

COMP7308: Introduction to Unmanned Systems School of Computi

概要

本章节为香港大学计算机与数据科学学院人工智能与数据科学系的COMP7308课程——无人系统导论中的高级主题之一，专注于粒子滤波器的高级应用。通过本章节的学习，学生将能够理解粒子滤波器在无人系统中的关键作用和实现方式，以及如何在复杂环境中有效利用粒子滤波器进行状态估计和预测。

核心概念

- 粒子滤波器：一种基于蒙特卡洛方法的算法，用于基于一系列观测数据来估计动态系统的状态。
- 状态估计：在给定一些观测数据的情况下，预测或计算系统的内部状态。
- 蒙特卡洛方法：一种依靠重复随机抽样来计算数值解的统计方法。

推导 / 示例

粒子滤波器的基本思想是使用一组随机生成的粒子（即样本），这些粒子代表了可能的系统状态。通过对这些粒子的不断更新和重采样，粒子滤波器能够逐渐逼近系统的真实状态。以下是一个简单的例子：

- 假设一个机器人在一维空间上移动，其位置是未知的，我们通过传感器测量其位置。
- 初始化时，我们随机生成一组粒子，每个粒子代表一个可能的位置。
- 每当有新的观测数据时，我们根据观测数据更新粒子的权重，权重高的粒子更有可能接近真实位置。
- 通过重采样步骤，我们淘汰权重低的粒子，并复制权重高的粒子，以此逼近真实的位置。

条件与限制

- 粒子退化：当大多数粒子的权重都集中在少数几个粒子上时，会发生粒子退化现象，这会导致滤波器性能下降。
- 计算资源：粒子滤波器的计算成本较高，特别是在粒子数量很多或维度很高的情况下。

小结

通过本章节的学习，学生应能够理解粒子滤波器的工作原理及其在无人系统中的应用。同时，学生也应该意识到在实际应用中可能遇到的计算资源限制和粒子退化问题。下一步，建议学生通过实际案例进一步探索粒子滤波器在复杂环境中的应用。

Particle filter algorithm • For each particle in S (cid:3047)

概要

粒子滤波算法是一种基于序列重要性采样的贝叶斯滤波方法，广泛应用于非线性和非高斯噪声的状态估计问题中。本章节将详细介绍粒子滤波算法的基本原理和步骤，帮助学生理解如何通过这种算法对系统状态进行有效估计。学习目标包括掌握粒子滤波的工作流程、理解重要性权重的计算方法以及粒子重采样的原理。

核心概念

- 粒子：代表系统可能状态的样本点。
- 重要性权重：每个粒子根据观测数据的适应度被赋予的权重。
- 重采样：根据粒子的权重，选择粒子集合中的粒子以构成新的粒子集合的过程。

推导 / 示例

粒子滤波算法主要包括以下几个步骤：

1. 初始化粒子集合：从先验分布中随机生成一组粒子。
2. 预测步骤：根据系统的运动模型推进每个粒子。
 - 示例：如果粒子表示位置，运动模型可能是基于速度和方向的简单物理模型。
3. 更新步骤：为每个粒子计算重要性权重，通常基于观测数据与粒子预测状态的匹配程度。
 - 示例：权重可以通过比较实际观测数据和根据粒子状态预测的观测数据来计算。
4. 重采样：根据粒子的权重进行重采样，生成新的粒子集合。
 - 示例：权重较大的粒子将有更高的概率被选中。

条件与限制

- 粒子滤波算法的效果很大程度上依赖于粒子的数量和质量。
- 当观测数据包含较大噪声时，权重计算可能会导致权重集中在少数几个粒子上，从而影响滤波效果。

小结

本章节我们详细介绍了粒子滤波算法的工作原理和关键步骤，包括粒子的初始化、预测、更新和重采样。通过学习，学生应能理解如何利用粒子滤波处理非线性和非高斯噪声问题，为进一步的学习和研究打下坚实的基础。

Particle filter derivation • Consider the particles as state

概要

粒子滤波器是一种重要的非线性非高斯滤波方法，它通过采样的方式来近似后验概率分布。在

这一章节中，我们将探讨粒子滤波器的推导过程，特别是如何将粒子视为状态序列样本，并在整个序列上形成信念。虽然这是一个巨大的状态空间需要用一组粒子来近似，但是对于推导过程，我们只需要考虑三个粒子。

核心概念

- 粒子滤波器：一种通过采样的方式来近似后验概率分布的非线性非高斯滤波方法。
- 状态序列样本：在粒子滤波器中，粒子被视为状态序列的样本。
- 信念：在整个状态序列上形成的概率分布。

推导 / 示例

粒子滤波器的推导过程可以分为以下几个步骤：

1. 视粒子为状态序列样本：首先，我们将粒子视为状态序列的样本。这意味着每个粒子都代表了一种可能的状态序列。
2. 在整个序列上形成信念：然后，我们在整个状态序列上形成信念，而不仅仅是在当前状态。这是通过计算每个粒子的权重来实现的，权重反映了该粒子代表的状态序列的可能性。
3. 近似巨大的状态空间：虽然整个状态序列的空间是巨大的，但是我们可以通过一组粒子来近似。这是因为，尽管状态空间可能非常大，但是实际上可能的状态序列是有限的。

例如，假设我们有三个粒子，每个粒子代表一种可能的状态序列。我们可以通过计算每个粒子的权重，然后根据这些权重在整个状态序列上形成信念。

条件与限制

- 粒子滤波器的推导和应用需要满足一些条件和限制。首先，状态序列必须是可观察的，即我们可以通过观察得到状态序列的信息。其次，粒子的数量必须足够大，以便能够有效地近似状态空间。

