Курс “Введение в высшую математику”
П.з. №3

Здесь приведены “решения на листочке”. Решения в виде кода см. тут: https://github.com/tyashin/GeekBrains-AI-Intro-to-further-math-homeworks/blob/main/lesson-3/lesson-3.ipynb

Практическое задание по теме “Введение в аналитическую геометрию”

1. Задание

Даны два вектора в трехмерном пространстве: (10,10,10) и (0,0,-10)

1) Найдите их сумму. (на листочке)

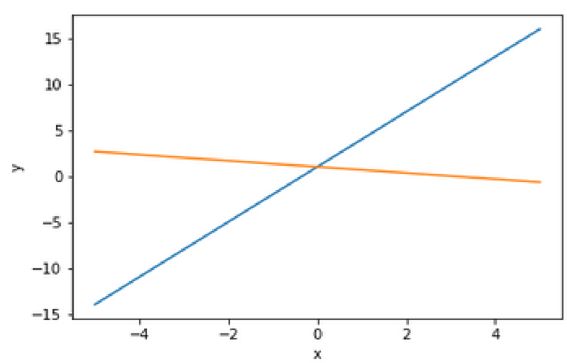
Решение: (10,10,10) + (0,0,-10) = (10,10,0)

2. Задание (на листочке) Почему прямые не кажутся перпендикулярными? (см.ролик)

```
In [1]: %matplotlib inline
        import numpy as np
        import matplotlib.pyplot as plt
        import math

In [2]: x = np.linspace(-5, 5, 21)
        y = 3*x+1
        y2 = (-1/3)*x+1
        plt.plot(x,y)
        plt.plot(x,y2)
        plt.xlabel("x")
        plt.ylabel("y")

Out[2]: <matplotlib.text.Text at 0x6aa80f0>
```



Решение: Прямые не выглядят перпендикулярными потому что масштаб осей Ox и Oy не совпадает. Перед выводом графика можно добавить конструкцию “plt.axes().set_aspect('equal')”, и проблема будет решена.

4. Задание (на листочке)

1) Пусть задана плоскость $Ax + By + Cz + D = 0$. Напишите уравнение плоскости, параллельной данной и проходящей через начало координат.

Решение: Если $D=0$, то плоскость проходит через начало координат. Искомое уравнение:

$Ax + By + Cz = 0$

2) Пусть задана плоскость: $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

и прямая: $(x-x_1)/(x_2-x_1) = (y-y_1)/(y_2-y_1) = (z-z_1)/(z_2-z_1)$

Как узнать, принадлежит прямая плоскости или нет?

Решение: Следует взять 2 точки прямой – $A(x,y,z)$ и $B(x_1, y_1, z_1)$ и последовательно подставить их в уравнение плоскости. Если уравнение плоскости останется верным в результате обеих подстановок, значит прямая принадлежит плоскости.

Практическое задание по теме “Графики на плоскости”

2. Задание: Докажите, что при ортогональном преобразовании сохраняется расстояние между точками.

Пусть точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$ посредством ортогонального преобразования переводятся соответственно в точки $M'_1(x'_1, y'_1)$ и $M'_2(x'_2, y'_2)$. Требуется доказать, что отрезки M_1M_2 и $M'_1M'_2$ имеют равные длины.

Доказательство:

$|M'_1M'_2|^2 = [x'_2-x'_1]^2 + [y'_2-y'_1]^2 + [a_{11}(x_2-x_1) + a_{12}(y_2-y_1)]^2 + [a_{21}(x_2-x_1) + a_{22}(y_2-y_1)]^2 =$

$= (a_{11}^2 + a_{21}^2) * (x_2-x_1)^2 + (a_{12}^2 + a_{22}^2) * (y_2-y_1)^2 + 2 (a_{11}a_{12} + a_{21}*a_{22})(x_2-x_1)*(y_2-y_1) =$

$= (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 = |M_1M_2|^2$

Итак, $|M_1M_2| = |M'_1M'_2|$