

APELLIDOS, NOMBRE: _____

Ejercicio 1

40 puntos

Ejercicio 2

25 puntos

Ejercicio 3

10 puntos

Ejercicio 4

25 puntos

FINAL

100

Razonar debidamente las respuestas**100 minutos**

1. Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta. (Recuerda que si la afirmación es verdadera hay que dar una demostración mientras que si la afirmación es falsa es suficiente con dar un contraejemplo):

(a) Sean P , Q y R tres proposiciones:

Si R es verdadera entonces $\neg R \Rightarrow ((P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee \neg R))$ es verdadera.

(b) Sean D , E conjuntos. y $f : D \rightarrow E$ una función inyectiva. Si $A \subseteq D$ y $B \subseteq D$ se tiene que

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B).$$

(c) Sea $f : A \rightarrow B$ una función entre conjuntos. Entonces si $C \subset B$ se tiene

$$A \setminus f^{-1}(C) = f^{-1}(B \setminus C).$$

(d) $\mathcal{P}(\mathcal{P}(X) \setminus \emptyset) = \mathcal{P}(\mathcal{P}(X \setminus \emptyset))$, donde X es un conjunto cualquiera.

2. Demuestra que $3^n > n^3$ para $n \geq 4$.

3. Si $A = \{n \in \mathbb{N} : 10 < n < 20\}$ y $B = \{k \in \mathbb{Z} : k + 15 \in A\}$. Determinar explícitamente los elementos del conjunto B .

4. Indica, en cada uno de los siguientes casos si la función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva. Justifica cada respuesta, y en caso de ser biyección exhibe su inversa:

(a) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, dada por $f(n, m) = 6n + 10m$.

(b) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, dada por $f(n, m) = 7n + 10m$.