

Курс “Введение в высшую математику”

П.з. №4

1. Задание (на листочке)

Решите уравнение

$$\sin(x)/x=0$$

Решение:

$$\text{ОДЗ: } x \neq 0$$

$$\sin(x)=0 \text{ при } x = \pi \cdot n, \text{ где } n \in \mathbb{Z} \text{ и } n \neq 0$$

$$\text{Ответ: } x = \pi \cdot n, \text{ где } n \in \mathbb{Z} \text{ и } n \neq 0$$

2. Задание (на листочке)

Даны три прямые $y=k_1 \cdot x+b_1$, $y=k_2 \cdot x+b_2$, $y=k_3 \cdot x+b_3$. Как узнать, пересекаются они в одной точке или нет?

Ответ: Следует решить систему уравнений

$$k_1 \cdot x + b_1 - y = 0$$

$$k_2 \cdot x + b_2 - y = 0$$

$$k_3 \cdot x + b_3 - y = 0$$

Если система уравнений имеет решение и оно единственное, то три прямые пересекаются в одной точке.

3. Задание (в программе или на листочке)

На листе тетради «в линейку» (расстояние между линиями равно a) лежит игла (длиной b). Координаты нижней точки иглы (x, y) , игла лежит под углом α . Пересекает ли игла линию или нет?

Ответ:

(см. описание задачи об игле Бюффона
https://en.wikipedia.org/wiki/Buffon%27s_needle_problem)

Задачу можно решить вероятностно.

1. В случае, если $b \leq a$, игла пересекает линию с вероятностью $P = 2/\pi * b/a$

2. В случае, если $b > a$, игла пересекает линию с вероятностью =

$$2*b/(a*\pi) - 2/(a*\pi)*(sqrt(b^2 - a^2) + a*\sin^{-1}(a/b)) + 1$$

Задание 17.6.4. Найти угол между прямыми $x = \sqrt{2}$ и $x = -\sqrt{3}$

Ответ: прямые параллельны, следовательно угол между ними = 0.

Выяснить тип кривых второго порядка, порожденных следующими уравнениями:

Решение – с помощью выделения полных квадратов

Проверка - путем построения графиков (см. здесь:

<https://github.com/tyashin/GeekBrains-AI-Intro-to-further-math-homeworks/blob/main/lesson-4/lesson-4.ipynb>)

Задание 17.6.5

$$Y^2 - 2X - 2Y - 5 = 0 \rightarrow (y - 1)^2 = 2x + 3$$

График – парабола

Задание 17.6.6

$$3X^2 + 5Y^2 + 12X - 30Y + 42 = 0 \rightarrow (x + 2)^2/5 + (y - 3)^2/3 = 1$$

График – эллипс

Задание 17.6.7

$$2X^2 - Y^2 + 6Y - 7 = 0 \rightarrow (y - 3)^2/2 - x^2/1 = 1$$

График – гипербола

Задание 17.6.8

$$2X^2 - 3Y^2 - 28X - 42Y - 55 = 0 \rightarrow (x - 7)^2/3 - (y + 7)^2/2 = 1$$

График - гипербола

