

統計学

6月22日（火）
第9回

兵庫県立大学 社会情報科学部

山本 岳洋

t.yamamoto@sis.u-hyogo.ac.jp

2021年度前期・火曜3限 神戸商科キャンパス 全学共通科目

本日の内容

2

- 前回の課題の解説・コメント返信
- 母集団と標本の続き + ミニ演習
- 今週の課題について

問1～問3の回答例

3

(答えは人によって異なります)

- 以下の母集団から無作為復元抽出で
サンプルサイズ 3 の標本を抽出し
標本平均 \bar{X} と標本分散 S^2 を求めよ

母集団

標本(n=3)

5秒
7秒
9秒
9秒
10秒

X_1 7秒
 X_2 10秒
 X_3 10秒

母平均
 $\mu = 8$ 秒

母分散

$\sigma^2 = 3.2$ 秒²

$$\bar{X} = \frac{1}{3}(7 + 10 + 10) \\ = 9.0 \text{ 秒}$$

$$S^2 = \frac{1}{3}((7 - 9)^2 + (10 - 9)^2 + (10 - 9)^2) \\ = 2.0 \text{ 秒}^2$$

分母はサンプルサイズ n (今回は3)
であることに注意 (5ではない)

問4の解説

4

- 標本を抽出するたびに X_1 は異なる値をとる. 従って, X_1 は確率変数である. 無作為復元抽出を行っているので, 今回の問題では X_1 の期待値 $E(X_1)$ は a 秒, 分散 $V(X_1)$ は b 秒² である.
- **ねらい:** 今日の講義内容の予習
- **解説**
 - 無作為かつ復元抽出を行っているため, **X_1 は母集団と同じ分布に従う**. 従って, $E(X_1)$ は母集団の平均, $V(X_1)$ は母集団の分散と一致する.
よって, **$E(X_1)=8.0$ 秒, $V(X_1) = 3.2$ 秒²**である
 - 補足: 今回は X_1 ですが, X_2, X_3 も同じ答えになります.