小结

通过本章节的学习，我们了解了粒子滤波器的推导过程，包括如何将粒子视为状态序列样本，如何在整个序列上形成信念，以及如何近似巨大的状态空间。在实际应用中，我们需要注意满足一些条件和限制，以确保粒子滤波器的有效性。下一步，我们将进一步探讨粒子滤波器的具体应用和实现方法。

Particle filter derivation • Using Bayes theorem, expand bel

概要

粒子滤波器是一种基于贝叶斯定理的序列估计方法，用于从噪声数据中估计动态系统的状态。本章节将详细介绍如何利用贝叶斯定理扩展对上一次测量的信念，并说明马尔可夫假设在此过程中的应用。学习目标是理解粒子滤波器的推导过程，并掌握其在实际问题中的应用方式。

核心概念

- 贝叶斯定理：一种在已知某些条件的概率后，用来求解另一条件概率的方法。
- 信念（Belief）：在贝叶斯滤波中，表示对系统状态的概率估计。
- 马尔可夫假设：一个假设，认为系统的下一个状态仅依赖于当前状态，而与更早的状态无关。

推导 / 示例

粒子滤波器的推导基于贝叶斯定理，通过以下步骤进行：

1. 初始化信念：设定初始状态的信念分布，通常是均匀分布或基于先验知识的分布。
2. 预测步骤：使用系统模型预测下一状态的信念分布。
3. 更新步骤：根据新的测量数据更新信念。这一步骤使用贝叶斯定理，公式如下：
$$\text{bel}(x_t) = \eta p(z_t | x_t) \sum_{x_{t-1}} p(x_t | x_{t-1}) \text{bel}(x_{t-1})$$
 其中，(η)是归一化常数，($p(z_t | x_t)$)是测量的似然函数，($p(x_t | x_{t-1})$)是状态转移概率。

例子：假设一个机器人在一维空间上移动，其位置的信念通过粒子滤波器进行更新。如果机器人实际向前移动了一单位，但测量结果是向前两单位，粒子滤波器将根据这一测量结果调整位置的信念分布。

条件与限制

- 适用条件：系统必须满足马尔可夫性质，即下一状态的概率仅依赖于当前状态。
- 常见误区：不应忽视测量噪声和过程噪声的影响，否则会导致估计偏差。

小结

本章节通过贝叶斯定理的应用，展示了粒子滤波器在状态估计中的推导过程。理解并应用这些概念，可以有效地处理含有噪声的动态系统测量数据。下一步建议深入学习粒子滤波器在不同应用场景下的特定调整方法。

Particle filter derivation • Conditional probability can be

概要

粒子滤波器是一种基于贝叶斯推断的序列估计方法，主要用于非线性和非高斯动态系统的状态估计。本章节将详细推导粒子滤波器的数学原理，特别是如何利用条件概率扩展上一分布，并再次应用马尔可夫假设。通过本章的学习，学生将能够理解粒子滤波器的工作机制，并掌握其基本的数学推导过程。

核心概念

- 条件概率：给定事件B发生的条件下，事件A发生的概率。
- 马尔可夫假设：系统的下一状态仅依赖于当前状态，与更早的状态无关。
- 粒子滤波器：一种基于蒙特卡洛方法的递归滤波技术，用于估计动态系统的状态。

推导 / 示例

粒子滤波器的推导可以分为以下几个步骤：

1. 初始化：假设我们有一个初始概率分布，通常是基于先验知识或假设。
2. 预测：根据系统模型预测下一时刻的状态，这一步骤涉及到条件概率和马尔可夫假设。
3. 更新：利用新的观测数据更新我们的预测，形成后验分布。

例如，考虑一个简单的运动模型，其中位置只依赖于前一时刻的位置和速度，我们可以使用下面的公式来预测下一位置： $x_{t+1} = x_t + v_t \Delta t$ 其中 (x_t) 是当前位置，(v_t) 是当前速度，(Δt) 是时间间隔。

条件与限制

- 适用前提：系统状态需要能够通过马尔可夫性质进行建模。
- 常见误区：粒子滤波器不适用于所有类型的动态系统，特别是那些具有强烈非马尔可夫特性的系统。

小结

本章节中，我们详细探讨了粒子滤波器的数学推导，特别是如何利用条件概率和马尔可夫假设进行状态估计。通过具体的例子和步骤解析，学生应能够理解并应用粒子滤波器来处理动态系统的状态估计问题。下一步，建议学生尝试将这些理论应用于具体的工程问题中，以加深理解。

Particle filter derivation • The sequence x

(cid:2868):(cid:2869)

概要

本章节将讲解粒子滤波器的推导过程。粒子滤波器是一种基于蒙特卡洛方法的非参数贝叶斯滤波器，用于处理非线性非高斯问题。我们将学习如何将粒子滤波器的推导过程分解为两个步骤：预测和更新。在这个过程中，我们将看到序列 x (cid:2868):(cid:3047)(cid:2879)(cid:2869)是如何独立于 u (cid:3047)的。学习目标是理解粒子滤波器的工作原理，并能够应用它来解决实际问题。

核心概念

- 粒子滤波器：一种基于蒙特卡洛方法的非参数贝叶斯滤波器，用于处理非线性非高斯问题。
- 预测步骤：在粒子滤波器的推导过程中，预测步骤是生成预测信念粒子集的过程。
- 更新步骤：在粒子滤波器的推导过程中，更新步骤是根据新的观测数据更新粒子权重的过程。

推导 / 示例

粒子滤波器的推导过程可以分为预测和更新两个步骤：

1. 预测：在这个步骤中，我们生成一个预测信念粒子集。每个粒子代表了一个可能的系统状态。这个步骤中生成的第 i 个粒子是预测信念粒子集的一个元素。这个过程不依赖于 u (cid:3047)。
2. 更新：在这个步骤中，我们根据新的观测数据更新粒子的权重。这个过程使得与观测数据更符合的粒子获得更大的权重，从而使得粒子集更好地反映了系统的真实状态。

