



Escuela Politécnica Superior



FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA

Curso : 2022/2023

1er curso Grado en Ingeniería Informática

Tema 2a

Tema 2a

Capítulo 2a: Circuitos simples. Resistencias & Leyes de Kirchhoff

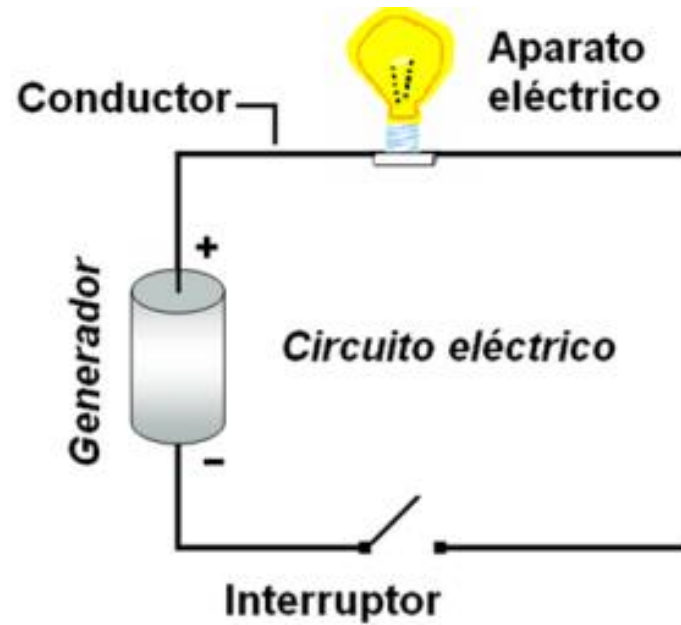
2a.1 Asociación de resistencias. Potencia disipada.

2a.2 Leyes de Kirchhoff. Circuitos simples.

2a.3 Resolución de circuitos en c.c.: Teorema de Thevenin y Norton




¿Qué es un circuito eléctrico?

Para corriente continua



Circuito eléctrico

En este curso vamos a estudiar circuitos en corriente continua con los siguientes elementos:

Elemento	Resistor	Condensador	Inductancia
Magnitud	Resistencia	Capacidad	Inducción
Unidad	Ohmio (Ω)	Faradio (F)	Henrio (H)
Símbolo			
Relación circuital	$V = I \cdot R$	$i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt}$	$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$



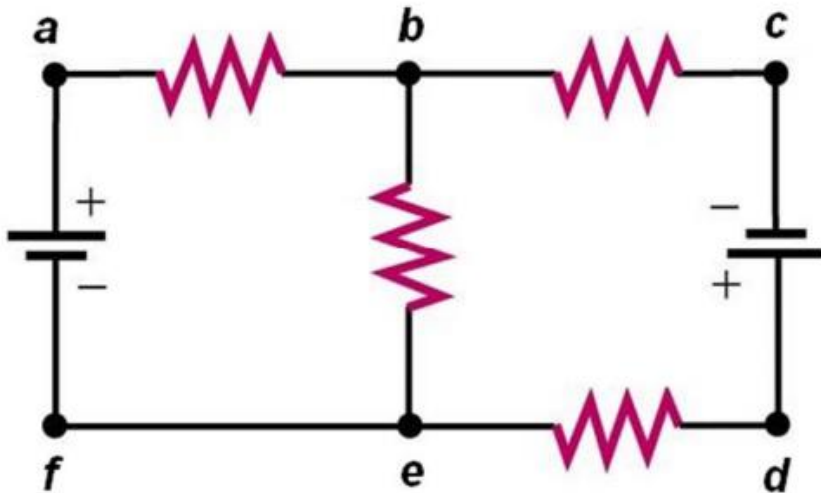
Estado transitorio y estado estacionario

Circuito eléctrico

Circuito eléctrico

Corriente continua

Estado Estacionario



Red



Conjunto de conductores y dispositivos unidos entre sí de forma arbitraria, de manera que por ellos circulan distintas intensidades

Nudo



Punto del circuito donde confluyen más de dos conductores (**b** , **e**)

Rama



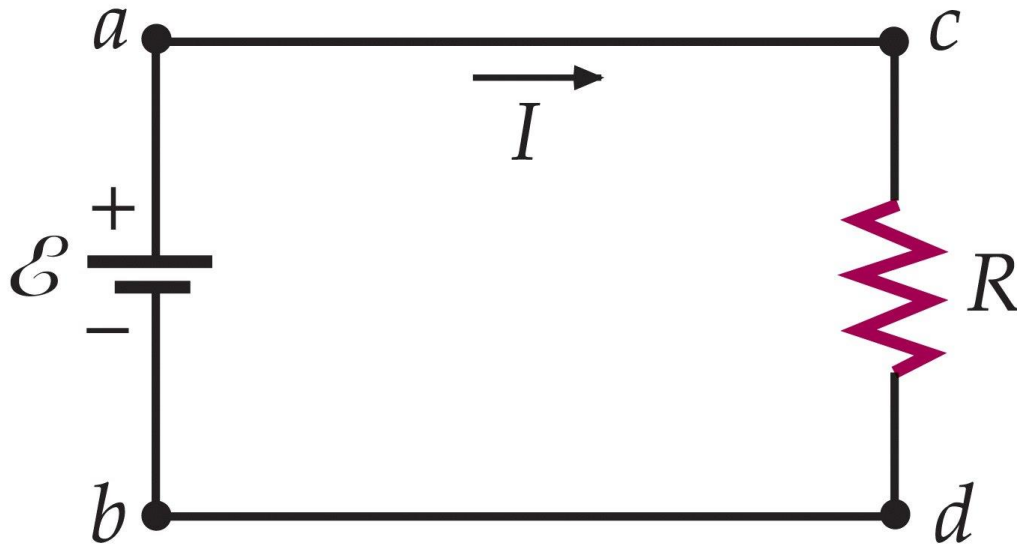
Parte del circuito que está entre dos nudos consecutivos. En ella sólo hay una corriente (**eb**)

Malla



Cualquier camino cerrado de un circuito. Conjunto de conductores y dispositivos que forman un circuito obtenido partiendo de un nudo y volviendo a él, sin recorrer dos veces el mismo conductor (**$abef$** , **$bcde$** , **$acdf$**)

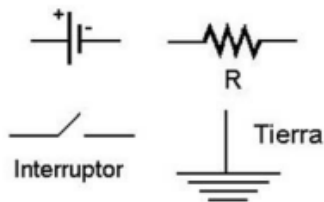
Circuito eléctrico elemental



Formado por:

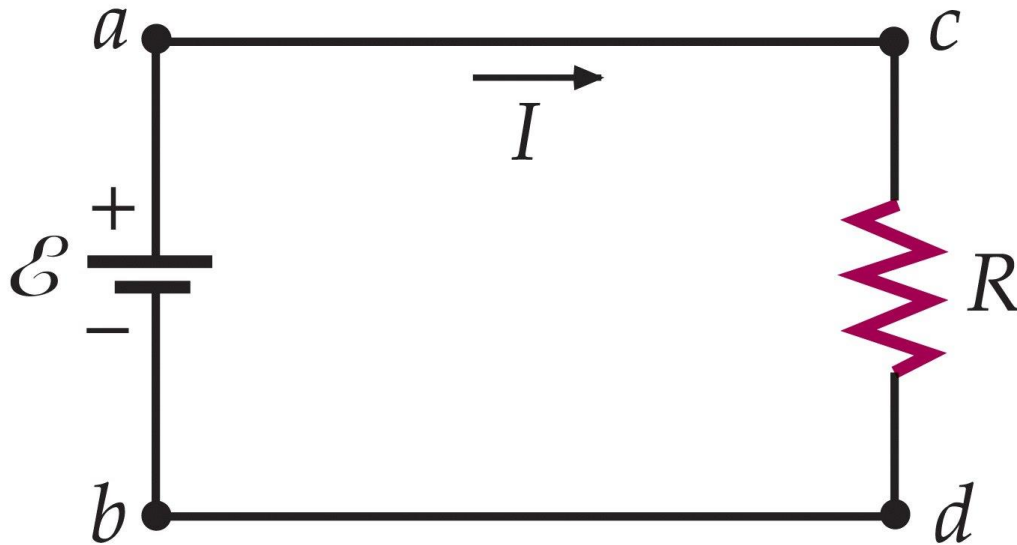
- Fuente de **fem** \mathcal{E} ó V
- **Resistencia** R
- **Conexiones** formadas por conductores con R despreciables

Símbolos estándar de una f.e.m., una resistencia, un interruptor y una conexión a tierra.



FUENTE DE TENSIÓN: Las fuentes ideales no tienen resistencia. Si tenemos una fuente real tiene una resistencia interna que se pone en serie con la fuente. El terminal más largo marca el lado positivo

Circuito eléctrico elemental



Formado por:

- Fuente de **fem** \mathcal{E} ó V
- **Resistencia** R
- **Conexiones** formadas por conductores con R despreciables

Circula una corriente I :

Equivalentemente, en la resistencia R hay una caída de potencial V :

$$I = \frac{V}{R}$$

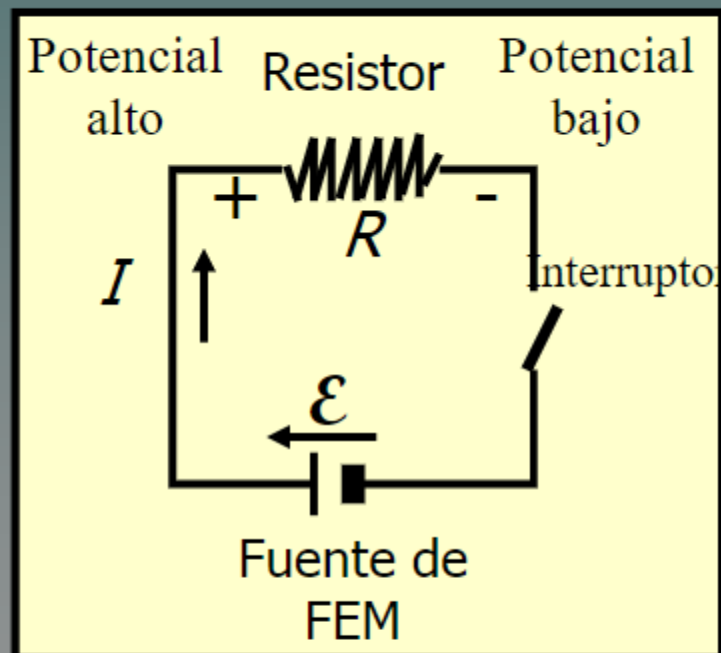
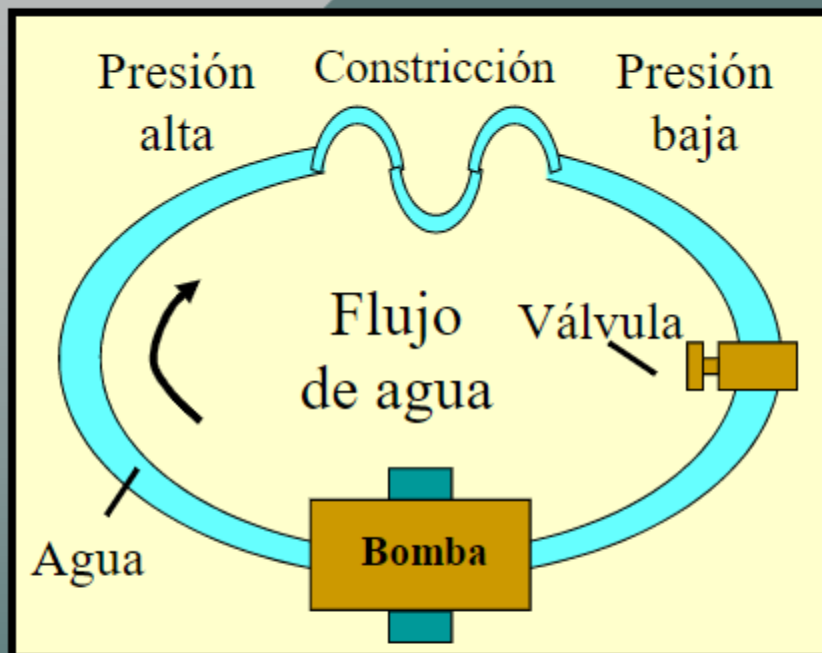
$$V = IR$$

Potencia P disipada:

$$P = VI$$

$$P = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

Analogía de agua para FEM



La **fuerza de fem** (bomba) proporciona el **voltaje** (presión) para forzar **electrones** (agua) a través de una **resistencia** eléctrica (constricción estrecha).

Fuente de corriente y fuente de tensión

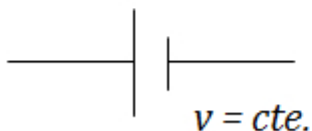
Para que las cargas estén en movimiento, en los circuitos eléctricos debe haber al menos una fuente de alimentación que establezca diferencias de potencial.

Las fuentes de alimentación se conocen también como elementos activos debido a que son las que entregan energía al circuito. Existen dos tipos de fuentes, las fuentes independientes y las fuentes dependientes. Nosotros nos centraremos en las fuentes independientes. **Las fuentes independientes son las que mantienen un valor constante (ya sea de tensión o de corriente), independientemente del estado del circuito.**

Fuentes de tensión independientes

Son los tipos más comunes de fuentes de alimentación que encontramos en prácticamente cualquier circuito. Entre sus bornes proveen una **diferencia de potencial** (o tensión) constante, por ese motivo la corriente que entregan depende del valor de la **resistencia** del circuito o de la resistencia de carga que conectemos.

