

Conjuntos y Números, UAM

EXAMEN PARCIAL 2

27 DE NOVIEMBRE DE 2020

APELLIDOS Y NOMBRE: _____ GRUPO: _____

--	--	--	--	--

Se pide razonar y justificar todas las respuestas

Tiempo disponible: 90 minutos

1. **(2,5 puntos)** Dar un ejemplo o justificar por qué es imposible que exista:
 - a) Una relación de orden parcial que no es de orden total.
 - b) Una relación de orden total con dos elementos maximales.
 - c) Una relación de orden parcial con exactamente un elemento maximal pero sin máximo.

2. **(2,5 puntos)** Definimos en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ la relación

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \iff \text{ambos } a - c \text{ y } b - d \text{ son pares.}$$

- (a) Demuestre que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
- (b) Identifique razonadamente la clase de $(0, 0)$, es decir, el conjunto

$$[(0, 0)] = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (a, b)\mathcal{R}(0, 0)\}.$$

Haga lo mismo para $[(0, 1)]$. ¿Cuál es el cardinal de la clase de $(0, 0)$?

- (c) ¿Cuál es el cardinal del conjunto cociente $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})/\mathcal{R}$?

3. **(2,5 puntos)** Se pide encontrar el conjunto de soluciones enteras de la ecuación

$$17x + 14y = 242.$$

4. **(2,5 puntos)**

- a) Demostrar que $2020^{36} \equiv 1(21)$.
- b) Sea p primo, $p > 2$. Demostrar que el número combinatorio $\binom{2p}{p-1}$ es divisible por p y no es divisible por p^2 .