例如，假设我们正在使用粒子滤波器来跟踪一个移动的物体。在预测步骤中，我们可能会生成一些代表物体可能位置的粒子。然后，在更新步骤中，我们会根据新的观测数据（例如，从雷达或摄像头获取的数据）来更新这些粒子的权重。这样，我们就可以得到一个更准确的物体位置的估计。

条件与限制

- 粒子滤波器的有效性依赖于粒子集的大小。如果粒子集太小，那么滤波器可能无法准确地估计系统的状态。因此，选择合适的粒子集大小是非常重要的。
- 粒子滤波器的预测步骤不依赖于 u (cid:3047)。这是因为在这个步骤中，我们只是生成了一个预测信念粒子集，而这个过程并不需要 u (cid:3047)的信息。

小结

通过本章节的学习，我们理解了粒子滤波器的推导过程，包括预测和更新两个步骤。我们也了解了粒子滤波器的一些关键概念，以及如何应用它来解决实际问题。在实际应用中，我们需要注意选择合适的粒子集大小，以确保滤波器的有效性。下一步，我们将进一步学习如何在具体的问题中应用粒子滤波器。

Particle filter derivation • The measurement update uses the

概要

粒子滤波器的推导过程中，测量更新是一个关键步骤，它使用重要性采样来生成粒子集，代表信念的分布。这一过程涉及到根据预测的信念来对粒子进行加权，进而使用测量模型作为加权参数，确保粒子集能够按照完整的信念序列分布。本章节将详细介绍粒子滤波器在测量更新中的应用，帮助学生理解其原理和实现方式。

核心概念

- 重要性采样：一种概率采样方法，用于从复杂的概率分布中生成样本，并通过适当的加权来近似目标分布。
- 信念表示：在贝叶斯滤波中，信念表示对系统状态的概率认知。
- 测量模型：用于描述观测数据与系统状态之间关系的模型，常用于更新信念状态。

推导 / 示例

在粒子滤波器的测量更新阶段，我们遵循以下步骤进行推导：

1. 预测步骤：根据系统的动态模型预测下一状态的粒子分布。

2. 更新步骤：利用新的观测数据，通过测量模型调整每个粒子的权重。
3. 重采样：基于更新后的权重，从当前粒子集中选择出代表性的粒子，形成新的粒子集。

例如，假设一个机器人的位置是我们要估计的状态，机器人的观测数据是与已知地标的距离。在测量更新中，每个粒子表示一个可能的机器人位置，通过比较实际观测数据与粒子预测的观测数据，调整粒子的权重，使得与实际观测数据更接近的粒子获得更高的权重。

条件与限制

- 模型准确性：测量模型的准确性直接影响到权重的调整和粒子滤波器的效果。
- 样本代表性：重采样过程中可能出现样本贫化问题，即多个粒子可能会收敛到相同的状态，导致样本多样性降低。

小结

通过本章节的学习，我们了解了粒子滤波器在测量更新中的关键步骤和原理。重要性采样在这一过程中扮演了核心角色，它通过调整粒子权重来逼近真实的状态分布。理解这一过程有助于在实际应用中更好地实现状态估计和预测。下一步，建议学生通过实际案例来进一步巩固对粒子滤波器测量更新的理解。

Problems of particle filter in practice and solutions 8

概要

在实际应用中，粒子滤波器面临许多挑战，这些挑战可能会影响其性能和效率。本章节将探讨粒子滤波器在实践中遇到的具体问题，并提供相应的解决方案。通过本章的学习，学生将能够理解粒子滤波器的操作限制，并学会如何优化其在复杂环境中的应用。

核心概念

待补充

推导 / 示例

待补充

条件与限制

待补充

小结

本章节主要介绍了粒子滤波器在实际应用中可能遇到的问题及其解决策略。虽然具体的核心概念、推导示例和条件限制部分尚未详细展开，但了解这些挑战对于在实际工程和研究中应用粒子滤波器是非常重要的。希望在后续的学习中，学生们能够更深入地掌握这些知识。

Problem 1: two-room challenge • Given: particles equally dis

概要

本章节将探讨一个基础物理问题——两房间挑战。在这个问题中，粒子在两个房间中均匀分布，没有初始运动和观测。我们将分析在这种条件下，粒子如何最终迁移到其中一个房间。学习目标是理解粒子分布的基本原理及其在封闭系统中的行为模式。

核心概念

- 粒子：微小的物质单位，可以展示量子和经典物理特性。
- 均匀分布：粒子在空间中平均分布，没有区域密度高于其他区域。
- 封闭系统：一个物理系统，其中不允许能量或物质的交换。

推导 / 示例

在两房间挑战中，尽管初始条件是粒子均匀分布，但最终所有粒子都倾向于迁移到同一个房间。这一现象可以通过以下步骤解释：

- 假设有两个相邻的房间，每个房间初始含有相同数量的粒子。
- 在没有外部观测或其他干扰的情况下，粒子的位置开始随机波动。
- 随着时间的推移，这些微小的随机波动可能导致所有粒子偶然地聚集在同一个房间中。

例子：如果每个房间最初有100个粒子，理论上每个房间的粒子数应保持100。但在实际情况中，粒子可能因随机波动而全部移动到一个房间，导致另一个房间粒子数为0。

条件与限制

- 无观测：粒子系统未被外部观察，观测会导致量子态的坍缩。
- 无外部干扰：系统不受外部环境如温度、压力变化的影响。
- 随机波动：粒子的移动是随机的，不遵循特定的路径或规律。