Las fuentes de tensión se simbolizan con dos líneas de distinto tamaño, correspondiendo la mas grande al polo positivo.



Fuente de tensión ideal. Es una fuente de tensión que produce una tensión de salida constante, es una Fuente de Tensión con Resistencia interna cero.

Una **fuentes de tensión real** es aquella con resistencia interna diferente de cero. En esta $R_{int.}$ hay una pérdida de tensión, se pone en serie con la fuente a la hora de resolver un circuito

Fuente de corriente y fuente de tensión

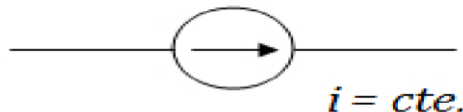
Para que las cargas estén en movimiento, en los circuitos eléctricos debe haber al menos una fuente de alimentación que establezca diferencias de potencial.

Las fuentes de alimentación se conocen también como elementos activos debido a que son las que entregan energía al circuito. Existen dos tipos de fuentes, las fuentes independientes y las fuentes dependientes. Nosotros nos centraremos en las fuentes independientes. **Las fuentes independientes son las que mantienen un valor constante (ya sea de tensión o de corriente), independientemente del estado del circuito.**

Fuentes de corriente independientes

Las fuentes de corriente son aquellas que proveen una **corriente** constante al circuito o resistencia que se les conecte. Por lo tanto si cambia el valor de la resistencia de carga, la fuente aumenta o disminuye la diferencia de potencial entre sus bornes, de tal forma de mantener constante la corriente por esa resistencia.

El valor de corriente proporcionado por la fuente es constante independientemente del valor de la carga conectada.



Dos terminales A y B se consideran **ABIERTOS** cuando se interrumpe la conexión y por lo tanto el paso de corriente entre ellos. Equivale a una **resistencia de valor infinito $R = \infty$** entre A y B. Existe una diferencia de potencial $V_A - V_B$ que viene marcada por el resto del circuito.

- La corriente es cero a través de esos terminales
- La tensión es desconocida.

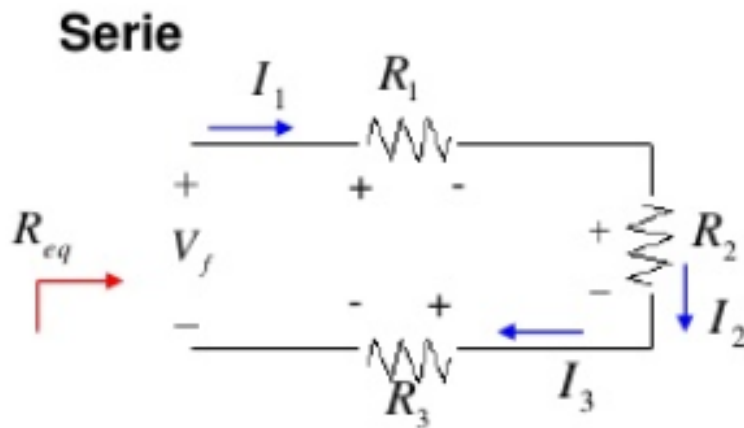
Dos terminales A y B se consideran **CORTOCIRCUITADOS** cuando se conectan ambos mediante una **resistencia $R=0$** . La diferencia de potencial en este caso es $V_A - V_B = 0$ y la corriente que atraviesa esa rama debe ser calculada de acuerdo al resto del circuito.

- La diferencia de potencial es cero entre esos terminales $V_A - V_B = 0$.
- La corriente es desconocida.

2a.1 Asociación de resistencias: en serie

ASOCIACIONES DE RESISTENCIAS: en serie → La conexión de las resistencias una a continuación de otra se denomina conexión en serie. Cuando se conectan las resistencias de esta forma:

- Pasa la misma corriente por todas ellas.
- Tienen diferente caída de potencial



Ejemplo: tres resistencias en serie

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

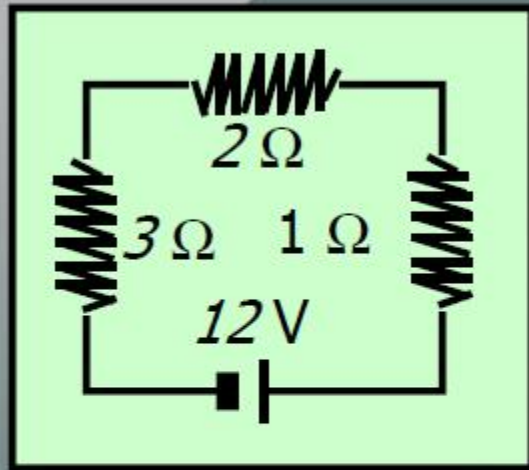
$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

Podemos calcular una resistencia equivalente que es la suma de los valores de las resistencias que están en serie

$$R_e = \Sigma R$$

2a.1 Asociación de resistencias: en serie

Ejemplo 1: Encuentre la resistencia equivalente R_e . ¿Cuál es la corriente I en el circuito?



$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_e = 3\ \Omega + 2\ \Omega + 1\ \Omega = 6\ \Omega$$

$$R_e \text{ equivalente} = 6\ \Omega$$

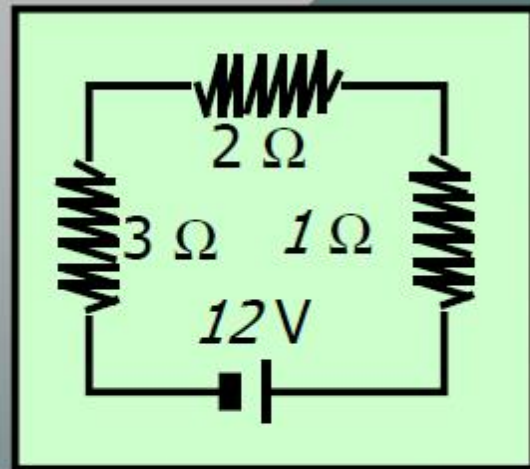
La corriente se encuentra a partir de la ley de Ohm: $V = IR_e$

$$I = \frac{V}{R_e} = \frac{12\ \text{V}}{6\ \Omega}$$

$$I = 2\ \text{A}$$

2a.1 Asociación de resistencias: en serie

Ejemplo 1 (Cont.): Muestre que las caídas de voltaje a través de los tres resistores totaliza la fem de 12 V.



$$R_e = 6 \, \Omega$$

$$I = 2 \, \text{A}$$

Corriente $I = 2 \, \text{A}$ igual en cada R .

$$V_1 = IR_1; \quad V_2 = IR_2; \quad V_3 = IR_3$$

$$V_1 = (2 \, \text{A})(1 \, \Omega) = 2 \, \text{V}$$

$$V_1 = (2 \, \text{A})(2 \, \Omega) = 4 \, \text{V}$$

$$V_1 = (2 \, \text{A})(3 \, \Omega) = 6 \, \text{V}$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_T$$

$$2 \, \text{V} + 4 \, \text{V} + 6 \, \text{V} = 12 \, \text{V}$$

iCompruebe!

EN RESUMEN...

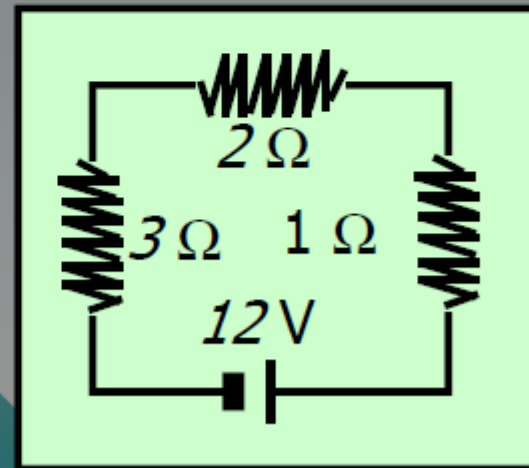
Para resistores conectados en serie:

Para conexiones
en serie:

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$
$$V_T = V_1 + V_2 + V_3$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

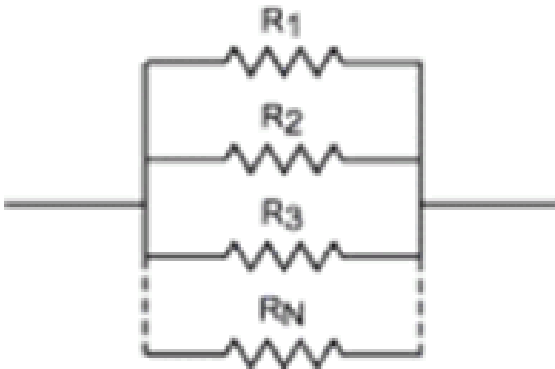
$$R_e = \Sigma R$$



2a.1 Asociación de resistencias: en paralelo

ASOCIACIONES DE RESISTENCIAS: **en PARALELO** → La conexión de las resistencias conectadas a los mismos puntos eléctricos se denomina conexión en paralelo. La combinación de estas resistencias tiene como resultado una resistencia que es menor que cada una de las resistencias de forma individual.. Cuando se conectan las resistencias de esta forma:

- Pasa diferente corriente por cada una de las R_i .
- Tienen la misma caída de potencial



Podemos calcular una resistencia TOTAL o EQUIVALENTE de la siguiente forma:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$

**Resistencia equivalente
para resistores en paralelo:**

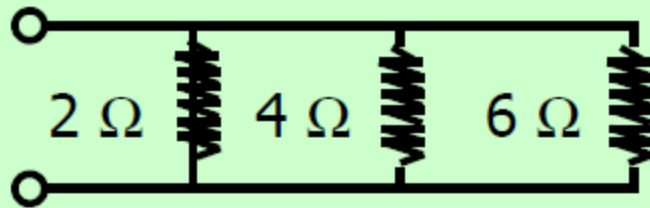
$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

2a.1 Asociación de resistencias: en paralelo

Conexiones en paralelo

Se dice que los resistores están conectados en **paralelo** cuando hay más de una trayectoria para la corriente.

Conexión en paralelo:

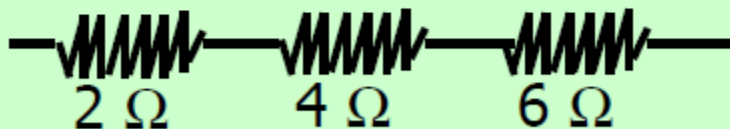


Para resistores en paralelo:

$$V_2 = V_4 = V_6 = V_T$$

$$I_2 + I_4 + I_6 = I_T$$

Conexión en serie:



Para resistores en serie:

$$I_2 = I_4 = I_6 = I_T$$

$$V_2 + V_4 + V_6 = V_T$$

2a.1 Asociación de resistencias: en paralelo



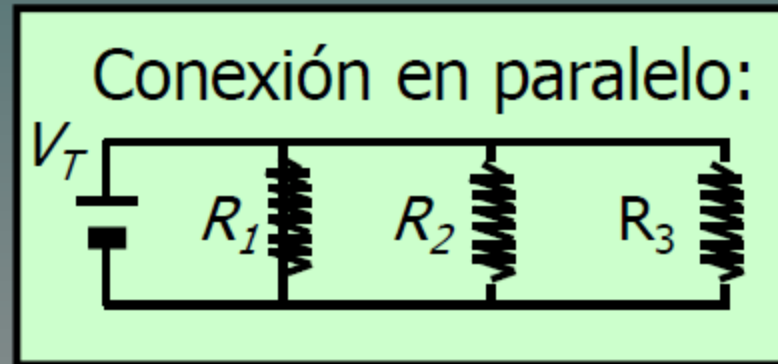
Resistencia equivalente: Paralelo

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

Ley de Ohm: $I = \frac{V}{R}$

$$\cancel{\frac{I_T}{R_e}} = \cancel{\frac{I_1}{R_1}} + \cancel{\frac{I_2}{R_2}} + \cancel{\frac{I_3}{R_3}} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



**Resistencia equivalente
para resistores en paralelo:**

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

2a.1 Asociación de resistencias: en paralelo

AW

Ejemplo 3. Encuentre la resistencia equivalente R_e para los tres resistores siguientes.

