las respuestas

Tiempo disponible: 1 hora y 50 minutos

1. Sean A, B, C, D cuatro conjuntos no vacíos arbitrarios.

(a) **(1,25 puntos)** Decidir razonadamente si es verdadera o falsa la siguiente afirmación:

$$(A \cup C) \times (B \cup D) \subset (A \times B) \cup (C \times D)$$

Si es verdadera se pide dar la demostración y si es falsa se pide dar un contraejemplo sencillo.

(b) **(1,25 puntos)** Supongamos que $A \subset B$ y que $\mathcal{P}(A)$ (el conjunto de partes de A) tiene n elementos y $\mathcal{P}(B)$ (el conjunto de partes de B) tiene m elementos y se cumple

$$m - n = 112 = 2^4 \cdot 7$$

Determinar el número de elementos del conjunto B .

2. **(2,5 puntos)** Demostrar por inducción que

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}$$

para todo natural $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

3. (a) **(1,25 puntos)** Sea $f : X \rightarrow Y$ una función sobreyectiva y sea $B \subset Y$. Demostrar

$$B = f(f^{-1}(B))$$

(b) **(1,25 puntos)** Demostrar que si elegimos 5 números arbitrarios del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ siempre habrá un par de números tales que uno sea múltiplo del otro.

4. Sean A, B dos conjuntos, tales que $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ y $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$.

(a) **(0,5 puntos)** Determinar el número de funciones inyectivas $f : A \rightarrow B$.

(b) **(2 puntos)** Hallar el número de funciones inyectivas $f : A \rightarrow B$ tales que $f(a_i) \neq b_i$ para $i = 1, 2, 3$.