統計学

7月23日（金）
第14回

兵庫県立大学 社会情報科学部

山本 岳洋

t.yamamoto@sis.u-hyogo.ac.jp

2021年度前期・火曜3限　神戸商科キャンパス 全学共通科目

本日の内容

- 定期試験について
- 持ち込み用紙（前回受け取っていない人）の配布
- サンプル演習問題の解説
- 質問等あれば山本がいますのでその場で対応

定期試験

- 日時
  - **8月3日（火） 3**限
- 場所
  - **C201** （ここ）
- 試験時間
  - **80分**

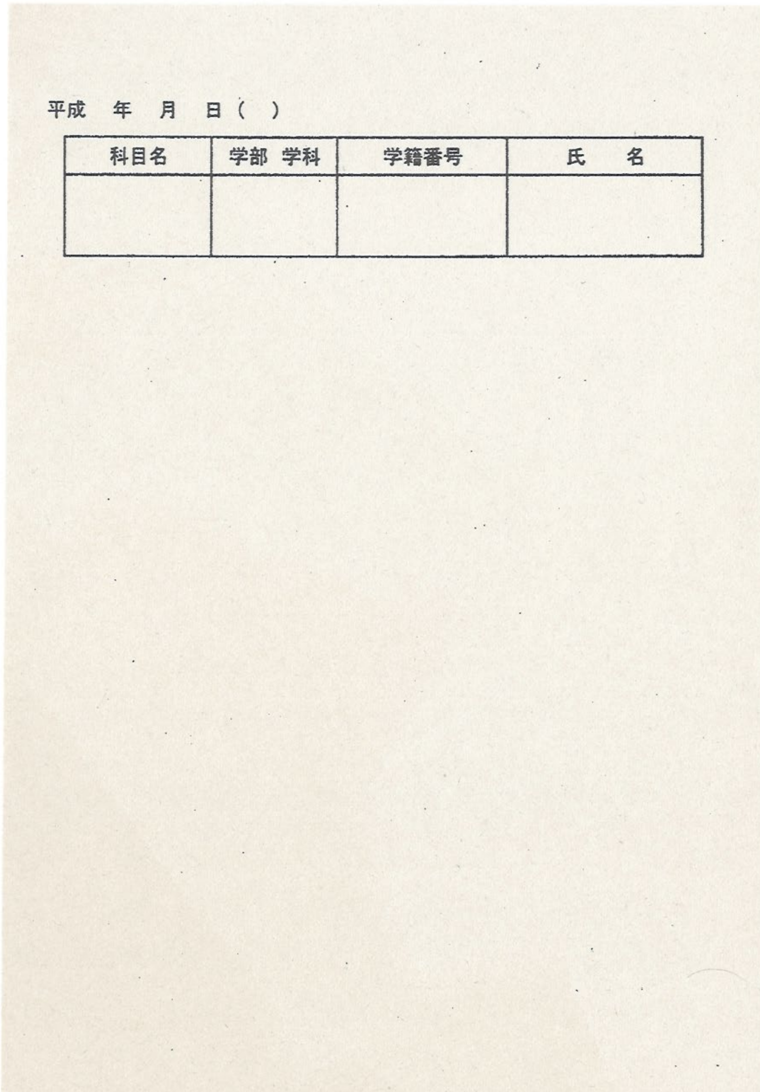
試験範囲

- **1回~14回の講義で扱った内容全て**
  - ただし，**正規分布～仮説検定まで**の範囲から8割以上を出題します
  - 中間レポート以前のところも少しは復習しておいてください

持込について

- **今日（と前回）配る用紙 1枚 のみ認めます**
  - それ以外の用紙は **不正行為** として扱います
- **何を記載してもよいです**
  - 両面を使用してよいです
- **自筆に限ります**
  - 印刷や用紙を貼るのも禁止します
- **試験後回収するので名前と学生番号を忘れずに記載しておくこと**
  - （もちろん）持ち込み用紙は採点対象外です

