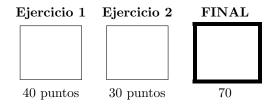
## CONJUNTOS Y NÚMEROS

## Grado en Informática-Matemáticas Curso 2022–23

Examen 11-11-2022

Apellidos, Nombre:



Razonar debidamente las respuestas

100 minutos

- 1. En cada una de las relaciones siguientes determina si es de orden, de equivalencia o de ninguna de los tipos anteriores.
- $(R_1)$  En  $\mathbb{Z}$ :  $xR_1y \iff$  existe  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  tal que y-x=2n.
- $(R_2)$  En  $\mathbb{R}$ :  $xR_2y \iff x^2 y^2 = x y$ .
- $(R_3)$  Sea  $R_+ := \{ r \in \mathbb{R} : r \ge 0 \}$ . En  $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : (x, y) R_3(z, t) \iff x \le z \ y \ x^2 + y^2 \le z^2 + t^2$ .
- $(R_4)$  Sea  $U = \{1, 2, 3, 4\}$  y  $A = \{1, 2\}$ . En  $\mathcal{P}(U)$ :  $XR_4Y \iff X \cup A = Y \cup A$ .
- a) Para los casos en los que  $R_i$  es de equivalencia se pide:
  - Describir las clase de equivalencia.
  - Describir el conjunto cociente.
  - ¿Tienen todas las clases de equivalencia el mismo cardinal?
- b) Para los casos en los que  $R_i$  es de <u>orden</u> se pide:
  - Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como máximo y el mínimo.
  - Determina si es un orden total o no.
- 2. Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta. (Recuerda que si la afirmación es verdadera hay que dar una demostración mientras que si la afirmación es falsa es suficiente con dar un contraejemplo):
  - (a) Sean  $a \in \mathbb{R}$  y  $X \subset \mathbb{R}$  un conjunto numerable. El conjunto  $\{a + x : x \in X\}$  es numerable.
  - (b) El conjunto  $\{A \subset \mathbb{Q} : |A| = 2\}$  no es numerable.
  - (c) Sean  $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es impar}\}\ y B = \{n \in \mathbb{N} : 2011 \text{ divide a } n-3\}$ . Entonces |A| = |B|.