小结

通过本章节的学习，我们了解了在特定条件下，即使在初始均匀分布的情况下，粒子也可能自发地迁移到同一个房间的现象。这一行为揭示了封闭系统中粒子动态的随机性和不可预测性。接下来，我们将探讨如何通过实验设置来观察和验证这一现象。

Similar extreme case • No motion: x (cid:3047) = x (cid:3047)

概要

本章节将探讨一种极端情况——无运动情况下的粒子滤波器模型，即所有粒子的位置保持不变。这种情况虽然不常见，但理解它有助于我们更好地把握粒子滤波器在缺乏测量数据时的行

为。通过本章节的学习，学生将能够理解在特定前提下粒子滤波器的预测和更新过程，以及如何处理均匀先验分布。

核心概念

- 粒子滤波器：一种基于蒙特卡洛方法的递归贝叶斯滤波器，用于从含噪声的观测数据中估计动态系统的状态。
- 均匀先验：假设在给定的二维空间内，所有状态的先验概率分布是均匀的，即每个状态出现的可能性相同。
- 无运动模型：特指系统状态在连续观测间隔内保持不变的情形。

推导 / 示例

在无运动的极端情况下，粒子滤波器的状态更新公式简化为： $[x_{t+1} = x_t]$ 这意味着，所有粒子在时间步骤 $t+1$ 的位置与时间步骤 t 的位置相同。考虑以下例子：

- 假设一个机器人在一个封闭的房间里，由于某种原因（如系统故障或指令缺失），它在一段时间内没有移动。在这种情况下，我们可以使用无运动模型来预测机器人的位置。

条件与限制

- 适用条件：此模型仅在确信系统在观测间隔内没有任何状态变化时适用。
- 常见误区：不应将无运动模型误用于动态系统，其中状态可能会随时间变化。

小结

通过本章节的学习，我们了解了在无运动极端情况下粒子滤波器的工作原理及其应用场景。这种理解有助于在实际应用中更好地设计和调整滤波器参数，尤其是在系统观测数据不足或不完整时。下一步，建议学生尝试将这些概念应用于简单的模拟场景中，以加深理解。

Reason: resampling increases variance w.r.t. true posterior

概要

在本章节中，我们将探讨重采样如何增加真实后验的方差。重采样是一种在粒子滤波中常用的技术，其目的是通过重新分配粒子的权重来改进粒子的代表性。虽然重采样在均值上是正确的（无偏的），但它会导致粒子的坍塌，减少多样性，从而增加与真实后验的方差。我们将通过理论推导和实例来详细解释这一现象。

核心概念

- 重采样：在粒子滤波中，通过重新分配粒子的权重来改进粒子的代表性的过程。
- 真实后验：在贝叶斯推理中，给定观察数据后，参数的概率分布。
- 方差：衡量随机变量或一组数据离散程度的度量。

推导 / 示例

重采样虽然在均值上是无偏的，但它会导致粒子的坍塌，减少多样性，从而增加与真实后验的方差。这是因为在重采样过程中，权重较小的粒子可能会被丢弃，而权重较大的粒子会被复制。这导致了粒子的多样性减少，从而增加了方差。

例如，假设我们有一组粒子，其权重分布是均匀的。在重采样后，权重较大的粒子会被复制，而权重较小的粒子会被丢弃。这导致了粒子的多样性减少，从而增加了方差。

条件与限制

- 重采样的效果取决于粒子的权重分布。如果权重分布是均匀的，那么重采样可能不会导致方差的显著增加。然而，如果权重分布是高度偏斜的，那么重采样可能会导致方差的显著增加。
- 重采样可能会导致粒子的坍塌，这是因为权重较小的粒子可能会被丢弃，而权重较大的粒子会被复制。

小结

在本章节中，我们学习了重采样如何增加真实后验的方差。虽然重采样在均值上是无偏的，但它可能会导致粒子的坍塌，减少多样性，从而增加与真实后验的方差。在实际应用中，我们需要权衡重采样的优点和可能带来的方差增加。参考锚点：

b_6c092c9b9c474bc09d7510ce9fdca441

Fix 1: choose when to resample • Key idea: if variance of we

概要

本章节主要讨论如何选择合适的时机进行重采样。关键的思想是：如果权重的方差较低，那么就不需要进行重采样。我们可以通过多种方式实现这个思想，包括：所有权重相等时不进行重采样、权重的熵值较高时不进行重采样、最大权重与最小权重的比值较低时不进行重采样。学习目标是理解这些策略的基本原理，并能够在实际问题中灵活应用。

核心概念

- 权重方差：权重的分布情况，如果权重方差较低，说明权重的分布较为均匀，此时不需要进行重采样。
- 权重熵值：权重的混乱程度，如果权重的熵值较高，说明权重的分布较为混乱，此时不需要进行重采样。
- 权重比值：最大权重与最小权重的比值，如果比值较低，说明权重的差距较小，此时不需要进行重采样。

推导 / 示例

我们可以通过以下三种方式来判断是否需要进行重采样：

1. 所有权重相等：如果所有权重都相等，那么权重的方差就会非常低，此时不需要进行重采样。例如，假设我们有四个权重，它们都等于0.25，那么这四个权重的方差就是0，此时我们就不需要进行重采样。

- 权重的熵值较高：熵值是衡量混乱程度的一个指标，如果权重的熵值较高，说明权重的分布较为混乱，此时不需要进行重采样。例如，假设我们有四个权重，它们分别为0.1、0.2、0.3、0.4，那么这四个权重的熵值就会较高，此时我们就不需要进行重采样。
- 最大权重与最小权重的比值较低：如果最大权重与最小权重的比值较低，说明权重的差距较小，此时不需要进行重采样。例如，假设我们有四个权重，最大的权重为0.3，最小的权重为0.2，那么这四个权重的比值就会较低，此时我们就不需要进行重采样。