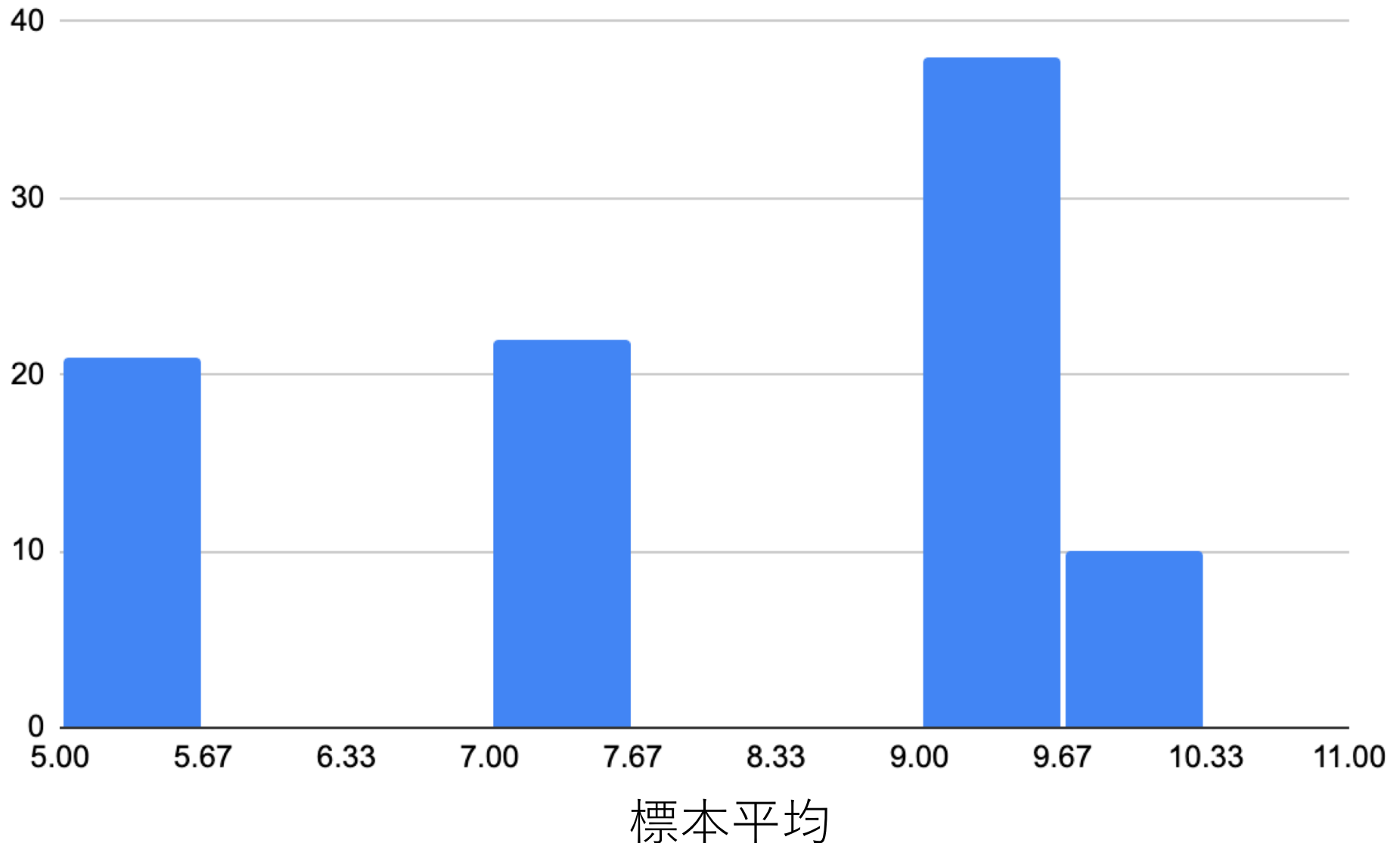
- 問4について教えてください
- 分散は単位が 2 になるのですか？
 - はい、なります。一方、標準偏差は単位が元のデータと一致します。相関係数の単位はどうでしょう。
- Excelでとびとびの値（例: 1, 5, 8）の集合から無作為に抽出する方法はあるか？
 - （多分）簡単ではないです。たとえばPythonだと無作為抽出する関数などがあります。ただ、1, 5, 8を番号を振り直して1,2,3とすれば講義の方法でもいけますね。
- 講義資料の50m走のタイムは、母集団分布は連続型の確率変数の分布になるのではないですか？
 - 講義資料の例（母集団のサイズが5名）だと、母集団は有限なので離散型の確率分布になります。母集団として正規分布を仮定すると（本日やります）、母集団の部分分布は連続型の確率分布になります。