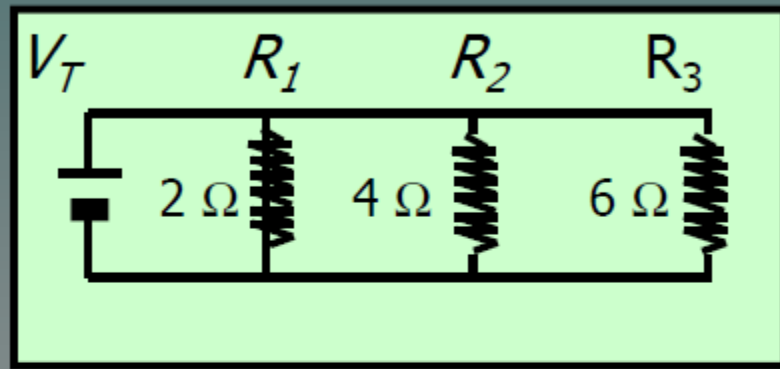
$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = 0.500 + 0.250 + 0.167$$

$$\frac{1}{R_e} = 0.917; \quad R_e = \frac{1}{0.917} = 1.09\Omega$$

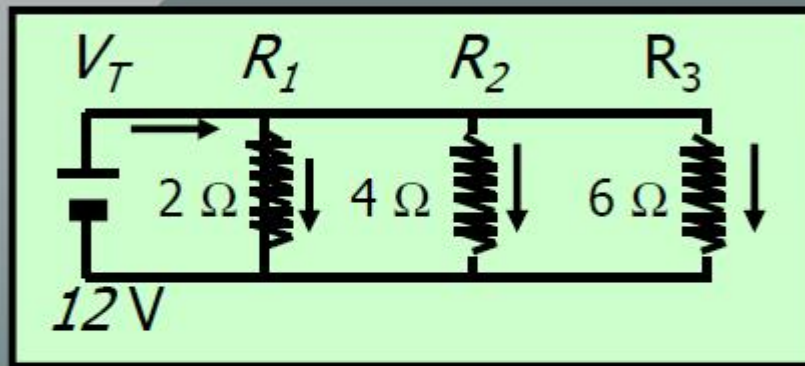
$$R_e = 1.09\Omega$$



Para resistores en paralelo, R_e es menor que la más baja R_i .

2a.1 Asociación de resistencias: en paralelo

Ejemplo 3 (Cont.): Suponga que una fem de 12 V se conecta al circuito que se muestra. ¿Cuál es la corriente total que sale de la fuente de fem?



$$V_T = 12\text{ V}; R_e = 1.09\ \Omega$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 12\text{ V}$$

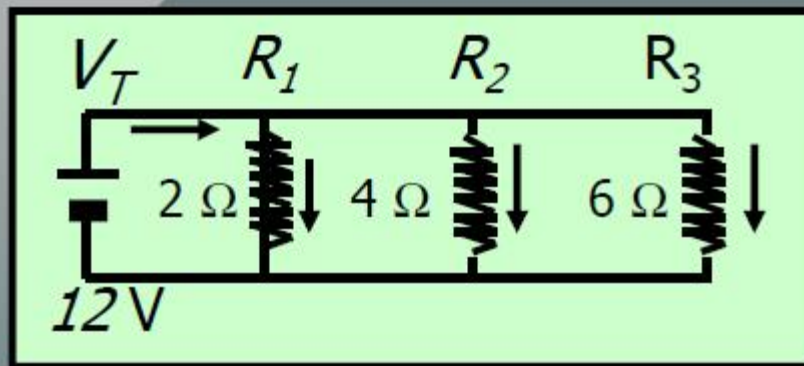
$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

Ley de Ohm: $I = \frac{V}{R}$ $I_e = \frac{V_T}{R_e} = \frac{12\text{ V}}{1.09\ \Omega}$

Corriente total: $I_T = 11.0\text{ A}$

2a.1 Asociación de resistencias: en paralelo

Ejemplo 3 (Cont.): Muestre que la corriente que sale de la fuente I_T es la suma de las corrientes a través de los resistores R_1 , R_2 y R_3 .



$$I_T = 11\text{ A}; R_e = 1.09\ \Omega$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 12\text{ V}$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_1 = \frac{12\text{ V}}{2\ \Omega} = 6\text{ A} \quad \bigg| \quad I_2 = \frac{12\text{ V}}{4\ \Omega} = 3\text{ A} \quad \bigg| \quad I_3 = \frac{12\text{ V}}{6\ \Omega} = 2\text{ A}$$

$$6\text{ A} + 3\text{ A} + 2\text{ A} = 11\text{ A}$$

iCompruebe!

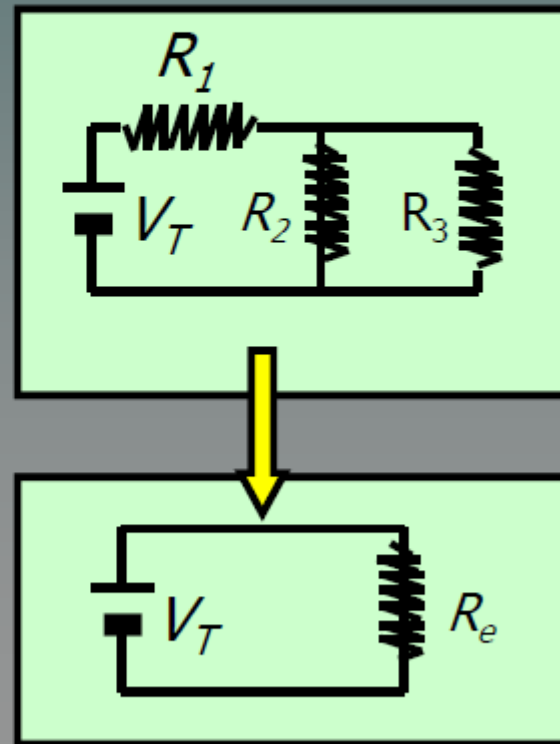
2a.1 En serie y en paralelo a la vez



Combinaciones en serie y en paralelo

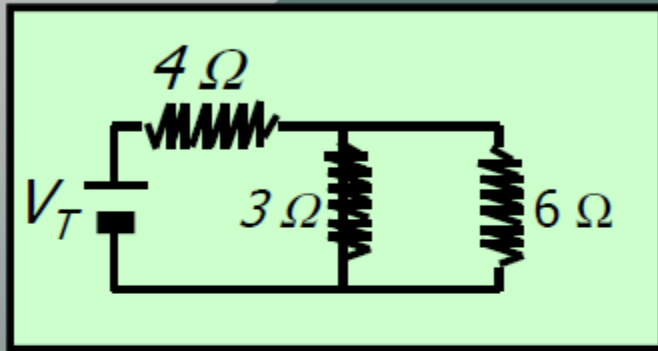
En circuitos complejos, los resistores con frecuencia se conectan **tanto en serie** como **en paralelo**.

En tales casos, es mejor usar las reglas para resistencias en serie y en paralelo para reducir el circuito a un circuito simple que contenga una fuente de fem y una resistencia equivalente.



2a.1 En serie y en paralelo

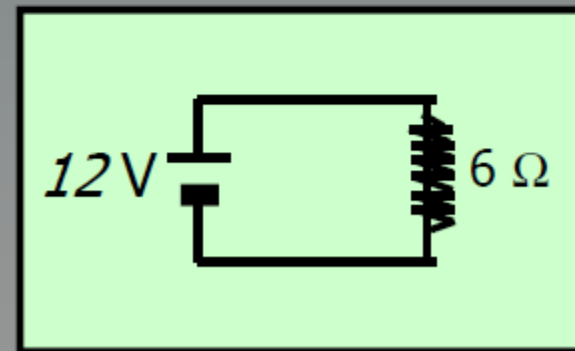
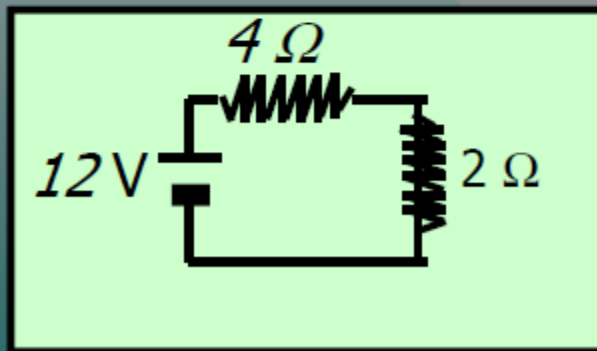
Ejemplo 4. Encuentre la resistencia equivalente para el circuito siguiente (suponga $V_T = 12\text{ V}$).



$$R_{3,6} = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = 2\ \Omega$$

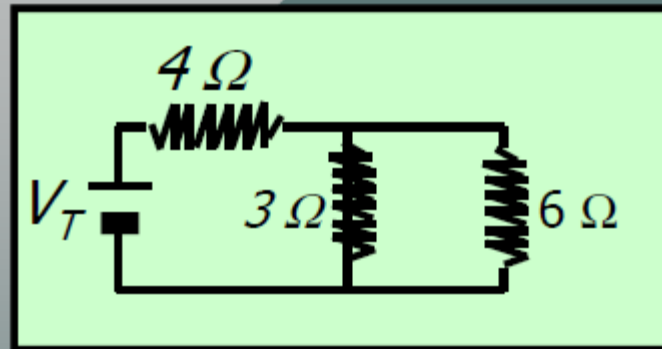
$$R_e = 4\ \Omega + 2\ \Omega$$

$$R_e = 6\ \Omega$$



2a.1 En serie y en paralelo

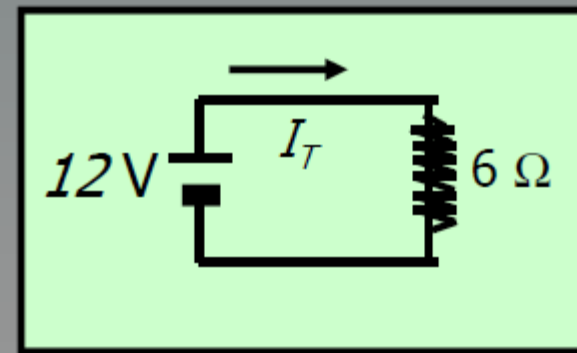
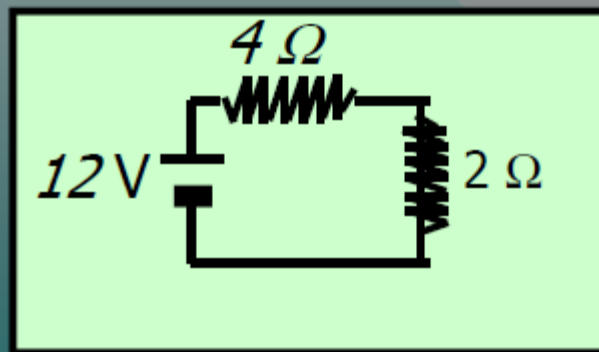
Ejemplo 4 (Cont.) Encuentre la corriente total I_T



$$R_e = 6\ \Omega$$

$$I = \frac{V_T}{R_e} = \frac{12\ \text{V}}{6\ \Omega}$$

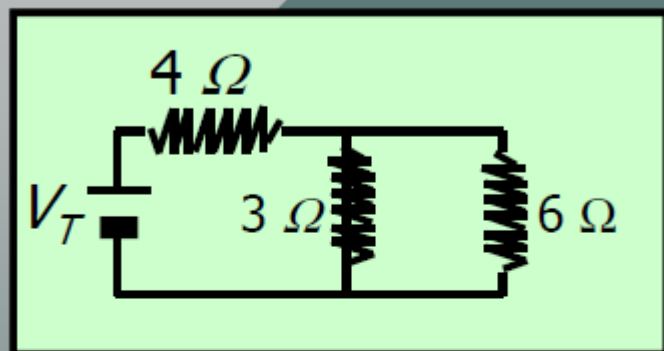
$$I_T = 2.00\ \text{A}$$



2a.1 En serie y en paralelo



Ejemplo 4 (Cont.) Encuentre las corrientes y los voltajes a través de cada resistor.



$$I_4 = I_T = 2 \text{ A}$$

$$V_4 = (2 \text{ A})(4 \Omega) = 8 \text{ V}$$

El resto del voltaje ($12 \text{ V} - 8 \text{ V} = 4 \text{ V}$) cae a través de **CADA UNO** de los resistores paralelos.

$$V_3 = V_6 = 4 \text{ V}$$

$$\text{Esto también se puede encontrar de } V_{3,6} = I_{3,6}R_{3,6} = (2 \text{ A})(2 \Omega)$$

(Continúa. . .)