条件与限制

- 这些策略只适用于权重的分布情况满足特定条件时，如果权重的分布情况不满足这些条件，那么我们可能需要采取其他的策略。
- 这些策略并不是绝对的，我们需要根据实际问题的具体情况来灵活应用这些策略。

小结

本章节我们学习了如何选择合适的时机进行重采样，主要包括三种策略：所有权重相等时、权重的熵值较高时、最大权重与最小权重的比值较低时不进行重采样。在实际问题中，我们需要根据权重的分布情况来灵活应用这些策略。下一步，我们将学习如何在实际问题中实现这些策略。参考锚点：[anchor:b_def84c33e013472da948f0ec05e5f83c](#)

Fix 2: low variance sampling 13 How many random samples we n

概要

在使用粒子滤波时，我们需要多少随机样本？这是一个关键问题，尤其是在处理需要高精度和效率的系统时。低方差采样是解决这一问题的有效方法之一。本章节将探讨低方差采样的概念、实现方式及其在粒子滤波中的应用。学习目标是理解低方差采样的原理，掌握其在粒子滤波中的具体应用，并了解如何通过减少随机性来提高滤波效果。

核心概念

- 低方差采样：一种减少采样过程中随机性的技术，能有效降低样本的方差，提高算法的稳定性和效率。
- 粒子滤波：一种基于贝叶斯滤波的方法，用于从一系列含噪声的观测数据中估计动态系统的状态。
- 时间复杂度：描述算法执行时间与输入数据之间关系的度量，低方差采样具有线性时间复杂度。

推导 / 示例

低方差采样通过一种更加系统的方式选择样本，以减少样本集中的随机波动。这种方法通常包括以下步骤：

- 确定每个样本的权重。
- 根据权重分布，系统地选择样本。

例如，在粒子滤波中，如果我们有100个粒子，传统的随机抽样可能会多次选择某些粒子而忽略其他粒子。低方差采样则通过权重来确保每个粒子被公平地考虑，从而提高滤波的准确性。

条件与限制

- 适用前提：低方差采样适用于样本权重差异大的情况，如果所有粒子的权重几乎相同，则无需使用低方差采样。
- 常见误区：低方差采样并不总是提供最优解，它侧重于减少方差，可能会牺牲一些偏差。

小结

通过本章节的学习，我们了解了低方差采样的基本概念和在粒子滤波中的应用。这种方法通过减少样本选择过程中的随机性，有助于提高算法的稳定性和效率。下一步，我们可以尝试将低方差采样应用于实际的粒子滤波问题中，以观察其效果和性能。

Low variance sampling 15 1. Algorithm systematic_resampling(

概要

低方差采样是一种重要的概率采样技术，用于从给定的概率分布中有效地抽取样本。本章节将详细介绍系统重采样算法（systematic_resampling），这是一种常用于粒子滤波中的低方差采样方法。学习目标包括理解算法的工作原理、步骤和在实际应用中的效果。

核心概念

- 累积分布函数（CDF）：一种表示概率分布的函数，用于描述小于或等于某个特定值的概率。
- 阈值（Threshold）：在采样过程中用来决定是否接受当前样本的一个界限值。
- 样本（Samples）：从总体或分布中选取的一部分个体，用于估计或检验总体特征。

推导 / 示例

系统重采样算法的步骤如下：

1. 生成累积分布函数（CDF）。
2. 初始化阈值，通常设置为从 $[0, 1/n]$ 区间内均匀抽取的一个随机数。
3. 顺序遍历CDF，与阈值比较，决定是否选取当前样本。
4. 每选取一个样本，就将阈值增加 $1/n$ ，直到所有样本被抽取完毕。

例如，假设有一个分布的CDF为 $[0.1, 0.5, 0.8, 1.0]$ ，且 $n=4$ ，则每个样本的选取概率为 $1/4$ 。如果初始阈值为 0.05 ，则第一个阈值区间为 $[0.05, 0.3]$ ，因此第一个样本被选中。

条件与限制

- 系统重采样算法假设所有样本都是独立同分布的。
- 该算法最适用于样本量较大且分布相对均匀的情况。
- 在样本量少或分布极不均匀时，可能会导致样本抽取不均，影响结果的代表性。

小结

通过本章节的学习，我们了解了系统重采样算法的基本原理和步骤，以及如何在实际问题中应用这一技术。该算法通过简单有效的方式减少了采样过程中的方差，提高了样本的代表性。接下来，建议读者尝试将此算法应用于具体的数据分析或机器学习问题中，以加深理解和技能的运用。

参考锚点：anchor:b_81439a555e394aedb0f7e36ce8fd8e74

Why does this work? • What happens when all weights equal? •

概要

本章节将探讨在不同权重分配情况下，特定算法或模型的工作原理及其效果。我们将分析所有权重相等时的情况，以及一个权重远大于其他权重时的情况。通过这些分析，学生将能更好地理解权重在算法中的作用和重要性。

核心概念

- 权重（Weight）：在算法中，权重通常用于表示某个元素或特征相对于其他元素的重要性或影响力。
- 均等权重（Equal Weights）：所有元素或特征的权重相同。
- 极端权重分布（Extreme Weight Distribution）：一个元素或特征的权重远大于其他元素，造成权重分布不均。

推导 / 示例

当所有权重相等时，每个元素或特征对算法的影响是均等的。这种情况下，算法的输出不会偏向任何特定的元素或特征。例如，在计算平均值时，如果每个数的权重相同，那么平均值就是所有数的简单算术平均。

