

Conjuntos y Números, UAM

EXAMEN PARCIAL 2

26 DE NOVIEMBRE DE 2021

APELLIDOS Y NOMBRE: _____ GRUPO: _____

--	--	--	--	--

Se pide razonar y justificar todas las respuestas

Tiempo disponible: 1 hora y 50 minutos

1. Consideramos en el conjunto \mathbb{Z} la relación definida por:

$$a \mathcal{R} b \iff \exists m \in \mathbb{N} \cup \{0\} : a = b^m$$

- (a)(**1 punto**) Demostrar que es una relación de orden ¿Es de orden total o parcial?
- (b)(**1 punto**) Consideramos ahora el conjunto $A = \{-2, 1, 2, 6, 8, 64\}$. Determinar todas las relaciones entre los elementos de A y dibujar el grafo correspondiente.
- (c)(**0,5 puntos**) Determinar los elementos minimales y maximales de A ¿Existe un máximo? ¿Existe un mínimo?
2. En el conjunto \mathbb{N} definimos la relación de equivalencia

$$a \mathcal{R} b \iff \lfloor \sqrt{a} \rfloor = \lfloor \sqrt{b} \rfloor$$

donde $\lfloor x \rfloor$ denota la parte entera del número x .

- (a)(**0,5 puntos**) Describir la clase de equivalencia

$$\bar{x} := \{n \in \mathbb{N} : n \mathcal{R} x\}$$

para $x = 1$ y $x = 2^2$.

- (b)(**1,5 puntos**) Describir el conjunto cociente \mathbb{N}/\mathcal{R} sin repetir elementos. Comparar la cardinalidad de \mathbb{N}/\mathcal{R} con la cardinalidad de \mathbb{N} o de \mathbb{R} .
- (c)(**0,5 puntos**) Determinar la cardinalidad de cada elemento \bar{x} de \mathbb{N}/\mathcal{R} .
3. Demostrar que:
- (a)(**0,5 puntos**) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ es numerable.
- (b)(**2 puntos**) Los conjuntos $\mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{N})$ y $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ tienen la misma cardinalidad. Debes definir y comprobar las propiedades de las funciones que te permitan concluirlo.
4. (**2,5 puntos**) El domingo pasado compré en el Rastro unos vinilos antiguos por 15 euros cada uno y aprovechando que estaba allí compré libros de segunda mano a 6 euros el libro. En total me gasté 63 euros. Si compré al menos un vinilo de Queen y uno de Led Zeppelin ¿Cuántos vinilos compré? y ¿Cuántos libros?