2a.1 En serie y en paralelo

aw Ejemplo 4 (Cont.) Encuentre las corrientes y los voltajes a través de cada resistor.

$$V_4 = 8 \text{ V}$$

$$V_6 = V_3 = 4 \text{ V}$$

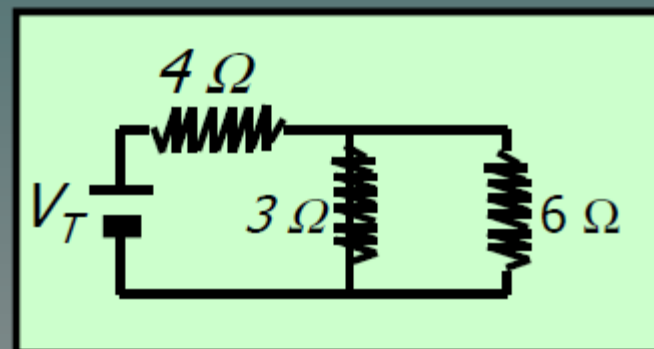
$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{4 \text{ V}}{3 \Omega}$$

$$I_3 = 1.33 \text{ A}$$

$$I_6 = \frac{V_6}{R_6} = \frac{4 \text{ V}}{6 \Omega}$$

$$I_6 = 0.667 \text{ A}$$

$$I_4 = 2 \text{ A}$$



Note que la **regla del nodo** se satisface:

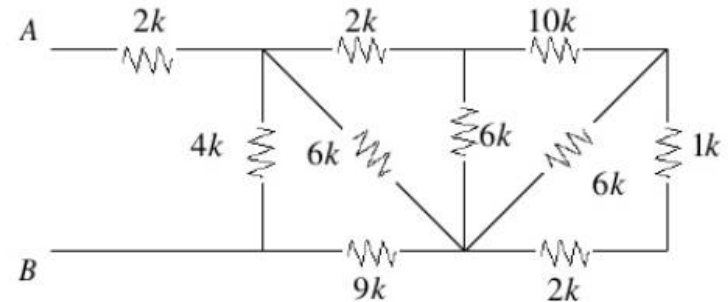
$$\Sigma I (\text{entra}) = \Sigma I (\text{sale})$$

$$I_T = I_4 = I_3 + I_6$$

2a.1 En serie y en paralelo

Ejemplo: Calcular la Resistencia equivalente

Ejm:



Por estar en serie:

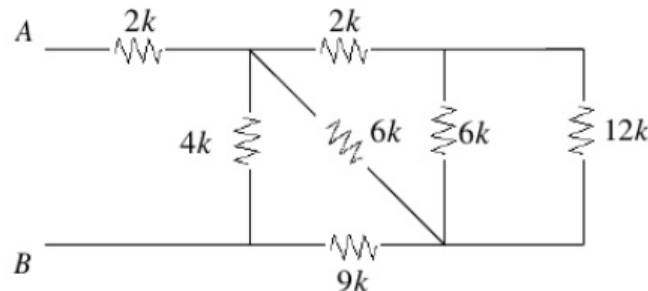
$$2k + 1k = 3k$$

Por estar en paralelo:

$$3k // 6k = \frac{3k * 6k}{3k + 6k} = 2k$$

Por estar en serie:

$$2k + 10k = 12k$$



Por estar en paralelo:

$$12k // 6k = \frac{12k * 6k}{12k + 6k} = 4k$$

Por estar en serie:

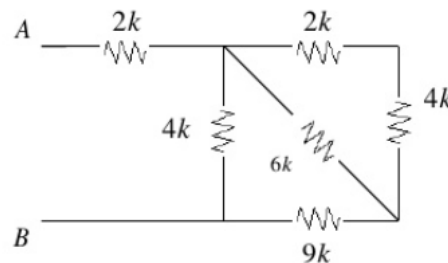
$$2k + 4k = 6k$$

Por estar en paralelo:

$$6k // 6k = \frac{6k * 6k}{6k + 6k} = 3k$$

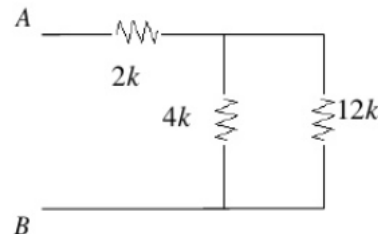
Por estar en serie:

$$3k + 9k = 12k$$



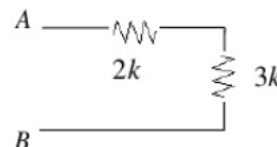
Por estar en paralelo:

$$12k // 4k = \frac{12k * 4k}{12k + 4k} = 3k$$



Por estar en serie:

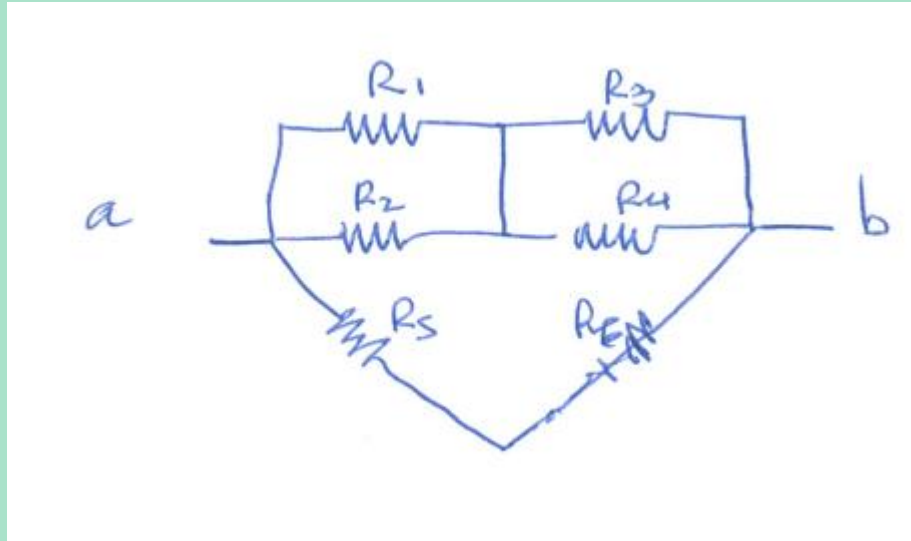
$$2k + 3k = 5k$$



$$\underline{R_{AB} = R_{eq} = 5k}$$

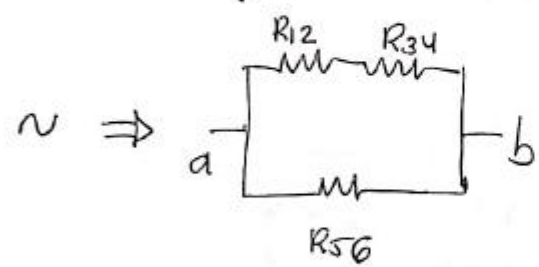
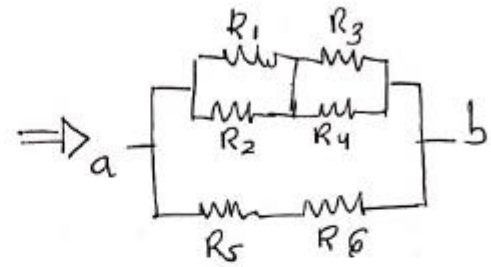
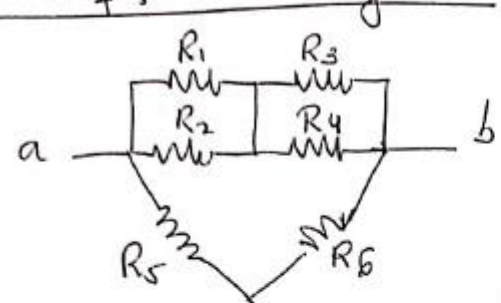
2a.1 En serie y en paralelo

Ejemplo: Hallar la resistencia equivalente entre los puntos a y b



1

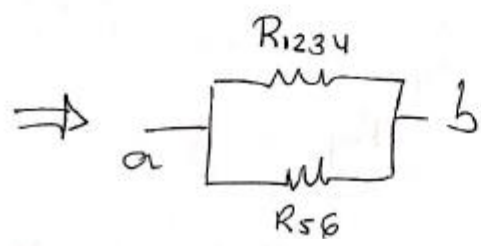
Req ? entre a y b.



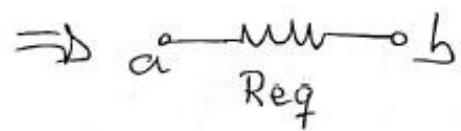
$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \rightarrow R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$R_{56} = R_5 + R_6$$



$$R_{1234} = R_{12} + R_{34}$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{1234}} + \frac{1}{R_{56}}$$

$$R_{eq} = \frac{R_{56} \cdot R_{1234}}{R_{56} + R_{1234}}$$

Sabiendo R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 y R_6 se puede deducir R_{eq} !

Ejemplo

Cir 3 En el circuito de la figura determinar:

- la resistencia equivalente. *sol. $R_{eq}=4\Omega$*

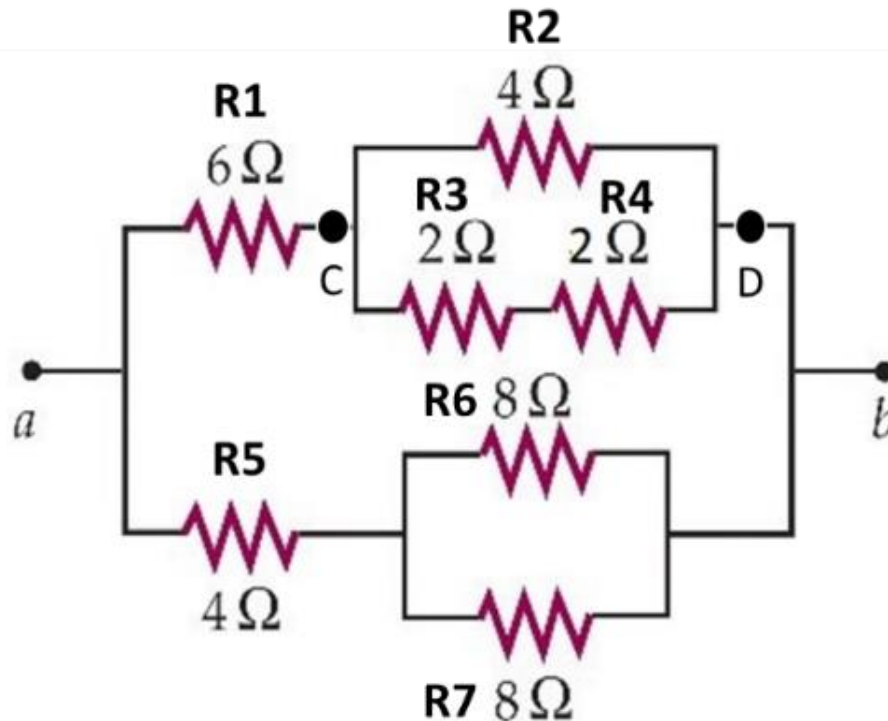
Si la caída potencial entre el punto a y el punto b es 20.0 V, calcular:

- La intensidad total que circula por el circuito y la potencia disipada por la resistencia R1

sol. $I_{total} = 5A$; $P(R1)=37.5W$ (por R1, $V_{R1}=15V$, $I_{R1}=2.5A$)

- la caída de potencial entre los puntos c y d

$V_{cd}=5V$



¿Qué sucede si tenemos más de una fuente de alimentación?

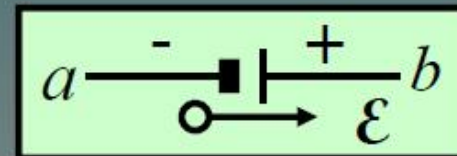
- Dos fuentes de tensión conectadas en serie equivalen a una sola cuya tensión es la suma de ambas. Dos fuentes de tensión NO pueden conectarse en paralelo.
- Dos fuentes de intensidad conectadas en paralelo equivalen a una sola cuya intensidad es la suma de ambas. Dos fuentes de intensidad NO pueden conectarse en serie

¿Qué sucede si tenemos más de una fuente de alimentación?



Fuentes de FEM en serie

La **dirección de salida** de una fuente de fem es desde el lado **+**:

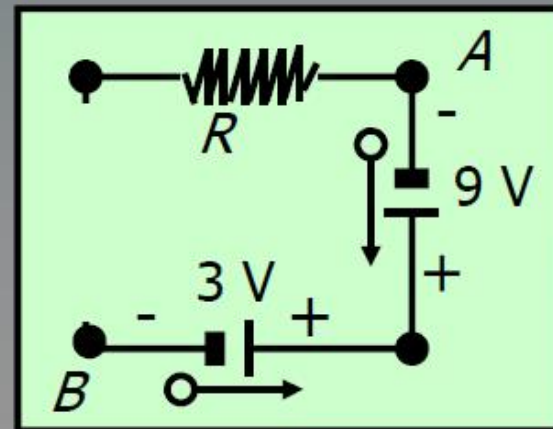


Por tanto, de **a** a **b** el **potencial aumenta** en \mathcal{E} ;
de **b** a **a**, el **potencial disminuye** en \mathcal{E} .

Ejemplo: Encuentre ΔV para la trayectoria **AB** y luego para la trayectoria **BA**.