在另一种极端情况下，如果有一个非常大的权重和许多非常小的权重，那么大权重的元素将主导算法的输出。例如，在加权平均中，一个高权重的数值将对平均结果产生决定性影响。

条件与限制

- 权重的分配应根据实际情况和目标来设定，不恰当的权重分配可能导致数据分析结果的偏误。
- 在所有权重相等的情况下，算法不能捕捉到特征之间的重要性差异。
- 在一个权重极大的情况下，其他小权重的影响可能会被忽略，这在需要全面分析所有特征时可能是不利的。

小结

本章节通过分析不同权重分配对算法结果的影响，帮助学生理解权重在数据处理中的重要作用。合理的权重分配能够有效提升算法的准确性和适用性。在未来的学习中，学生应更加注意权重设置的合理性及其对结果的影响。

Problem 2: particle starvation • No particle in the vicinity

概要

本章节将探讨粒子滤波中的一个常见问题——粒子饥饿现象，即在当前状态附近没有粒子存在。这种现象可能由几个因素引起，包括不幸的样本集、在多模态情境下错误地承诺了错误的模式，或是不良的传感器测量数据。通过本章的学习，学生将能够识别和解决粒子饥饿的问题，以提高粒子滤波的效果和准确性。

核心概念

- 粒子滤波：一种基于蒙特卡洛方法的序列重要性采样技术，用于估计动态系统的状态。
- 粒子饥饿：指在粒子滤波过程中，当前状态附近缺乏足够的粒子来代表后验概率分布。
- 多模态分布：一个概率分布，它包含两个或更多的峰值，每个峰值代表一个模态。

推导 / 示例

粒子饥饿的原因主要有三个：

- 不幸的样本集：在采样过程中随机性可能导致没有样本落在后验分布的重要区域内。
- 多模态错误承诺：在存在多个可能状态的情况下，粒子可能全部集中在非真实状态的模态上。
- 不良的传感器测量：传感器数据的误差可能导致粒子更新偏离真实状态。

例如，考虑一个机器人定位问题，如果所有粒子都集中在错误的位置，而机器人实际上位于另一个位置，那么即使机器人的移动和传感器读数都正确，粒子滤波也无法正确估计机器人的位置。

条件与限制

- 粒子滤波的有效性高度依赖于采样质量和传感器的准确性。
- 在多模态场景中，初步的模态选择非常关键，错误的选择可能导致滤波失败。

小结

本章节我们学习了粒子饥饿的概念、成因及其对粒子滤波效果的影响。理解这些问题并采取相应的解决措施，对于提高粒子滤波的准确性和可靠性至关重要。在接下来的学习中，我们将进一步探讨如何优化粒子滤波算法，以应对复杂的动态系统问题。

Fix: add new particles • Which distribution should be used t

概要

在粒子滤波器中，添加新粒子是一个关键步骤，用以保持滤波器的有效性和准确性。本章节将

探讨何时以及如何添加新粒子，包括选择合适的分布方法。学习目标是理解不同添加粒子的策略及其适用情景。

核心概念

- 均匀分布：在整个可能的状态空间内以相同的概率添加新粒子。
- 偏置分布：根据最后一个好的测量结果附近添加新粒子，增加该区域的粒子密度。
- 传感器模型分布：直接根据传感器模型的输出添加新粒子，以反映最近的观测数据。

推导 / 示例

添加新粒子的方法主要基于粒子的重要性权重。当这些权重变得过小，表明当前粒子集可能无法有效代表后验分布，此时需要添加新粒子。例如：

- 如果所有粒子的权重都低于某个阈值，可以采用均匀分布重新初始化一部分粒子，确保覆盖整个状态空间。
- 在观测到的重要区域，如传感器测量值附近，使用偏置分布可以增加粒子的聚集度，提高估计的准确性。

条件与限制

- 均匀分布适用于缺乏先验信息时的场景，但可能会导致粒子浪费，特别是在状态空间很大时。
- 偏置分布和传感器模型分布需要依赖准确的测量或模型，如果这些信息不准确，可能会误导滤波过程。

小结

本章节介绍了在粒子滤波中添加新粒子的三种主要方法：均匀分布、偏置分布和传感器模型分布。选择合适的方法依赖于具体应用中可用的信息和粒子权重的分布情况。理解这些方法的适用条件和限制对于设计有效的粒子滤波器至关重要。

Problem 3: observation model not good • Consider a measureme

概要

本章节将探讨观测模型不佳的问题，特别是在使用无噪声传感器进行测量时可能出现的情况。当观测模型与实际数据不匹配时，所有粒子的权重可能会归零，这将严重影响粒子滤波器的效果。本节的学习目标是理解观测模型不良的原因和后果，并探索几种可能的解决方案来改善模型性能。

核心概念

- 观测模型：在粒子滤波中，用于描述如何从系统状态得到观测数据的模型。
- 无噪声传感器：理想化的传感器，其测量结果不包含任何误差或噪声。
- 粒子权重：在粒子滤波中，根据观测模型计算每个粒子代表的状态估计的相对可能性。

推导 / 示例

在使用无噪声传感器的情况下，观测模型若无法精确匹配实际测量值，所有粒子的权重将趋于零。这是因为每个粒子的状态与完美的测量值之间存在微小的差异，而在无噪声的假设下，这种差异导致权重直接归零。

例如，假设一个位置测量的观测模型预期位置为 (x) ，而实际测量值也为 (x) （无误差）。如果所有粒子的位置都不完全等于 (x) ，它们的权重将是零。

条件与限制

- 条件：本问题分析基于无噪声传感器的假设，这在实际应用中极为罕见。
- 限制：如果观测模型过于理想化（即假设测量与真实值完全一致），则在实际应用中可能无法有效工作。

小结

通过本节的学习，我们了解了在使用无噪声传感器时，观测模型不匹配导致的粒子权重问题，并探讨了几种改进观测模型的方法。理解这些概念有助于在设计粒子滤波器时选择和调整适当的观测模型，以提高滤波效果。接下来，我们将进一步探讨如何实际应用这些修正措施。