大数の法則と中心極限定理の補足資料
（6月22日の講義か29日の講義で触れる予定です）

6月15日ミニ演習から 求めた標本平均 \bar{x} のヒストグラム

7

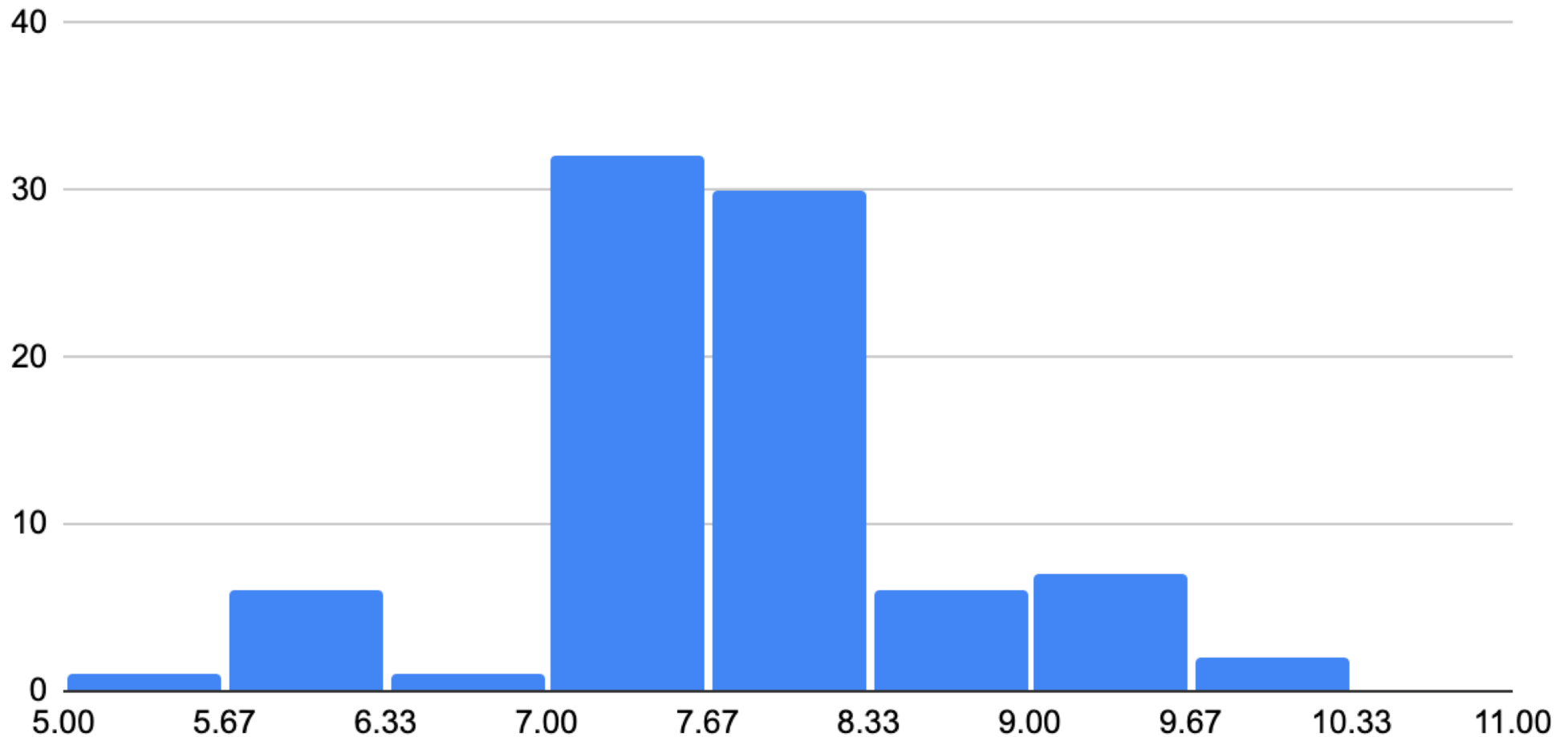
サンプルサイズ1の場合



6月15日ミニ演習から 求めた標本平均 \bar{x} のヒストグラム

8

サンプルサイズ3の場合

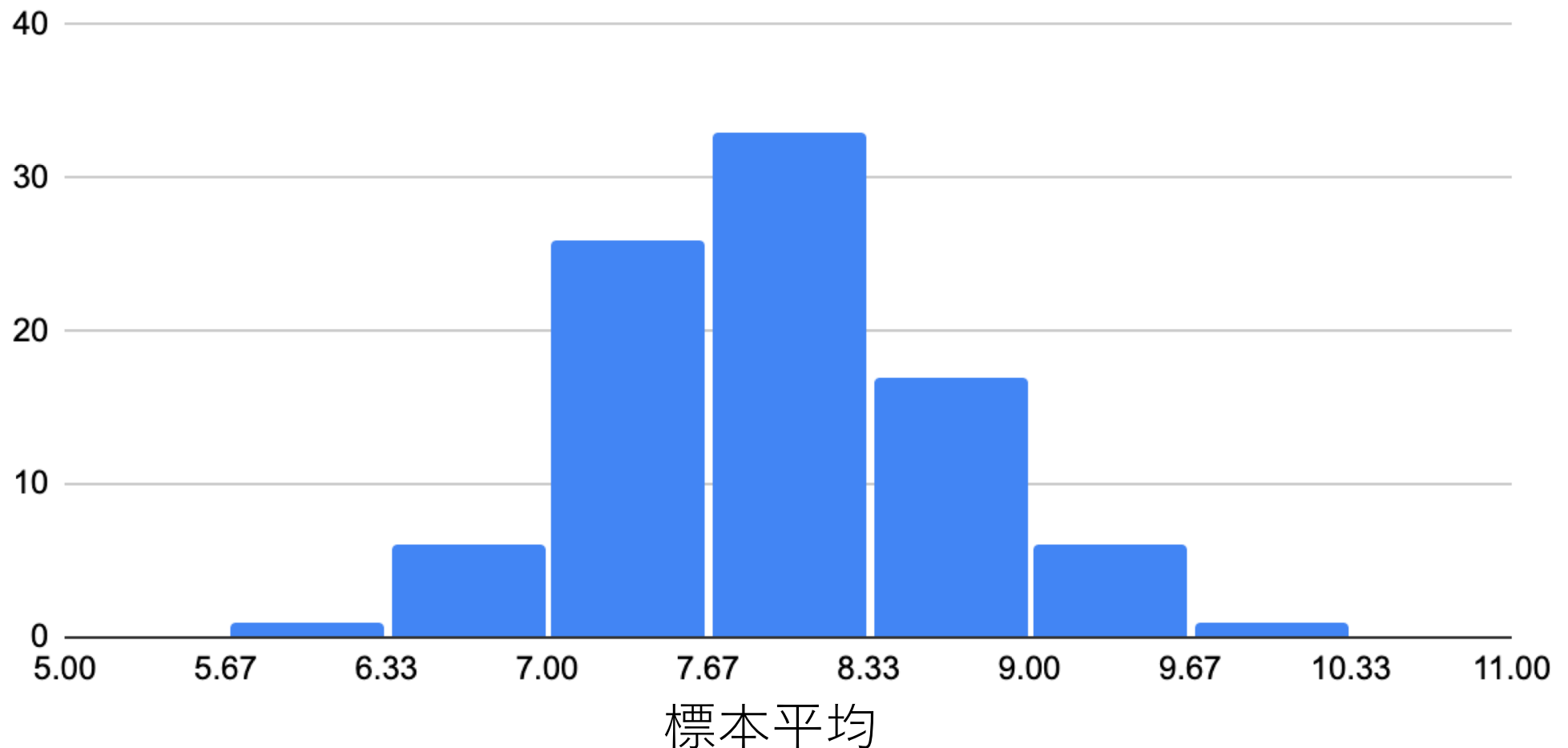


標本平均

6月15日ミニ演習から 求めた標本平均 \bar{x} のヒストグラム

9

サンプルサイズ5の場合



だんだん正規分布に近づいていっていますよね？

- サンプルサイズ n を大きくすると、
標本平均が母平均（ $\mu = 8$ 秒）付近となる
確率が高くなっていく

– これが、大数の法則

- サンプルサイズ n を大きくすると、
標本平均の分布は正規分布に
近づいていく

– これが、中心極限定理

≡ 二演習

6月22日ミニ演習

- Google Formsから提出すること

- URLはslackと講義ページに掲載
- 締め切り: **6月22日中**
 - この時間中に終わる想定です
- 正答率は評価対象としませんので、
まじめに取り組んでください
 - 資料や教科書・ウェブなど自由に調べてOK

- ○○分から再開します

6月22日ミニ演習

- 母集団が正規分布 $N(0, 4^2)$ に従っているとする. この集団からサンプルサイズ 4 の標本を無作為復元抽出により抽出し, 標本平均 \bar{X} を求めることを考える.
 - 問1. 標本平均の期待値 $E(\bar{X})$ を答えよ
 - 問2. 標本平均の分散 $V(\bar{X})$ を答えよ
 - 問3. $P(a \leq \bar{X} \leq b) = 0.95$ となる a, b を求めよ.
- なお, 以下は既知としてよい.

Z が標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従うとき,

$$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$$

今週の課題について

14

- 内容は講義ページよりPDFを確認してください
- 締切: 6月25日 21:00
- 中間レポート (6月25日 21:00) も忘れずに！