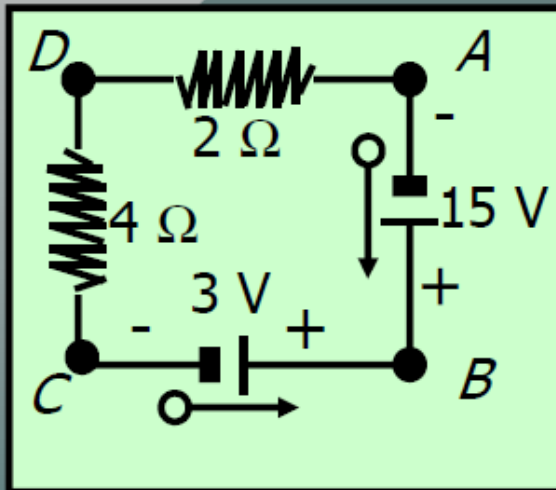
AB: $\Delta V = +9 \text{ V} - 3 \text{ V} = +6 \text{ V}$

BA: $\Delta V = +3 \text{ V} - 9 \text{ V} = -6 \text{ V}$



Un solo circuito completo

Considere el siguiente **circuito en serie** simple:



Trayectoria ABCD: La energía y V aumentan a través de la fuente de 15 V y disminuye a través de la fuente de 3 V.

$$\Sigma \mathcal{E} = 15 \text{ V} - 3 \text{ V} = 12 \text{ V}$$

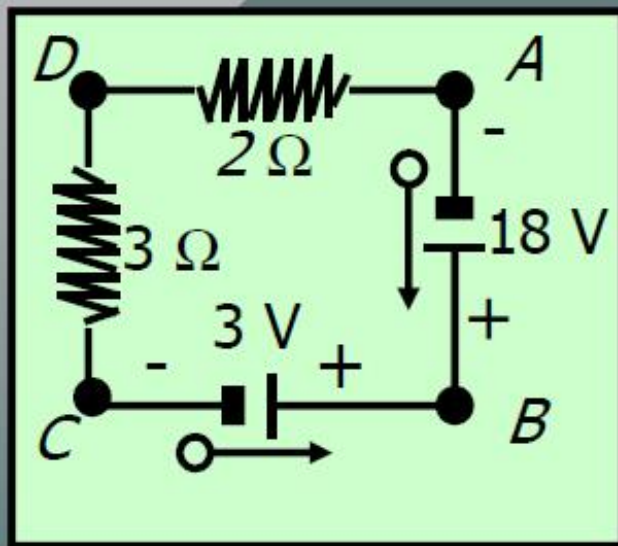
La ganancia neta en potencial se pierde a través de los dos resistores: estas caídas de voltaje están en IR_2 e IR_4 , de modo que la suma es cero para toda la malla. **$12\text{V} - IR_2 - IR_4 = 0$!!!**

$$12\text{V} = IR_2 + IR_4 \text{ !!!}$$



Encontrar I en un circuito simple

Ejemplo 2: Encuentre la corriente I en el siguiente circuito:



$$\Sigma \mathcal{E} = 18 \text{ V} - 3 \text{ V} = 15 \text{ V}$$

$$\Sigma R = 3 \Omega + 2 \Omega = 5 \Omega$$

Al aplicar la ley de Ohm:

$$I = \frac{\Sigma \mathcal{E}}{\Sigma R} = \frac{15 \text{ V}}{5 \Omega}$$

$$I = 3 \text{ A}$$

En general, para un circuito de una sola malla:

$$I = \frac{\Sigma \mathcal{E}}{\Sigma R}$$

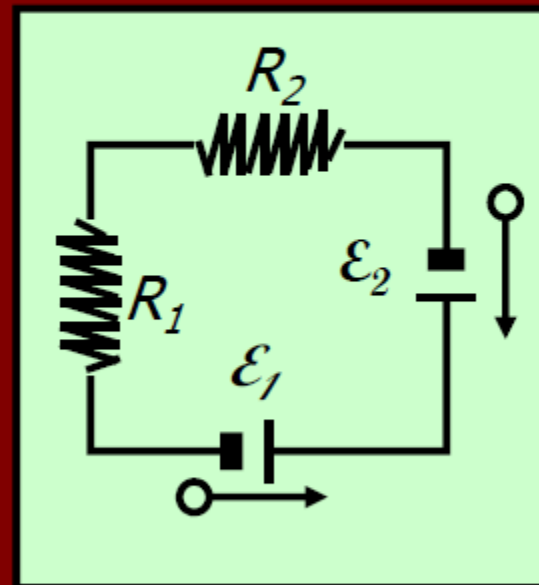
Resumen

Circuitos de malla sencilla:

Regla de resistencia: $R_e = \Sigma R$

Corriente : $I = \frac{\sum \mathcal{E}}{\sum R}$

Regla de voltaje: $\Sigma \mathcal{E} = \Sigma IR$



2a.2 Leyes de Kirchhoff

- Leyes *fundamentales* para el análisis de circuitos.
 - *Dos leyes*, que son manifestaciones de la **conservación de la energía** y de la **conservación de la carga**, respectivamente.
1. A lo largo de cualquier **mall**a (circuito cerrado), la **suma de las caídas de potencial es cero**.
 2. En cualquier **nudo**, la **suma de las corrientes es cero**

Importante para las dos: convenios de signos

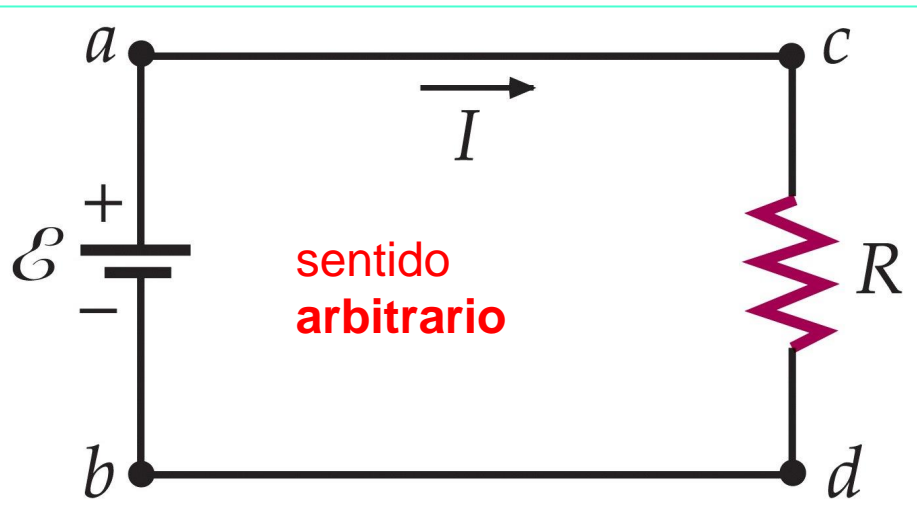
Primera Ley de Kirchhoff

1. A lo largo de cualquier **mall**a (circuito cerrado), la **suma de las caídas de potencial es cero**

Convenio de signos:

- a) Asignamos un sentido **arbitrario** a las corrientes (no necesariamente el que tomen “de verdad” las corrientes)
- b) En **una resistencia**, la caída de potencial **es positiva** si vamos **en el sentido de la corriente**
- c) En **una fem**, la caída de potencial es **positiva** si **disminuye el potencial**

Ejemplo elemental:



$$-\epsilon + IR = 0$$

$$\epsilon = IR$$

Conservación de la energía: la energía que se gana en la *fem* se pierde en R

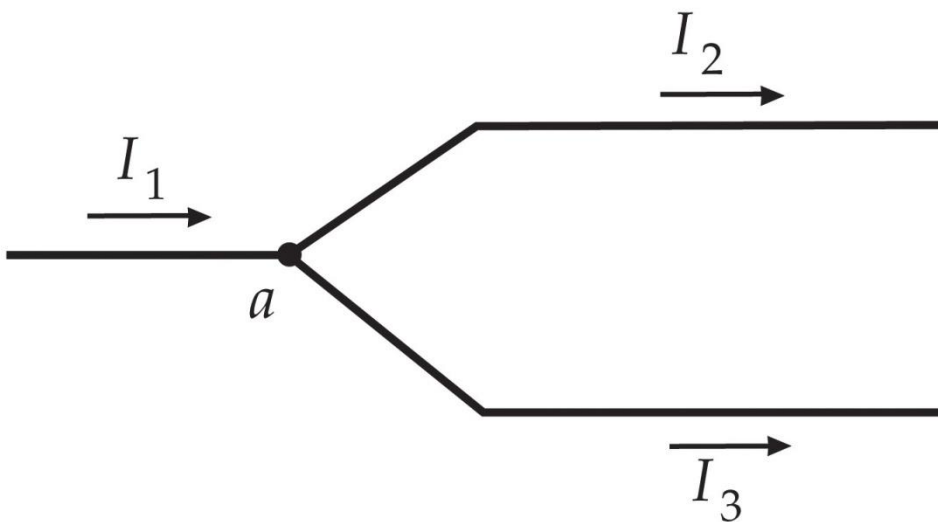
Segunda Ley de Kirchhoff

2. En cualquier **nudo**, la **suma de las corrientes es cero**

Convenio de signos:

- a) La corriente que **entra** es **negativa**
- b) La corriente que **sale** es **positiva**

Ejemplo elemental:



$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Conservación de la carga: la suma de las corrientes que entran debe ser igual a la de las corrientes que salen

Segunda Ley de Kirchhoff

2. En cualquier **nudo**, la **suma de las corrientes es cero**

Convenio de signos:

- a) La corriente que **entra** es **negativa**
- b) La corriente que **sale** es **positiva**

Ejemplo

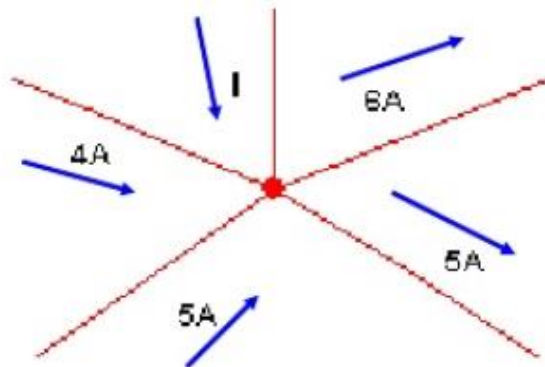
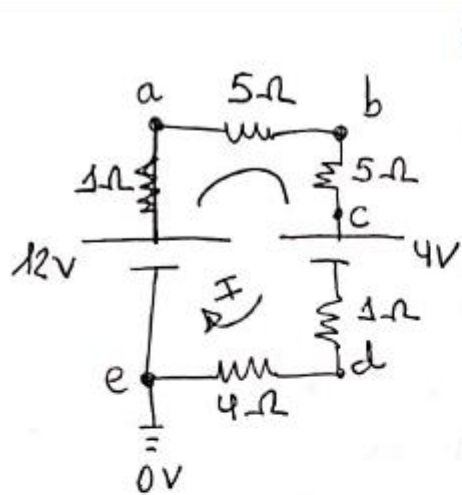


Figura 41

$$\begin{aligned}\sum I_{entran} &= \sum I_{salen} \\ 4A + 5A + I &= 6A + 5A \\ 9A + I &= 11A \\ I &= (11 - 9)A \\ I &= 2A\end{aligned}$$

EJEMPLO 1. CIRCUITO DE UNA MALLA



LA MALLA

$V_a?$ $V_b?$ $V_c?$ $V_d?$ $V_e?$

Kirchoff $\sum V_{\text{malla}} = 0$

V en R \oplus si vamos en el sentido de la I !

V baterías \ominus si sube en el sentido de la I !

\oplus si baja en el sentido de la I !

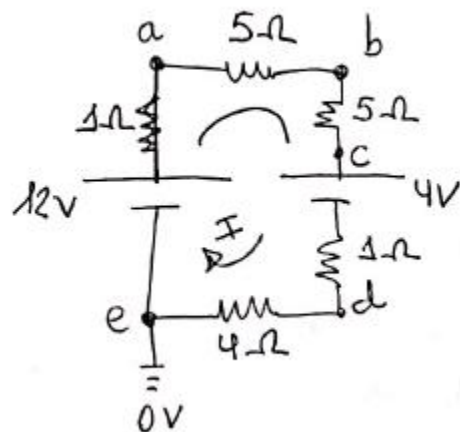
I es la misma en todas las R por que están en SERIE!

$$\underbrace{I \cdot 4\Omega + I \cdot 5\Omega + I \cdot 5\Omega + I \cdot 4\Omega + I \cdot 4\Omega}_{V \text{ Resistencias}} - \underbrace{12V + 4V}_{V \text{ fuentes}} = 0$$

$$16I - 8 = 0$$

$$16I = 8$$

$$I = \frac{8}{16} = 0.5 \text{ A}$$



$$V_a = V_e + 12V - \underbrace{1 \cdot 0.5}_{5\Omega \cdot 0.5A (1.0\Omega)} = 0 + 12 - 0.5 = \underline{\underline{11.5V}}$$

$$V_b = V_a - \underbrace{5 \cdot 0.5}_{10\Omega} = 11.5 - 5 \cdot 0.5 = 11.5 - 2.5 = \underline{\underline{9V}}$$

$$V_c = V_b - \underbrace{5 \cdot 0.5} = 9 - 2.5 = \underline{\underline{6.5V}}$$

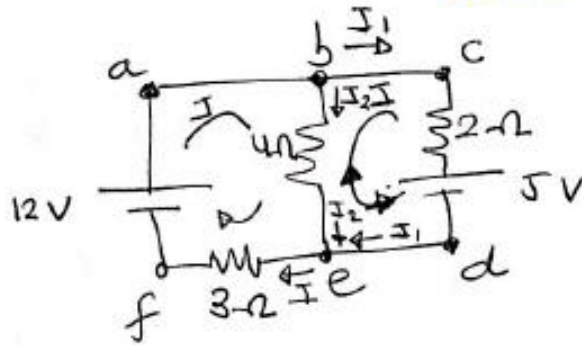
$$V_d = V_c - 4V - 0.5 \cdot 1 = 6.5 - 4 - 0.5 = \underline{\underline{2V}}$$

$$V_e = V_d - 4 \cdot 0.5 = 2 - 2 = 0V \rightarrow \text{comprobación!}$$

dato $V_e = 0V$!!