Problem 4: How many samples is enough? • Example: we typical

概要

本节我们将探讨一个关键问题：需要多少样本才足够？在实际运行中，我们通常在开始时需要更多的粒子。关键的想法是，我们需要的样本数量取决于样本的分散程度，这被称为KLD采样。我们将通过将状态空间划分为多个区间（例如通过聚类）来实现这一点，并在采样时跟踪区间的数量。当达到与区间数量相关的统计阈值时，我们将停止采样。如果所有样本都落在少数几个区间内，那么阈值就会降低。参考锚点：[b_6860995ae10147c3b7dd9915d53de61e](#)。

核心概念

- 样本：在统计学中，样本是从总体中选择的一部分观察值。
- KLD采样：一种采样方法，其核心思想是我们需要的样本数量取决于样本的分散程度。
- 状态空间：所有可能状态的集合。
- 区间（bins）：在统计学中，区间是将数据分组的一种方式，通常用于创建直方图。
- 统计阈值：当样本数量达到这个阈值时，我们将停止采样。

推导 / 示例

在KLD采样中，我们首先将状态空间划分为多个区间。这可以通过聚类等方法实现。然后，在采样过程中，我们需要跟踪区间的数量。当样本数量达到与区间数量相关的统计阈值时，我们将停止采样。例如，如果所有样本都落在少数几个区间内，那么阈值就会降低。这意味着，我们需要的样本数量取决于样本的分散程度。

条件与限制

- KLD采样的有效性取决于如何划分状态空间的区间。如果区间划分不合理，可能会导致样本分布不均，影响采样效果。
- KLD采样的阈值设置也是一个关键因素。如果阈值设置过高，可能导致过度采样；如果阈值设置过低，可能会导致样本数量不足。

小结

本节我们学习了KLD采样的基本概念和方法，了解了如何根据样本的分散程度确定需要的样本数量。在实际应用中，我们需要注意状态空间的划分和统计阈值的设置，以确保采样的有效性。下一步，我们将进一步探讨如何在实际问题中应用KLD采样。

KLD sampling 22

概要

KLD采样是一种重要的机器学习技术，主要用于处理高维度数据的问题。本章节将详细介绍KLD采样的基本概念，推导过程，以及在实际问题中的应用。学习目标是理解KLD采样的基本原理，掌握其推导过程，并能在实际问题中灵活运用。参考锚点：
[b_2bf02231b28f4c9e8b0f3a47e072d2c0](#)。

核心概念

- **KLD采样**：KLD采样是一种基于Kullback-Leibler散度的采样方法，主要用于处理高维度数据的问题。它的主要作用是通过最小化两个概率分布之间的Kullback-Leibler散度，来找到最佳的采样策略。
- **Kullback-Leibler散度**：Kullback-Leibler散度是一种衡量两个概率分布之间差异的方法。它的值越小，表示两个概率分布越接近。
- **高维度数据**：高维度数据是指数据的特征维度非常高，处理起来非常复杂。KLD采样是处理高维度数据的有效方法之一。

推导 / 示例

KLD采样的推导过程主要包括以下几个步骤：

1. 定义目标分布和采样分布。
2. 计算目标分布和采样分布之间的Kullback-Leibler散度。
3. 通过优化算法，找到最小化Kullback-Leibler散度的采样策略。

例如，假设我们有一个高维度数据集，我们想要从中采样。我们可以首先定义一个目标分布，然后使用KLD采样来找到最佳的采样策略。参考锚点：
[b_7edf1d9e6332463d9ea661cf0cc5fa10](#)。

条件与限制

- KLD采样主要适用于处理高维度数据的问题。对于低维度数据，可能存在更简单的采样方

法。

- KLD采样的效果高度依赖于目标分布和采样分布的选择。如果选择不合适，可能无法得到好的采样结果。
- KLD采样需要计算Kullback-Leibler散度，这在某些情况下可能会非常复杂。参考锚点：[b_04095e18ba004d05963ec0b0c0f76c45](#)。

小结

本章节介绍了KLD采样的基本概念，推导过程，以及在实际问题中的应用。通过学习，我们理解了KLD采样的基本原理，掌握了其推导过程，并了解了如何在实际问题中灵活运用。在处理高维度数据的问题时，KLD采样是一种非常有效的方法。参考锚点：[b_d28c13e5c88748b7a38188d78e02f6f6](#)。

KLD sampling vs fixed number sampling 23 Error in belief

概要

在本章节中，我们将探讨两种采样方法：KLD采样和固定数量采样，并比较它们在信念分布误差中的表现。这两种采样方法在机器学习和统计分析中都有广泛应用，理解它们的原理和特性对于选择合适的采样方法至关重要。

核心概念

- **KLD采样**：KLD采样是一种基于Kullback-Leibler散度的采样方法，它通过最小化采样分布与目标分布之间的Kullback-Leibler散度来选择样本。
- **固定数量采样**：固定数量采样是一种简单的采样方法，它在每次采样时都从总体中随机抽取固定数量的样本。
- **信念分布误差**：信念分布误差是指采样分布与目标分布之间的差异，通常用Kullback-Leibler散度来度量。

推导 / 示例

KLD采样和固定数量采样的主要区别在于它们选择样本的方式。KLD采样通过最小化Kullback-Leibler散度来选择样本，而固定数量采样则随机选择样本。

例如，假设我们有一个总体，我们想要通过采样来估计其分布。如果我们使用固定数量采样，我们可能会随机抽取100个样本。然而，如果我们使用KLD采样，我们可能会选择那些使得采样分布与目标分布之间的Kullback-Leibler散度最小的样本。