持込可能用紙



平成　年　月　日（　）

科目名	学部　学科	学籍番号	氏　　名

B6サイズ

欠席して受け取ってない人,
あるいは紛失した人は
山本まで連絡してください

難易度

- 毎週の課題や講義中の演習，
  中間レポート（発展課題を除く）
  を抑えておいてください

- 試験の形式は前回配布した
  演習問題を参考に

- 講義資料（補足資料含む）も
  よく復習しておいてください

サンプル演習問題の解答
（解答だけ簡潔に書いています）

サンプル演習問題

- 問題形式に慣れてもらうことが目的です

- 演習問題以外の範囲も試験範囲です

問1

- 事象A，Bが互いに独立とは？
  - $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
  - $P(A|B) = P(A)$
  - $P(B|A) = P(B)$

- 事象A，Bが互いに背反だと $P(A \cap B) = 0$ なので
  - $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0$

問2

- $P(\mathbf{1.64} \leq Z) = 0.05$
- $P(8 \leq X \leq 10) = P(-1 \leq Z \leq 0) = \mathbf{0.34}$
- $P(10 + 2.58 \times 2 \leq X) = P(\mathbf{15.16} \leq X) = 0.005$

問3

正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ に従う母集団から，サンプルサイズ n の標本 $X_1,\cdots,X_n$ を無作為復元抽出し標本平均を $\bar{X}$ とする.

このとき， $X_i\ (1\le i\le n)$ の期待値は μ，標準偏差は σ である.

次に，標本平均の分散である $V(\bar{X})$ を求めよう.

いま， $V(\bar{X})=V(\frac{1}{n}(X_1+\cdots+X_n))$ であるから，

$V\left(\frac{1}{n}(X_1+\cdots+X_n)\right)=a\times V(X_1+\cdots+X_n)$ と表すと，

$a=\frac{1}{n^2}$ である. また，$X_1,\ldots,X_n$ は互いに **独立** なので，

$a\times V(X_1+\cdots+X_n)=a\times\big(V(X_1)+\cdots+V(X_n)\big)=a\times b$ と

表すことができ，このとき $b=n\sigma^2$ である

問4

- ある工場で製造される製品の重量は，標準偏差20 g であることが分かっている．いま，16個の製品を無作為抽出して重さを量ったところ，平均 300 g であった．母集団が正規分布に従うと仮定すると，この工場で生産される製品の重量について，信頼係数 95% の信頼区間を小数点第2位まで求めると，**290.20 g 以上 309.80 g 以下** である．また，同様に信頼係数99 % の信頼区間を小数点第2位まで求めると，**信頼区間は 287.10 g 以上 312.90 g 以下**であり，信頼係数99 % の信頼区間の幅は信頼係数95 % の幅よりも **広くなる**

問5

- あなたは，ある機械で製造される製品が不良品である割合（不良品率）を調査した報告書を読んでいる．その報告書を確認したところ，「標本調査をした結果，標本における不良品率は20% であり，この機械で製造される製品の不良率の95%信頼区間は，12.16% 以上 27.84% 以下である」との記載があった．
この報告書を作成する際に行った標本調査のサンプルサイズを整数で求めるとサンプルサイズは **100** 個である．

問6

- ある工場の機械は，牛肉を平均 $\mu = 100$ g，標準偏差 $\sigma = 10$ gの正規分布に従うようにブロックに切り分けるように調整されている．いま，この機械が切り分けた牛肉ブロック16個を無作為抽出し重さを測ったところ，平均が98gであった．この機械が牛肉を平均100 gに正しく切り分けていないことを有意水準5%の両側検定による仮説検定で検証することを考える．
このとき，帰無仮説は $\mu = 100$ ，　対立仮説は $\mu \neq 100$ である．また，この問題における第一種の過誤とは 平均100gに正しく切り分けているのに，100gに切り分けていないと結論づけることである．

問6

- 両側検定を行うと，p値は p値 > 0.05 となり，帰無仮説は棄却されない．したがって，仮説検定の結果，この機械は 平均100gに切り分けているかどうかはわからない

問7

- 離散型の確率変数 X の取りうる値が$x_1, \dots x_n$，その確率が$p_1, \dots p_n$,として与えられている．a, bを定数とするとき，$E(aX+b) = aE(X)+b$となることを示せ．

$$E(aX+b) = \sum_{i=1}^{n} (ax_i + b)p_i$$

$$= a\sum_{i=1}^{n} x_i p_i + b\sum_{i=1}^{n} p_i$$

いま，$\sum_{i=1}^{n} x_i p_i = E(X), \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$より

$$= aE(X) + b$$