EJEMPLO 2. CIRCUITO DE DOS MALLAS

2 MALLAS



Mallas;
 (I) abefa
 (II) bcdeb
 (III) abcdefa

Nodos (b) y (e)

Podemos averiguar I_1, I_2, I con las ecuaciones:

Malla 3 (III) \rightarrow (abcdefa)

$$(1) \quad 2 \cdot I_1 + 3I + 5V - 12V = 0$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_R \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\mathcal{E}}$

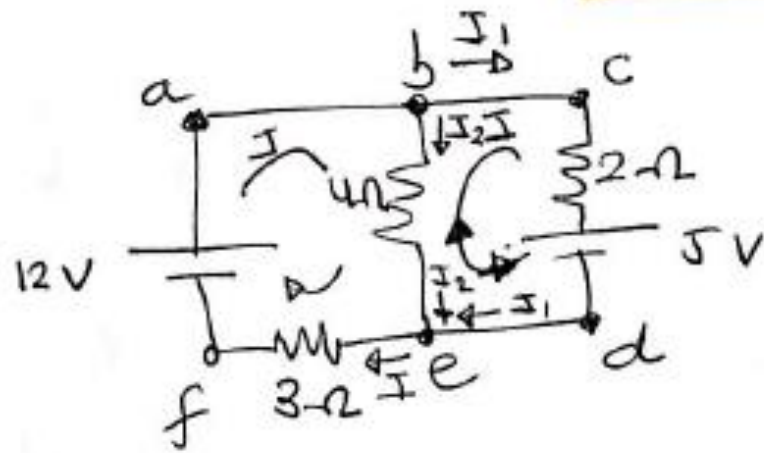
($\Sigma V = 0$) $\curvearrowright I$ horario

Malla (II) \rightarrow (bcdeb)

$$(2) \quad 2I_1 - 4I_2 + 5V = 0$$

($\Sigma V = 0$) $\curvearrowright I$ horario

\hookrightarrow Sentido contrario al elegido para I_2 , por eso \ominus .



Malas:
 (I) abefa
 (II) bcdeb
 (III) abcdefa
 Indes (b) y (e)

Nodo b $\sum I_{\text{entrantes}} = \sum I_{\text{salientes}}$

$$(3) \quad I = I_1 + I_2$$

3 ec con 3 incógnitas I , I_1 y I_2

$$\begin{aligned} \text{Sol: } I &= 2\text{A} \\ I_1 &= 0.5\text{A} \\ I_2 &= 1.5\text{A} \end{aligned}$$

Como los signos son
 todos + sentidos
 elegidos correctamente!

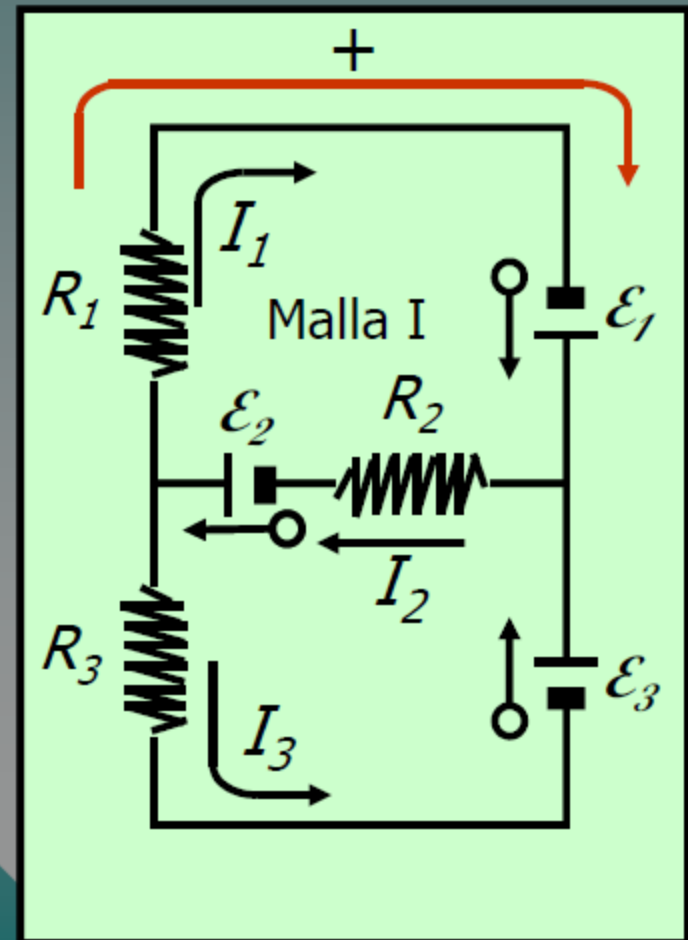
Leyes de Kirchhoff: Malla I

1. Suponga posibles flujos de corrientes consistentes.
2. Indique direcciones de salida positivas para fem.
3. Indique dirección de seguimiento consistente (sentido manecillas del reloj)

Regla del nodo: $I_2 = I_1 + I_3$

Regla del voltaje: $\sum \mathcal{E} = \sum IR$

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$



Leyes de Kirchhoff: Malla II

4. Regla del voltaje para Malla II:
Suponga dirección de
seguimiento positivo contra las
manecillas del reloj.

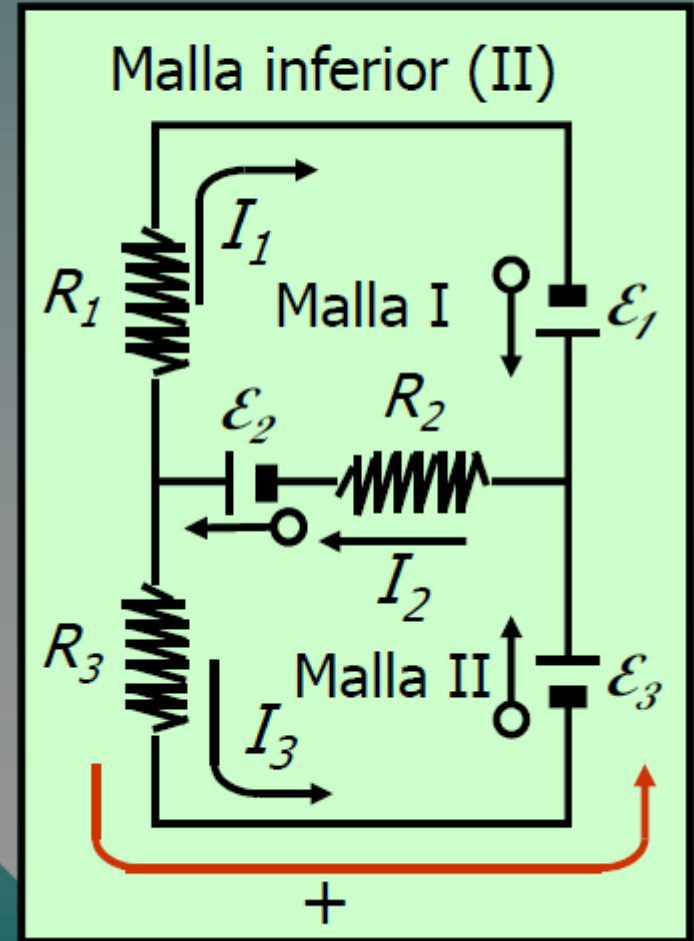
Regla del voltaje: $\Sigma \mathcal{E} = \Sigma IR$

$$\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = I_2 R_2 + I_3 R_3$$

¿Se aplicaría la misma ecuación
si se siguiera **en sentido de las
manecillas del reloj?**

¡Sí!

$$- \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 = -I_2 R_2 - I_3 R_3$$





Leyes de Kirchhoff: Malla III

5. Regla del voltaje para Malla III:
Suponga dirección de seguimiento contra las manecillas del reloj.

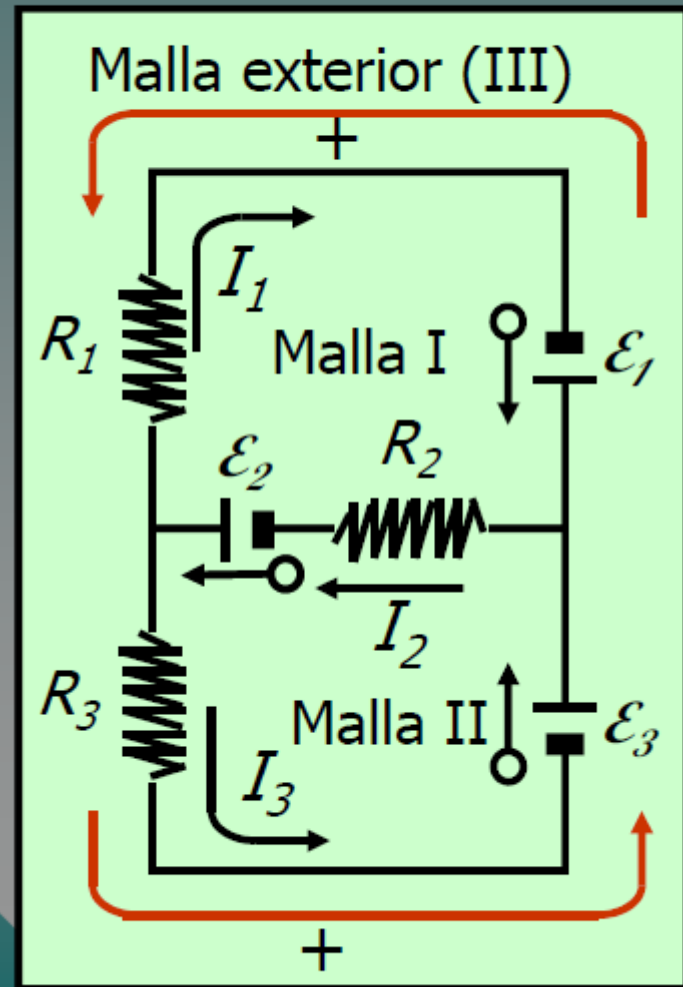
Regla del voltaje: $\Sigma \mathcal{E} = \Sigma IR$

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = -I_1 R_1 + I_3 R_3$$

¿Se aplicaría la misma ecuación si se sigue **en sentido de las manecillas del reloj**?

¡Sí!

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = I_1 R_1 - I_3 R_3$$



Cuatro ecuaciones independientes

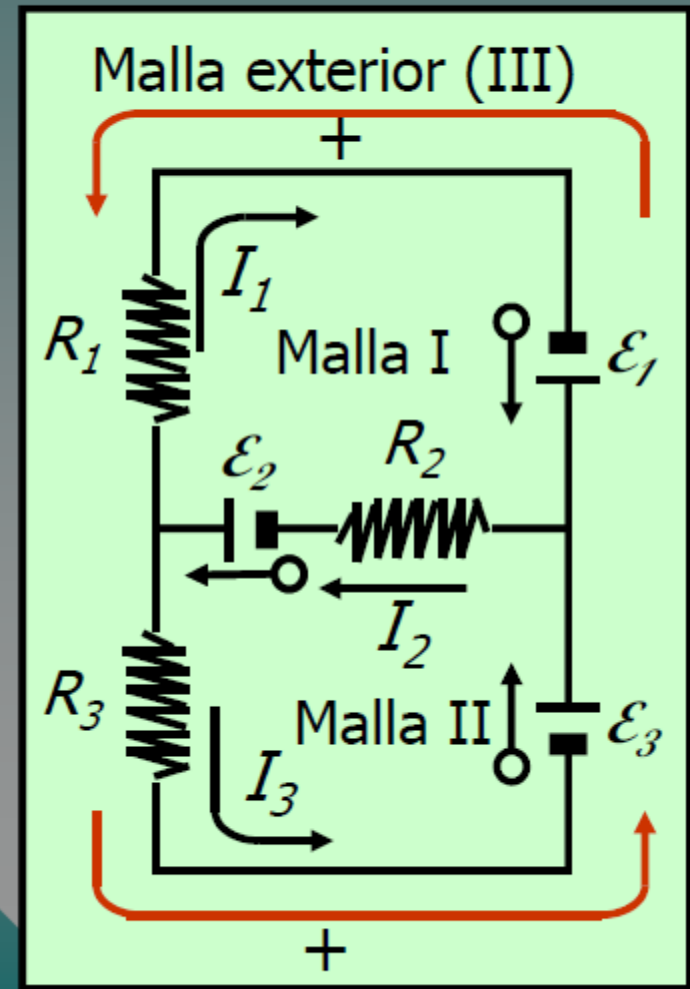
6. Por tanto, ahora se tienen cuatro ecuaciones independientes a partir de las leyes de Kirchhoff:

$$I_2 = I_1 + I_3$$

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = I_2 R_2 + I_3 R_3$$

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = -I_1 R_1 + I_3 R_3$$



Resolución de circuitos en CC: Teoremas de Thevenin y Norton

El teorema de Thévenin establece que cualquier circuito compuesto de elementos lineales puede simplificarse a una sola fuente de voltaje y una resistencia en serie.

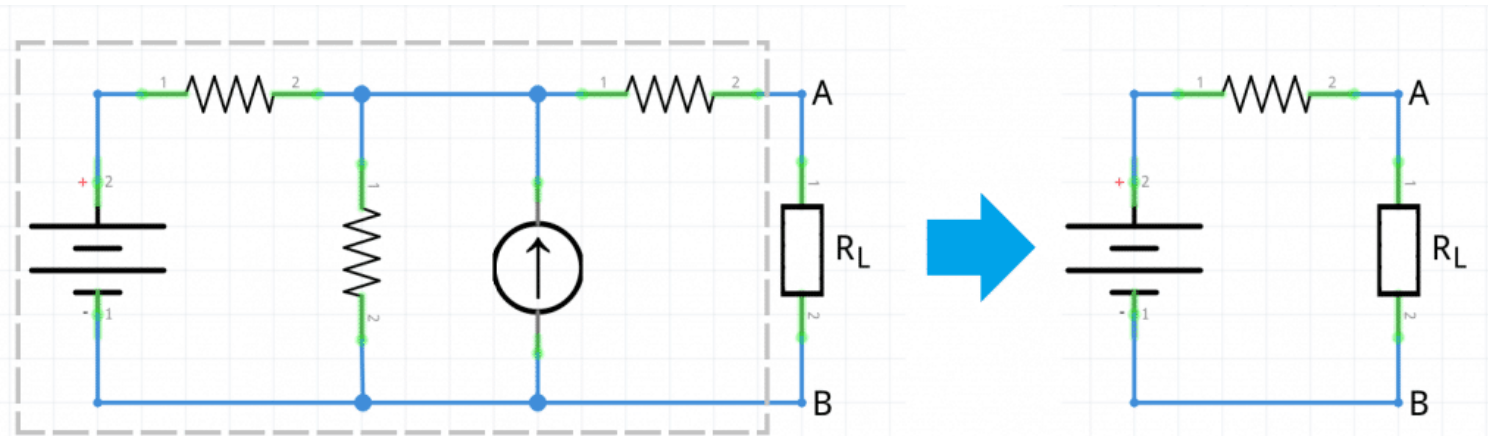
El teorema de Norton es el mismo que el de Thévenin, excepto que la fuente de voltaje y la resistencia en serie se reemplazan por una fuente de corriente y resistencia paralela.

