

2021 年度 統計学 サンプル演習問題

担当: 社会情報科学部 山本 岳洋

t.yamamoto@sis.u-hyogo.ac.jp

本試験を解答するにあたり, 必要であれば下記の確率を用いよ.

確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,1)$ に従うとき, 以下が知られている

$$P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.68$$

$$P(-1.64 \leq Z \leq 1.64) = 0.90$$

$$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$$

$$P(-2.58 \leq Z \leq 2.58) = 0.99$$

以下の問1から問7に答えよ. 問1から問6については空欄を埋め文章を完成させること. 空欄中に選択肢が与えられているものについては適切な選択肢に丸印をつけること. また, 桁数が指定されている空欄については, 必要があれば四捨五入し指定された桁数に合わせて解答すること.

1. 事象 A, B が互いに独立であるとはどういうことか, $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B), P(A|B), P(B|A)$ から

必要なものを選んで説明すると, が

成り立つことである. また, 空事象ではない A と B が互いに背反であるとき, $P(A|B)$ を数値で表すと

$P(A|B) =$ $である.$

2. 本問題は特小数点第2位までの数値で空欄を埋めよ. 確率変数 X を正規分布 $N(10, 2^2)$, また, 確率変数 Z を標準正規分布 $N(0,1)$ に従う確率変数とする.

このとき, $P(a \leq Z) = 0.05$ となる a は $a =$ $である. P(8 \leq X \leq 10) = b$ とすると

$b =$ $である. P(c \leq X) = 0.005$ となる c は, $c =$ $である.$

3. 本問題は特に指定がない場合は n, μ, σ を用いて空欄を埋めよ. 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う母集団から, サンプルサイズ n の標本 X_1, \dots, X_n を無作為復元抽出し標本平均を \bar{X} とする. このとき, $X_i (1 \leq i \leq$

$n)$ の期待値は , 標準偏差は である. 次に, 標本平均の

- a) 期待値 b) 分散
c) 標準偏差 d) 不偏分散

である $V(\bar{X})$ を求めよう. いま, $V(\bar{X}) = V(\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n))$ であるから, $V(\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)) = a \times V(X_1 + \dots + X_n)$ と表すと, $a =$ である. また, X_1, \dots, X_n は

互いに a) 独立 b) 背反 なので, $a \times V(X_1 + \dots + X_n) = a \times (V(X_1) + \dots + V(X_n)) = a \times b$ と表

すことができ, このとき $b =$ である.

4. ある工場で製造される製品の重量は, 標準偏差 20 g であることが分かっている. いま, 16 個の製品を無作為抽出して重さを量ったところ, 平均 300 g であった. 母集団が正規分布に従うと仮定すると, この工場で生産される製品の重量について, 信頼係数 95% の信頼区間を小数点第 2 位まで求めると,

信頼区間は g 以上 g 以下である. また, 同様に信頼係数 99% の

信頼区間を小数点第 2 位まで求めると, 信頼区間は g 以上 g 以下

であり, 信頼係数 99% の信頼区間の幅は信頼係数 95% の幅よりも a) 広くなる b) 狭くなる.

5. あなたは, ある機械で製造される製品が不良品である割合 (不良品率) を調査した報告書を読んでいる. その報告書を確認したところ, 「標本調査をした結果, 標本における不良品率は 20% であり, この機械で製造される製品の不良率の 95% 信頼区間は, 12.16% 以上 27.84% 以下 である」との記載があった.

この報告書を作成する際に行った標本調査のサンプルサイズを整数で求めると

サンプルサイズは 個 である.

6. ある工場の機械は、牛肉を平均 $\mu = 100$ g, 標準偏差 $\sigma = 10$ g の正規分布に従うようにブロックに切り分けるように調整されている. いま, この機械が切り分けた牛肉ブロック 16 個を無作為抽出し重さを測ったところ, 平均が 98g であった. この機械が牛肉を平均 100 g に正しく切り分けていないことを有意水準 5% の両側検定による仮説検定で検証することを考える. このとき,

a) $\mu = 100$ b) $\mu \neq 100$
c) $\mu = 98$ d) $\mu \neq 98$

a) $\mu = 100$ b) $\mu \neq 100$
c) $\mu = 98$ d) $\mu \neq 98$

帰無仮説は , 対立仮説は
である.

また, この問題における第一種の過誤とは

ことである. 両側検定を行うと, p 値は

a) $p \text{ 値} \leq 0.05$ b) $p \text{ 値} > 0.05$ c) 今回の問題からはわからない

となり,

a) 棄却される b) 棄却されない
c) 棄却されるかどうかはわからない

帰無仮説は . したがって, 仮説検定の結果,

a) 切り分けているといえる b) 切り分けていないといえる
c) 切り分けているかどうかはわからない

この機械は平均 100g に

7. 離散型の確率変数 X の取りうる値が x_1, \dots, x_n , その確率が p_1, \dots, p_n , として与えられている. a, b を定数とするとき, $E(aX + b) = aE(X) + b$ となることを示せ.