在信念分布误差方面，KLD采样通常比固定数量采样表现得更好，因为它通过最小化Kullback-Leibler散度来选择样本，从而更好地近似目标分布。

条件与限制

- KLD采样需要计算Kullback-Leibler散度，这可能在计算上比固定数量采样更复杂。
- 固定数量采样可能在样本数量较少时产生较大的误差，因为它只是随机选择样本，而不是

像KLD采样那样选择最优样本。

小结

通过比较KLD采样和固定数量采样，我们了解到KLD采样在信念分布误差方面通常表现得更好，但在计算上可能更复杂。在选择采样方法时，我们需要根据实际情况和需求来权衡这些因素。下一步，我们将进一步探讨这两种采样方法在不同情况下的应用。

Problem 5: better proposal? • Target distribution • Proposal

概要

在本章节中，我们将探讨问题5：“更好的提议？”。我们将深入研究目标分布和提议分布，理解它们在统计推断中的作用。学习目标是理解这两种分布的定义和应用，以及如何选择更好的提议分布以优化推断过程。

核心概念

- 目标分布：在统计推断中，我们关注的分布。我们的目标是从这个分布中抽样或者估计其参数。
- 提议分布：在马尔科夫链蒙特卡罗（MCMC）方法中使用的分布，用于生成新的样本点。

推导 / 示例

在MCMC中，我们从提议分布中抽样，然后使用接受-拒绝准则来决定是否接受这个新的样本点。如果提议分布与目标分布相似，那么我们更有可能接受新的样本点，从而使得抽样过程更有效率。

例如，假设我们的目标分布是正态分布，我们可以选择另一个正态分布作为提议分布。如果提议分布的均值和方差与目标分布相近，那么我们就有更大的可能性接受从提议分布中抽取的样本。

条件与限制

- 提议分布的选择对MCMC的效率有很大影响。如果提议分布与目标分布差异过大，可能导致接受率低，抽样效率低下。
- 提议分布的选择并非一成不变，可以根据实际情况进行调整。例如，如果发现接受率过低，可以尝试调整提议分布，使其更接近目标分布。

小结

在本章节中，我们学习了目标分布和提议分布的概念，以及如何选择更好的提议分布以优化MCMC的抽样过程。在实际应用中，我们需要根据目标分布和抽样效率的情况，灵活调整提议分布。参考锚点：[b_04095e18ba004d05963ec0b0c0f76c45](#)。

Question • Given the same $bel(x \text{ (cid:3047)}$ $(\text{cid:2879})(\text{cid:2869})$

概要

在这一章节中，我们将探讨一个关键问题：给定相同的 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ ，所有情况下的提议分布是什么？这个问题涉及到贝叶斯滤波中的一个重要概念——提议分布。我们将通过理论推导和实例分析来深入理解这个问题，以及它在实际应用中的意义。

核心概念

- $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ ：这是贝叶斯滤波中的一个关键概念，表示在给定所有观测数据后，系统状态 x 的后验概率分布。
- 提议分布：在贝叶斯滤波中，提议分布是一种候选分布，用于生成可能的系统状态。它是粒子滤波算法中的一个重要组成部分。

推导 / 示例

假设我们已知 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ ，我们想要找到所有情况下的提议分布。这需要我们理解提议分布的作用和生成方式。

- 提议分布的作用是生成可能的系统状态，这些状态将用于更新我们对系统的理解。
- 生成提议分布的一种常见方法是使用 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ 作为候选分布。这意味着我们假设系统的当前状态是最可能的状态。

因此，给定相同的 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ ，所有情况下的提议分布应该是 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ 。

条件与限制

- 这个推导基于一个重要的假设，即我们可以使用 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ 作为提议分布。然而，在实际应用中，这可能并不总是可行的，因为 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ 可能很难直接采样。在这种情况下，我们可能需要使用其他方法生成提议分布。

小结

通过这一章节的学习，我们理解了给定相同的 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ ，所有情况下的提议分布是什么，以及提议分布在贝叶斯滤波中的作用和生成方式。在实际应用中，我们需要注意提议分布的选择可能受到 $bel(x \text{ (cid:3047)}(\text{cid:2879})(\text{cid:2869}))$ 的采样难度的限制。参考锚点：[b_d28c13e5c88748b7a38188d78e02f6f6](#)。

Different map, different proposal 26

概要

在本章节中，我们将深入探讨“不同的地图，不同的提议”的主题。我们将通过理论推导和实例

分析，理解不同地图对提议的影响。学习目标是理解地图的重要性，以及如何根据不同的地图制定不同的提议。

核心概念

- 地图：在这里，地图不仅指代具体的地理图，也可以是任何能够代表某种特定环境或情境的模型或框架。
- 提议：在这个上下文中，提议是指针对某个问题或情况的解决方案或行动计划。

推导 / 示例

让我们通过一个例子来理解这个概念。假设我们正在为一个城市规划交通系统。如果我们的地图只包括城市的主要道路和交通节点，我们可能会提出一个以主要道路为主的交通规划。然而，如果我们的地图包括了城市的所有街道，包括小巷和胡同，我们可能会提出一个更加细致和全面的交通规划。这就是地图对提议的影响。

条件与限制

- 地图的精确度和详细程度会直接影响提议的质量和适用性。一个不准确或不详细的地图可能会导致提议的失误。
- 不同的地图可能会导致不同的提议，但这并不意味着所有的提议都是等价的。有些提议可能更适合特定的情况或目标。

小结

通过本章节的学习，我们理解了地图对提议的重要影响，以及如何根据不同的地图制定不同的提议。在实际应用中，我们需要注意选择合适的地图，并根据地图的特性和限制来制定提议。下一步，我们将进一步探讨如何评估和改进提议。