DADA LA EQUIVALENCIA ENTRE AMBOS CIRCUITOS SE PUEDE PASAR DE UNO A OTRO TENIENDO EN CUENTA:

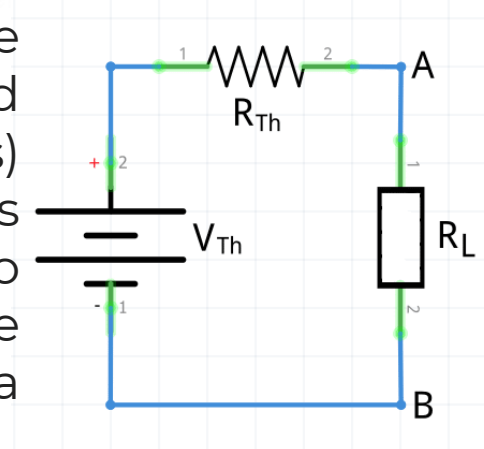
$$R_{th} = V_{th} / I_N$$

Teorema de Thevenin

En términos prácticos, este teorema establece que se puede sustituir el circuito por una fuente de voltaje y una impedancia o resistencia conectados en serie.



En corriente directa (DC), el teorema de Thévenin establece que cualquier red lineal (con dos fuentes independientes) puede ser reemplazada respecto a dos terminales A y B por un circuito equivalente que conste de una fuente de voltaje (V_{Th}) conectada en serie con una resistencia (R_{Th}).

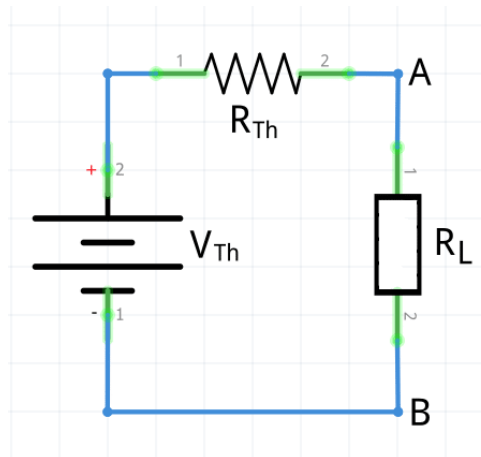


Cálculo de la tensión de Thévenin

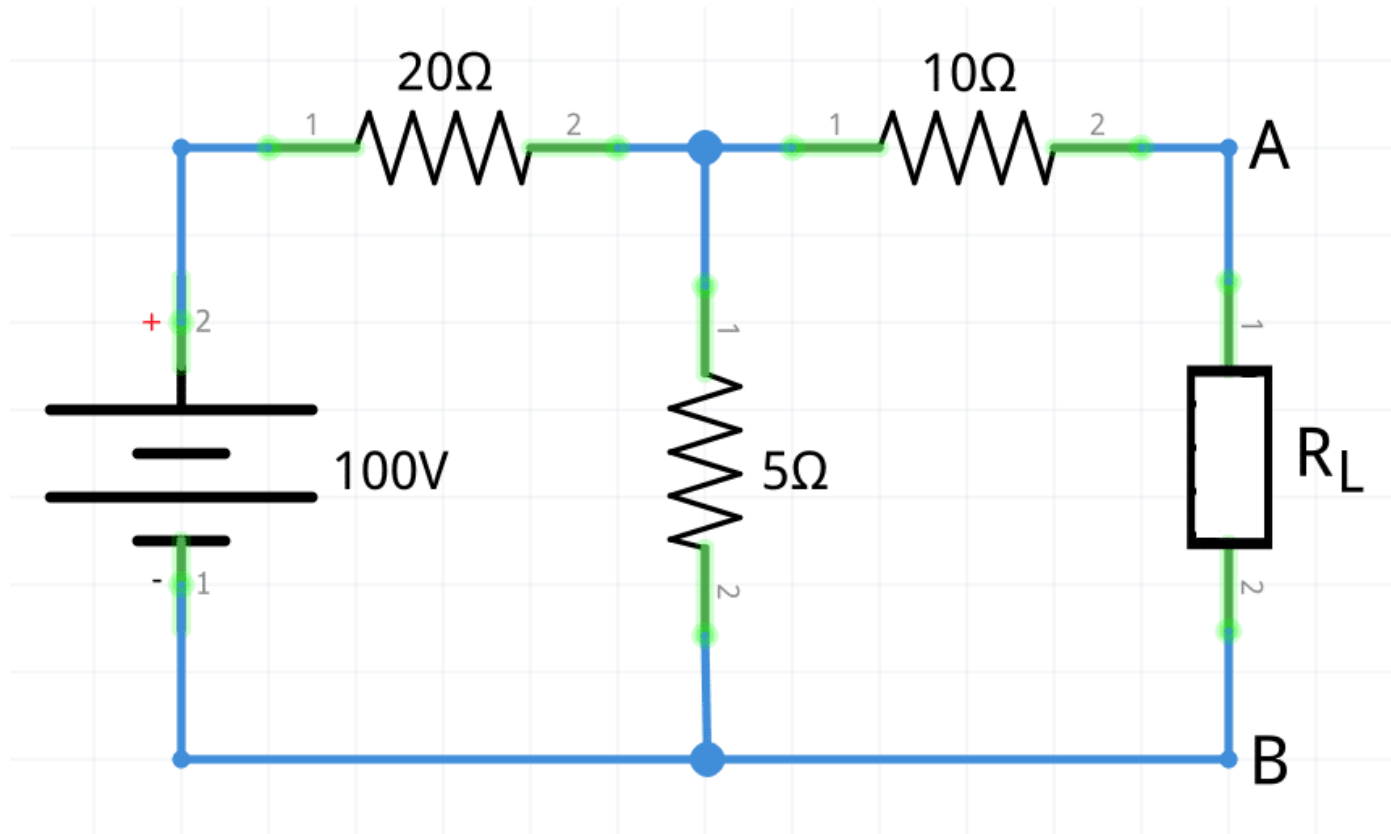
Para calcular la **tensión de Thévenin**, V_{Th} , se desconecta la carga (es decir, la resistencia de la carga o R_L) y se calcula V_{AB} . Al desconectar la carga, la intensidad que atraviesa R_{Th} en el circuito equivalente es nula y por tanto la tensión de R_{Th} también es nula. Por lo que ahora $V_{AB} = V_{Th}$ por la segunda ley de Kirchhoff.

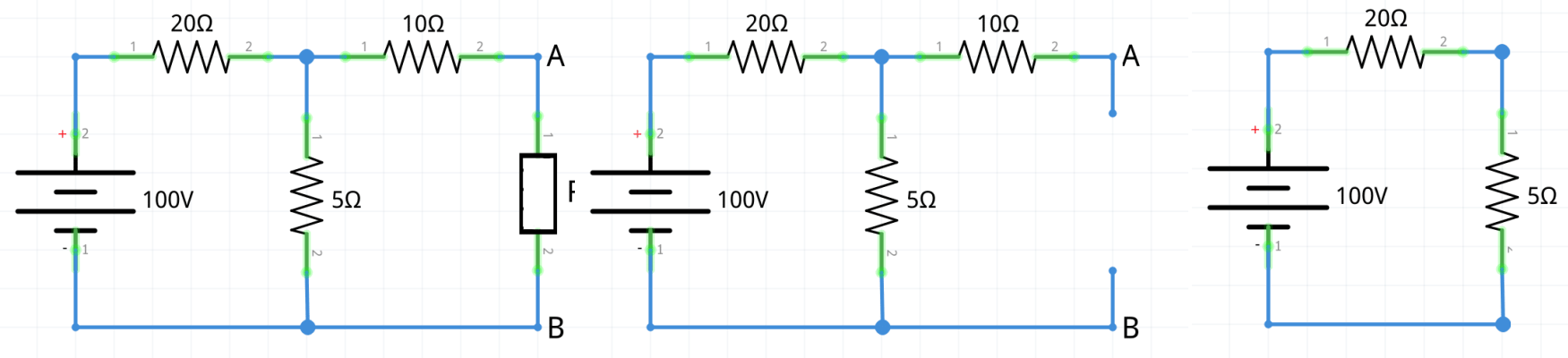
Cálculo de la resistencia de Thévenin

Para calcular la **resistencia de Thévenin** R_{Th} , se desconecta la resistencia de carga, se cortocircuitan las fuentes de voltaje y se abren las fuentes de corriente. Se calcula la resistencia que se ve desde los terminales AB y esa impedancia $R_{AB} = R_{Th}$ es la resistencia de Thevenin buscada.



Equivalente de Thévenin del siguiente circuito.





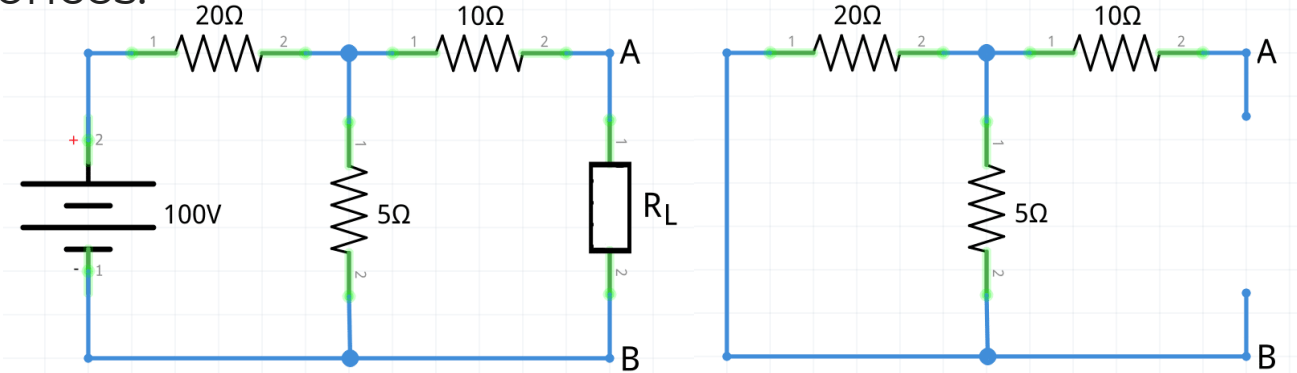
En primer lugar se calcula el **voltaje de Thévenin** entre los terminales A y B de la carga; para ello, se desconecta R_L del circuito (queda un circuito abierto entre A y B). Una vez hecho esto, se puede observar que la resistencia de **10Ω está en circuito abierto y no circula corriente a través de ella**, con lo que no produce ninguna caída de tensión.

