

1 compton

コンプトン散乱について。

1.1 四元運動量

四元運動量を以下のように定義する。

$$p = m\vec{U} = (E/c, p_x, p_y, p_z) \quad (1)$$

$$|p|^2 = \frac{E^2}{c^2} - |\vec{p}|^2 \quad (2)$$

$$|p|^2 = m^2 |\vec{U}|^2 = m^2 c^2 \quad (3)$$

$$\frac{E^2}{c^2} = m^2 c^2 + |\vec{p}|^2 \quad (4)$$

$$\frac{E}{c} = mc \sqrt{1 + \frac{|\vec{p}|^2}{m^2 c^2}} \quad (5)$$

$$E = mc^2 + \frac{|\vec{p}|^2}{2m} \quad (6)$$

$$(7)$$

ここで、 \vec{U} は MCRF であるので、瞬間的共動慣性系ではその成分は $(c, 0, 0, 0)$ であることをつけた。

余談だが、MCRF から我々が見ている系への変換は、粒子が速度 v で動いていたとしたら $-v$ のローレンツ変換を行えば良い。

1.2 compton

まず、電子の4元運動量についてノルムを取れば静止エネルギーが残ることに注意する。コンプトン散乱の四元運動量保存則から、

$$(E/c, \vec{p}) + (mc, 0) = (E'/c, p') + (E^e/c, p'_e) \quad (8)$$

$$(E/c, \vec{p}) - (E'/c, p') + (mc, 0) = (E^e/c, p'_e) \quad (9)$$

$$\frac{EE'}{c^2} - |\vec{p}||\vec{p}'|\cos\theta + mE - mE' + m^2 c^2 = m^2 c^2 \quad (10)$$

$$E'(m + \frac{E(1 - \cos\theta)}{c^2}) = mE \quad (11)$$

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E(1 - \cos\theta)}{mc^2}} \quad (12)$$

$$\lambda' = \lambda + hc(\frac{1 - \cos\theta}{mc^2}) \quad (13)$$

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (14)$$

$\frac{h}{mc}$ はコンプトン波長と呼ばれる。

1.3 反跳電子のエネルギー

コンプトン散乱によって電子が得たエネルギーは、ガンマ線が失ったエネルギーに等しい。またそのエネルギーは電子の運動エネルギーに等しいので、電子の運動エネルギー T :

$$T = E - E' \quad (15)$$

$$= \frac{\frac{E(1-\cos\theta)}{mc^2}}{1 + \frac{E(1-\cos\theta)}{mc^2}} \quad (16)$$

$$= \frac{E(1-\cos\theta)}{mc^2 + E(1-\cos\theta)} \quad (17)$$