La diferencia de potencial entre los terminales A y B es igual que la tensión que cae en la resistencia de 5Ω , con lo que la tensión de Thévenin resulta:

$$-100 + 20I + 5I = 0; 25I = 100 \quad I = 4 \text{ A}$$

$$V_{Th} = V_{5\Omega} = 5I = 20 \text{ V.}$$

Ahora se debe calcular la **resistencia de Thévenin**, para ello se **desconecta la carga R_L** del circuito y se anula la **fuerza de tensión sustituyéndola por un cortocircuito**. Por lo tanto, se halla la equivalente a las tres resistencias: las resistencias de $20\ \Omega$ y $5\ \Omega$ están conectadas en paralelo y estas están conectadas en serie con la resistencia de $10\ \Omega$, entonces:



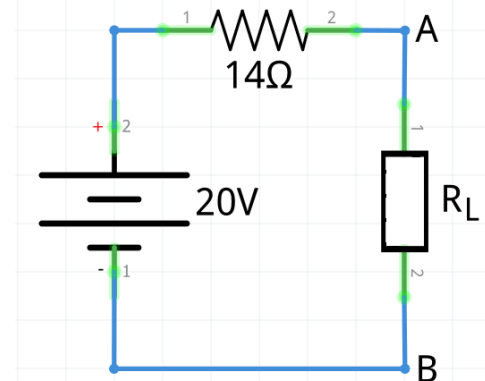
La equivalente a las tres resistencias: las resistencias de $20\ \Omega$ y $5\ \Omega$ están conectadas en paralelo y estas están conectadas en serie con la resistencia de $10\ \Omega$, entonces:

$$1/R_1 = 1/20 + 1/5 = 5/20, R_1 = 4\ \Omega$$

$$R_{Th} = 4 + 10 = 14\ \Omega$$

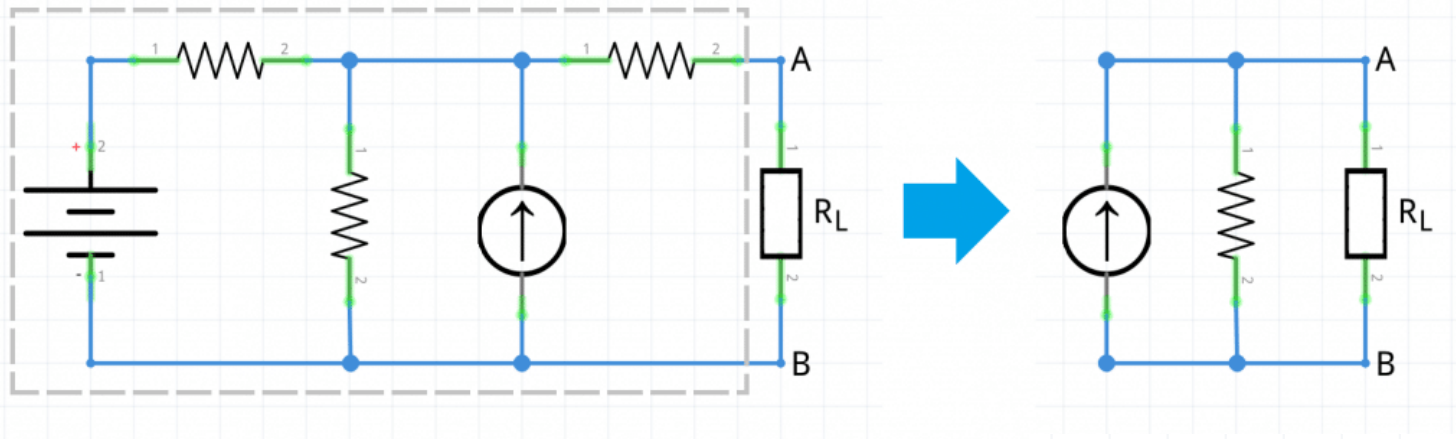
$$V_{Th} = 20\ V.$$

Equivalente de Thevenin:

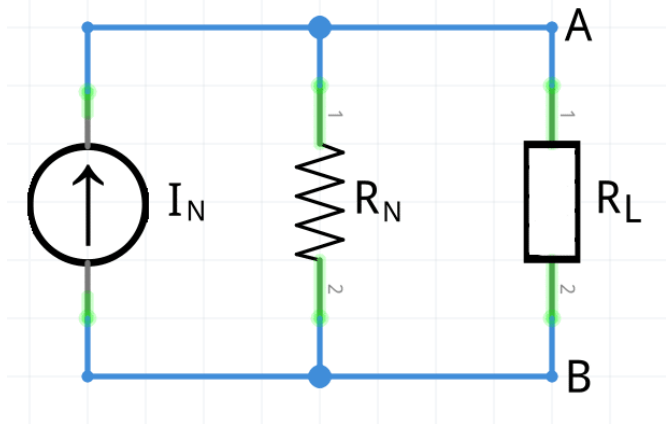


Teorema de Norton

En términos prácticos, este teorema establece que se puede sustituir el circuito por una fuente de corriente y una impedancia o resistencia conectados en paralelo.



En corriente directa (DC) el teorema de Norton establece que cualquier red de corriente directa lineal bilateral de dos terminales puede ser reemplazada por un circuito equivalente que consista de una fuente de corriente (I_N) y una resistencia en paralelo (R_N).

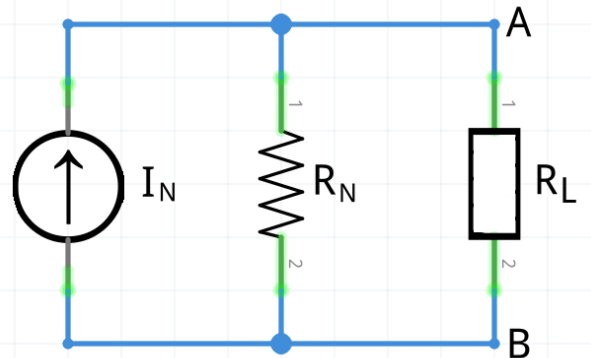


Cálculo de la corriente de Norton

Se calcula la **corriente de salida**, I_{AB} , cuando se cortocircuita la salida, es decir, cuando se pone una carga (tensión) nula entre A y B. Al colocar un cortocircuito entre A y B toda la intensidad I_N circula por la rama AB, por lo que ahora I_{AB} es igual a I_N .

Cálculo de la resistencia de Norton

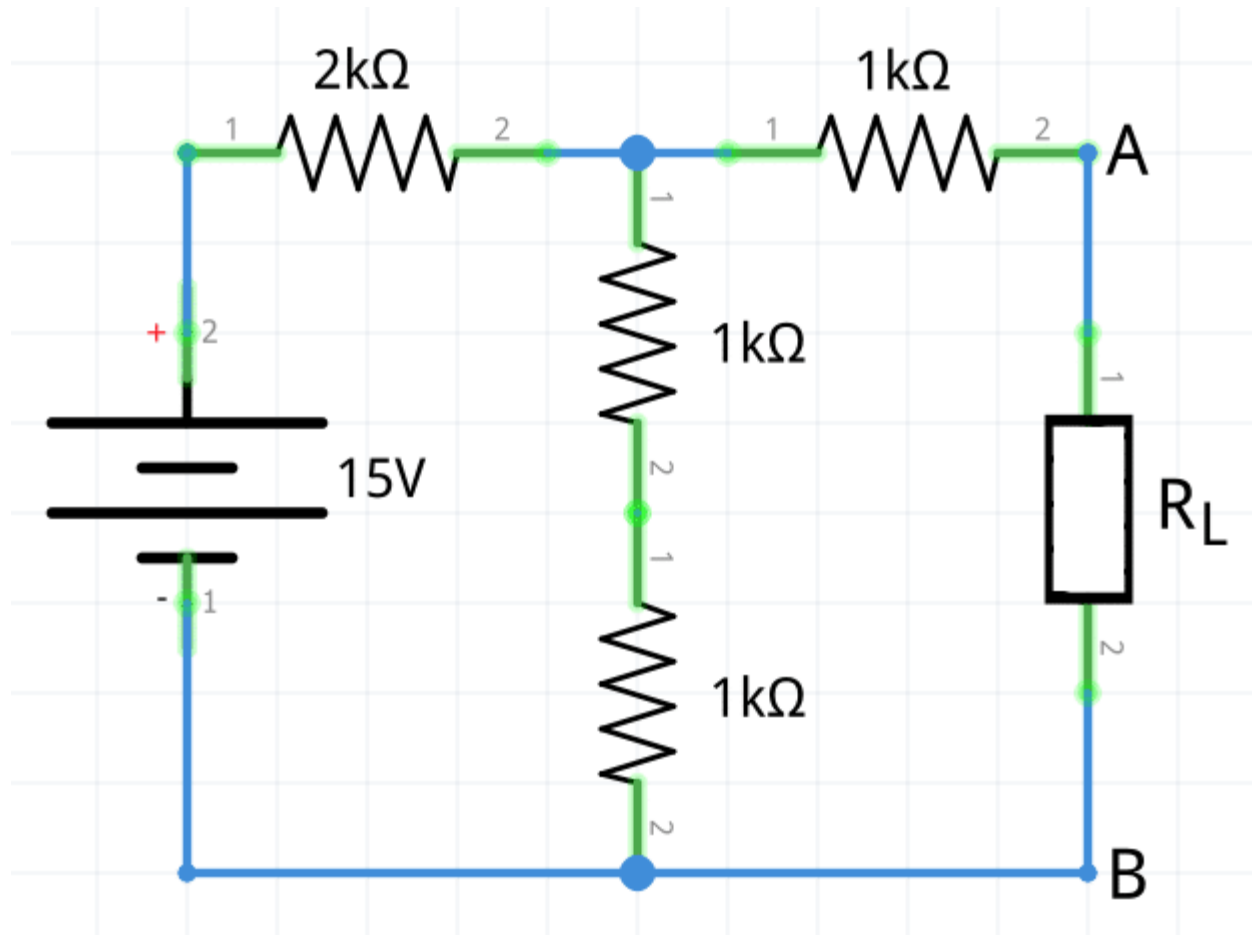
Se calcula la tensión de salida, V_{AB} , cuando no se conecta ninguna carga externa, es decir, cuando se pone una resistencia infinita entre A y B. R_N es ahora igual a V_{AB} dividido entre I_N porque toda la intensidad I_N ahora circula a través de R_N y las tensiones de ambas ramas tienen que coincidir..

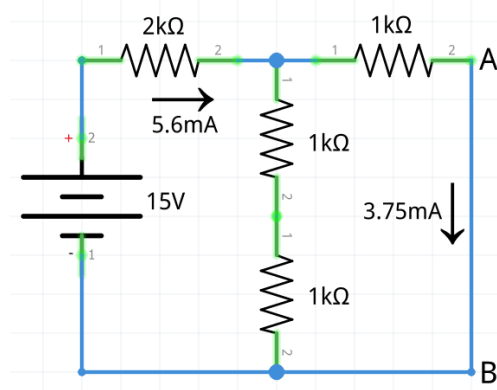
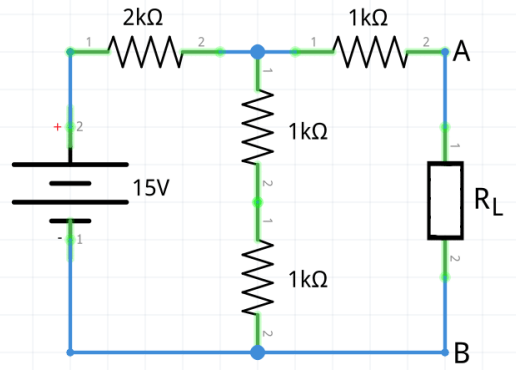


DADA LA EQUIVALENCIA ENTRE AMBOS CIRCUITOS SE PUEDE PASAR DE UNO A OTRO TENIENDO EN CUENTA:

$$R_{th} = V_{th} / I_N$$

Equivalente de Norton del siguiente circuito.





En primer lugar se calcula la corriente de Norton entre los terminales A y B de la carga; para ello, se desconecta R_L del circuito (queda un circuito abierto entre A y B). Una vez hecho esto, se procede a obtener la intensidad total que viene dada por:

$$1/R_1 = 1/1 + 1/2 = 1,5 \text{ k}\Omega, \mathbf{R_1 = 2/3 \text{ k}\Omega}, \mathbf{R_{total} = R_1 + R_2 = 2/3 + 2 = 8/3 = 2,66 \text{ k}\Omega}$$

$$\mathbf{I_{total} = 15 / 2,66 = 5,265 \text{ mA}}$$

$$\mathbf{I_{AB} = I_{norton}; I_{total} * 2 = I_{norton} * 3; I_{norton} = 5,265 * 2/3 = \mathbf{3,75 \text{ mA}}}$$

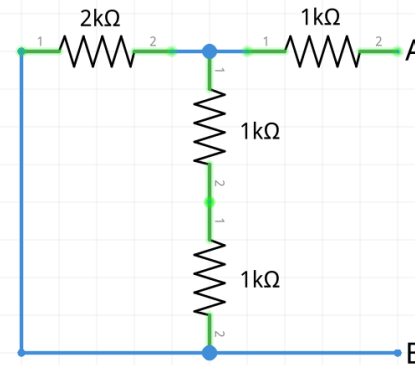
Utilizando la regla del divisor de corriente se puede obtener la intensidad entre las terminales A y B.

Ahora se debe calcular la **resistencia de Norton**, para ello se desconecta la carga R_L del circuito y se anula la fuente de voltaje sustituyéndola por un cortocircuito. Por lo tanto, se halla la equivalente a las cuatro resistencias: las resistencias centrales de $1\text{k}\Omega$ están conectadas en serie, éstas a su vez están conectadas en paralelo con la resistencia de $2\text{k}\Omega$ para finalmente estar conectadas en serie con la resistencia de $1\text{k}\Omega$ que se encuentra del lado derecho, entonces:

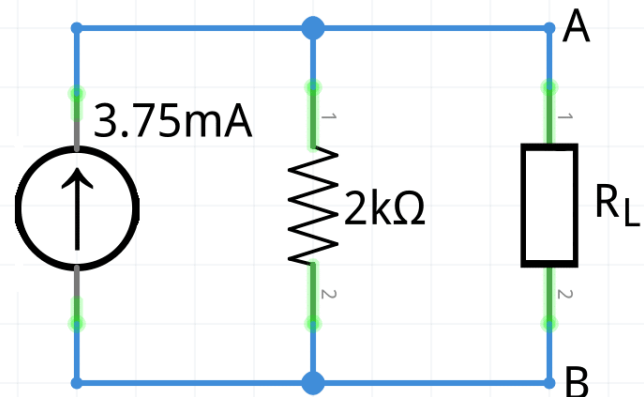
$$R_1 = 1 + 1 = 2\text{k}\Omega$$

$$1/R_2 = 1/2 + 1/2 = 1\text{k}\Omega$$

$$R_N = R_1 + R_2 = 2\text{k}\Omega$$



Equivalente de Norton:



VIDEOS DE APOYO

<https://www.youtube.com/watch?v=QjGl-004Cm4&list=PLGaU5QQpWIH8xwVyw4uZEAT61FrQieDpW&index=27&t=0s>

<https://www.youtube.com/watch?v=f8S2ihGKU40>

<https://www.youtube.com/watch?v=cCESriCJtgl>